

## 京都大学基礎物理学研究所 大西 明

### 京都大学セミナー (2018/12/13)



















- 高密度核物質の物理
  - 原子核密度程度、およびそれ以上の密度の核物質物性物理学
  - 多くの物理課題と関連 低エネルギー~高エネルギーの重イオン衝突、 ストレンジネス核物理、 コンパクト天体物理、不安定核物理(対称エネルギー・対相関)、 有限密度 QCD、…
- 今回の発表の内容
  - Introduction
  - 高エネルギー重イオン衝突(輸送模型と高密度 QCD 相転移)
  - ハイパー核(粒子相関からハドロン間相互作用へ)
  - 中性子星(対称エネルギーと中性子星半径)
  - 符号問題(複素化変数での積分)
  - まとめ





### 輸送模型と高密度 QCD 相転移を中心に。



## 高エネルギー重イオン衝突の物理

- クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) の発見・物性
  - ・流体模型とジェットによる記述の成功 → 精緻化へ (RHIC の最高エネルギー、LHC)
- 高密度領域における状態方程式 (EOS)・QCD 相転移
  - $\sqrt{s_{_{NN}}}$ =(5-20) GeV の衝突エネルギー領域 →  $\rho$ =(5-10) $\rho_{_0}$
  - 高密度での EOS は決められるか?
  - 高密度での相転移は1次か?クロスオーバーか?







衝突エネルギー関数として非単調性が見えている (κσ<sup>2</sup>, dv<sub>1</sub>/dy)



集団フロ

- Directed flow (v<sub>1</sub>, <p<sub>x</sub>>), Elliptic flow (v<sub>2</sub>)
  - → 衝突初期に作られ、高密度の状態方程式 (EOS) に敏感





## 高エネルギー重イオン衝突の物理

- クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) の発見・物性
  - ・流体模型とジェットによる記述の成功 → 精緻化へ (RHIC の最高エネルギー、LHC)
- 高密度領域における状態方程式 (EOS)・QCD 相転移
  - $\sqrt{s_{NN}}$ =(5-20) GeV の衝突エネルギー領域 →  $\rho$ =(5-10) $\rho_0$
  - 高密度での EOS は決められるか?
  - 高密度での相転移は1次か?クロスオーバーか?
- ハドロン輸送模型に基づく研究
   ハドロン輸送模型 JAM
   EOS の導入とフロー
   負の側方フローとEOS の軟化





## How do heavy-ion collisions look like ?

### Au+Au, 10.6 A GeV

### Pb+Pb, 158 A GeV





 $\sqrt{s_{_{NN}}} \sim 5 \text{ GeV}$ 

 $\sqrt{s_{_{\rm NN}}} \sim 20 \text{ GeV}$ 

JAMming on the Web http://www.jcprg.org/jow/



## **ハドロン輸送模型 JAM**

Y.Nara, N.Otuka, AO, K.Niita, S.Chiba, PRC61('00), 024901 M.Isse, AO, N.Otuka, P.K.Sahu, Y.Nara, PRC72 ('05)064908

- Event Generator: Jet AA Microscopic transport model (JAM)
  - 多くの自由度・素過程を取り入れた輸送模型
  - 平均場を導入して E<sub>inc</sub>=(1-158) AGeV でのフローをほぼ説明
  - しかし  $\sqrt{s_{NN}}=11.5$  GeV での負のフローは説明できない





集団フローから状態方程式へ





A. Ohnishi @ Kyoto U. Seminar, Dec. 13, 2018 12

SPS(NA49) vs RHIC(STAR)



Ohnishi @ WCNP2017, Oct. 27, 2017 13

## 負のフローとEOS の軟化

■ ビリアル定理を使って任意の EOS を取り込めるように理論を拡張
 √s<sub>NN</sub>= 11.5 GeV で見られる負のフロー (dv<sub>1</sub>/dy<0)</li>
 → (5-10)ρ<sub>0</sub> において急激な EOS の軟化あれば説明可能





Virial

$$G = \sum_{i} \mathbf{p}_{i} \cdot \mathbf{r}_{i}$$

$$\rightarrow \frac{dG}{dt} = \sum_{i} \mathbf{p}_{i} \cdot \mathbf{v}_{i} - \sum_{i} \nabla_{i} U \cdot \mathbf{r}_{i} + \frac{1}{\Delta t} \sum_{\text{collision}} \mathbf{q}_{i} \cdot (\mathbf{r}_{i} - \mathbf{r}_{j}) = 3VP$$
**Kinetic Potential Pressure from Collisions**

- Attractive / Repulsive Orbit Scatterings
  - 通常は散乱角はランダム → 衝突項の圧力への影響はゼロ
  - Attractive orbits  $\rightarrow \Delta P < 0$  (softening)
  - Repulsive orbits  $\rightarrow \Delta P > 0$  (hardening)

■ Boltzmann Eq. simulating a given EOS P > P(ɛ) → Attractive orbit, P > P(ɛ) → Repulsive orbit 衝突が十分に頻繁であれば、ボルツマン方程式だけでポテンシャ ル効果をシミュレートできる! (5-10)ρ<sub>0</sub>でQCD 相転移がありそう。 軟化が必要なことから(対称核物質では) 1次相転移が想定される!





