

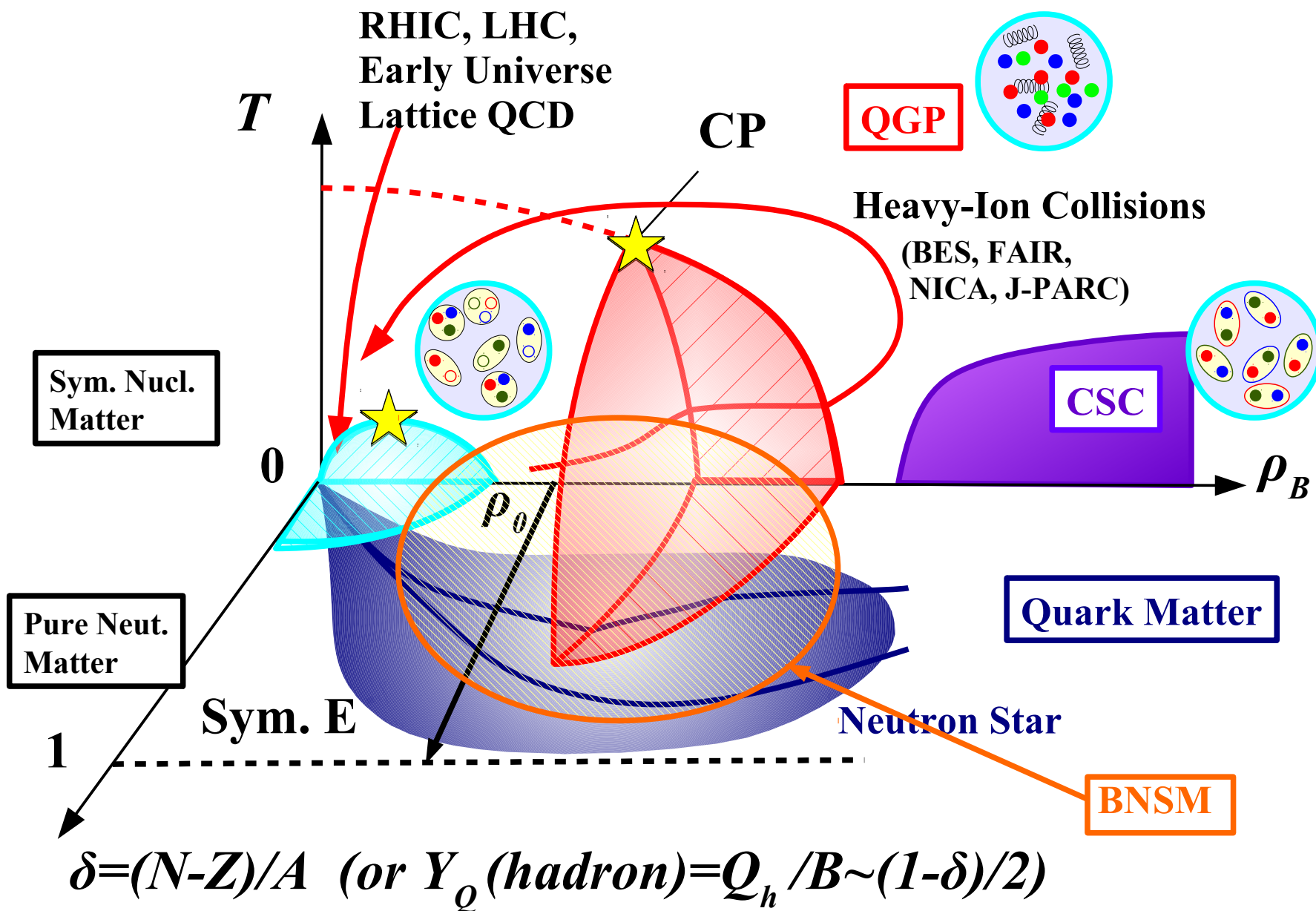
# 重イオン衝突と中性子星で探る 高密度物質の状態方程式と相転移

京都大学基礎物理学研究所 大西 明

京大核理論コロキウム *Apr.24, 2019*



# QCD 相図

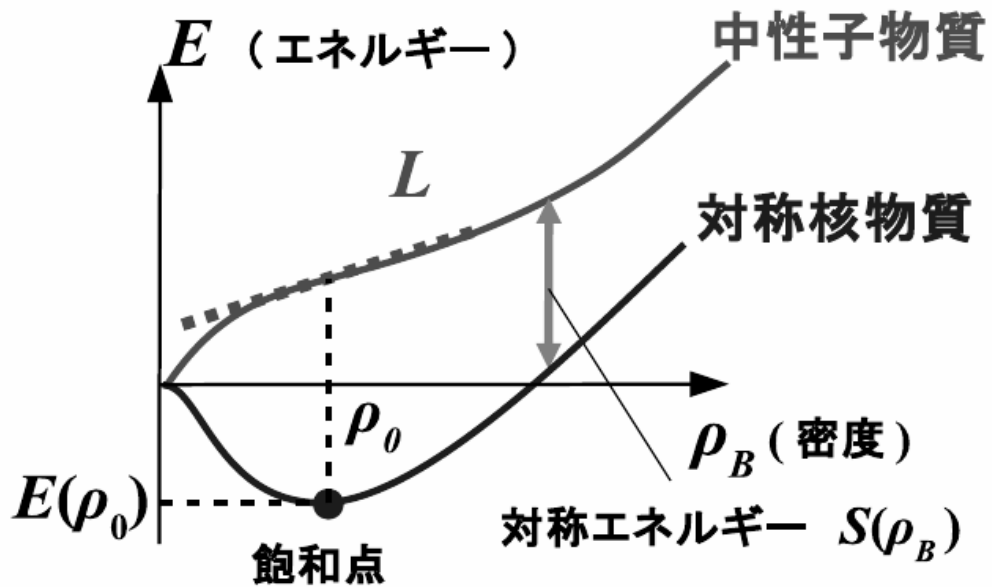


AO, JPS Conf. Proc. 20 (2018), 011035

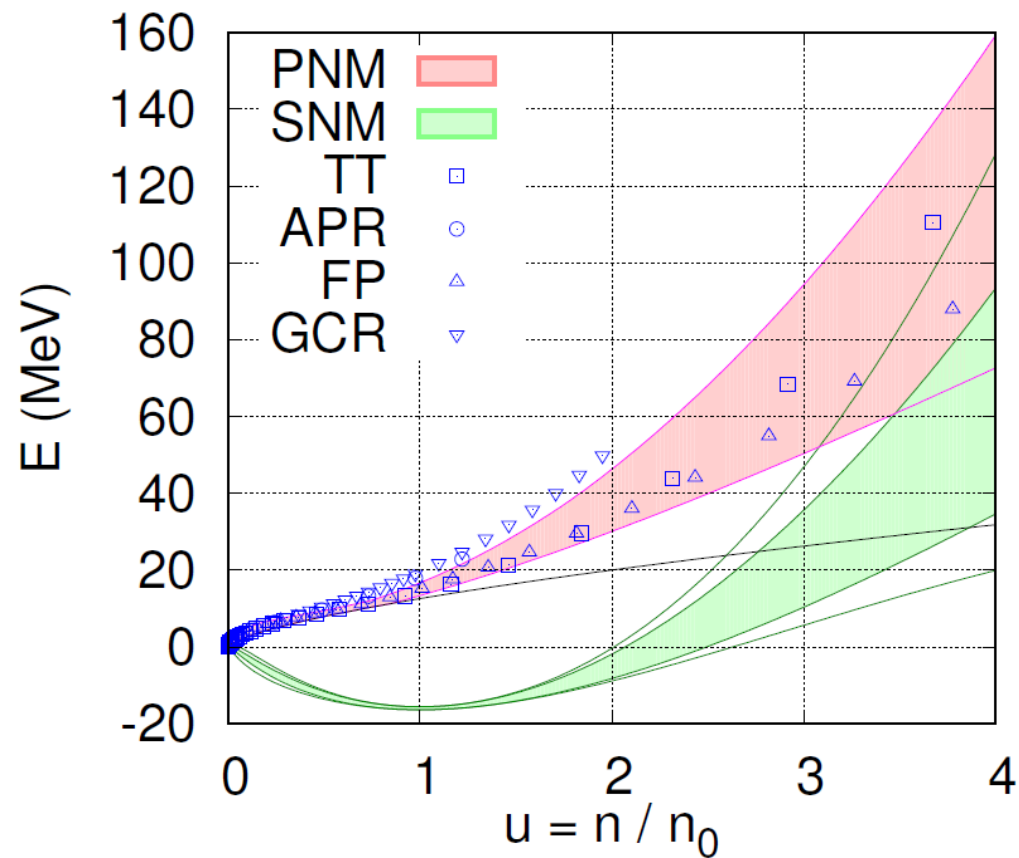
A. Ohnishi @ NT Colloq, Apr. 24, 2019 2

# 核物質状態方程式

## 状態方程式 (EOS)



$$\varepsilon = \rho E, P = \rho^2 \frac{\partial E}{\partial \rho}$$



Based on Tews et al. ('17)

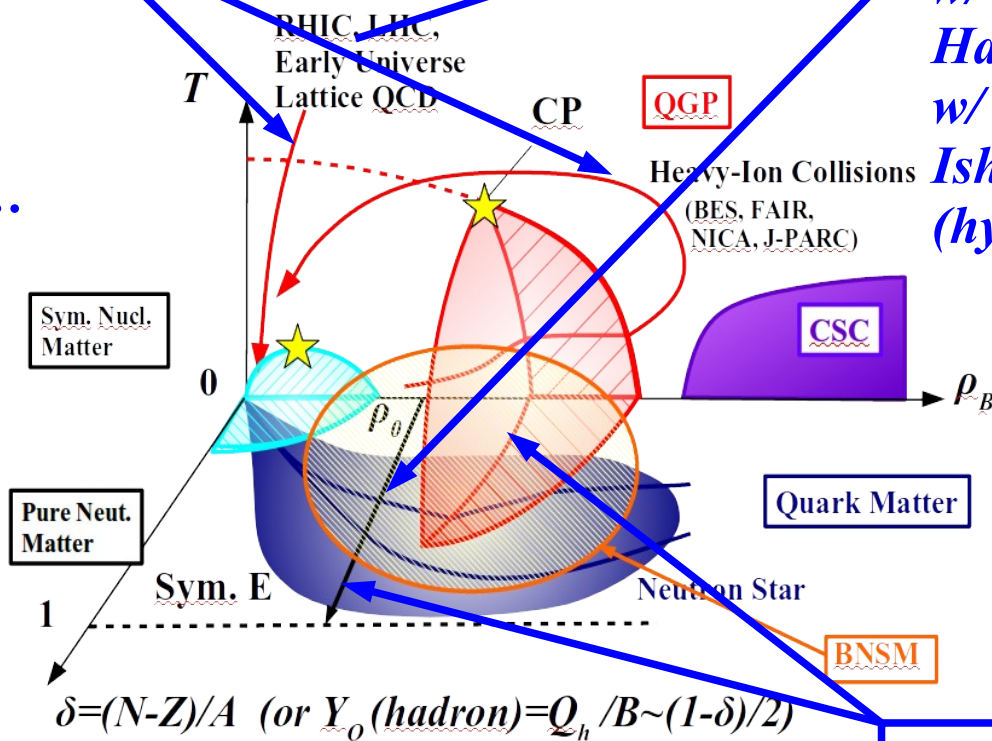
# 高密度核物質の物理

重イオン衝突

w/ Matsuda, Kunihiro,  
Takahashi (init. cond.)  
w/ Nara, Hirano,  
Akamatsu, Kitazawa, ...  
(J-PARC-HI collab)

ストレンジネス核物理

w/ Morita, Kamiya, Hyodo,  
Hatsuda, .. (hh correlation)  
w/ Tsubakihara, Harada,  
Ishizuka, Hirata, Isaka, ...  
(hypernuclei)



QCD 相図と符号問題

w/ Mori, Kashiwa

中性子星の物理

w/ Tews, Lattimer, Kolomeitsev,  
Wu, Shen, ...

# Contents

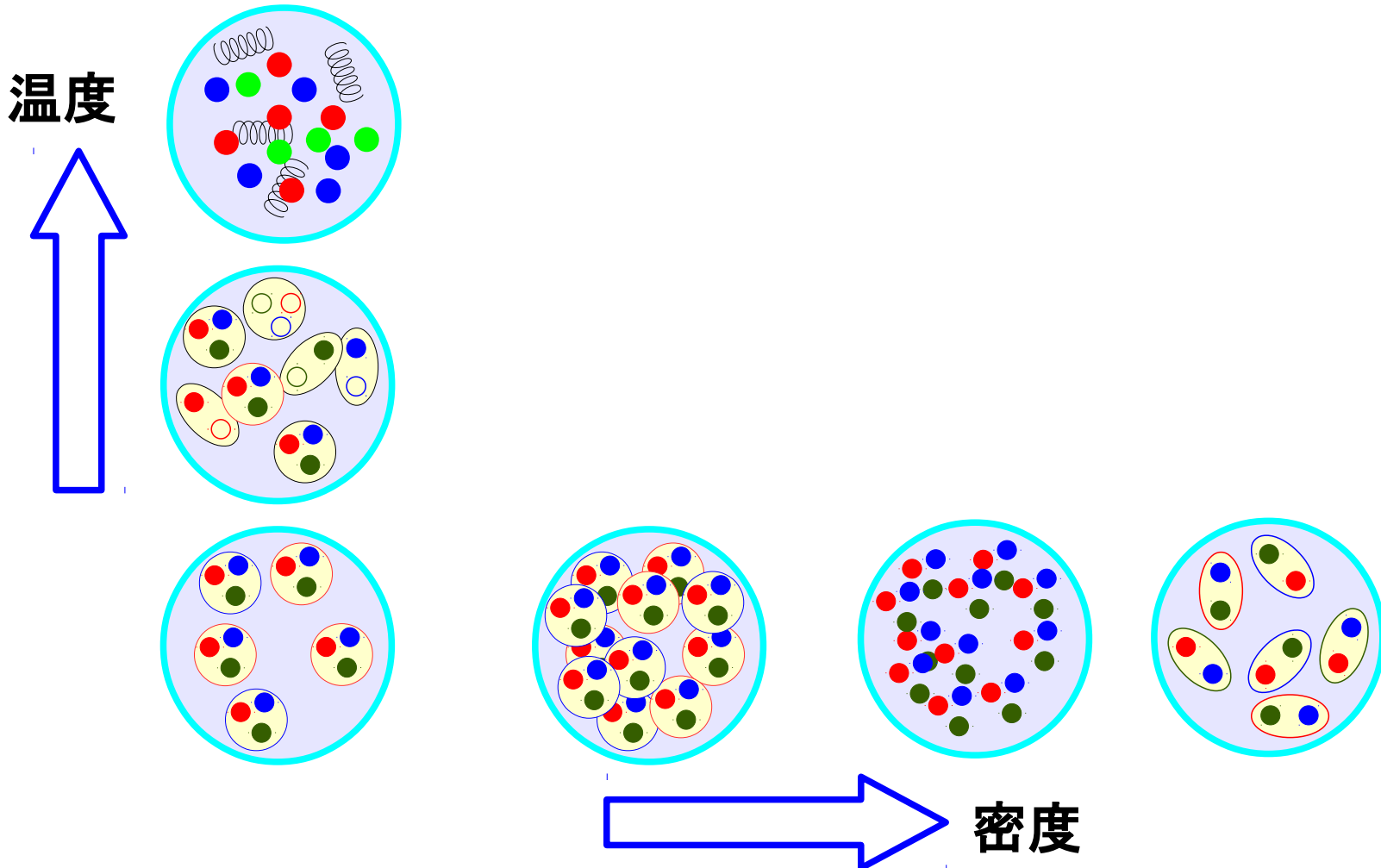
- Introduction
  - QCD 相図と状態方程式
- 重イオン衝突で探る高密度物質の相転移
  - クォーク・グルーオン・プラズマ生成の証拠
  - 1次 or 2次相転移は見えているか？
  - ハドロン輸送模型 & 統合輸送模型での分析
- 中性子星で探る高密度物質の状態方程式
  - コンパクト天体現象と状態方程式
  - 飽和点・対称エネルギーパラメータから状態方程式へ
  - 中性子星半径の制限
- まとめ

# 重イオン衝突で探る 高密度物質の相転移

輸送模型と高密度 QCD 相転移を中心に。

# QCD 相転移

- 漸近的自由性 (大きなエネルギースケールでは結合定数  $\rightarrow 0$ )  
→ 核物質 (ハドロン物質) は、高温・高密度においてはクォーク・グルーオンからなる物質になるはず (QCD 相転移)



# QCD 相転移温度の簡単な評価

- Massless Free Gas (Stefan-Boltzmann 則)

$$P = \frac{\pi^2}{90} T^4 \left( \sum_B g_B + \frac{7}{8} \sum_F g_F \right)$$

- Hadron gas ~ massless free pion gas

$$P_H = \frac{\pi^2}{90} T^4 \times 3$$

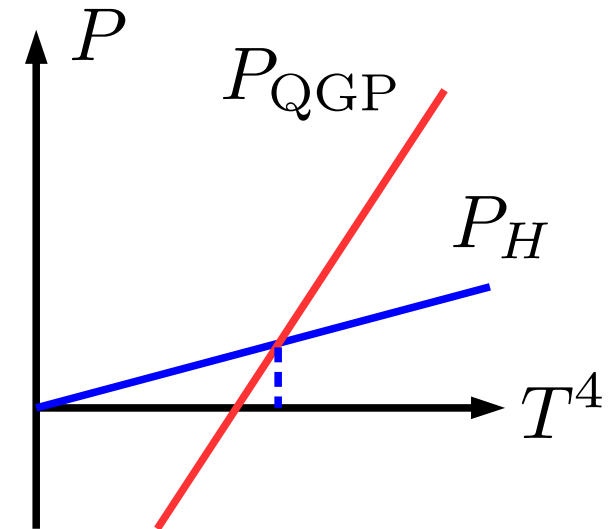
- Quark Gluon Plasma (QGP)

~ (massless free) quarks and gluons + vacuum

$$P_{\text{QGP}} = \frac{\pi^2}{90} T^4 \left( 2 \times (N_c^2 - 1) + \frac{7}{8} \times 4 \times N_c \times N_f \right) - B$$
$$= \frac{\pi^2}{90} T^4 \times 37 - B$$

- QCD 相転移

$$P_H = P_{\text{QGP}} \rightarrow T_c = \left[ \frac{90}{34\pi^2} \right]^{1/4} B^{1/4} \simeq 0.72 B^{1/4} \simeq 158 \text{ MeV}$$

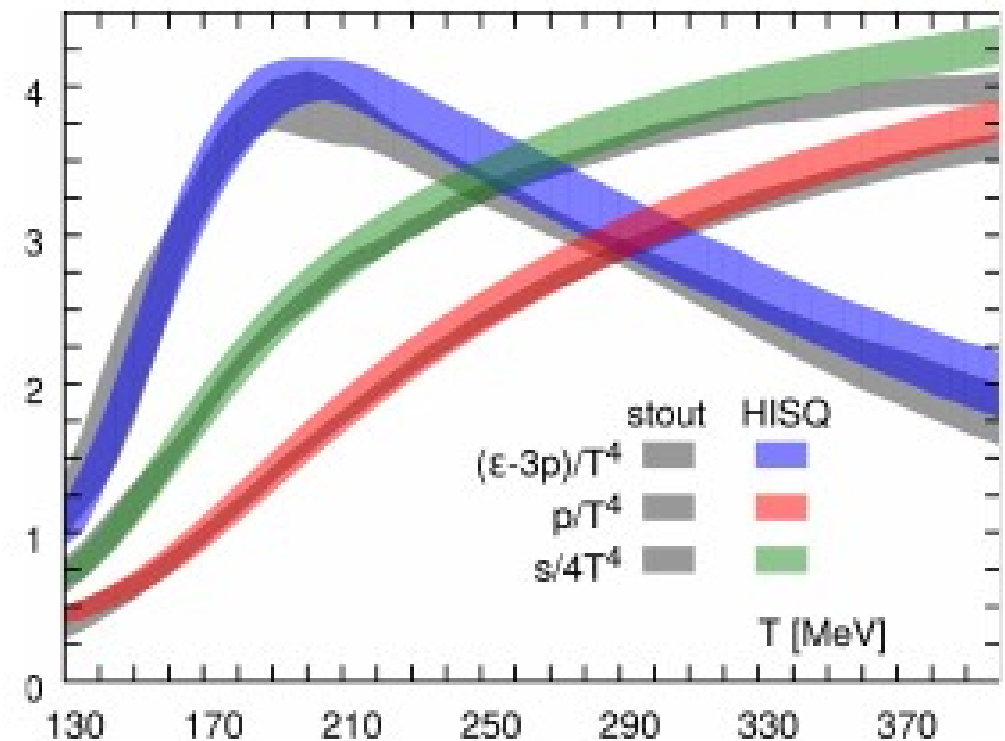




# クォーク・グルーオン・プラズマの発見 (1)

- 量子色力学 (QCD) に基づく第一原理計算  
= 格子 QCD シミュレーション
- 図:  $T^4$  で規格化したエネルギー密度と圧力
- $T = 150\text{-}200$  MeV 程度で  
急激なエネルギー密度の変化
- 圧力はやや滑らかに  
増加していく

