
フェムトスコーピーによる ハドロン間相互作用の研究

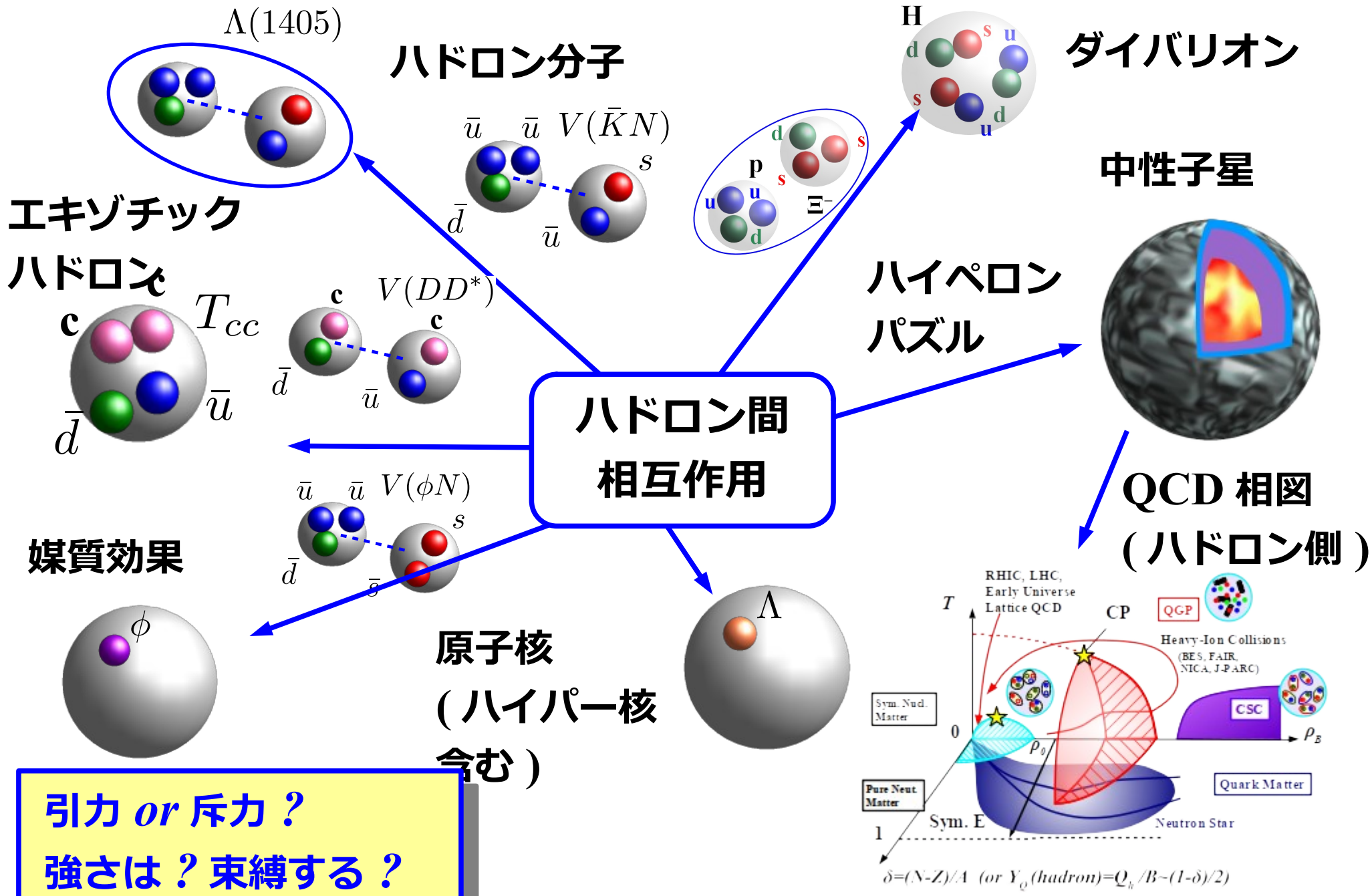
(Femtoscscopy for Hadron-Hadron Interaction)

京大基研 大西 明 [Akira Ohnishi (YITP, Kyoto U.)]