### ハイペロン相互作用を中心に。



 $(K^-, K^+)$  スペクトル (S=-2 系への入り口) の謎

- 準自由反応で説明できない盛り上がり T. Iijima et al., NPA546('92) 588.
  - → 多段階反応である。Y. Nara, AO, T. Harada, A. Engel, NPA614('97)433
  - → 確かに (2 ハイペロン放出)。Ahn et al. (E224) ('98)





▲ AA 不変質量分布は低エネルギーで輸送模型より大きい → 不変質量分布の増大は AA 相互作用の現れ!

J.K.Ahn et al. (E224), PLB444('98)267; C. J. Yoon et al. (E522+AO), PRC75('07)022201; AO et al., NPA670('00)297c; NPA684('01)595; NPA691('01)242c

▲ ΛΛ 相互作用の制限、重イオン衝突での相関関数測定の提案 → 2010 年に RHIC-STAR(H.Z.Huan) に依頼、測ってくれました





## 2 粒子相関関数 (Chaotic Source)

静的なガウス源 2 粒子相関関数  $q \cot \delta = -1/a_0 + r_{\text{eff}q^2/2 + \mathcal{O}(q^4)}$ Koonin ('77); Pratt+('90); Lednicky+('82) 15 2  $C(q) = \frac{E_1 E_2 dN_{12}/dp_1 dp_2}{(E_1 dN_1/dp_1)(E_2 dN_2/dp_2)}$ 10 C(q)  $\simeq \int dr S_{12}(r) \left| \psi_{12}^{(-)}(r,q) \right|^2$ qR=0.2 aR=0.5  $r_{eff}/R=0$ 0 2 n Source fn. int.  $\rightarrow$  rel. w.f. R/a<sub>0</sub> 3 q: 相対運動量  $R/a_0 = -1$ R/a<sub>0</sub>=0.2  $R/a_0 = -0.2$ 2 C C C  $\psi^{(-)}(\mathbf{p}_{1},\mathbf{p}_{2})$ r<sub>eff</sub>/R=0 H, 0 0.5 1.5 2 0 aR 散乱長の大きさによって相関関数は大きく変化 A. Onnisni @ Kyolo U. Seminar, Dec. 15, 2018 20

## 通常の利用方法 知っている相互作用 + 相関関数データ → ソースサイズ

$$C(\mathbf{q}) = \int d^3 r \, S_{12}(\mathbf{q}, \mathbf{r}) \left| \psi_{12}^{(-)}(\mathbf{r}; \mathbf{q}) \right|^2$$

## 逆転の発想:

## ソース関数 + 相関関数 $\rightarrow$ 未知の相互作用 Let us try ! Examples: $\Lambda\Lambda$ , $\Omega^-p$ , and $K^-p$

Previous works (AA):C. Greiner, B. Muller, PLB219('89)199.; AO, Y. Hirata, Y. Nara, S. Shinmura, Y. Akaishi , NPA 670 ('00), 297c



## **ΛΛ 相関関数とΛΛ 相互作用**

- H 粒子 (uuddss) は存在するか?
  - Jaffe の予言 ('77): 深く束縛
  - Nagara イベントで否定 Takahashi+('01)
  - 共鳴状態? Yoon+('07); HAL QCD ('16)
- **■** AA 相関関数 → 弱い引力
  - 実験 Adamczyk+ (STAR) ('15)
  - 理論 Morita, Furumoto, AO ('15); AO+('16)





## New Data from LHC-ALICE



*Morita, Furumoto, AO ('15); AO+('16)* 

V. M. Sarti (ALICE), MESONS 2018 ALICE Collab., in prep.





■ Ωp 相関 (dibaryon の存在を期待。 HAL QCD+Coulomb.)





■ K<sup>-</sup>p 相関 ( 束縛状態 A(1405) をもつ。Chiral Unitary+Coulomb)







■ Ξ<sup>-</sup>p 相関 (ΞN 束縛状態としての H 粒子は?)



V. M. Sarti (ALICE Collab.), MESONS 2018



これまで不可能と思われてきた 不安定な粒子間の散乱が 終状態相互作用で起こっており、 相互作用が(ある程度)制限できることを示した!





### 対称エネルギーと中性子星半径を中心に。





**GW170817** 

B. P. Abbott et al. (LIGO and Virgo) PRL 119, 161101 (2017)

- 質量和  $M = 2.74^{+0.04}$  <sub>-0.01</sub>  $M_{o}$
- それぞれの質量 1.17-1.60 M<sub>。</sub>
   → 連星中性子星合体 (Binary Neutron Star Merger)
- Gamma Ray Burst (GRB170717A) が 1.7 s 後に起こる。
   → GRB の起源 (の一つ)を特定





Inspiral (徐々に近づいていく段階)における振動数変化を観測 → 中性子星半径を制限

 放出された物質の速度から中性子星の最大質量を制限 M. Shibata et al., 1710.07579

 $M_{max} = (2.15 - 2.25) M_{o} (c.f. ハイペロンパズル)$ 

● r- 過程元素生成の示唆



## 重力波から中性子星半径へ

- Inspiral phase での重力波 → 潮汐変形により位相が進む
   Tidal deformability  $Q_{ij} = -\lambda E_{ij}$ ,  $\lambda = \frac{\Lambda}{G} (GM/c^2)^5$ 
  - 大きな半径 (硬い EOS)  $\rightarrow$  変形しやすい  $\rightarrow$  大きな  $\Lambda$
  - ・中性子星半径は対称エネルギーパラメータ(S<sub>0</sub>,L)に大きく依存
     → 高次のパラメータの影響は?