→ QGP への相転移  
 $T_c = 154 \pm 9$  MeV

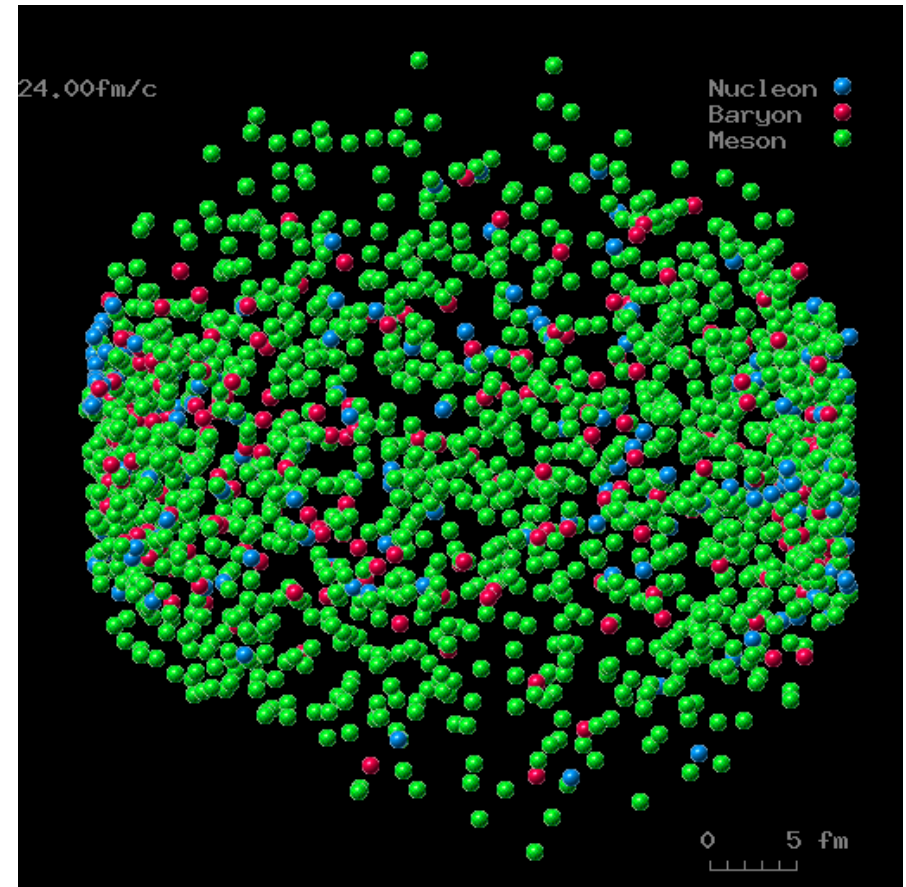
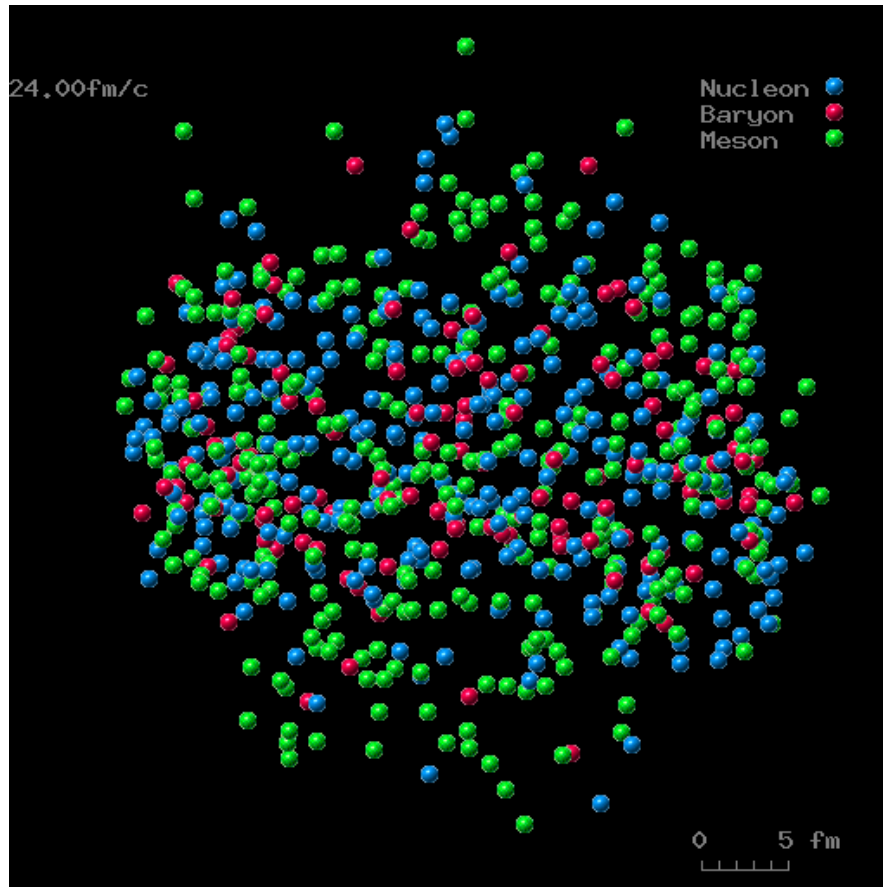


*A. Bazavov et al. [HotQCD], PRD90('14)094503.*  
*S. Borsanyi et al., PLB 730 ('14) 99.*

# How do heavy-ion collisions look like ?

Au+Au, 10.6 A GeV

Pb+Pb, 158 A GeV



$$\sqrt{s_{NN}} \sim 5 \text{ GeV}$$

$$\sqrt{s_{NN}} \sim 20 \text{ GeV}$$

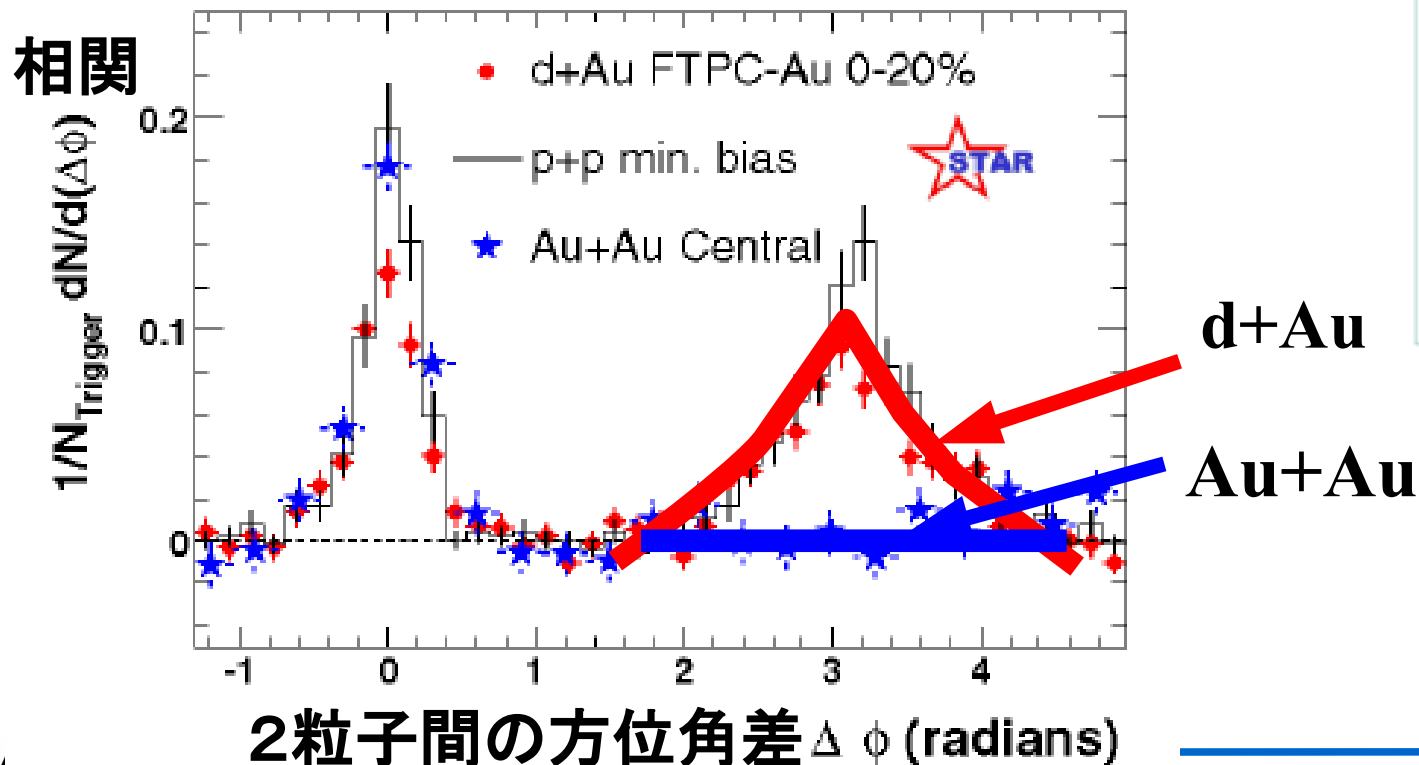
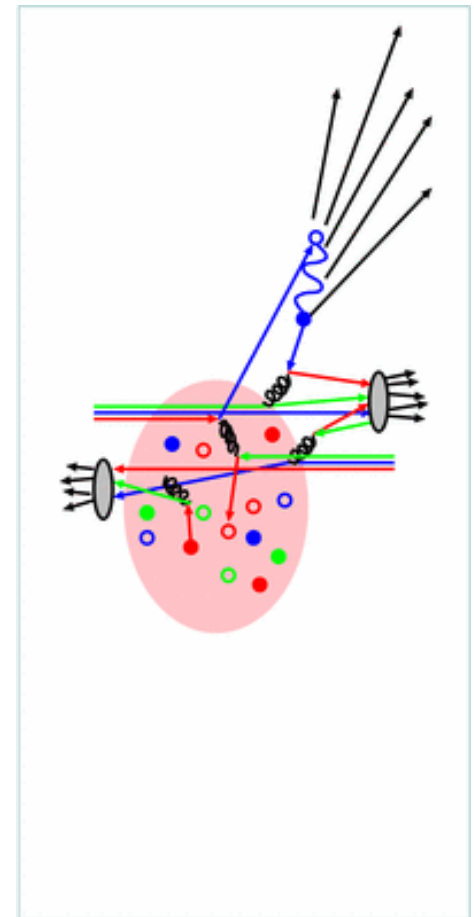
JAMming on the Web <http://www.jcprg.org/jow/>

A. Ohnishi @ NT Colloq, Apr. 24, 2019 10

# クォーク・グルーオン・プラズマの発見 (2)

## ■ QGP 中でのジェットのエネルギー損失

- 真空中ではパートン (クォーク、グルーオン) が激しく散乱 + ハドロン化 → 強い方位角 180 度相関
- QGP が作られると色電荷の分布によりパートンがエネルギーを失う → 後方での方位角相関の消失
- RHIC での実験で d+Au ではそのまま、Au+Au 衝突では後方相関が消失



STAR, white paper

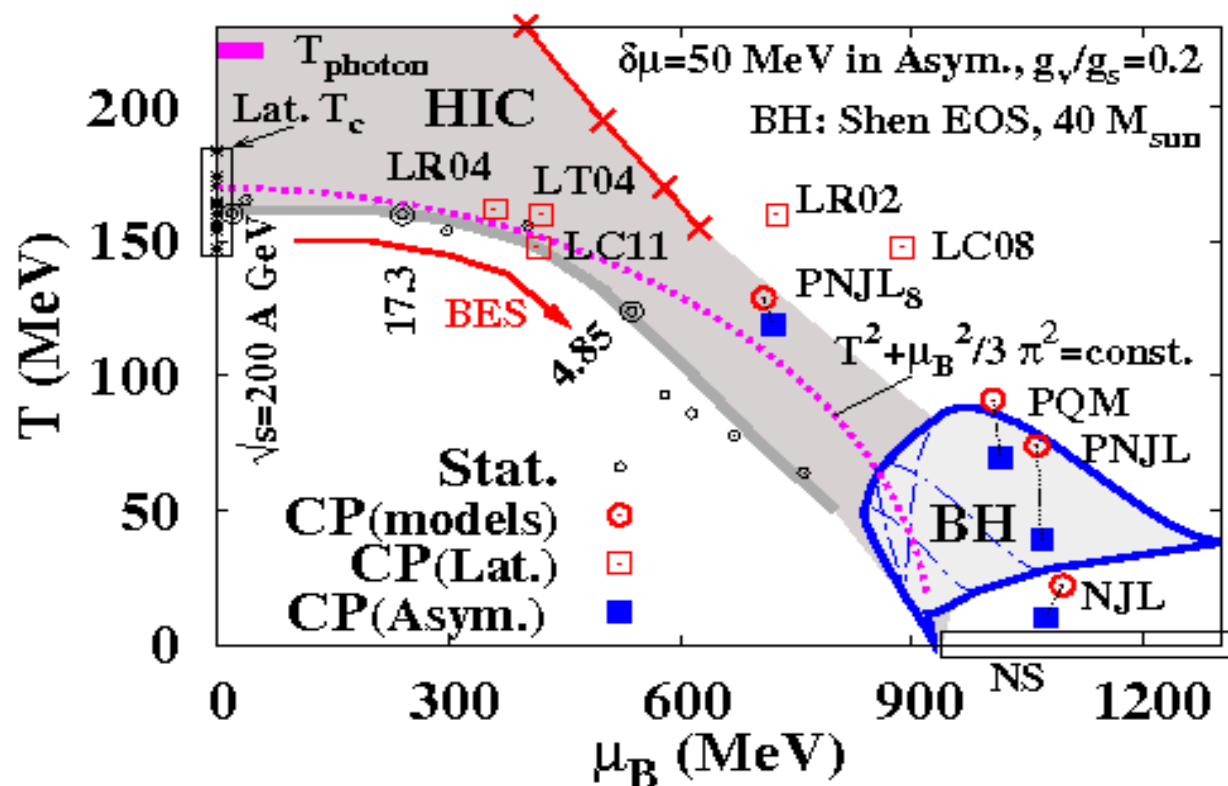
# Chiral Transition at Finite $\mu$

## ■ 格子 QCD 計算

- 符号問題のため、有限密度での精密計算は困難

## ■ 有効模型 (E.g. Nambu-Jona-Lasinio (NJL) 模型)

- 低温では1次相転移の可能性あり → QCD 臨界点
- 低温での相転移次数・臨界点の位置には大きな模型依存性

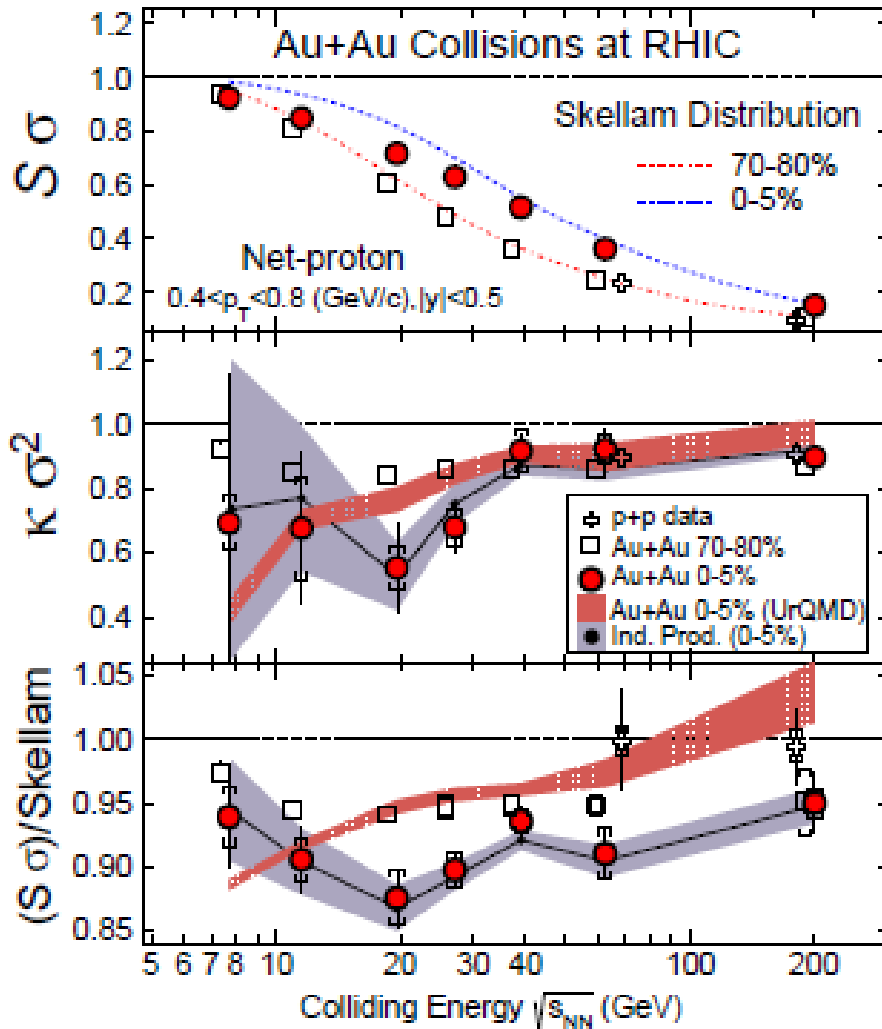


クォーク・グルーオン・プラズマは  
*RHIC* と *LHC* で (多分) 見つかった。

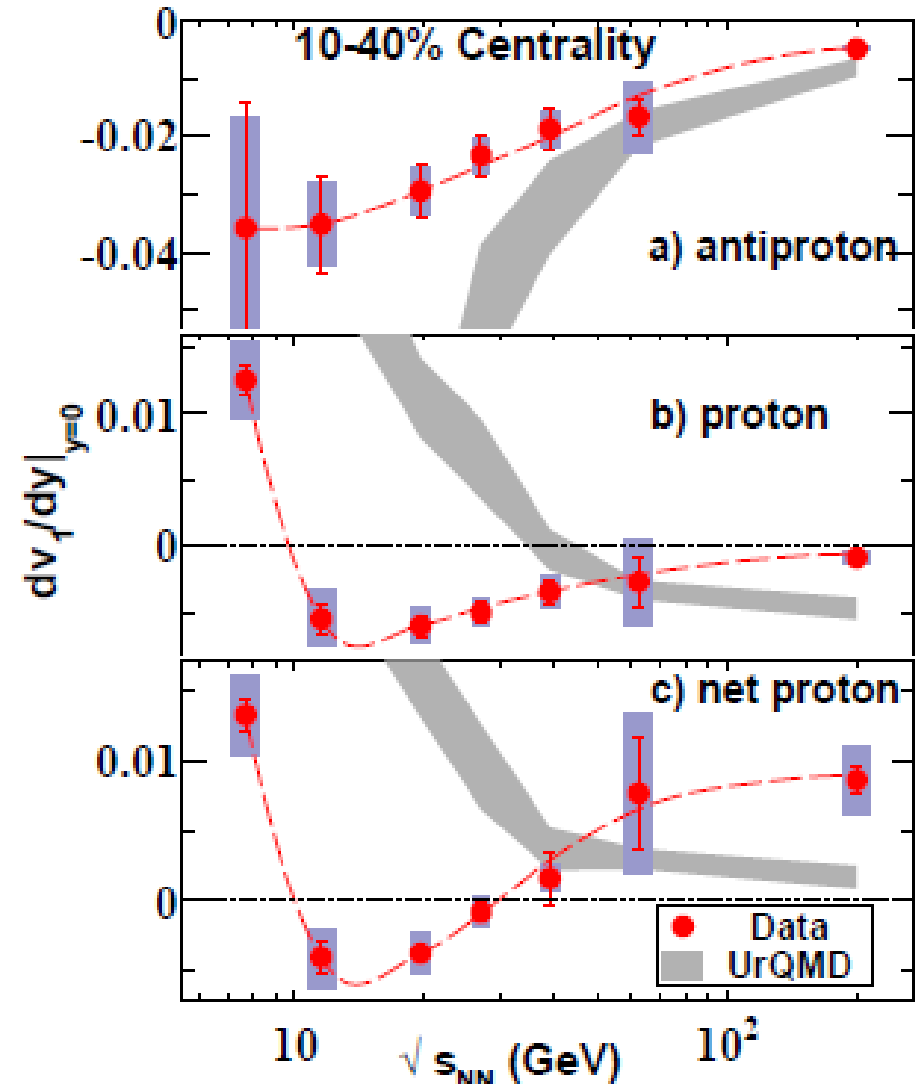
しかし低密度での転移はクロスオーバー  
(真の相転移ではない)  
1次、あるいは2次の *QCD* 相転移は  
人類は見つけられるのか？

# QCD 一次相転移は見たか？

- 衝突エネルギー関数として非単調性が見えている ( $\kappa\sigma^2$ ,  $dv_1/dy$ )



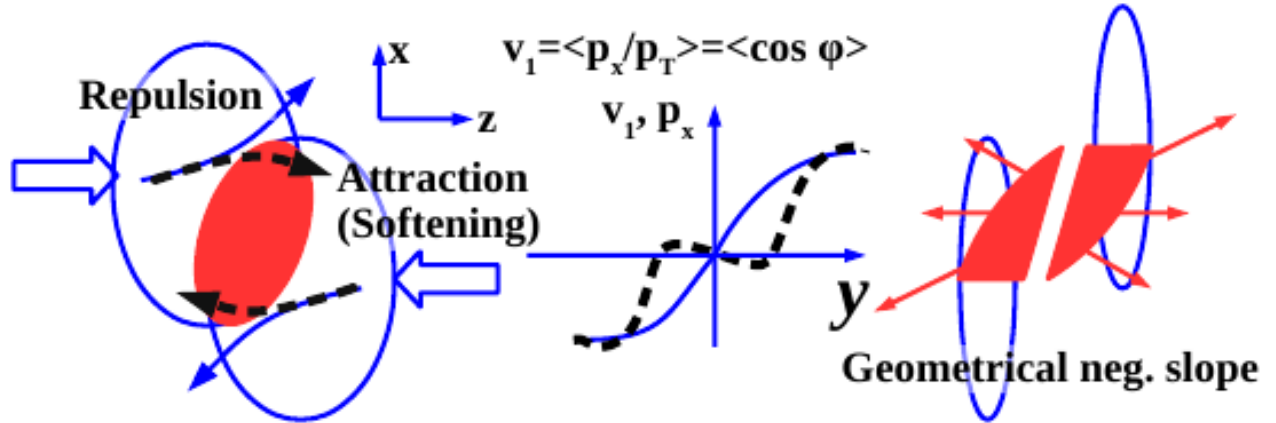
STAR Collab., PRL 112('14)032302.