第 37 回 *Heavy Ion Pub* 研究会 , Dec. 16, 2022, Osaka U.

- Introduction
- 相関関数と相互作用 – 井戸型ポテンシャルを例として –
- ハドロン対相関関数からハドロン間相互作用へ
- (フェムトスコーピーからハドロン物理への宿題)
- Summary

ハドロン間相互作用 = ハドロン系の基本入力



しかし核力 (核子間相互作用) 以外は ...

■ 核子間相互作用 (核力)

- 豊富な核子・核子散乱からの位相差データから高精度の核力へ

■ 散乱実験

- 標的は安定 (長寿命) 粒子・原子核
- ビームは少なくとも数センチ飛ぶ粒子
- NN, π N, K^+N , K^-N , YN (ハイペロン・核子)

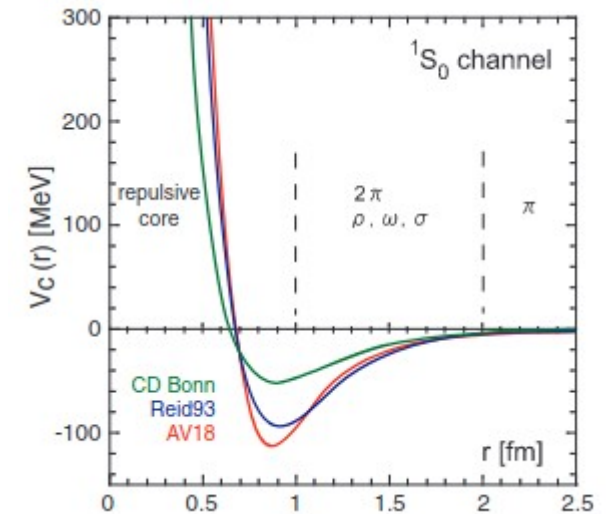
E.g. J-PARC E40 実験 (ΣN 散乱)

■ ハイパー核・エキゾチック核

- 束縛状態のエネルギーから相互作用を推定
 π 原子、 K^- 原子、 Σ^- 原子、
 Λ , Σ , Ξ , $\Lambda\Lambda$ ハイパー核、 ...

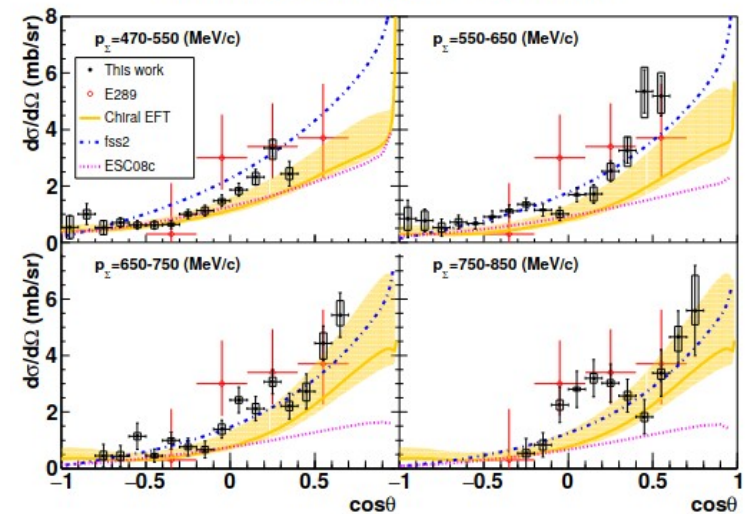
■ フェムトスコピー

- 相関関数を利用、終状態相互作用による散乱
- PID できる粒子であれば、後は統計勝負



Ishii, Aoki, Hatsuda ('07)