#### (R-A) E.Annala+, PRL120('18)172703



対称エネルギーパラメータ

## ■ 対称エネルギー(中性子物質と対称核物質のエネルギー差)

● 飽和点 & 対称エネルギーパラメータ

 $E_{\rm NM}(u,\alpha) = E_{\rm SNM}(u) + \alpha^2 S(u)$   $E_{\rm SNM}(u) \simeq E_0 + \frac{K_0}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_0}{162}(u-1)^3$   $S(u) \simeq S_0 + \frac{L}{3}(u-1) + \frac{K_s}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_s}{162}(u-1)^3$  $(u = n/n_0, \alpha = (n_n - n_p)/n)$ 





## Unitary Gas Constraint on Symmetry Energy Parameters

- 対称エネルギー
  - 様々な実験データを用いた絞り込み
     (例:不安定核衝突からのπ生成比、SπRIT 実験、Ikeno+('16))
  - ■「ユニタリーガスが中性子物質エネルギーの下限を与える」との conjecture から対称エネルギーパラメータ(S<sub>0</sub>,L)を制限
    - I. Tews, J.M.Lattimer, AO, E.E.Kolomeitsev (TLOK), ApJ 848 ('17)105





高次対称エネルギーパラメータ

# 高次のパラメータ(2次、3次)はL(1次)と強い相関を持つ K<sub>n</sub> =3.534L - (74.02 ± 21.17)MeV





I. Tews, J.M.Lattimer, AO, E.E.Kolomeitsev (TLOK), ApJ 848 ('17)105



対称エネルギーパラメータ

## ■ 対称エネルギー(中性子物質と対称核物質のエネルギー差)

● 飽和点 & 対称エネルギーパラメータ

 $E_{\rm NM}(u,\alpha) = E_{\rm SNM}(u) + \alpha^2 S(u)$   $E_{\rm SNM}(u) \simeq E_0 + \frac{K_0}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_0}{162}(u-1)^3$   $S(u) \simeq S_0 + \frac{L}{3}(u-1) + \frac{K_s}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_s}{162}(u-1)^3$  $(u = n/n_0, \alpha = (n_n - n_p)/n)$ 







## **Expansion Coefficients**

<b>Coefficients (a,b,c,d) are represented by Saturation and Symmetry Energy Parameters</b>			TLOK
$a_0 = -4T_0$	$+20E_{0}$	$+ K_0$	$-Q_{0}/6$
$b_0 = 6T_0$	$-45E_{0}$	$-5K_{0}/2$	$+Q_0/2$
$c_0 = -4T_0$	$+36E_{0}$	$+2K_{0}$	$-Q_{0}/2$
$d_0 = T_0$	$-10E_{0}$	$-K_{0}/2$	$+Q_{0}/6$
$a_s = -4T_s$	$+20S_0 - 19L/3$	$+ K_s$	$-Q_s/6$
$b_s = 6T_s$	$-45S_0 + 15L$	$-5K_s/2$	$+Q_s/2$
$c_s = -4T_s$	$+36S_0 - 12L$	$+2K_s$	$-Q_s/2$
$d_s = T_s$	$-10S_0 + 10L/3$	$-K_s/2$	$+Q_s/6$
$\left(T_0 = \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_F(m)}{2m}\right)$	$\frac{n_0)^2}{n},  T_s = T_0(2^{1/3} - 1)$	())	

**Tedious but straightforward calc.** 



## **TLOK+2** $M_{\odot}$ constraints

- TLOK 条件
  - (S<sub>0</sub>, L) は5角形内
  - (K<sub>n</sub>, Q<sub>n</sub>)をTLOKの 制限に従って選ぶ
  - K<sub>0</sub>=(190-270) MeV
  - (n<sub>0</sub>,E<sub>0</sub>) は固定 n<sub>0</sub>=0.164 fm-3, E<sub>0</sub>=-15.9 MeV (よく決まっている)
  - Q<sub>0</sub> は対称核物質の密度 2 次項が消えるように選ぶ (u<sup>2</sup> 項があると対称核物質は硬くなりすぎる)

■ 2 M<sub>☉</sub> 条件

。 EOS は  $2M_{\odot}$  中性子星をささえるべし

AO, Kolomeitsev, Lattimer, Tews, Wu (OKLTW), in prog.





## TLOK+2M。条件に基づく状態方程式

- 2M<sub>☉</sub> 条件を加えることで EOS の下限があがる
- 変分計算 (Friedman-Pandharipande, Togashi-Takano) と無矛盾
- APR, GCR 状態方程式は S₀が5角形の外
  - → 第一原理計算の選別へ(?)