STAR Collab., PRL 112('14)162301.

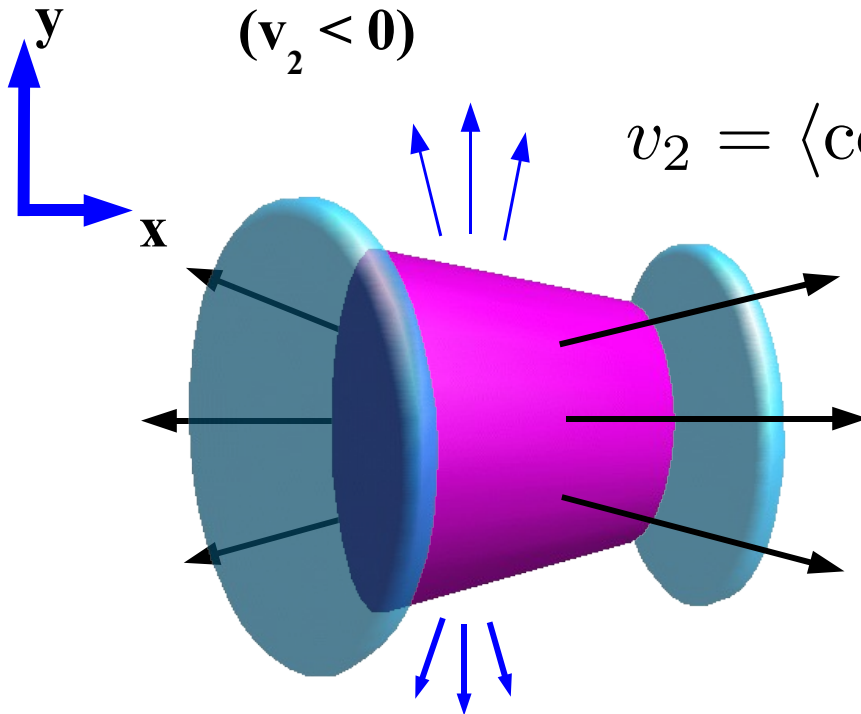
- Directed flow ( $v_1, \langle p_x \rangle$ ), Elliptic flow ( $v_2$ )

→ 衝突初期に作られ、高密度の状態方程式 (EOS) に敏感



Out-of-Plane Flow  
( $v_2 < 0$ )

$$v_2 = \langle \cos 2\phi \rangle$$



In-Plane Flow  
( $v_2 > 0$ )

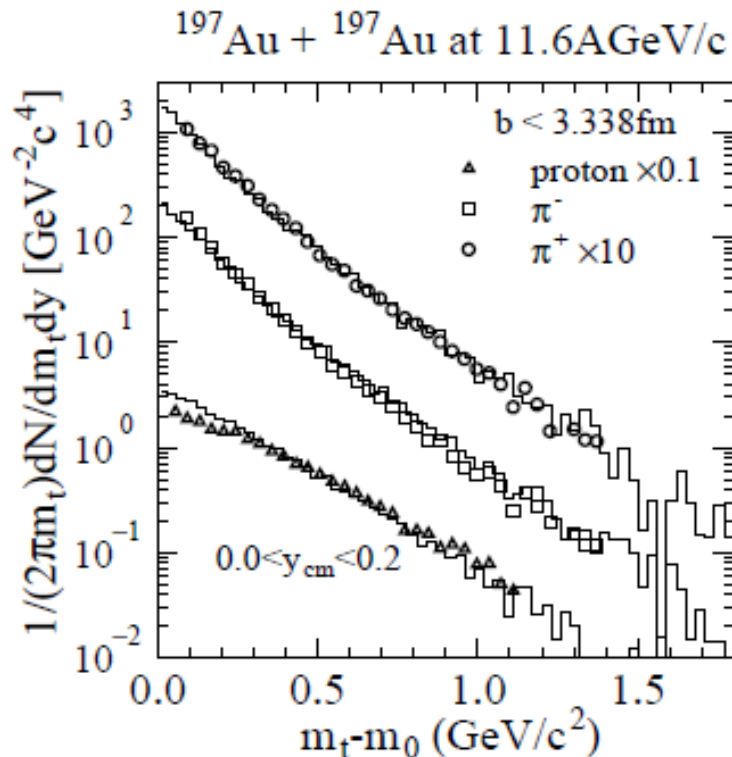


# ハドロン輸送模型 JAM

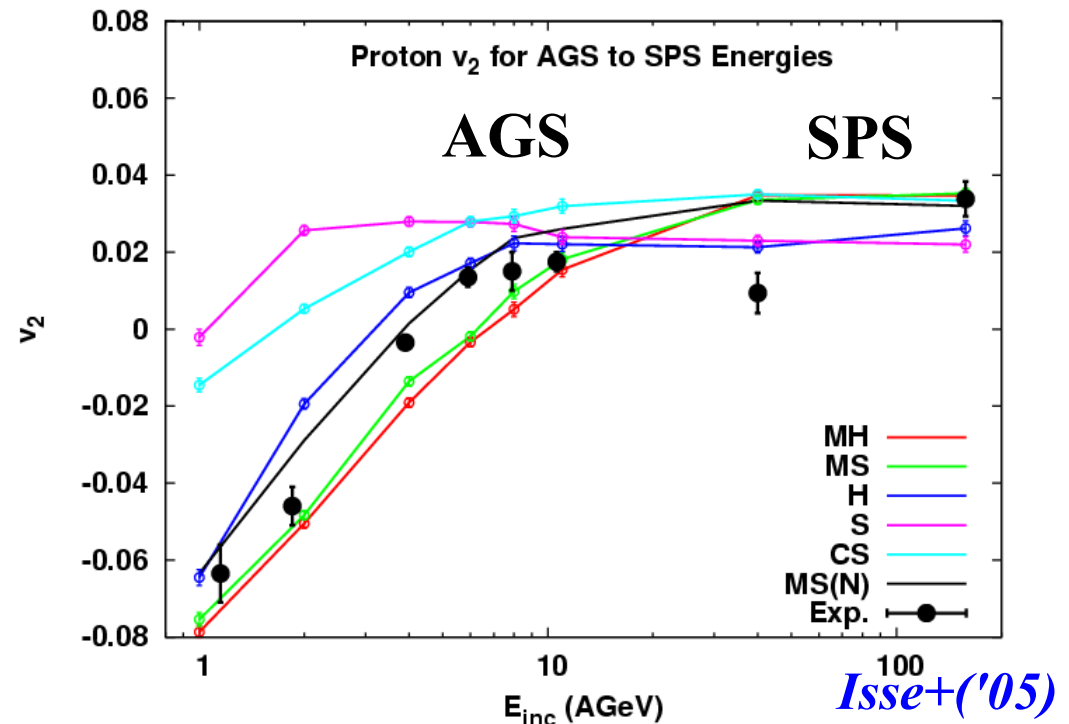
*Y.Nara, N.Otuka, AO, K.Niita, S.Chiba, PRC61('00), 024901*  
*M.Isse, AO, N.Otuka, P.K.Sahu, Y.Nara, PRC72 ('05)064908*

## ■ Event Generator: Jet AA Microscopic transport model (JAM)

- 多くの自由度・素過程を取り入れた輸送模型
- 平均場を導入して  $E_{inc}=(1-158)$  AGeV でのフローをほぼ説明
- しかし  $\sqrt{s_{NN}}=11.5$  GeV での負のフローは説明できない



Nara+('00)





# TDHF and Vlasov Equation

- **Time-Dependent Mean Field Theory (e.g., TDHF)**  $i\hbar \frac{\partial \phi_i}{\partial t} = h\phi_i$

- **Density Matrix**

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_i^{\text{Occ}} \phi_i(\mathbf{r}) \phi_i^*(\mathbf{r}') \quad \rightarrow \rho_W = f \text{ (phase space dist.)}$$

- **TDHF for Density Matrix**

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [h, \rho] \quad \rightarrow \frac{\partial f}{\partial t} = \{h_W, f\} + \mathcal{O}(\hbar^2)$$

- **Wigner Transformation and Wigner-Kirkwood Expansion**  
(Ref.: Ring-Schuck)

$$A_W(r, p) = \int d^3s \exp(-ip \cdot s/\hbar) \langle r + s/2 | A | r - s/2 \rangle$$

$$(AB)_W = A_W \exp(i\hbar\Lambda) B_W, \quad \Lambda = \nabla'_r \cdot \nabla_p - \nabla'_p \cdot \nabla_r$$

( $\nabla'$  acts on the left)

$$[A, B]_W = 2iA_W \sin(\hbar\Lambda/2) B_W = i\hbar \{A_W, B_W\}_{\text{PB}} + \mathcal{O}(\hbar^3)$$

# Test Particle Method

## ■ Vlasov Equation

$$\frac{\partial f}{\partial t} - \{h_W, f\}_{\text{PB}} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f - \nabla U \cdot \nabla_p f = 0$$

## ■ Classical Hamiltonian

$$h_W(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} + U(\mathbf{r}, \mathbf{p})$$

## ■ Test Particle Method (C. Y. Wong, 1982)

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{N_0} \sum_i^{AN_0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_i) \rightarrow \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} = \nabla_p h_W, \quad \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\nabla_r h_W$$

*Mean Field Evolution can be simulated*

*by Classical Test Particles*

*→ Opened a possibility to Simulate High Energy HIC  
including Two-Body Collisions in Cascade*

# BUU (Boltzmann-Uehling-Uhlenbeck) Equation

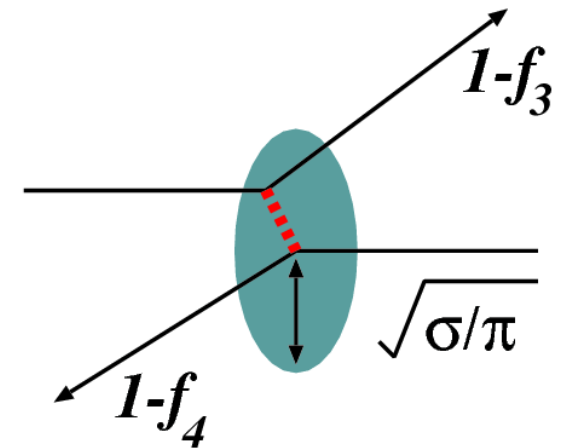
- **BUU Equation** (Bertsch and Das Gupta, Phys. Rept. 160( 88), 190)

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla_r f - \nabla U \cdot \nabla_p f = I_{\text{coll}}[f]$$

$$I_{\text{coll}}[f] = -\frac{1}{2} \int \frac{d^3 p_2 d\Omega}{(2\pi\hbar)^3} v_{12} \frac{d\sigma}{d\Omega} \\ \times [f f_2 (1 - f_3)(1 - f_4) - f_3 f_4 (1 - f)(1 - f_2)]$$

- **Incorporated Physics in BUU**

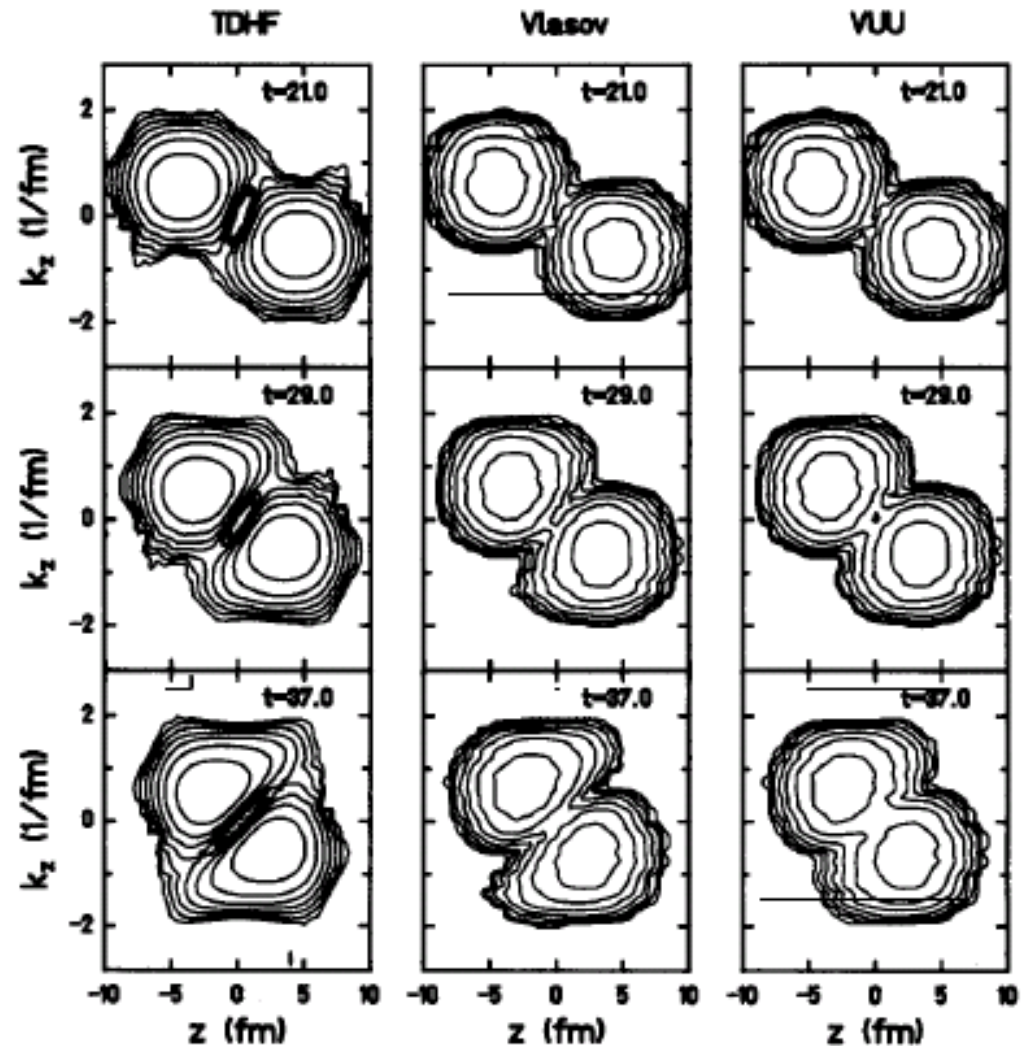
- Mean Field Evolution
- (Incoherent) Two-Body Collisions
- Pauli Blocking in Two-Body Collisions



- *One-Body Observables (Particle Spectra, Collective Flow, ..)*
- ✗ *Event-by-Event Fluctuation (Fragment, Intermittency, ...)*

# Comparison of TDHF, Vlasov and BUU(VUU)

- Ca+Ca, 40 A MeV  
(Cassing-Metag-Mosel-Niita, Phys. Rep. 188 (1990) 363).

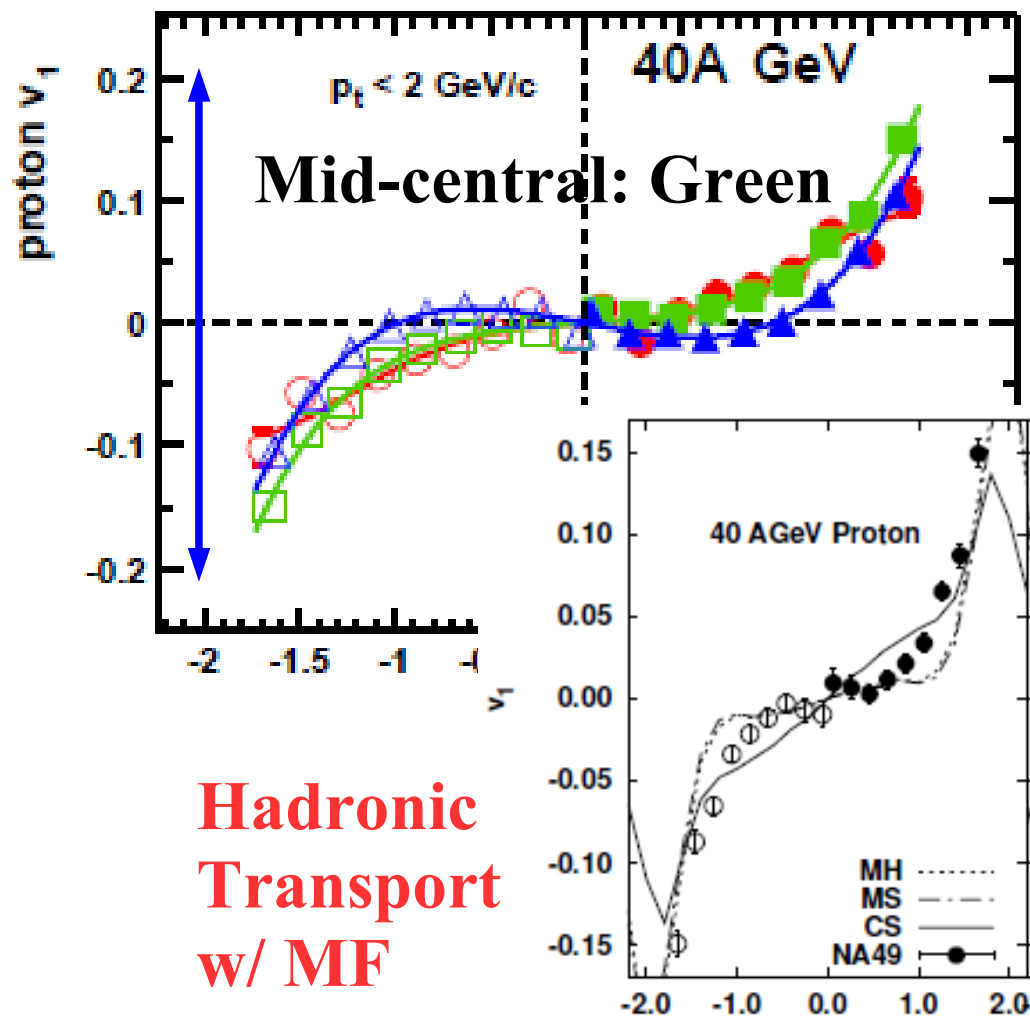


# SPS(NA49) vs RHIC(STAR)

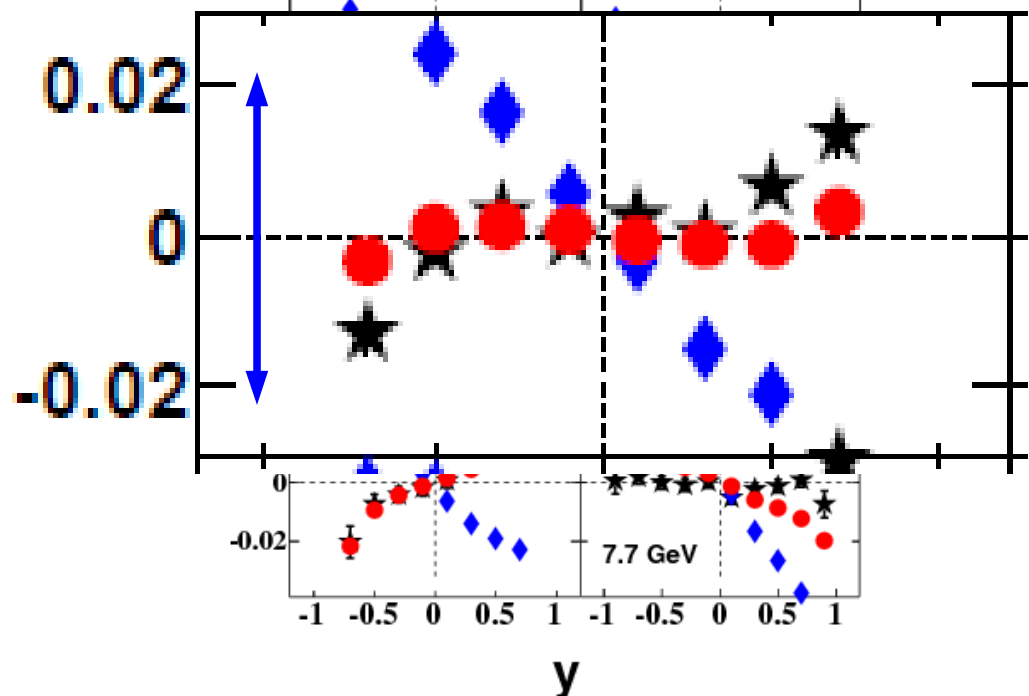
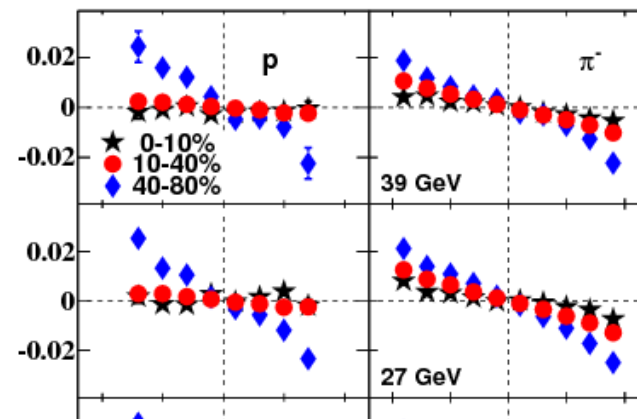
■ SPS (NA49),  $\sqrt{s_{NN}} = 8.9$  GeV