Differential cross sections of $\Sigma^- p$ scattering



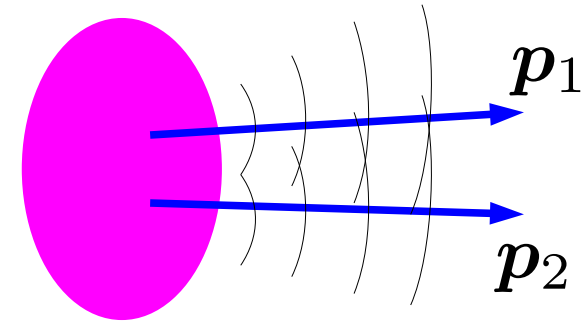
Miwa+[J-PARC E40]('21)

フェムトスコーピーによるハドロン間相互作用研究

- 相関関数 (CF) を利用する研究 = Femtoscopy
- 基本公式 = Koonin-Pratt formula

Koonin('77), Pratt('86), Lednicky+('82)

- CF = 源関数と |波動関数|² の畳み込み
- 粒子源が chaotic (独立・乱雑な生成) な場合に適用可



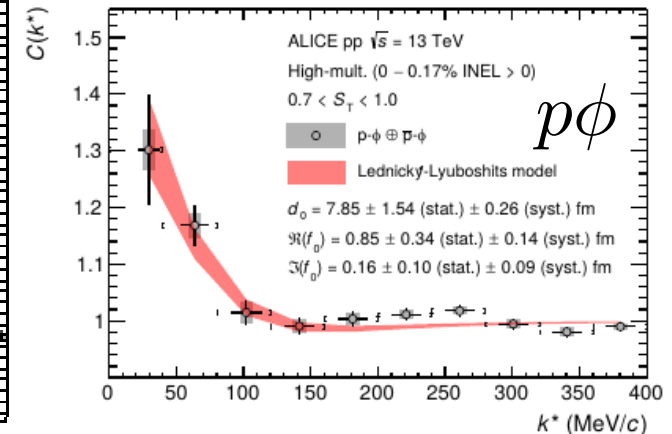
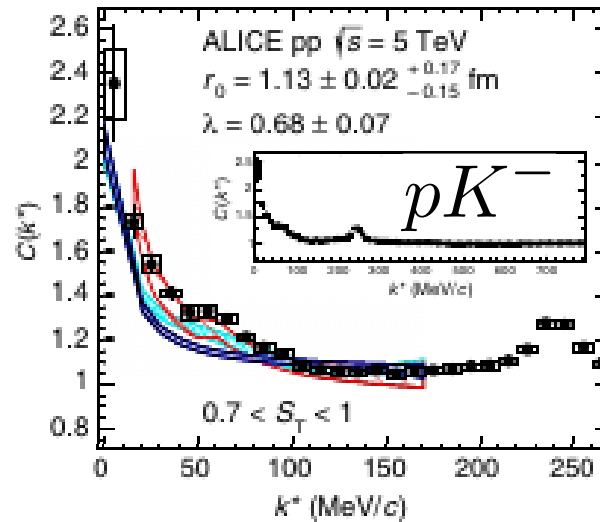