Neutron Star MR curve

■ TLOK + 2 M<sub>☉</sub> 条件 → 
$$R_{1.4}$$
=(10.6-12.2) km

OKLTW, in prog.

#### 他の多くの結果と consistent

- LIGO-Virgo (Tidal deformability Λ from BNSM) (10.5-13.3) km *Abbott+('18b)* (9.1-14.0) km *De+('18)* (Λ)
   Neutron Star
- Theoretical Estimates

   (10.7-13.1) km
   Lattimer+, PRep.621('16)127
  - (10.0-13.6) km Annala+,PRL120('18)172703
  - (9-13.6) km Tews+, PRC98 ('18)045804

(12.0-13.6) km

F.J.Fattoyev+(PREX), PRL120 ('18)172702

> Parity violating obs. Large error bar





Time dependence of Neutron Star Radius  $(R_{1,4})$ 





# 原子核の情報 (+2M<sub>o</sub>) から直接的に表した 中性子星物質状態方程式は 重力波からの半径制限と無矛盾。 (2-3)p<sub>o</sub>までは滑らかな外挿が成り立っているようである。



#### **Do I have time ?**

## If it is 30 min. or less, I would like to comment BNSM impact on High-Density Matter !

# Implications to quark-hadron physics in cold dense matter

# **Questions** !

- Hyperon puzzle
  - At what density do hyperons appear  $? \to U_\Lambda^{}= \mu_n$
  - In STANDARD EOS with hyperons with  $U_{\Lambda}(n_0)$ =-30 MeV,  $\Lambda$  appears at n=(2-3)n\_0
  - Density dep. of  $U_{\Lambda}$  is essential.
  - Neutron chemical potential strongly depends on sym. E.
- QCD phase transition in cold dense matter
  - Do we have the first order phase transition in cold dense matter ? If yes, at which density ?
  - Recent high-energy heavy-ion collision data suggest strong softening of EOS at n=(5-10) n<sub>0</sub>.
  - With hadronic matter EOS with L=50 MeV and NJL model, mixed phase would appear at n=(5-10) n<sub>0</sub> in neutron stars.

#### **Neutron Chemical Potential in NS**

- A appears in neutron stars if  $E_{\Lambda}$  (p=0) =  $M_{\Lambda}+U_{\Lambda} < \mu_n$
- **U**<sub> $\Lambda$ </sub> in  $\chi$ EFT (2+3 body) is stiff.
- **But**  $\mu_n$  is larger with TLOK+2M<sub> $\odot$ </sub> constraints



## **Neutron Chemical Potential in NS**

Neutron Chemical Potential

$$\mu_n + M_N = \frac{\partial(nE)}{\partial n_n} = E + u\frac{\partial E}{\partial u} + 2\alpha(1-\alpha)S(u)$$

Single particle potential



# $(\rho, T, Y_{e})$ during SN, BH formation, BNSM



## Isospin & Hypercharge Sym. E in quark matter

■ Two types of vector int. in NJL → Isospin & Hypercharge Sym. E X.Wu, AO, H.Shen, PRC to appear (arXiv:1806.03760)

$$\mathcal{L}_v = -G_0(\bar{q}\gamma_\mu q)^2 - G_v \sum_i \left[ (\bar{q}\gamma_\mu \lambda_i q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\gamma_\mu \lambda_i q)^2 \right]$$

 $E = \alpha^2 S(n) + \alpha_Y^2 S_Y(n) , \ \alpha = -2\langle T_z \rangle / B , \ \alpha_Y = \langle B + S \rangle / B$ 





#### 複素化した変数での汎関数積分を中心に。



符号問題

- 作用が複素数の場合、大きな体積で分配関数がゼロに近付く  $\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}x \, e^{-S(x)} (S(x) \in \mathbb{C}) \rightarrow 0 \ (V \rightarrow \infty)$
- 有限密度格子 QCD では作用が複素数
  - 多くの「面白い」問題が第一原理計算で議論できない 重イオン衝突(√s<sub>NN</sub>=(5-20)GeV)、中性子星、連星中性子星合体、 原子核、…
- 符号問題を乗り越える方法は?
  - ・虚化学ポテンシャルからの解析接続、Taylor 展開

     → 低温・高密度領域には到達出来ない
     (RHIC のエネルギー走査には
     大きな寄与)
  - 強結合格子 QCD
  - ◎ 変数の複素化によるアプローチ







Aoki ('84), Rossi, Wolff ('84), Damagaard, Hochberg, Kawamoto ('85), Mutter, Karsch ('89), Bilic, Karsch, Redlich ('92), Fukushima ('03), Nishida ('03), Kawamoto, Miura, AO, Ohnuma ('07), Miura, Nakano, AO, Kawamoto ('09), Nakano, Miura, AO ('10), de Forcrand, Fromm ('10), de Forcrand, Unger ('11), Misumi, Nakano, Kimura, AO('12), Misumi, Kimura, AO('12), AO, Ichihara, Nakano ('12), Tomboulis ('13), Ichihara, Nakano, AO ('14), Ichihara, Morita, AO ('15)