■ RHIC(STAR), 7.7-39 GeV

*C. Alt et al. (NA49), PRC68 ('03) 034903*



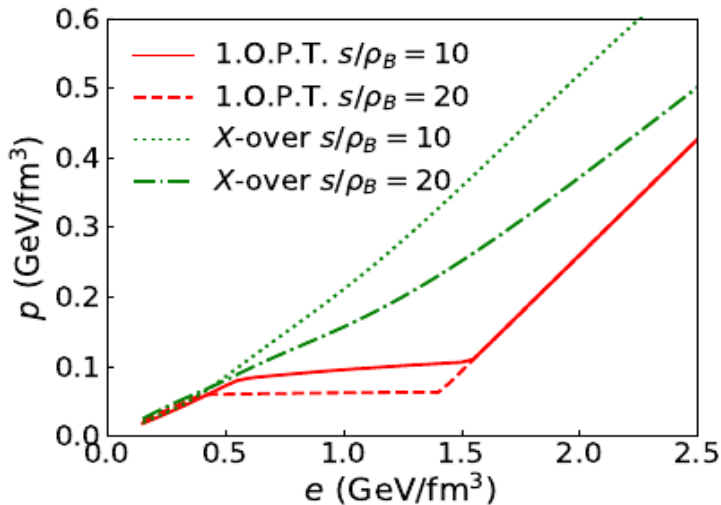
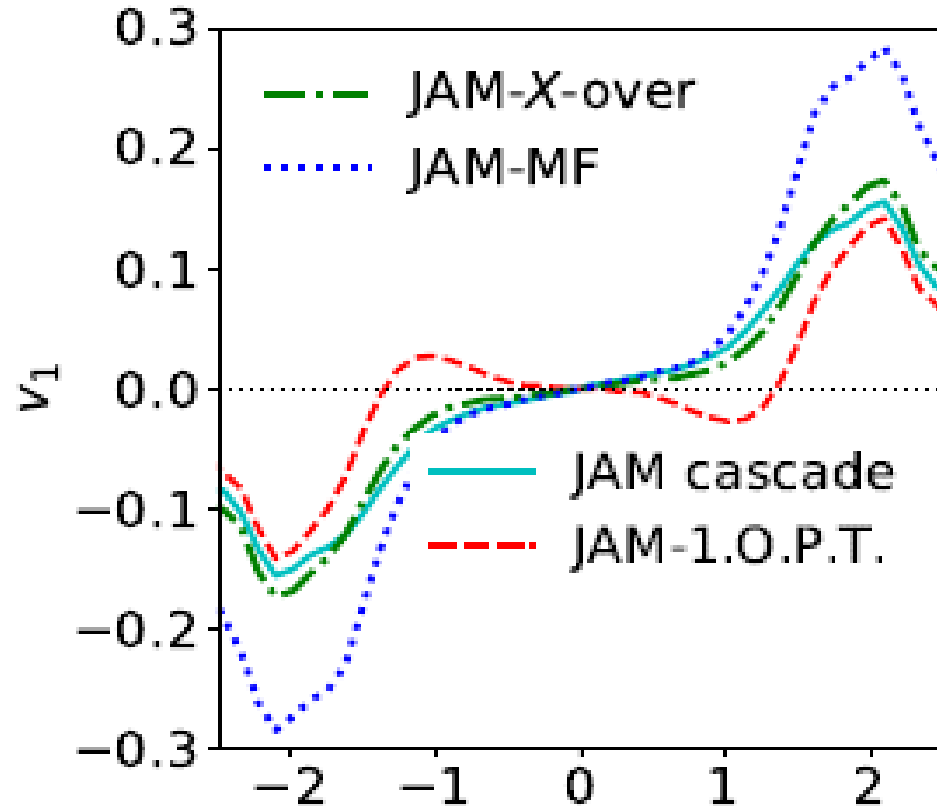
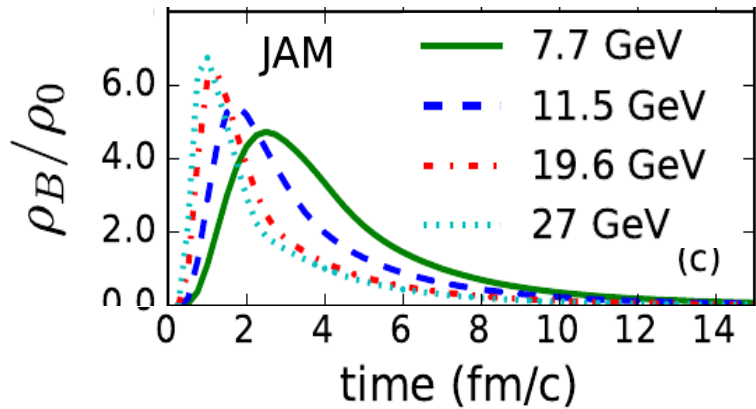
*M.Isse, A.O, N.Otuka, P.K.Sahu, Y.Nara,*  
*PRC72 ('05)064908*



*L. Adamczyk et al. (STAR),*  
*PRL 112(2014)162301*

# 負のフローとEOSの軟化

- ビリアル定理を使って任意のEOSを取り込めるように理論を拡張
- $\sqrt{s_{NN}} = 11.5$  GeVで見られる負のフロー ( $dv_1/dy < 0$ )  
 →  $(5-10)\rho_0$  において急激なEOSの軟化あれば説明可能



*Y.Nara, H.Niemi, AO, H.Stoecker, PRC94('16)034906.*  
*Y. Nara, H. Niemi, AO, J. Steinheimer, X.-F. Luo,*  
*H. Stoecker, EPJA 54 ('18)18*

# ビリアル定理

## ■ Virial

$$G = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{r}_i$$

$$\rightarrow \frac{dG}{dt} = \sum_i \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{v}_i - \sum_i \nabla_i U \cdot \mathbf{r}_i + \frac{1}{\Delta t} \sum_{\text{collision}} \mathbf{q}_i \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) = 3VP$$

**Kinetic**                      **Potential**                      **Pressure from Collisions**

## ■ Attractive / Repulsive Orbit Scatterings

- 通常は散乱角はランダム → 衝突項の圧力への影響はゼロ
- Attractive orbits →  $\Delta P < 0$  (softening)
- Repulsive orbits →  $\Delta P > 0$  (hardening)

## ■ Boltzmann Eq. simulating a given EOS

$P > P(\epsilon) \rightarrow$  Attractive orbit,  $P < P(\epsilon) \rightarrow$  Repulsive orbit  
衝突が十分に頻繁であれば、ボルツマン方程式だけでポテンシャル効果をシミュレートできる！

---

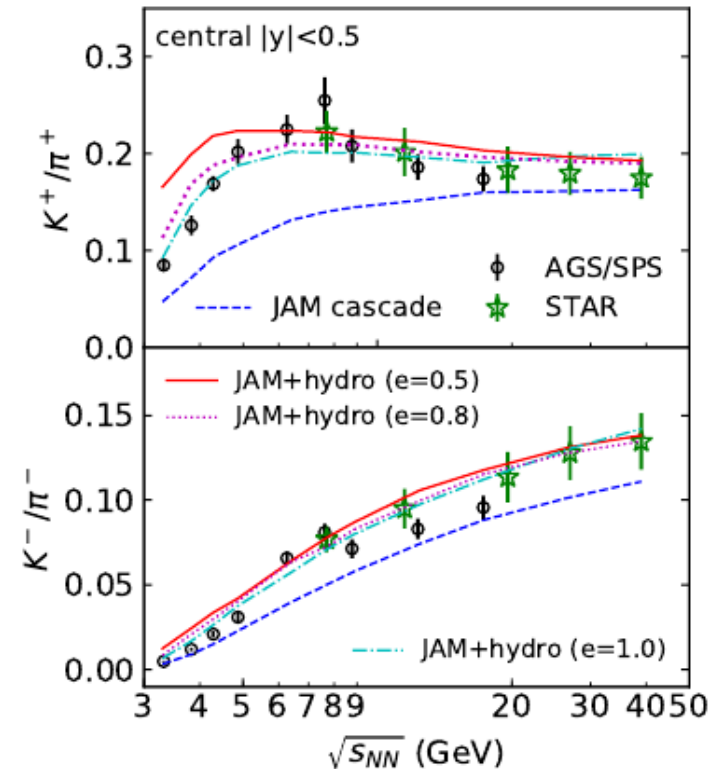
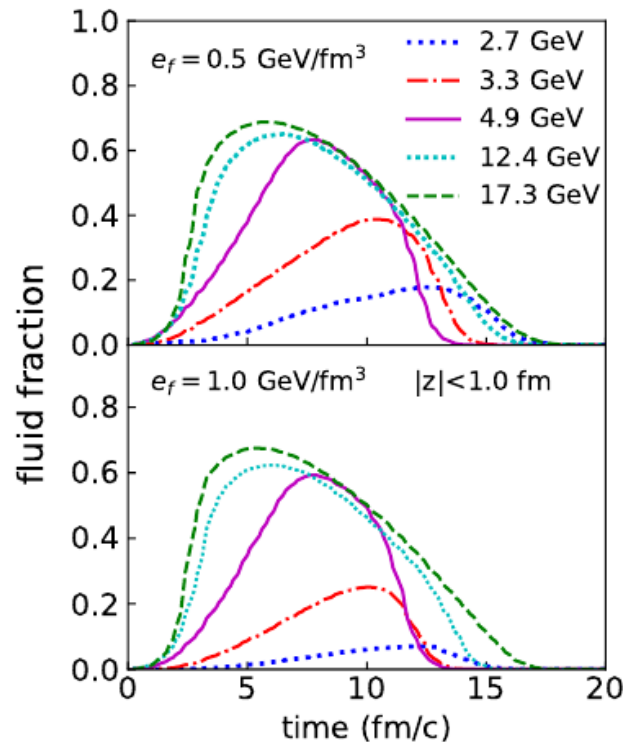
$(5-10)\rho_0$  で  $QCD$  相転移がありそう。  
軟化が必要なことから (対称核物質では)  
1 次相転移が想定される！



# 粒子・流体の統合模型

## ■ 統合輸送模型

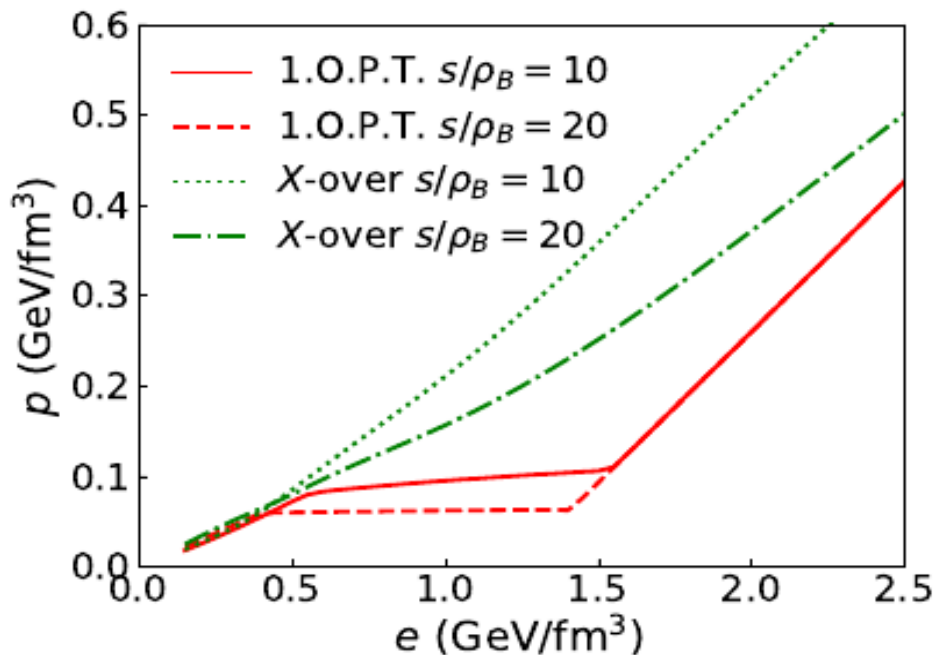
- 粒子の集合からスタート。
- 高エネルギー密度領域で生成された粒子は流体を作るが、leading particle は粒子のまま扱い、衝突を繰り返す。
- 粒子比は実験データをよく再現。フローは ....



*Y. Akamatsu, M. Asakawa, T. Hirano, M. Kitazawa, K. Morita, K. Murase, Y. Nara, C. Nonaka, AO, PRC 98 ('18), 024909*

# 粒子・流体の統合模型 : *To do list*

- 粒子と流体の時間発展を同時に解き、その遷移も記述  
→ Good !
- 遷移以外の粒子・流体の相互作用無視 !
  - 流体中の粒子の運動 ( 圧力勾配の影響、エネルギー損失 )
- 使われている状態方程式は「核物質」状態方程式としては不十分
  - EOS-Q: 1st order p.t. at  $\varepsilon \sim 0.5 \text{ GeV}/\text{fm}^3$ . 飽和性なし ( 斥力のみ ) 。



# 中性子星で探る 高密度物質の状態方程式

対称エネルギーと中性子星半径を中心に。

# 連星中性子星合体

## ■ GW170817

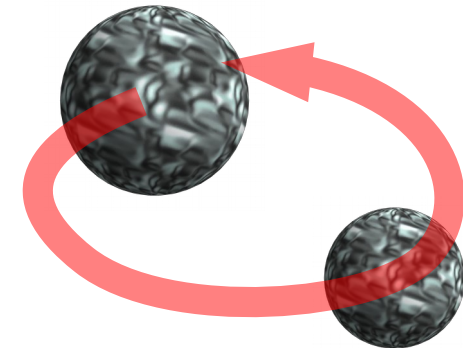
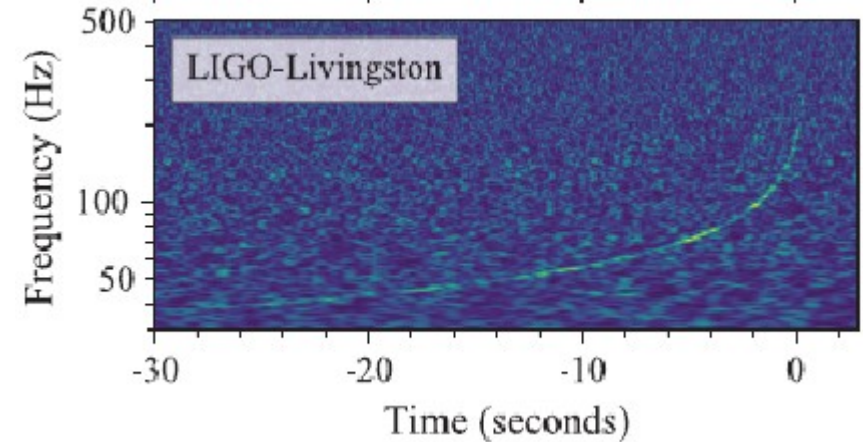
*B. P. Abbott et al. (LIGO and Virgo)*  
*PRL 119, 161101 (2017)*

- 質量和  $M = 2.74^{+0.04}_{-0.01} M_{\odot}$
- それぞれの質量 1.17-1.60  $M_{\odot}$   
→ 連星中性子星合体  
(Binary Neutron Star Merger)
- Gamma Ray Burst (GRB170717A) が  
1.7 s 後に起こる。  
→ GRB の起源 ( の一つ ) を特定

● inspiral ( 徐々に近づいていく段階 ) における振動数変化を観測  
→ 中性子星半径を制限

- 放出された物質の速度から中性子星の最大質量を制限  
*M. Shibata et al., 1710.07579*  
 $M_{\max} = (2.15-2.25) M_{\odot}$  (c.f. ハイペロンパズル)

- r- 過程元素生成の示唆



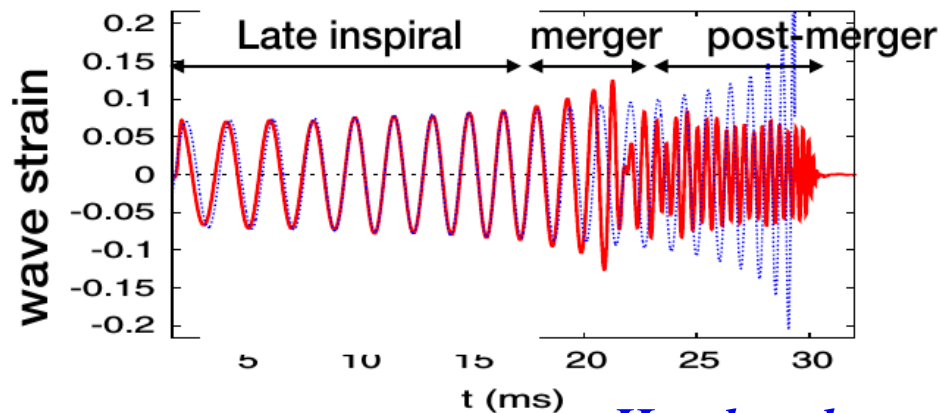
# 重力波から中性子星半径へ

■ Inspiral phase での重力波 → 潮汐変形により位相が進む

● Tidal deformability  $Q_{ij} = -\lambda E_{ij}$  ,  $\lambda = \frac{\Lambda}{G} (GM/c^2)^5$