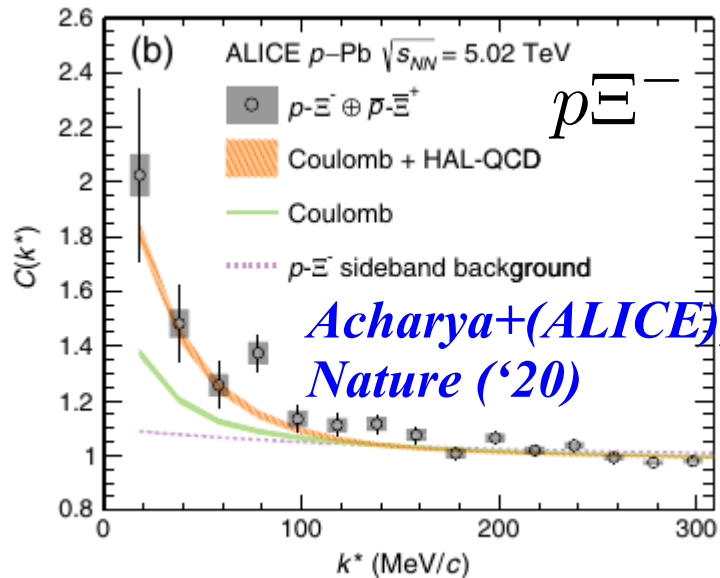
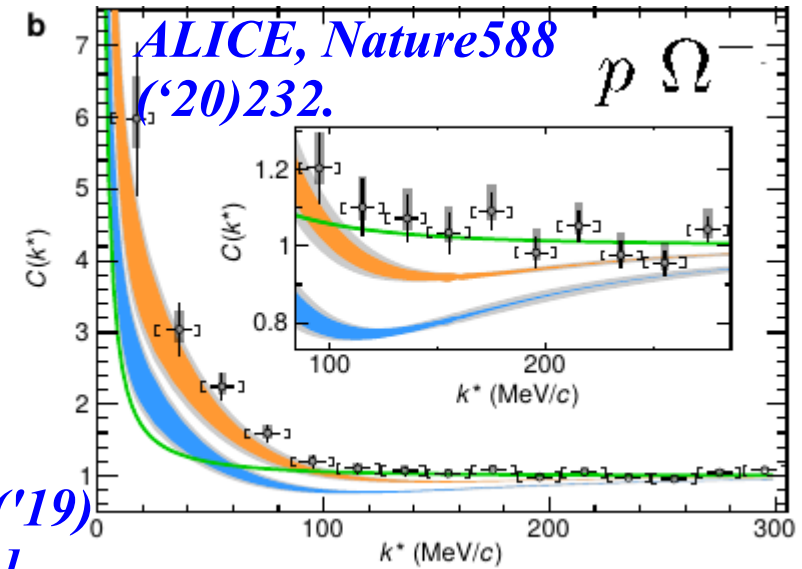
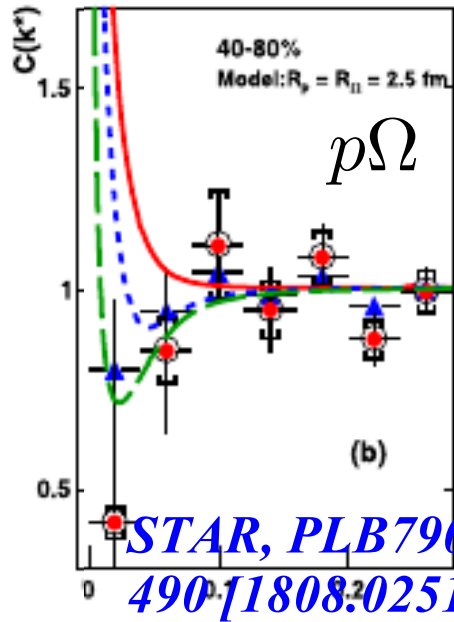
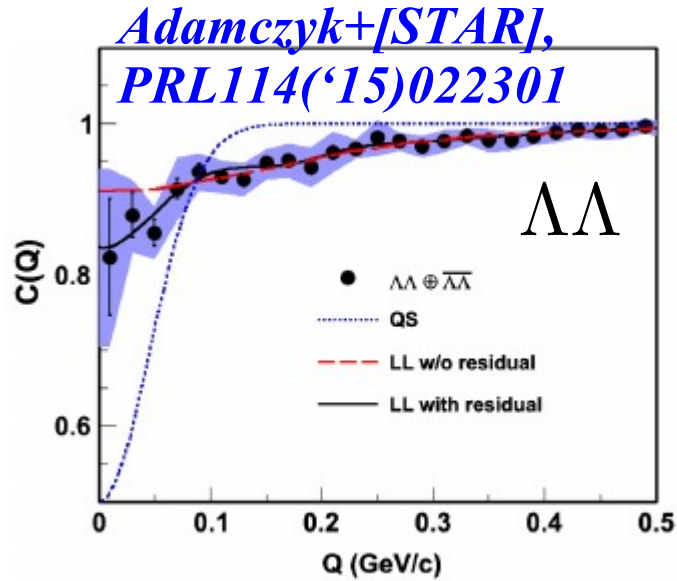
$$C(p_1, p_2) = \frac{N_{12}(p_1, p_2)}{N_1(p_1)N_2(p_2)} \simeq \int d\mathbf{r} \underbrace{S(\mathbf{r})}_{\text{源関数}} \underbrace{|\varphi_q(\mathbf{r})|^2}_{\text{相対波動関数}} \quad (\mathbf{q} = \text{rel. mom.})$$