#### I/g<sup>2</sup> ~ 0 → グルーオン作用が摂動で扱える

- 符号問題はあるが2つの独立な手法でのQCD 相図が一致
- 有限結合定数では、ともに問題あり







Lefchetz thimble method

E. Witten ('10), Cristoforetti et al. (Aurora) ('12), Fujii et al. ('13), Alexandru et al. ('16)

- フロー方程式の解によって積分経路を決定(作用の虚部が一定)  $\mathcal{J}_{\sigma}: \frac{dz_i(t)}{dt} = \overline{\left(\frac{\partial S}{\partial z_i}\right)} \rightarrow \frac{dS}{dt} = \sum_i \left|\frac{\partial S}{\partial z_i}\right|^2 \in \mathbb{R}, \quad \mathcal{C} = \sum_{\sigma} n_{\sigma} \mathcal{J}_{\sigma}$
- 複数の thimble 間で積分が打ち消す場合あり。
- Complex Langevin method Parisi ('83), Klauder ('83), Aarts et al. ('11), Nagata et al. ('16).
  - 複素化した Langevin 方程式により配位生成  $\frac{dz_i}{dt} = -\frac{\partial S}{\partial z_i} + \eta_i(t)(\eta_i : \text{White noize}), \langle \mathcal{O}(x) \rangle = \langle \mathcal{O}(z) \rangle$
  - ●間違った答えに収束する場合あり。

Lefshetz thimble Lefshetz thi



# 経路最適化法(Path optimization method)

Mori,Kashiwa,AO ('17, '18), AO+(Lattice 2017), Kashiwa et al. ('18); Alexandru et al. ('17, '18, '18),Bursa, Kroyter ('18).

■ 平均位相因子 (APF) が大きくなるよう積分経路を最適化

 $APF = \langle e^{i\theta} \rangle_{pq} = \int dx e^{-S} / \int dx |e^{-S}| = \mathcal{Z} / \mathcal{Z}_{pq}$ コスト関数を減らすよう経路を変分

● コスト関数を減らすよう経路を変分  $\mathcal{F}[z(x)] = |\mathcal{Z}| \left( \left| \langle e^{i\theta} \rangle_{pq} \right|^{-1} - 1 \right)$ 

# ■ コーシー (・ポアンカレ) 積分定理→分配関数は経路によらない

- フェルミオン行列式のゼロ点は有効作用の特異点だが ボルツマン重率の特異点ではない(ゼロ点)
- 経路の最適化には様々な手法が利用可能
  - (確率的)最急降下法、ニューラルネットワーク、…





A. Ohnishi @ Kyoto U. Seminar, Dec. 13, 2018 51

 $\boldsymbol{\lambda}$ 

Rez

**Benchmark test:** 1 dim. integral

$$\mathcal{Z} = \int dx (x + i\alpha)^p \exp(-x^2/2)$$

Stat. Weight J e<sup>-S</sup> On Real Axis



#### **On Optimized Path**



#### Observable CLM Nishimura<sub>650</sub>Shimasaki ('15)







- 多変数 (N~10<sup>4-5</sup>)の関数を準備できるか? → 人の手では無理。機械学習。
- ニューラルネットワーク
  - 線形・非線形変換の組み合わせ

$$a_{i} = g(W_{ij}^{(1)}x_{j} + \underline{b}_{i}^{(1)}) \text{ parameters}$$

$$f_{i} = g(W_{ij}^{(2)}a_{j} + \underline{b}_{i}^{(2)})$$

$$z_{i} = x_{i} + i(\alpha_{i}f_{i}(x) + \beta_{i})$$

$$g(x) = \tanh x \text{ (activation fn.)}$$

 Universal approximation theorem 中間層のユニット数を増やせば 任意の関数が表現できる。
 G. Cybenko, MCSS 2 ('89) 303
 K. Hornik, Neural networks 4('91) 251







# "最適"化された径路は異なるが、 重率の大きい固定点近辺ではともにシンブルと一致。

森、修論 (2018); AO, Mori, Kashiwa (Lat 2017)







- 経路最適化法
  - 平均位相因子の増加、期待値の精度向上



Y. Mori, K. Kashiwa, AO, PTEP 2018 ('18), 023B04 [arXiv:1709.03208]





■ 0+1 dim QCD → 有限密度で符号問題 (3+1D と同じ起源)  $S = \frac{1}{2} \sum_{\tau} \left( \bar{\chi}_{\tau} e^{\mu} U_{\tau} \chi_{\tau+\hat{0}} - \bar{\chi}_{\tau+\hat{0}} e^{-\mu} U_{\tau}^{-1} \chi_{\tau} \right) + m \sum_{\tau} \bar{\chi}_{\tau} \chi_{\tau} = \frac{1}{2} \bar{\chi} D \chi$ 

$$\mathcal{Z} = \int \mathcal{D}U \det D[U] = \int dU \det \left[ X_N + (-1)^N e^{\mu/T} U + e^{-\mu/T} U^{-1} \right]$$