● 大きな半径 (硬い EOS) → 変形しやすい → 大きな  $\Lambda$

● 中性子星半径は対称エネルギーパラメータ ( $S_0, L$ ) に大きく依存  
→ 高次のパラメータの影響は？



*Hotokezaka*

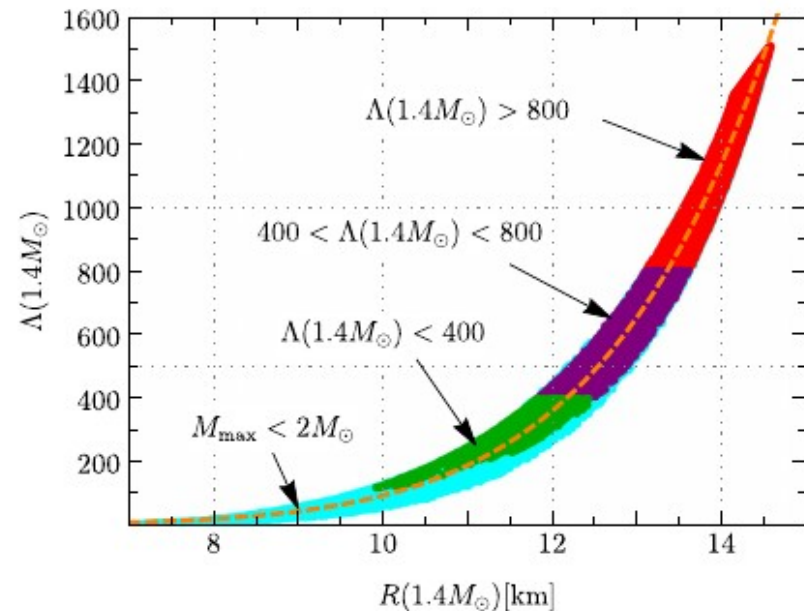
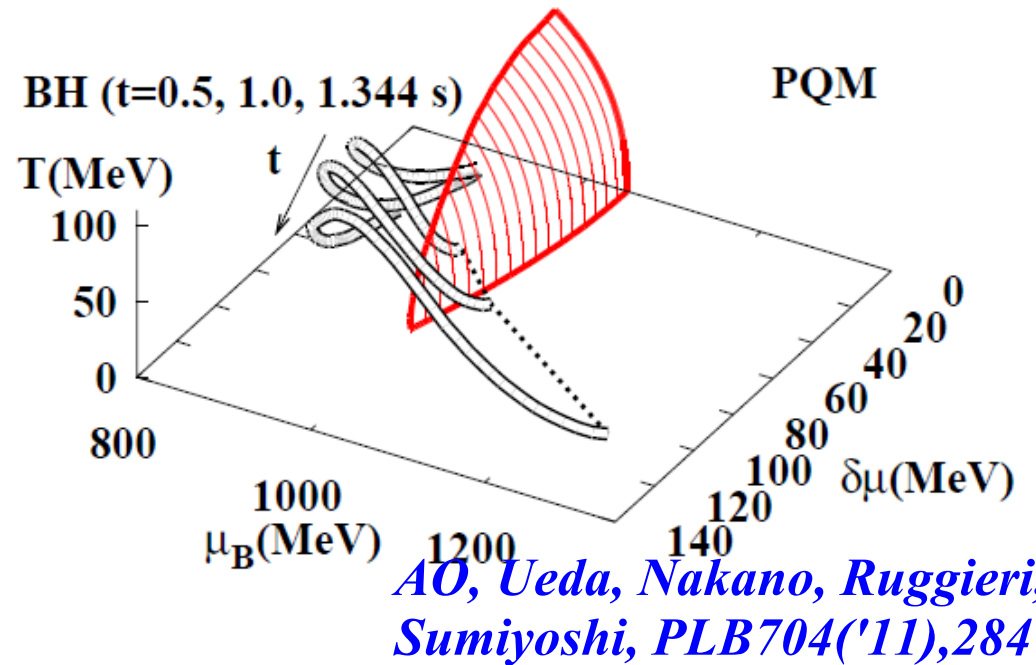
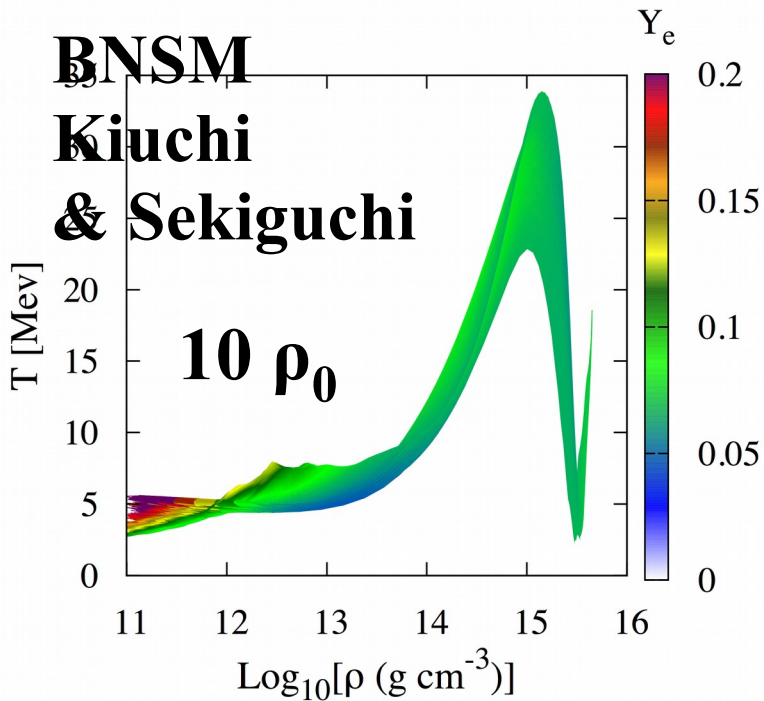
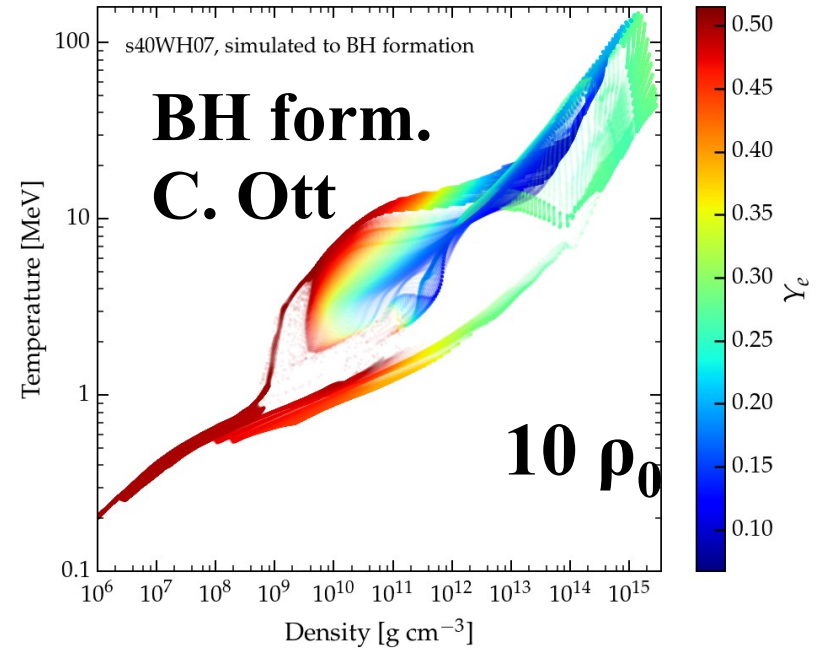
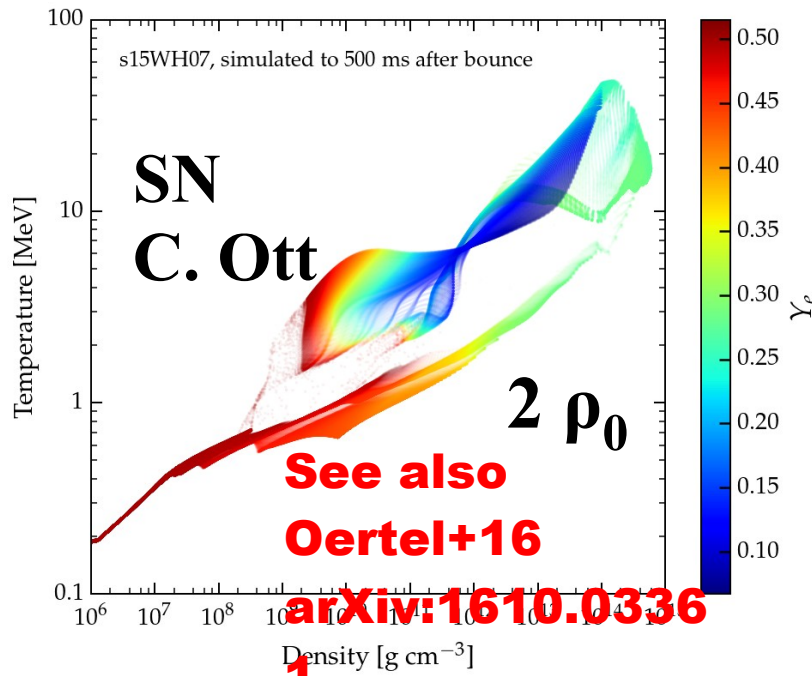


FIG. 2. The  $\Lambda$  values for stars with  $M = 1.4 M_{\odot}$  as functions of the corresponding radius. The color coding follows Fig. 1, while the orange dashed line  $\Lambda = 2.88 \times 10^{-6} (R/\text{km})^{7.5}$  has been included just to guide the eye.

(R-A) *E. Annala+*, *PRL*120('18)172703



# $(\rho, T, Y_e)$ during SN, BH formation, BNSM



# 中性子星の構造

- 中性子星の内側は見えないのに、  
どうやって組成がわかるのですか？  
→ 質量や半径からある程度推測できます。

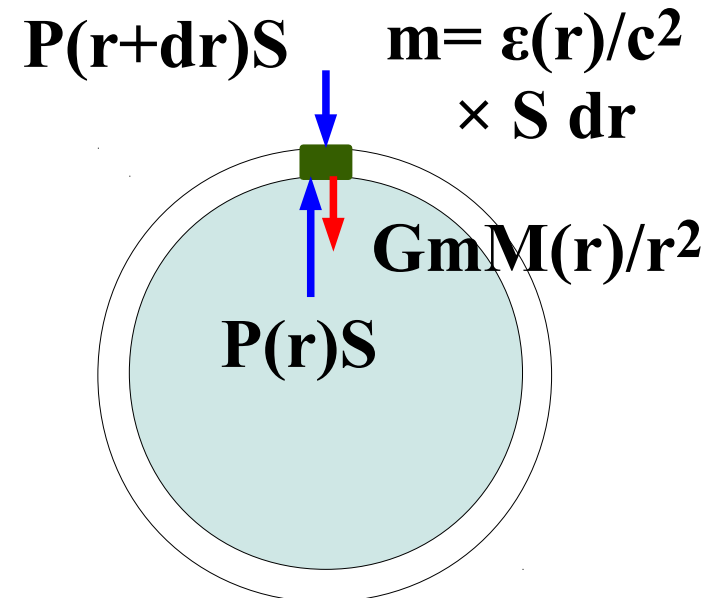
- 静水圧平衡  
小さな箱を考えて、  
外の圧力 + 重力 = 内の圧力

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M \epsilon / c^2}{r^2}$$

- Tolman-Oppenheimer-Volkoff 方程式  
(一般相対論補正を含む静水圧平衡)

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{(\epsilon / c^2 + P / c^2)(M + 4\pi r^3 P / c^2)}{r^2 (1 - 2GM / rc^2)}$$

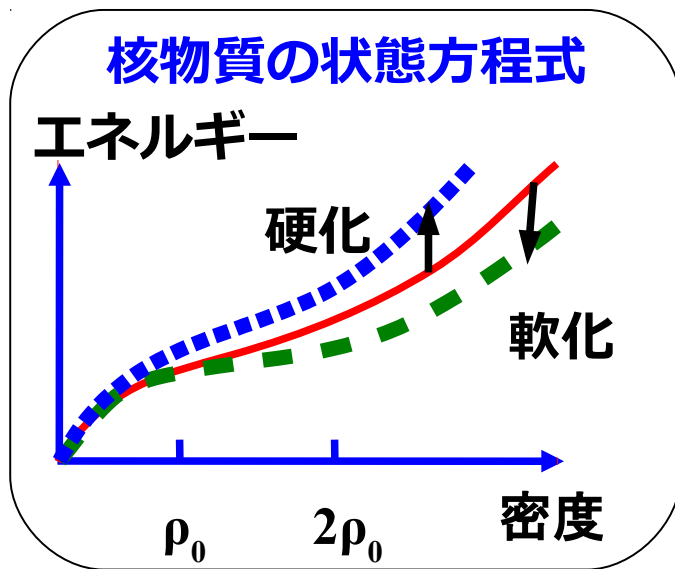
$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \epsilon / c^2, \quad P = P(\epsilon) \quad (\text{EOS})$$



$M(r)$ :  $r$  までの質量  
 $\epsilon(r)$ : エネルギー密度  
 $P(r)$ : 圧力

# 状態方程式とMR(質量-半径)曲線

- 状態方程式が与えられると質量と半径の関係 (MR 曲線) が一意的に求まる。  
→ 中性子星の MR 曲線は相互作用モデルを判別する

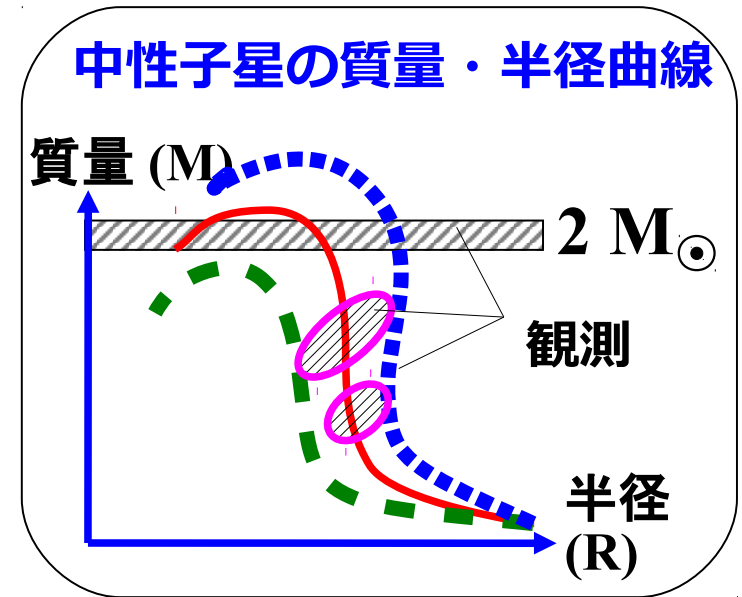


予言

TOV 方程式

$$\frac{dP}{dr} \simeq - \frac{GM \epsilon / c^2}{r^2}$$

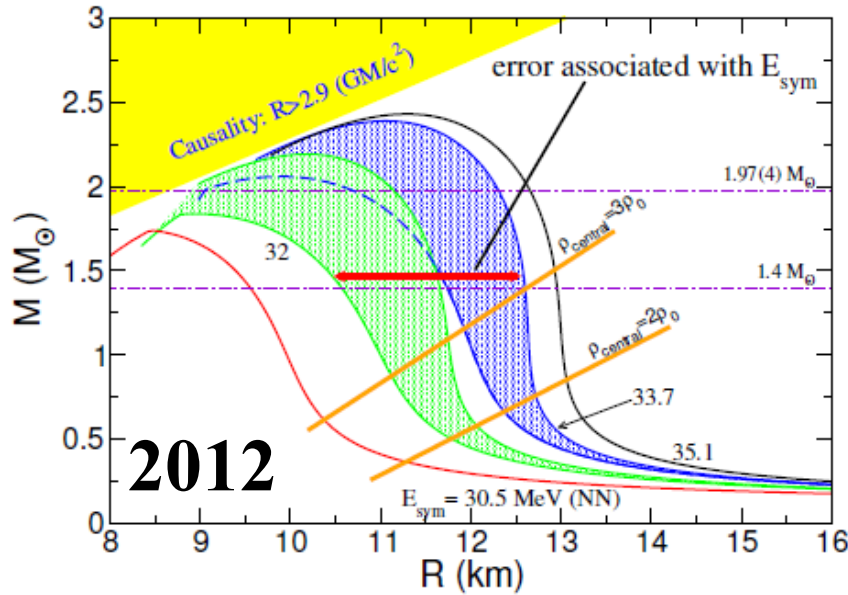
検証





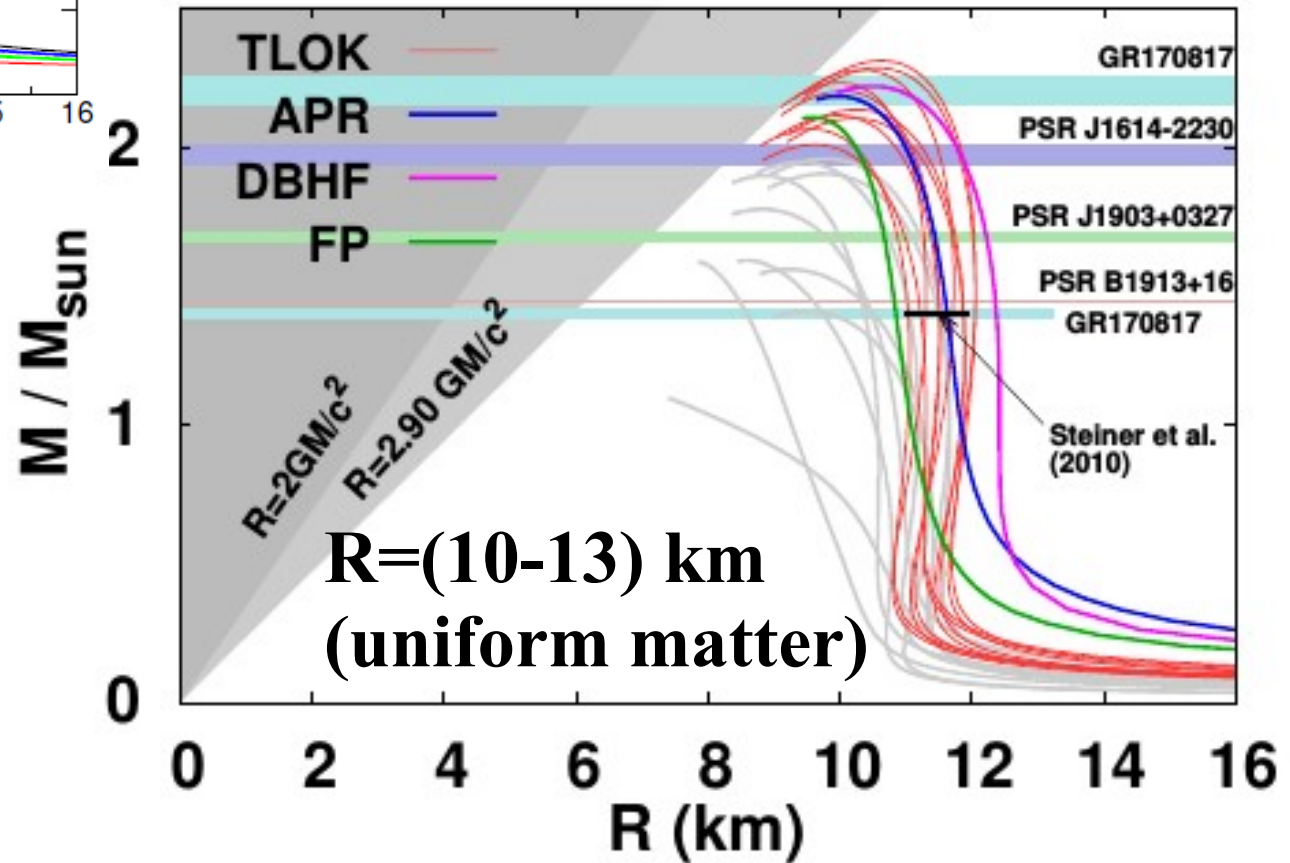
# 中性子星のMR 曲線

Based on Tews et al. ('17)



Gandolfi, Carlson, Reddy,  
PRC85('12) 032801.