■ 相関関数の2つの使い方

- 通常の利用方法 = 源関数から反応領域のサイズ・形状特定 (HBT effect)
Hanbury Brown & Twiss ('56); Goldhaber, Goldhaber, Lee, Pais ('60)
- 標準的でない使い方 = |波動関数|² の増加からハドロン間相互作用を調べる
Lednicky, Lyuboshits ('82); Morita, Furumoto, AO ('15)

$$C(\mathbf{q}) = 1 + \int d\mathbf{r} S(\mathbf{r}) \{ |\varphi_0(\mathbf{r})|^2 - |j_0(q\mathbf{r})|^2 \} \quad (\varphi_0 = \text{s-wave w.f.})$$

Measured Flavored Hadron CFs (examples)



*S. Acharya+[ALICE],
PRL124('20)092301*

ALICE, 2105.05578

Scope of Femtoscopic study of HHI

pK^-
Chiral CC pot. (examined)
Bound state (favored)

$p\Xi^-$
Lattice QCD CC pot. (examined)
Bound state (disfavored)

$p\Omega$
Lattice QCD pot. $J=2$ (examined)
Bound state (favored)

$p\phi \rightarrow a_0$ (Lattice pot. ?)

pD^\pm
Charged hadron-nucleon interaction
Bound state ?

	n	p	K ⁻	K ⁺	π ⁻	π ⁺	Λ	Σ	Ξ ⁻	Ω ⁻	D ⁻	D ⁺	K _s	φ	+α
n															
p			○	○	△	△	○	○	○	○	○	○		○	
K ⁻		○	○	○	○	○					○	○	○		
K ⁺		○	○	○	○	○					○	○	○		
π ⁻		△	○	○	○	○					○	○			
π ⁺		△	○	○	○	○					○	○			
Λ		○					○		○						
Σ		○						○							
Ξ ⁻		○						○							
Ω ⁻		○							○						
D ⁻		○	○	○	○	○									
D ⁺		○	○	○	○	○									
K _s			○	○											
φ		○													
+α															

$\Lambda\Lambda$
Scattering pars. (a_0, r_{eff}) (constrained)
Bound state (disfavored)