 $X_N = 2\cosh(E/T)$ ,  $E = \operatorname{arcsinh} m$ ,  $U = U_1 U_2 \cdots U_N$ , T = 1/N

*Bilic+('88), Ravagli+('07), Aarts+('10, CLM), Bloch+('13, subset), Schmidt+('16, LTM), Di Renzo+('17, LTM)* 

- 2 変数問題にして経路最適化
  - 平均位相因子 0.95 → 0.995
  - 3+1 dim. ( $L^3 \ge N_{\tau}$ ) では  $APF_{3+1} = APF_{0+1}^{L^3}$ 4 x 10<sup>-12</sup> → 0.08 (8<sup>3</sup> x N<sub>\tau</sub>)



AO, Mori, Kashiwa (Lattice 2018)





- 2 変数 (対角化ゲージ)の問題点:分布が6 領域に分離
   → Monte Carlo 計算で均等な配位生成が不可能
- 8 変数リンク変数による Hybrid Monte Carlo → 6 つの領域はつながっている



Mori, Kashiwa, AO, in prep.



「原理的に」ではないが、 実際的に有限密度QCDにおける 符号問題とつきあって 答えが出せる可能性が見えてきた。



まとめ





まとめ

- 4つの方向から高密度核物質の性質解明の研究を進めている
  - 重イオン衝突,ストレンジネス核物理,中性子星物質 EOS,符号問題
  - 実験との連携、異なる課題の橋渡しによる新たな手法の開発
- 高密度核物質の理解が大きく進みつつある
  - ・重イオン衝突 (√s<sub>NN</sub>=(5-20) GeV 領域) において QCD 相転移が起こっている可能性
  - 高エネルギー原子核衝突 (pp, pA, AA) からの粒子相関から 様々なハドロン間力の情報が得られている
  - 原子核物理学における対称エネルギーの決定とともに、
     中性子星半径の観測値制限が進んでいる
  - ◎ 変数の複素化を利用した符号問題への挑戦が続いている
- 重イオン・ハドロン間力・中性子星の一貫した理解と 有限密度格子 QCD から、3 次元 QCD 相図の解明へ!



# Thank you for your attention !







# RHIC における2つの驚き

- RHIC (Relativistic Heavy-Ion Collider)
  2000 年から稼働している重イオン衝突型加速器
  - ・クォーク・グルーオン・プラズマ (QGP) 生成を (ほぼ) 確認
- ・2つの驚き (1): 強結合 QGP
  - ・流体力学が大きな成功、 QGP はほぼ完全流体 ( $\eta/s \sim 1/4\pi$ )。
    - → 高エネルギーで結合定数 g は小さいはずなのに、 小さな平均自由行程が実現

RHIC 稼働前のあるセミナーにて。

"If a miracle happens and the system thermalizes at around  $\tau \sim 0.5$  fm/c, hydrodynamics will work to describe the evolution of QGP."

A miracle happened !



RHIC における2つの驚き (cont.)

- ・2つの驚き (2): 早い熱平衡化
  - ・摂動論的 QCD の予言 (2-5 fm/c) に比べて有意に早い時刻 (0.6-1 fm/c) で熱化が起こり、流体力学的時間発展が進む。
     → なぜ早い?
  - ・高エネルギー重イオン衝突の初期条件

= グラズマ(古典ヤンミルズ場が主要)

むしろ古典ヤンミルズ場自体がエントロピーを作っているのでは?





# ヤンミルズ場のHusimi-Wehrl entropy





# 古典場がエントロピーを持つなら、 輸送係数もあるはずでは?

# 流体の初期条件には古典場の結果を使える。 流体の粘性係数に滑らかにつながるだろうか?





- **Green- 松原公式**  $\eta = \frac{1}{T} \lim_{\omega \to 0} \int_0^\infty dt \int d^3 x e^{i\omega t} \langle T_{12}(\mathbf{x}, t) T_{12}(\mathbf{0}, 0) \rangle$
- 古典統計シミュレーション
  - 古典場を異なる初期条件で多数回計算し、その平均をとる
- T<sub>12</sub>の時間相関は指数関数のテールをもつ。
   [not confirmed in previous work (Homor, Jacovac, ('15))]
- 古典場のずれ粘性は摂動論の結果より大きく、
   最小値よりも1-2 桁大きい
   Shear viscosity



A. Ohnishi @ Kyoto U. Seminar, Dec. 13, 2018 67

# **Exotic Hadron Yields in Heavy Ion Collisions**



Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 68

# Schematic picture of HIC

HIC picture based on the first order phase transition

τ = τ<sub>C</sub>, T=T<sub>C</sub>, V=V<sub>C</sub> → QGP start to hadronize (quark coal.)
 τ = τ<sub>H</sub>, T=T<sub>H</sub>=T<sub>C</sub>, V=V<sub>H</sub> → Hadronization is over (stat. model)
 τ = τ<sub>F</sub>, T=T<sub>F</sub>, V=V<sub>F</sub> → Hadronic Freeze-out (hadron coal.)