2017



# 質量公式と状態方程式

- $A \rightarrow \infty$  における核子あたりのエネルギー  
(クーロンエネルギーは無視)

$$E = \lim_{A \rightarrow \infty} \frac{-B(A, Z)}{A} = \lim_{A \rightarrow \infty} \left[ -a_v + a_s A^{-1/3} + a_a \frac{(N - Z)^2}{A^2} - a_p \frac{\delta_p}{A^{\gamma+1}} \right]$$

$$= -a_v + a_a \delta^2$$

- 密度と非対称度の関数と考えると、  
核子あたりのエネルギーが最小となる密度が実現する

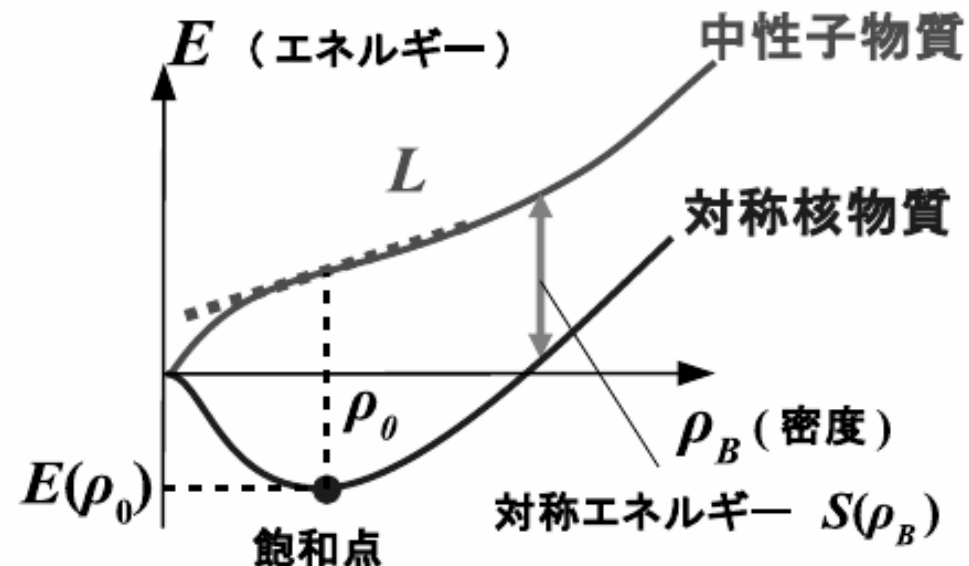
$$E = E(\rho_B, \delta)$$

→ 核物質の飽和性

- 飽和点

$$(\rho_0, E_0) \simeq (0.16 \text{ fm}^{-3}, -16 \text{ MeV})$$

状態方程式 (EOS)



# 対称エネルギー

## ■ 非対称核物質 ( $N \neq Z$ ) のエネルギー

$$E(\rho_B, \delta) = E(\rho_B, \delta = 0) + S(\rho_B)\delta^2 \quad P = \rho^2 \partial E / \partial \rho$$

## ■ 対称エネルギー

$$S(\rho_B) = E(\text{中性子物質}) - E(\text{対称核物質})$$

## ■ 飽和密度でのパラメータ

- 非圧縮率  $K \equiv 9 \rho_0^2 \left. \frac{\partial^2 E(\rho_B)}{\partial \rho_B^2} \right|_{\rho_B = \rho_0}$

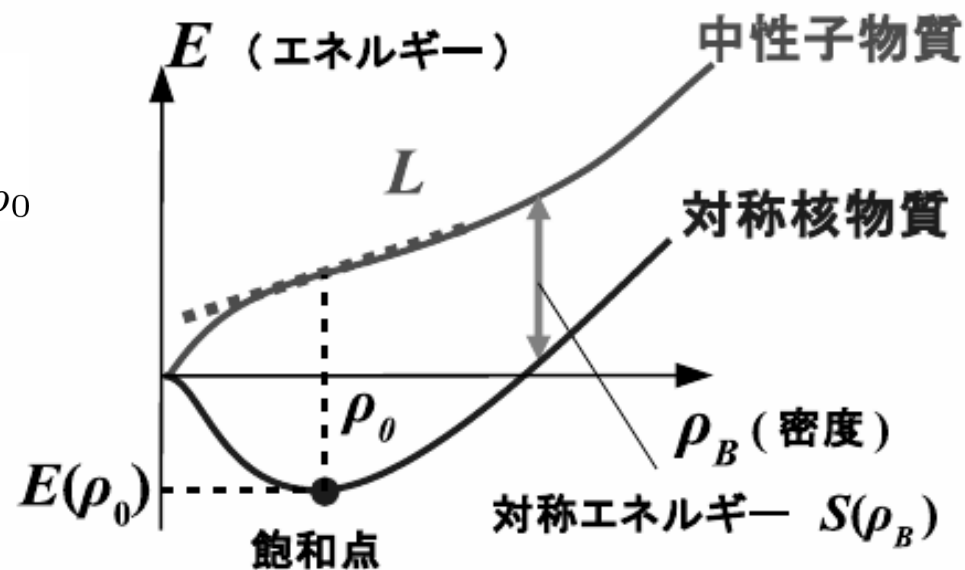
- 対称エネルギーの値と微分

$$S_0 \equiv S(\rho_0), \quad L \equiv 3\rho_0 \left. \frac{dS(\rho_B)}{d\rho_B} \right|_{\rho_B = \rho_0}$$

$$E(\rho_B, \delta) \simeq E_0 + S_0 \delta^2 + \frac{L}{3} x \delta^2 + \frac{K}{18} x^2$$

$$(x = (\rho_B - \rho_0) / \rho_0)$$

状態方程式 (EOS)

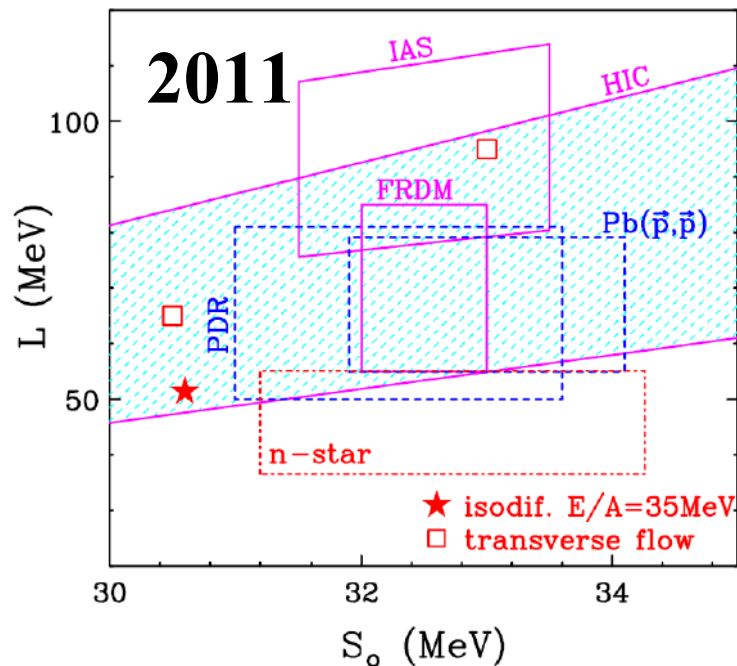


# Unitary Gas Constraint on Symmetry Energy Parameters

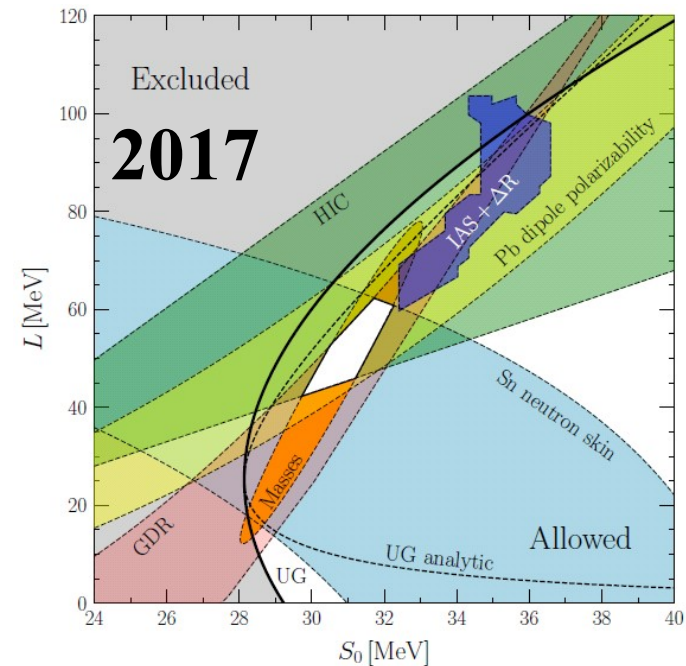
## ■ 対称エネルギー

- 様々な実験データを用いた絞り込み  
(例: 不安定核衝突からの  $\pi$  生成比、 $S_{\pi}$ RIT 実験、Ikeno+('16))
- 「ユニタリーガスが中性子物質エネルギーの下限を与える」との conjecture から対称エネルギーパラメータ ( $S_0, L$ ) を制限

*I. Tews, J.M.Lattimer, AO, E.E.Kolomeitsev (TLOK), ApJ 848 ('17)105*



*Tsang et al. ('12): NuSYM 2011*



*Lattimer, Lim ('13), Lattimer, Steiner ('14)  
Tews, Lattimer, AO, Kolomeitsev ('16)*

# 対称エネルギーパラメータから状態方程式へ

## ■ 対称エネルギー (中性子物質と対称核物質のエネルギー差)

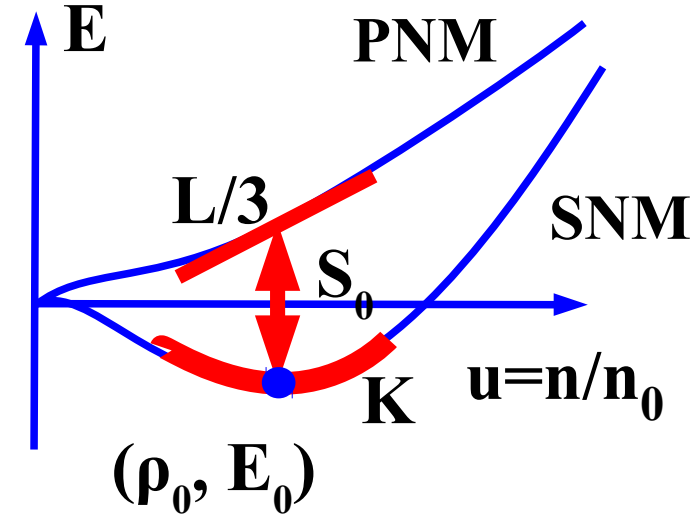
### ● 飽和点 & 対称エネルギーパラメータ

$$E_{\text{NM}}(u, \alpha) = E_{\text{SNM}}(u) + \alpha^2 S(u)$$

$$E_{\text{SNM}}(u) \simeq E_0 + \frac{K_0}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_0}{162}(u-1)^3$$

$$S(u) \simeq S_0 + \frac{L}{3}(u-1) + \frac{K_s}{18}(u-1)^2 + \frac{Q_s}{162}(u-1)^3$$

$$(u = n/n_0, \alpha = (n_n - n_p)/n)$$



## ■ フェルミ運動量展開 $k_F \propto u^{1/3}$

$$E_{\text{SNM}}(u) \simeq T_0 u^{2/3} + \underbrace{a_0 u}_{\text{2体力}} + \underbrace{b_0 u^{4/3}}_{\text{密度依存力}} + \underbrace{c_0 u^{5/3}}_{\text{密度依存力}} + \underbrace{d_0 u^2}_{\text{密度依存力}}$$

$$S(u) \simeq T_s u^{2/3} + \underbrace{a_s u}_{\text{2体力}} + \underbrace{b_s u^{4/3}}_{\text{密度依存力}} + \underbrace{c_s u^{5/3}}_{\text{密度依存力}} + \underbrace{d_s u^2}_{\text{密度依存力}}$$

運動 E.

2体力

密度依存力

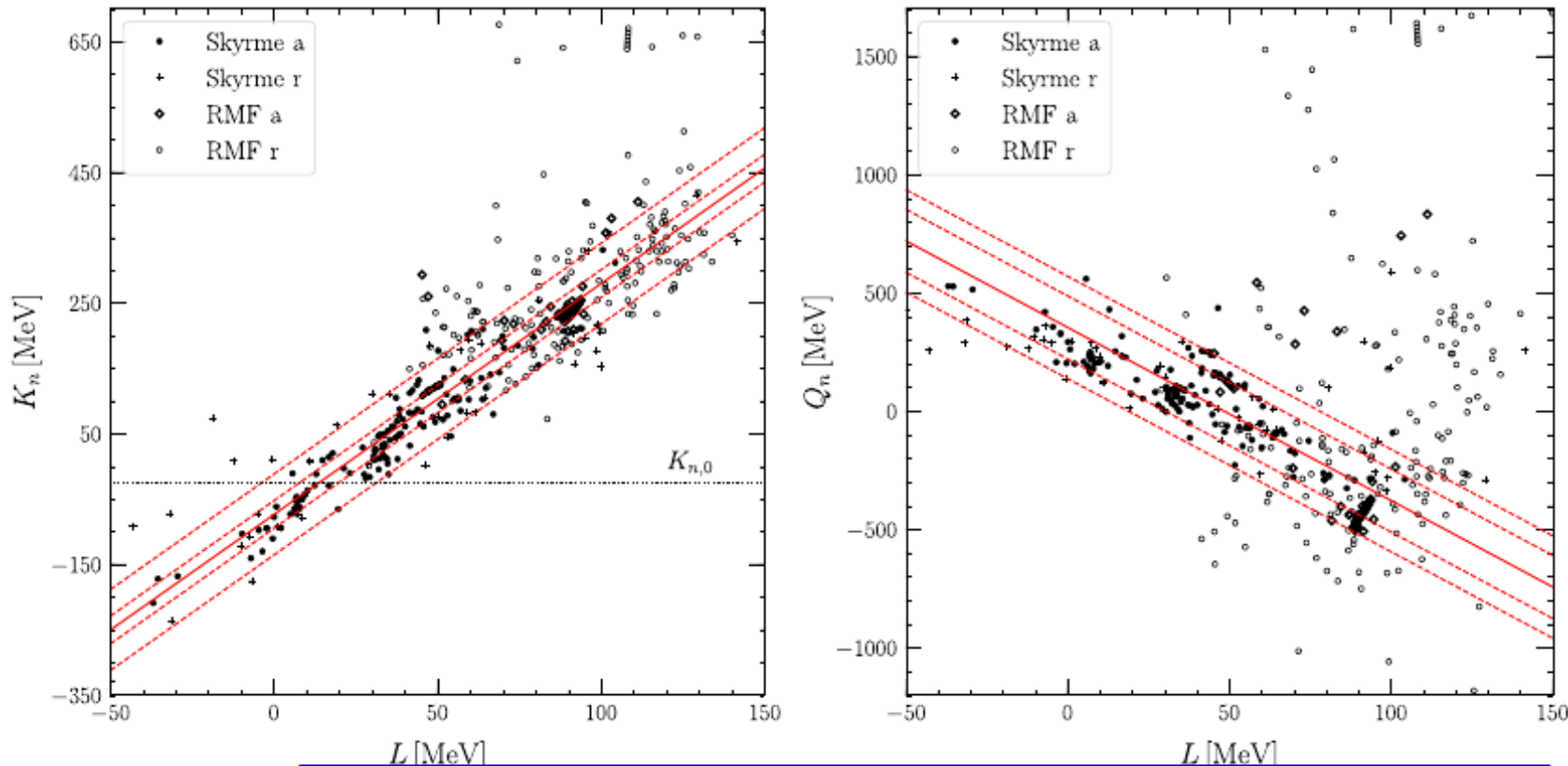
有効質量  $m^*$

# 高次対称エネルギーパラメータ

- 高次のパラメータ (2次、3次) は L(1次) と強い相関を持つ

$$K_n = 3.534L - (74.02 \pm 21.17)\text{MeV}$$

$$Q_n = -7.313L + (354.03 \pm 133.16)\text{MeV}$$



現象論的に良いモデルをデータとみなす！

*I. Tews, J.M.Lattimer, AO, E.E.Kolomeitsev (TLOK), ApJ 848 ('17)105*



# Expansion Coefficients

- Coefficients (a,b,c,d) are represented by Saturation and Symmetry Energy Parameters

*TLOK*

$$a_0 = -4T_0 \quad +20E_0 \quad + K_0 \quad -Q_0/6$$

$$b_0 = 6T_0 \quad -45E_0 \quad -5K_0/2 \quad +Q_0/2$$

$$c_0 = -4T_0 \quad +36E_0 \quad +2K_0 \quad -Q_0/2$$

$$d_0 = T_0 \quad -10E_0 \quad -K_0/2 \quad +Q_0/6$$

$$a_s = -4T_s \quad +20S_0 - 19L/3 \quad + K_s \quad -Q_s/6$$

$$b_s = 6T_s \quad -45S_0 + 15L \quad -5K_s/2 \quad +Q_s/2$$

$$c_s = -4T_s \quad +36S_0 - 12L \quad +2K_s \quad -Q_s/2$$

$$d_s = T_s \quad -10S_0 + 10L/3 \quad -K_s/2 \quad +Q_s/6$$

$$\left( T_0 = \frac{3 \hbar^2 k_F (n_0)^2}{5 \cdot 2m}, \quad T_s = T_0 (2^{1/3} - 1) \right)$$

**Tedious but straightforward calc.**

# 中性子星物質 EOS

## ■ 核物質 → 中性子星物質

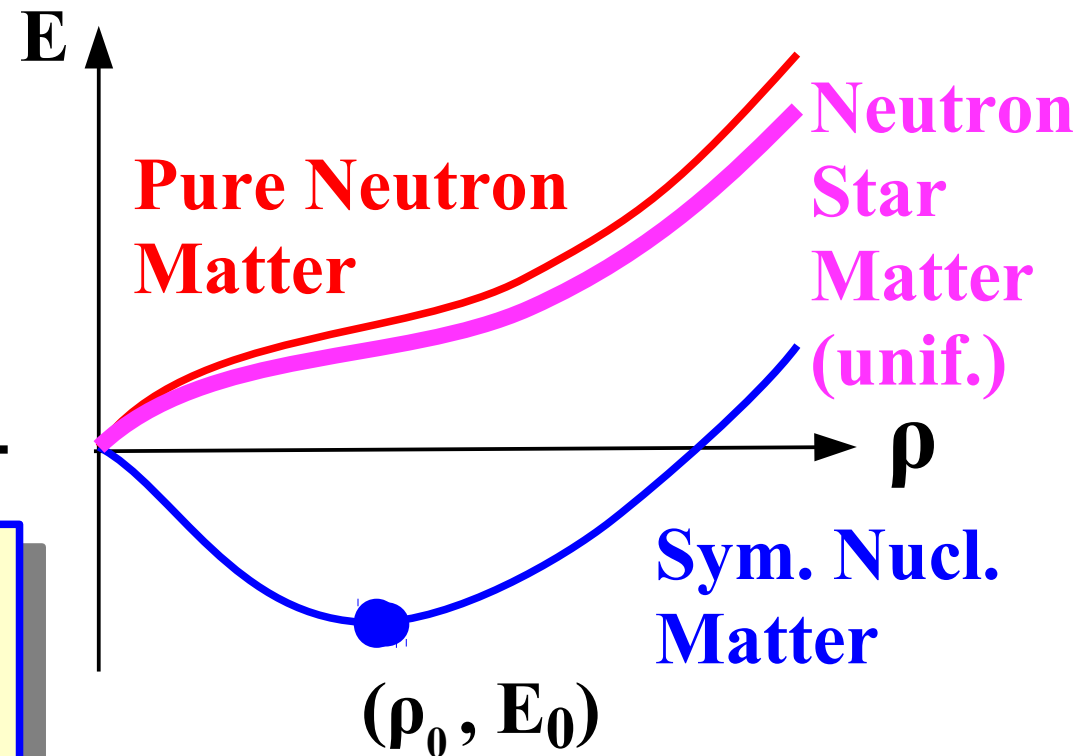
- 中性子・陽子・電子からなる電気的中性物質
- 電気的中性条件から  $\rho_e = \rho_p$

$$E_{nsm}(u) = E_{snm}(u) + \delta^2 S(u) + \frac{3}{8} \hbar (3\pi^2 \rho_0 u / 2)^{1/3} (1 - \delta)^{4/3}$$

$$(u = \rho / \rho_0, \quad \delta = (N - Z) / A)$$

(陽子・中性子の質量差、  
電子質量は無視)

- 非対称度 ( $\delta$ ) はエネルギーが最小となるように選ばれる  
→ 中性子星物質のエネルギー  
< 中性子物質のエネルギー



対称核物質エネルギーと  
対称エネルギーが分かれば、  
中性子星物質 EOS が求まる！



# メモ：中性子星物質中の非対称度

- 陽子・中性子の質量差、電子質量を無視すると、非対称度  $\delta$  は解析的に求まる。

$$Y_p(u) = (1 - \delta(u))/2 = \left[ (A(u) + 1)^{1/3} - (A(u) - 1)^{1/3} \right]^3 / 4$$

$$A(u) = \sqrt{1 + \pi^2 \hbar^3 \rho_0 u / 288 S^3(u)}$$

- 3 次方程式の解き方 (カルダノの公式)

- 変数を定数だけずらして 2 次の項を消す。  $x^3 + px + q = 0$

- 因数分解の公式

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) \\ &= (x + y + z)(x + \omega y + \omega^2 z)(x + \omega^2 y + \omega z) \quad (\omega = (-1 + \sqrt{3}i)/2) \end{aligned}$$