$K^\pm K_s^0$
Tetraquark component in a_0 meson

$\Lambda\Xi, DK, D\bar{K}, D\pi, pd, \Lambda d, \dots$

北沢さんからの Order

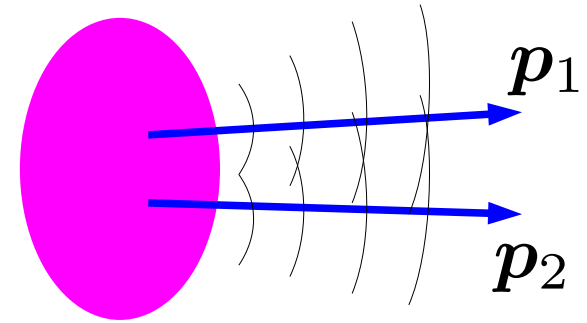
- MK: 相関関数を用いたハドロン間相互作用研究は盛り上がっているようだが、いまいちよく分からない。HIP でビシッと説明をお願いします。
- AO: (2019 年の) チュートリアル研究会でも (今年の) J-PARC-HI の夕べでも話したと思うんだけど…
- MK: 夕べではいろいろな話題があって、フェムトスコピーの説明は不十分だった。今回はフェムトスコピーだけ話してほしい。聴衆が遊んで計算してみようと思える内容が望ましい。普通は 2 つのセミナーを組み合わせるが、今回は独演会で 2 時間 (90 分 + 30 分)。でも途中で質問が出るので、60 分話すくらいの分量でよい。
- ということで、皆さん (の一部) が計算してみようかなと思える内容となるようトライしてみます。

相関関数と相互作用
- 井戸型ポテンシャルを例として -

2 粒子運動量相関関数

■ 粒子の放出点分布関数

$$N_i(\mathbf{p}) = \int d^4x S_i(x, \mathbf{p})$$



■ 2 粒子運動量分布

- 2 粒子が独立に生成され、終状態の波動関数で量子相関が作られるとする

$$\begin{aligned} N_{12}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) &\simeq \int d^4x d^4y S_1(x, \mathbf{p}_1) S_2(y, \mathbf{p}_2) |\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(x, y)|^2 \\ &\simeq \int d^4X d\mathbf{r} dt S_1(x, \mathbf{p}_1) S_2(y, \mathbf{p}_2) |e^{-iPX}|^2 \times \underbrace{|\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})|^2}_{\text{相対波動関数}} \end{aligned}$$

- Koonin-Pratt formula

重心座標で積分し、規格化した源関数 $S(\mathbf{r})$ を用いる

相対波動関数
(pair rest frame)

Koonin('77), Pratt('86), Lednicky+('82)

$$C(\mathbf{q}, \mathbf{P}) = \frac{N_{12}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2)}{N_1(\mathbf{p}_1)N_2(\mathbf{p}_2)} \simeq \int \underbrace{d\mathbf{r} S(\mathbf{r})}_{\text{source fn.}} \underbrace{|\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})|^2}_{\text{relative w.f.}}$$

source fn. relative w.f.

相対座標についての源関数

- ガウス型放出点関数 (サイズ R 、温度 T) \rightarrow 源関数 (非相対論)
(2 粒子の質量、放出源サイズは共通とする)

$$S_i(\mathbf{x}, \mathbf{p}) \propto \exp\left(-\frac{\mathbf{x}^2}{2R^2} - \frac{\mathbf{p}^2}{2MT}\right)$$

$$S_1(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1)S_2(\mathbf{y}, \mathbf{p}_2) \propto \exp\left(-\frac{\mathbf{X}^2}{R^2} - \frac{\mathbf{P}^2}{4MT} - \frac{\mathbf{r}^2}{4R^2} - \frac{\mathbf{q}^2}{2\mu T}\right)$$

$$S(\mathbf{r}) = \frac{\int d\mathbf{X} S_1(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1)S_2(\mathbf{y}, \mathbf{p}_2)}{\int d\mathbf{X} d\mathbf{r} S_1(\mathbf{x}, \mathbf{p}_1)S_2(\mathbf{y}, \mathbf{p}_2)} = \left(\frac{1}{4\pi R^2}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{4R^2}\right)$$