 $\begin{tabular}{ccc} \hline RHIC & LHC \\ \hline N_u = N_d & 245 & 662 \\ \hline N_s = N_{\bar{s}} & 150 & 405 \end{tabular}$ 

$N_s = N_{\overline{s}}$	150	405	
$N_c = N_{\bar{c}}$	3	20	
$N_b = N_{\overline{b}}$	0.02	0.8	
$V_C$	$1000~{\rm fm}^3$	$2700~{\rm fm}^3$	
$T_C = T_H$	$175~{\rm MeV}$	$175 { m MeV}$	
$V_H$	$1908~{\rm fm}^3$	$5152~{\rm fm}^3$	
$\mu_B$	$20 { m MeV}$	$20 {\rm MeV}$	
$\mu_s$	$10 { m MeV}$	$10 { m MeV}$	
$V_F$	$11322~{\rm fm}^3$	$30569~{\rm fm}^3$	
$T_F$	$125~{\rm MeV}$	$125 { m MeV}$	





L.W.Chen, V.Greco, C.M.Ko, S.H.Lee, W.Liu, PLB 601('04)34.

Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 69

# **Statistical Model**

Statistical model

$$N_{h}^{\text{stat}} = V_{H} \frac{g_{h}}{2\pi^{2}} \int_{0}^{\infty} \frac{p^{2} dp}{\gamma_{h}^{-1} e^{E_{h}/T_{H}} \pm 1}$$

 $(N_h = dN_h/dy \text{ (y=rapidity), } V_H = Chem. \text{ treeze-out vol.)}$ 

 $\rightarrow$  Successful to predict the hadron yield ratio at RHIC

- Fugacity factor γ
  - u,d,s: chem. equil.
  - c,b: enhanced by initial hard processes

Fugacities of c and b quarks are set to reproduce expected c and b quark numbers.

$$\gamma_h = \gamma_c^{n_c + n_{\bar{c}}} \gamma_b^{n_b + n_{\bar{b}}} e^{(\mu_B B + \mu_s S)/T_H}$$



A. Andronic, P. Braun-Munzinger, J. Stachel, NPA772('06)167.



Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 70

#### L effects: Kanada-En'yo, Muller ('06)

# **Coalescence model**

Yield = Overlap of const. dist. & Hadron intrinsic Wigner func. (Sudden approximation)

Sato, Yazaki (1984), Hwa, Yang (2003), Greco, Ko, Levai (2003), Fries, Muller, Nonaka, Bass (2003), Chen, Ko, Lee (2003)

$$N_h^{\text{coal}} = g_h \int \left[ \prod_{i=1}^n \frac{1}{g_i} \frac{p_i \cdot d\sigma_i}{(2\pi)^3} \frac{\mathrm{d}^3 \mathbf{p}_i}{E_i} f(x_i, p_i) \right] \times f^W(x_1, \cdots, x_n : p_1, \cdots, p_n)$$

Dist. of constituents Intrinsic Wigner func.

Yield in HIC

- Quark & hadron dist. = Transverse Boltzmann + Bjorken Chen, Ko, Liu, Nielsen (2007)
- Hadron intr. Wigner func. = s-wave and p-wave HO w.f. Kanada-En'yo, Muller (2006)

$$N_h^{\text{coal}} \simeq g_h \prod_{j=1}^n \frac{N_j}{g_j} \prod_{i=1}^{n-1} \frac{(4\pi\sigma_i^2)^{3/2}}{V(1+2\mu_i T\sigma_i^2)} \left[ \frac{4\mu_i T\sigma_i^2}{3(1+2\mu_i T\sigma_i^2)} \right]^{l_i}$$

 $\sigma$  = Gaussian width,  $\mu$ =reduced mass, N = constituent yield

• Available structure information  $\rightarrow \sigma$  (or  $h\omega$ )



## Coalescence / Statistical Ratio



UKAWA INSTITUTE FOR

Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 72
## Coalescence / Statistical Ratio

- Normal hadrons: Rcs = (0.2-2) Normal band
- Extended hadronic molecule: Large yield is expected, Rcs > 2. Λ(1405)=KN, KNN, KKN, DNN, ... (hω=(6-50) MeV)
- Compact Multiquark states will be suppressed in HICs, Rcs < 0.2 f<sub>0</sub>/a<sub>0</sub>(qqqq), Θ<sup>+</sup>(uudds), H(uuddss), Θ<sub>cs</sub>(uudsc), ...