を用いると、

$$y^3 + z^3 = q, \quad 3yz = -p$$

を満たす  $(y, z)$  を使って 3 次方程式が解ける。

# TLOK+2M<sub>⊙</sub> constraints

## TLOK 条件

- (S<sub>0</sub>, L) は5角形内
- (K<sub>n</sub>, Q<sub>n</sub>) をTLOKの制限に従って選ぶ

- K<sub>0</sub>=(190-270) MeV

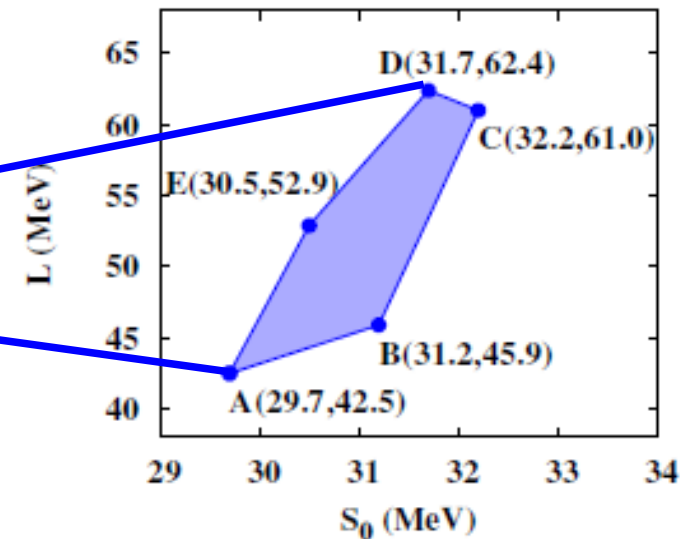
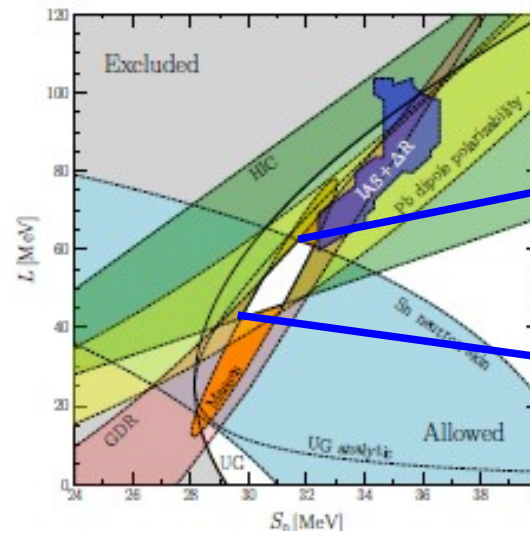
- (n<sub>0</sub>, E<sub>0</sub>) は固定

n<sub>0</sub>=0.164 fm<sup>-3</sup>, E<sub>0</sub>=-15.9 MeV (よく決まっている)

- Q<sub>0</sub> は対称核物質の密度2次項が消えるように選ぶ  
(u<sup>2</sup>項があると対称核物質は硬くなりすぎる)

## 2 M<sub>⊙</sub> 条件

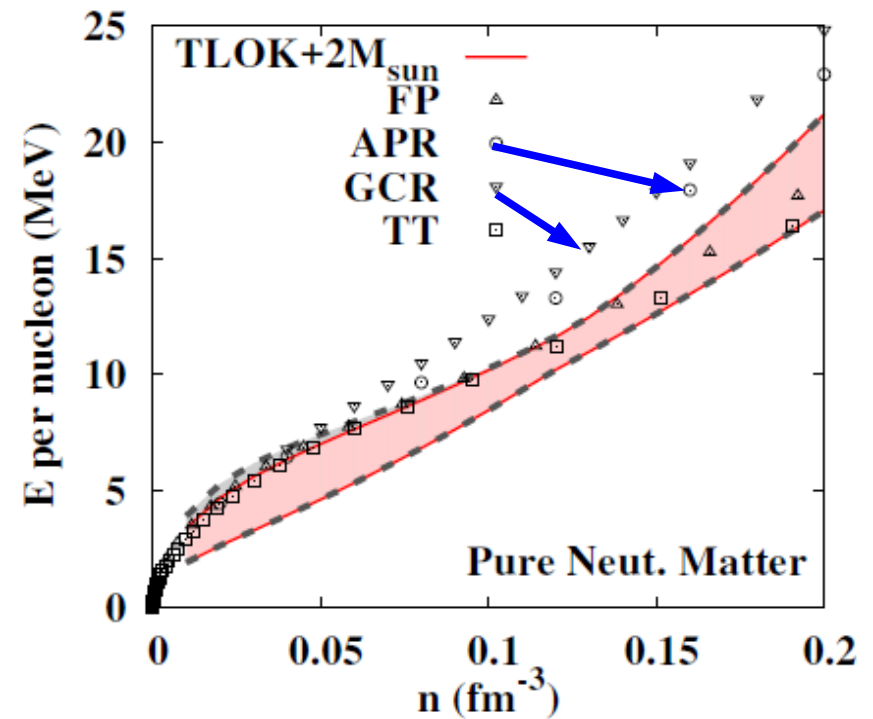
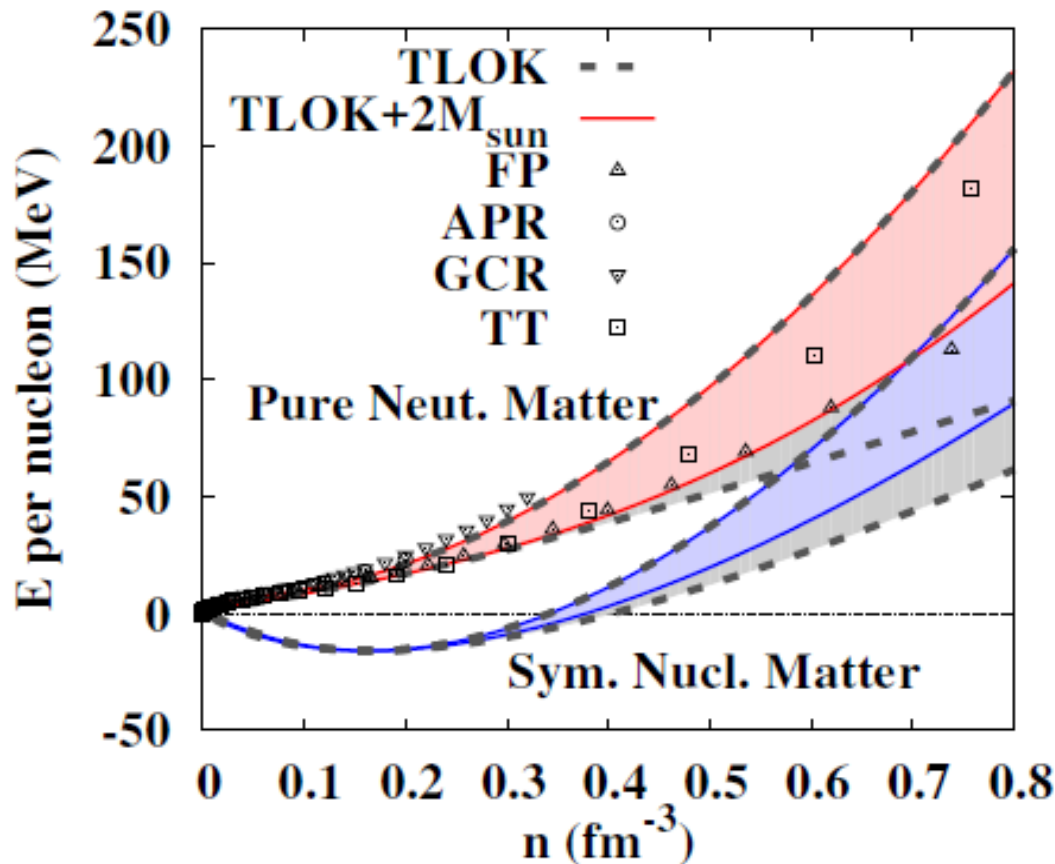
- EOS は2M<sub>⊙</sub> 中性子星をささえるべし



AO, Kolomeitsev, Lattimer, Tews, Wu (OKLTW), in prog.

# $TLOK+2M_{\odot}$ 条件に基づく状態方程式

- $2M_{\odot}$  条件を加えることで EOS の下限があがる
- 変分計算 (Friedman-Pandharipande, Togashi-Takano) と無矛盾
- APR, GCR 状態方程式は  $S_0$  が 5 角形の外  
→ 第一原理計算の選別へ (?)



OKLTW, in prog.

# Neutron Star MR curve

■ TLOK + 2 M<sub>⊙</sub> 条件 → R<sub>1.4</sub>=(10.6-12.2) km

OKLTW, in prog.

■ 他の多くの結果と consistent

● LIGO-Virgo (Tidal deformability  $\Lambda$  from BNSM)

(10.5-13.3) km *Abbott+('18b)*

(9.1-14.0) km *De+('18) ( $\Lambda$ )*

● Theoretical Estimates

(10.7-13.1) km

*Lattimer+, PRep.621('16)127*

(10.0-13.6) km

*Annala+, PRL120('18)172703*

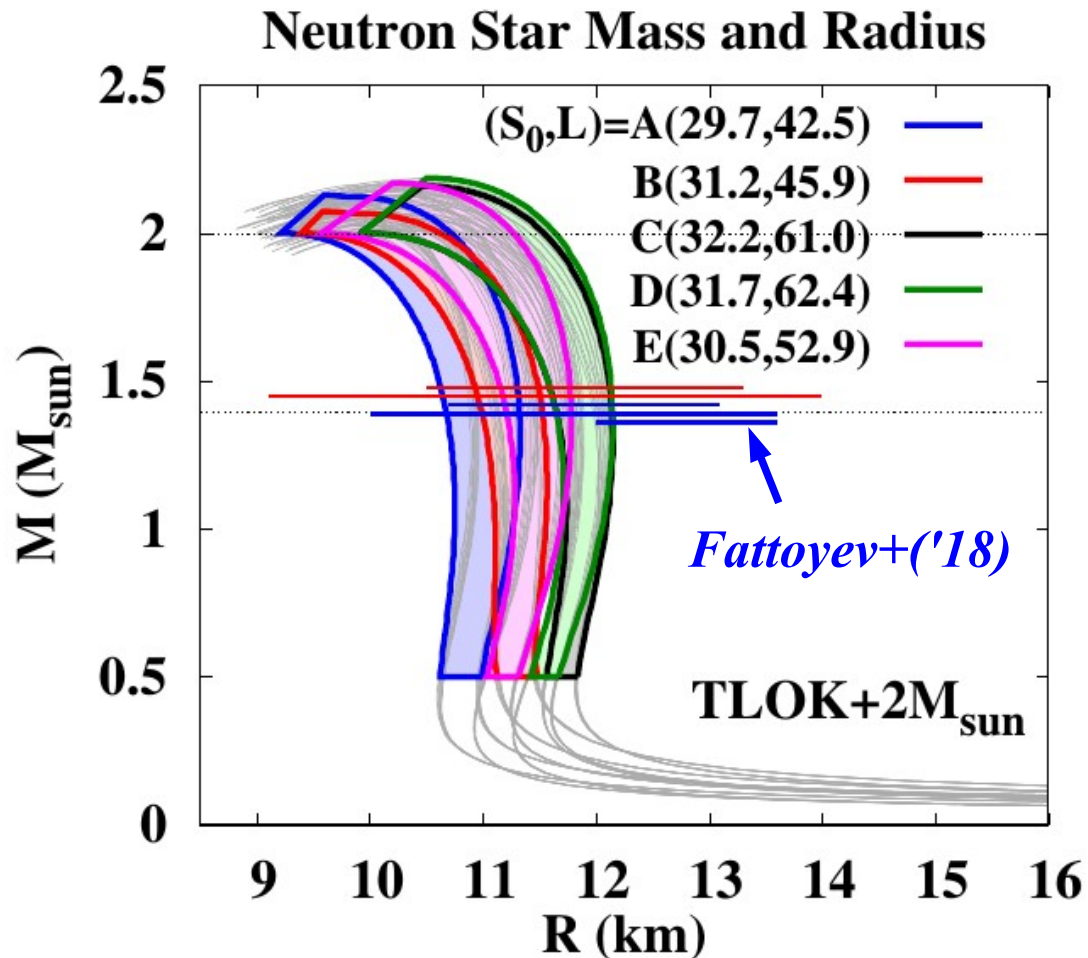
(9-13.6) km

*Tews+, PRC98 ('18)045804*

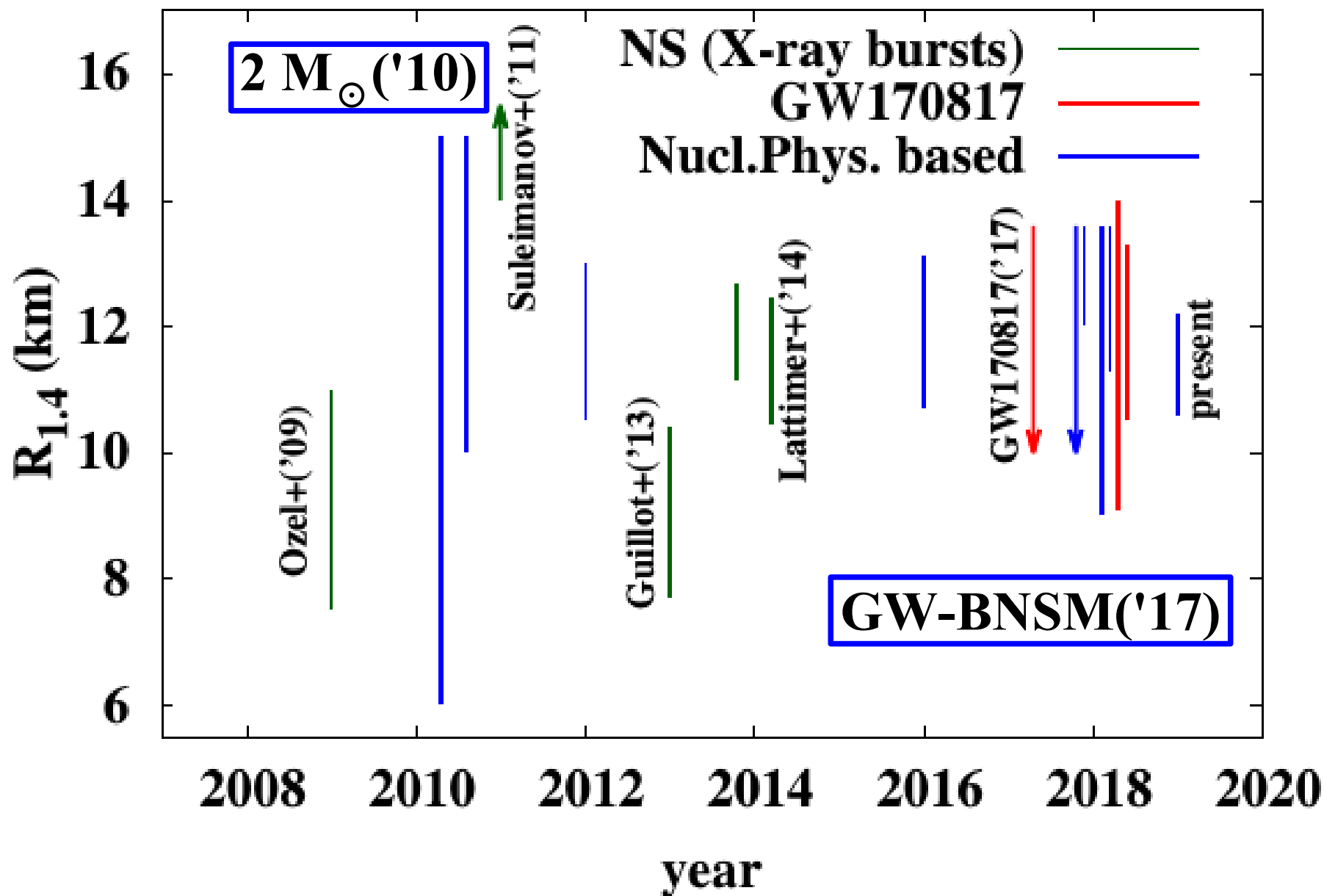
(12.0-13.6) km

*F.J.Fattoyev+(PREX),  
PRL120 ('18)172702*

*Parity violating obs.  
Large error bar*



# Time dependence of Neutron Star Radius ( $R_{1.4}$ )



原子核の情報 ( $+2M_{\odot}$ ) から直接的に表した  
中性子星物質状態方程式は  
重力波からの半径制限と無矛盾。

$(2-3)\rho_0$  までは滑らかな外挿が成り立っているようである。

ただし、こうした EOS は高温領域  
(*e.g.* 重イオン衝突) で確かめられていない。

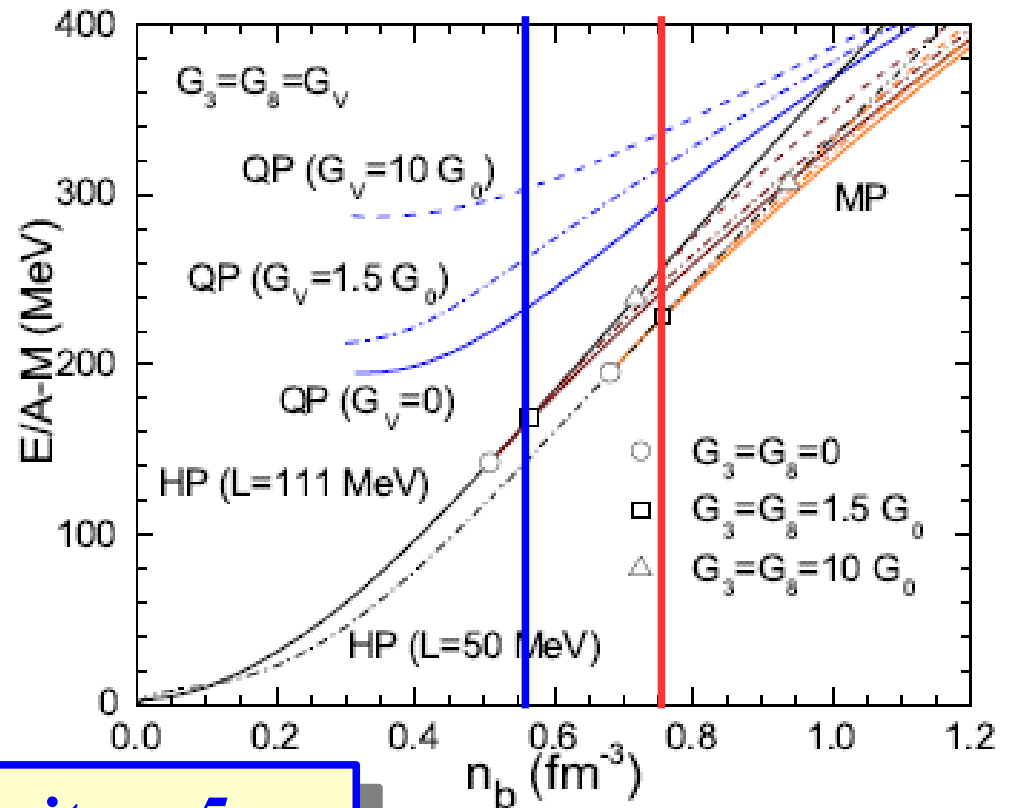
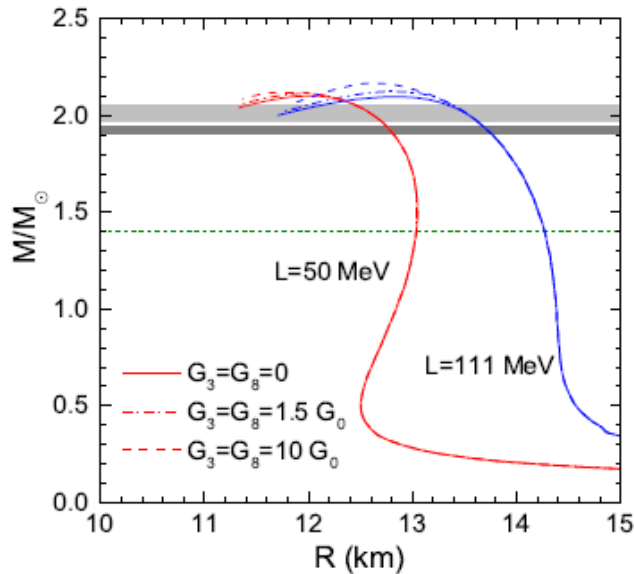
# Isospin & Hypercharge Sym. E in quark matter

- Two types of vector int. in NJL  $\rightarrow$  Isospin & Hypercharge Sym. E

*X.Wu, AO, H.Shen, PRC to appear (arXiv:1806.03760)*

$$\mathcal{L}_v = -G_0(\bar{q}\gamma_\mu q)^2 - G_v \sum_i [(\bar{q}\gamma_\mu \lambda_i q)^2 + (\bar{q}i\gamma_5\gamma_\mu \lambda_i q)^2]$$

$$E = \alpha^2 S(n) + \alpha_Y^2 S_Y(n), \quad \alpha = -2\langle T_z \rangle / B, \quad \alpha_Y = \langle B + S \rangle / B$$



**$L=50$  MeV  $\rightarrow$  transition density  $\sim 5 n_0$**



# まとめ

- 高密度核物質の理解が大きく進みつつある
  - 重イオン衝突 ( $\sqrt{s_{NN}}=(5-20)$  GeV 領域) において QCD 相転移が起こっている可能性
  - 原子核物理学における対称エネルギーの決定とともに、中性子星半径の観測値制限が進んでいる
- なお重イオン・中性子星の一貫した理解へ！
  - EOS
    - 格子 QCD 状態方程式 @  $\rho=0, T > 100$  MeV
    - + ハドロン共鳴ガス模型 @  $\rho \sim 0, T < T_c$
    - + 飽和性・対称エネルギー・中性子星から情報 @  $T \sim 0, \rho = (2-5)\rho_0$
    - + 臨界点近辺の特異性
    - + ハドロン・クォーク物質状態方程式の接続  
道具はほぼそろっている ....(?)
  - 統合モデルの精緻化、高密度 EOS の精緻化も必要

---

*Thank you for your attention !*

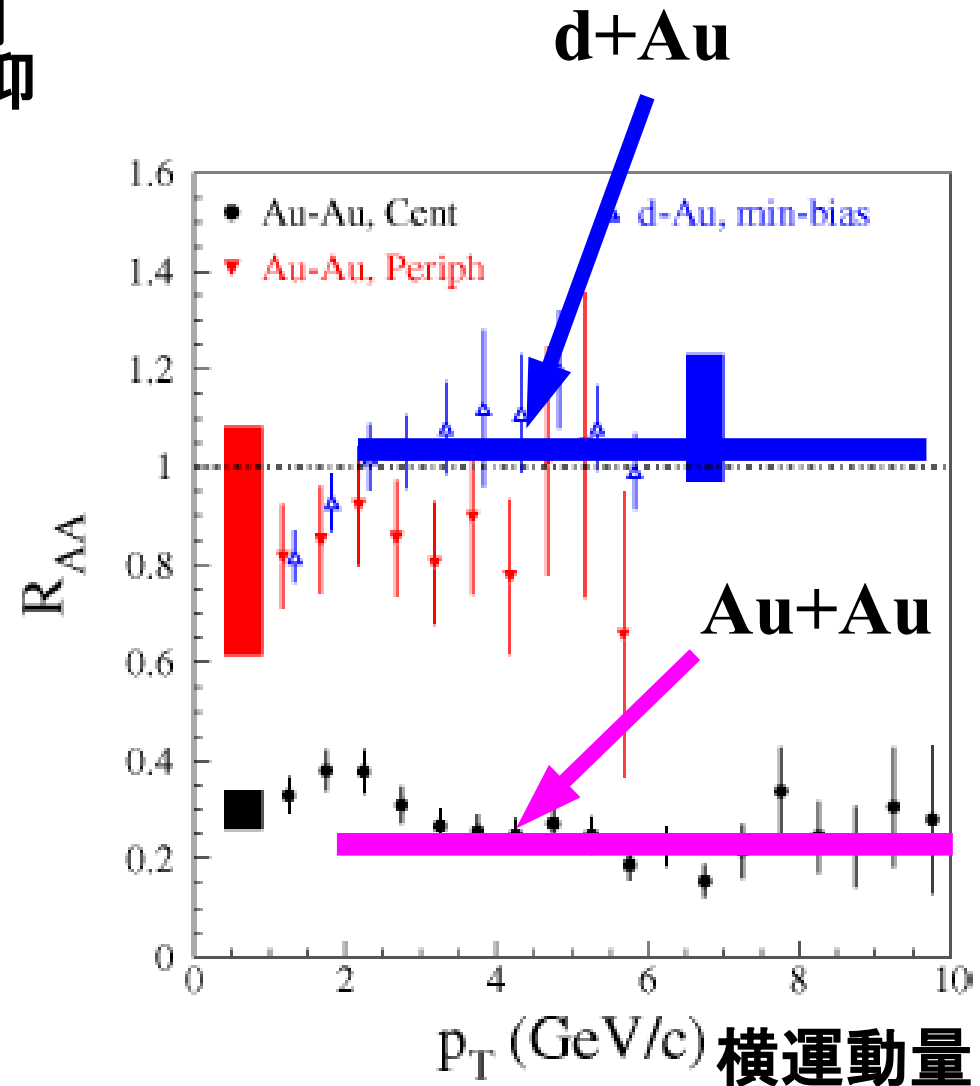
# クォーク・グルーオン・プラズマの発見 (3)

## ■ 高運動量ハドロンの抑制

- 高いエネルギーのパートンの抑制  
→ 高いエネルギーのハドロンの抑制
- 本当に抑制されているか？

$$R_{AA} = \frac{\text{「実際の生成量」}}{\text{「素過程の重ね合わせ」}}$$

- RHIC での観測  
小さな原子核の衝突 (d+Au)  
→  $R_{AA} \sim 1$   
大きな原子核の衝突 (Au+Au)  
→  $R_{AA} < 1$



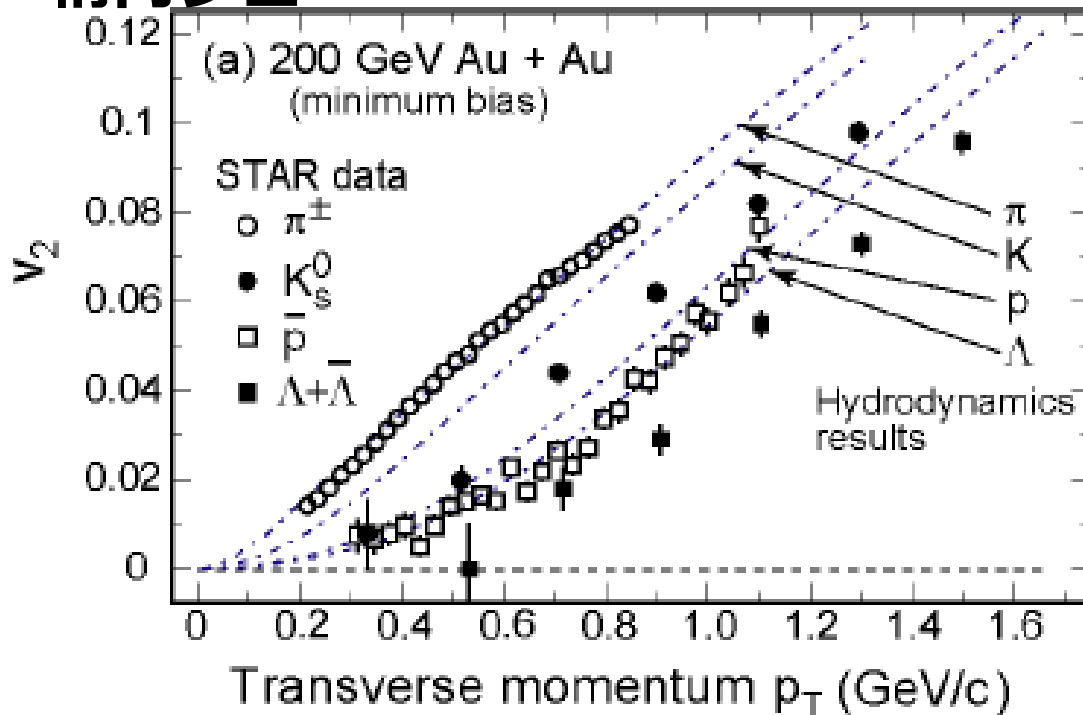
PHENIX White Paper

# クォーク・グルーオン・プラズマの発見 (4)

## ■ 流体模型(完全流体)の成功

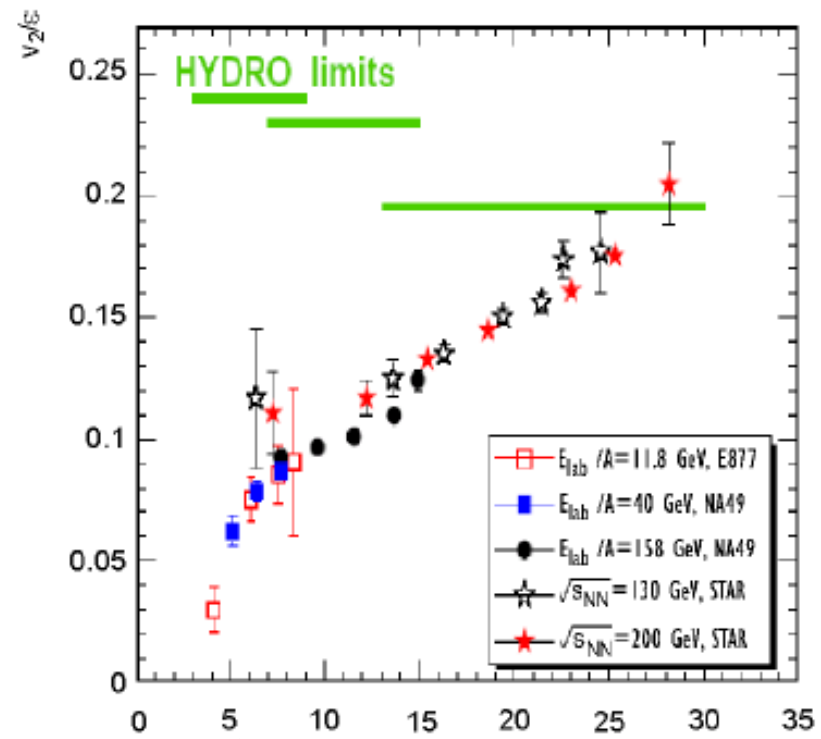
- 入射エネルギーの増加 + クォーク・グルーオンの解放  
 → 粒子密度の増加 → 平均自由行程の減少  
 → 流体模型の適用可能性大
- RHIC での楕円フローデータは完全流体模型で見事に説明可能

### 楕円フロー



横運動量

### 楕円フロー / 空間離心率

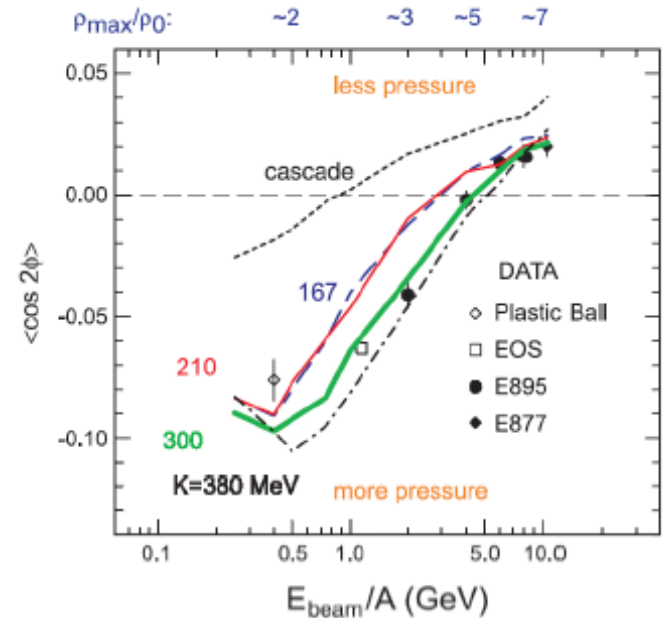
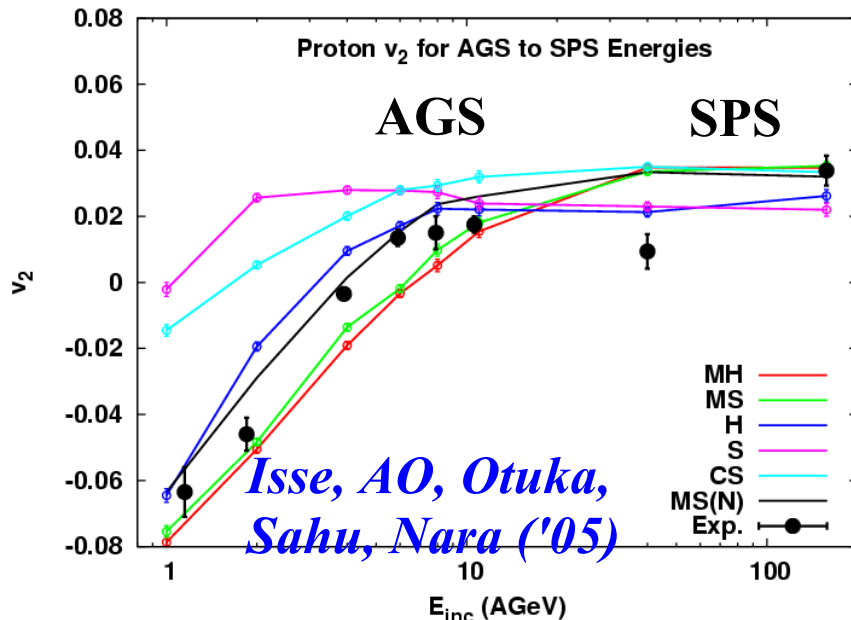
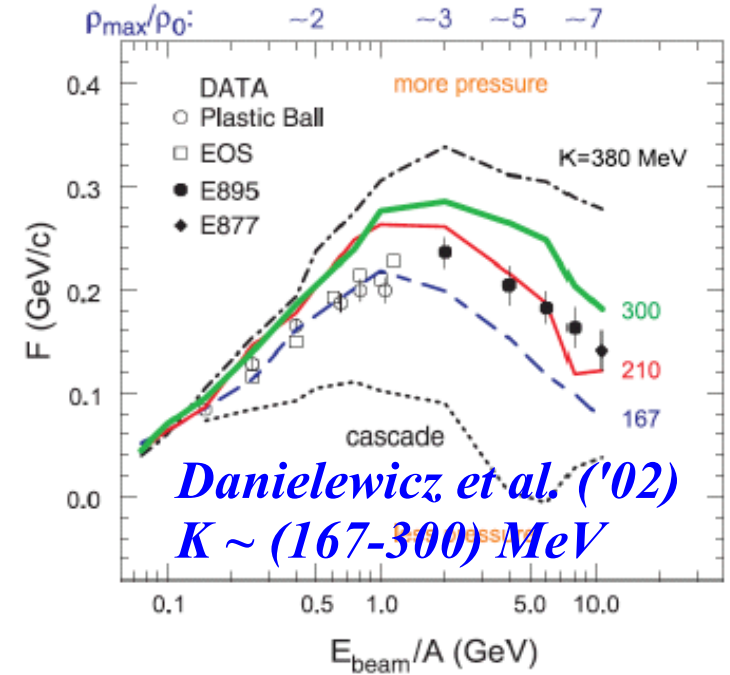
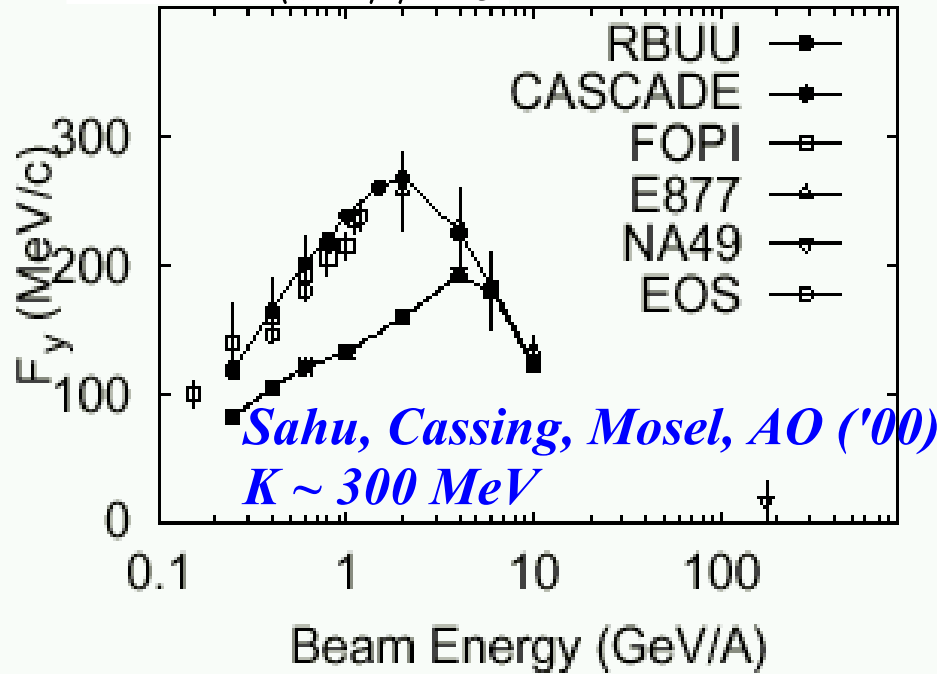


面積・ラビディティ当りの粒子生成量

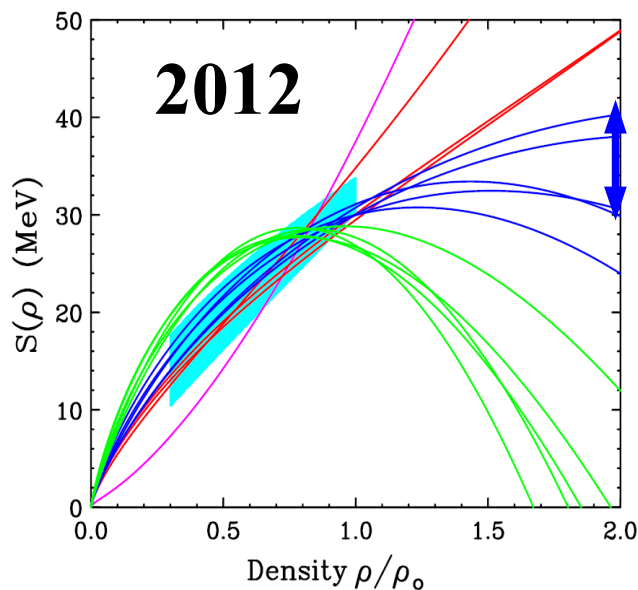
U.W. Heinz, nucl-th/0412094

# 集団フローから状態方程式へ

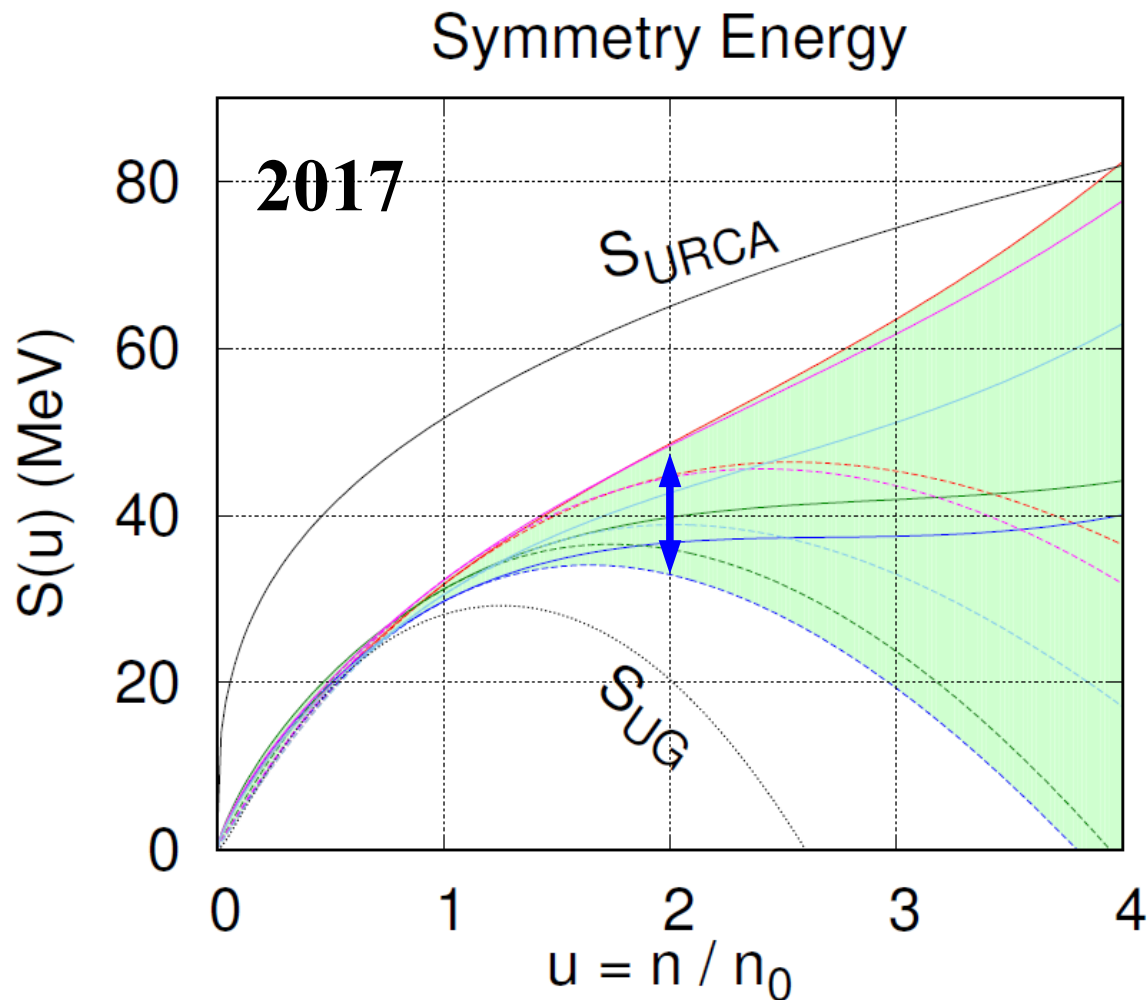
$$F = d\langle p_x \rangle / dy$$



# 対称エネルギー



*M. B. Tsang et al.,  
PRC86 ('12) 015803.*



## 仮定

- $(S_0, L)$  が5角形の中
- $k_F^n$  ( $n=2,3,4,5,6$ ) で展開
- 2, 3 次の係数 ( $K_{\text{sym}}, Q_{\text{sym}}$ ) が  $L$  と相関 ( 模型からの推定 )

*Based on Tews et al. ('17)*