*Nonaka et al. (2004, Θ*<sup>+</sup>*)* 



# **Enhancement of Hadronic Molecules: Why ?**

Simple estimate: 2-body, Gaussian w.f. + Thermal dist. of constiuents

$$N_{h} \propto \int \frac{d^{D} x d^{D} p}{(2\pi\hbar)^{D}} \int f_{W}(x,p) f_{th}(x,p) = \left[ \left( \frac{4}{\hbar^{2}} \right) \left( (\Delta p)^{2} + \mu T \right) \left( (\Delta x)^{2} + 2R^{2} \right) \right]^{-D/2}$$

**Constituents (thermal)** 

$$f_{W}(x, p) = \left(\frac{\hbar}{\Delta x \Delta p}\right)^{D} \exp\left(-\frac{x^{2}}{2(\Delta x)^{2}} - \frac{p^{2}}{2(\Delta p)^{2}}\right)$$

Intrinsic

**N**<sub>h</sub> is large when  $f_w$  shape is similar to  $f_{th}$  in phase space.

$$\Delta x : \Delta p = \sqrt{2} R : \sqrt{\mu T} \rightarrow \hbar \omega = \sqrt{\hbar^2 T / 2 \mu R^2}$$

 Example: T=170 MeV, μ=500 MeV (red. mass), R = 5 fm (source size)
 → optimal hω ~ 16 MeV (<< 300-500 MeV)</li>

Large source size & Moderate T prefer extended hadrons



Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 74



,  $f_{\text{th}}(x, p) = \left(\frac{\hbar^2}{2 \,\mathrm{u} \, T R^2}\right)^{D/2} \exp\left(-\frac{x^2}{4 \, R^2} - \frac{p^2}{2 \,\mathrm{u} \, T}\right)$ 

Why are Multi-quark Configs. Suppressed ?

- Hadron yield is sensitive to the structure in coal.
  - Additional q penalty factor

s-wave 
$$\frac{1}{g_i} \frac{N_i}{V} \frac{(4\pi\sigma_i^2)^{3/2}}{(1+2\mu_i T\sigma_i^2)} \sim 0.36$$
  
p-wave  $\frac{1}{g_i} \frac{N_i}{V} \frac{2}{3} \frac{(4\pi\sigma_i^2)^{3/2} 2\mu_i T\sigma_i^2}{(1+2\mu_i T\sigma_i^2)^2} \sim 0.09$ 

Nonaka et al. (2004, Θ<sup>+</sup>) Kanada-En'yo, B. Muller (2006, Λ(1520)) Large V disfavors multi-quarks !



P. Fachini [STAR Collaboration], Nucl. Phys. A 715,462 (2003).



Ohnishi @ Hyp 2012, Oct.1-5, 2012, Barcelona, Spain 75



追加資料



# QCD 一次相転移に伴うEOS の softening



## **Directed Flow with Attractive Orbits**



Nara, Niemi, AO, Stöcker ('16)





**78** A. Ohnishi (a) Kyoto U., Dec. 13, 2018

### Mean Field + Attractive Orbit

Nara, Niemi, AO, Stöcker ('16)



*MF*+*Attractive Orbit make dv*/*dy negative at*  $\sqrt{s_{NN}} \sim 10 \ GeV$ 



# At which density is the softening required ?



Softening is required at  $\rho > 5\rho_0$ 



**QCD** phase diagram (Exp. & Theor. Studies)



QCD phase transition is not only an academic problem, but also a subject which would be measured in HIC or Compact Stars



A. Ohnishi @ Kyoto U. Seminar, Dec. 13, 2018 81

AO, PTPS 193('12)1

# **AA correlation and AA interaction**

#### 追加資料



# Lednicky-Lyuboshits (LL) model

Lednicky-Lyuboshits analytic model

• Asymp. w.f. + Eff. range corr. + 
$$\psi^{(\cdot)} = [\psi^{(+)}]^*$$
  
 $\psi_0(r) \rightarrow \psi_{asy}(r) = \frac{e^{-i\delta}}{qr} \sin(qr+\delta) = S^{-1} \left[ \frac{\sin qr}{qr} + f(q) \frac{e^{iqr}}{r} \right]$ 

$$\Delta C_{\rm LL}(q) = \int d\mathbf{r} S_{12}(r) \left( |\psi_{\rm asy}(r)|^2 - |j_0(qr)|^2 \right)$$
$$= \frac{|f(q)|^2}{2R^2} F_3\left(\frac{r_{\rm eff}}{R}\right) + \frac{2\text{Re}f(q)}{\sqrt{\pi}R} F_1(x) - \frac{\text{Im}f(q)}{R} F_2(x)$$

 $(x = 2qR, R = \text{Gaussian size}, F_1, F_2, F_3 : \text{Known functions})$ Phase shifts

$$q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2}r_{\text{eff}}q^2 + \mathcal{O}(q^4) \rightarrow \delta \simeq -a_0q + O(q^3)$$
$$\sin(qr + \delta) \simeq \sin(q(r - a_0) + \cdots) \qquad \text{Node at } \mathbf{r} \sim \mathbf{a_0}$$
$$\text{for small } \mathbf{q}$$



## **Interaction Dependence of Correlation Function**





#### 追加資料



## Constraints on EOS from GW170817





A. Ohnishi @ Kyoto U. Seminar, Dec. 13, 2018 86

Another way to use Cold Atom EOS

Initary gas EOS は ab initio pure neutron matter EOS の lower bound を与えているように見える。(Conjecture)





Unitary Gas Constraint on Symmetry Energy

対称エネルギー = 純中性子物質エネルギー - 対称核物質エネルギー



## (*p*, *T*) during SN & BH formation



Shen EOS + hyperons

Ishizuka, AO, Tsubakihara, Sumiyoshi, Yamada, JPG 35('08) 085201; AO et al., NPA 835('10) 374.