- 2 粒子の放出源サイズが違う場合 $R^2 = \frac{1}{2} (R_1^2 + R_2^2)$

- 同種粒子 (ボソン) の場合

$$\Psi_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \propto \frac{1}{\sqrt{2}} \left[e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{x} + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{y}} + e^{i\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{y} + i\mathbf{p}_2 \cdot \mathbf{x}} \right] = e^{i\mathbf{P} \cdot \mathbf{X}} \times \sqrt{2} \cos \mathbf{q} \cdot \mathbf{r}$$

$$C(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} S(\mathbf{r}) 2 \cos^2 \mathbf{q} \cdot \mathbf{r} = \int d\mathbf{r} S(\mathbf{r}) (1 + \cos 2\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) = 1 + \frac{\exp(-4R^2 \mathbf{q}^2)}{\underline{\hspace{2cm}}}$$

HBT 効果

相対論的共変性が気になる方は ...

2 粒子運動量相関関数：s 波の寄与

■ 波動関数へのハドロン間力の影響

- s 波 ($L=0$) のみに働くと仮定。重心波動関数は変わらない。
(多くの論文でこの近似が使われている (*))
- 異種粒子、ガウス型放出源の場合を考える。

$$\begin{aligned}\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r}) &= e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} - j_0(qr) + \chi_q(r) \\ \rightarrow C(\mathbf{q}) &= \int d\mathbf{r} S(r) |\varphi_{\mathbf{q}}(\mathbf{r})|^2 \\ &= 1 + \int d\mathbf{r} S(r) \{ |\chi_q(r)|^2 - |j_0(qr)|^2 \} \\ &= 1 + \frac{1}{2\sqrt{\pi}R^3 q^2} \int_0^\infty dr e^{-r^2/4R^2} \{ |u(r)|^2 - \sin^2 qr \} \quad [u(r) = qr\chi_q(r)]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\langle e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} j_0(qr) \rangle_\Omega &= j_0^2(qr) \\ \langle [e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}} - j_0(qr)] \chi_q(r) \rangle_\Omega &= 0 \\ \hline \mathbf{L} > \mathbf{0}\end{aligned}$$

相関関数は(粒子源関数領域の)波動関数の盛り上がりを見る。
s 波 → 1次元の *Schrodinger* 方程式を解いて積分すれば良い。

* 相関関数が相互作用によって 1 から有意にずれるのは $q < 200 \text{ MeV}/c \rightarrow$ s 波が主要

3次元井戸型ポテンシャル (1)

■ 3次元井戸型ポテンシャル

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & (r < b) \\ 0 & (r \geq b) \end{cases}$$

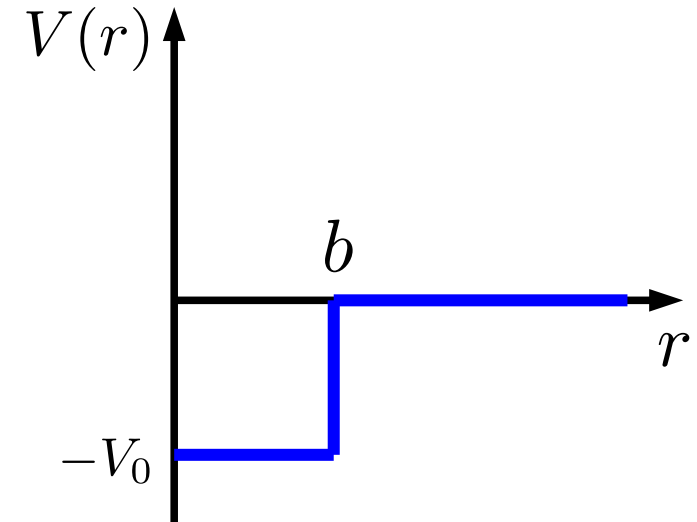
■ 波動関数 (s 波)

$$\chi_q(r) = u(r)/qr, \quad \kappa = \sqrt{q^2 + 2mV_0/\hbar^2}$$

$$u(r) = \begin{cases} A \sin \kappa r & (r < b) \\ \sin(qr + \delta) & (r \geq b) \end{cases}$$

$$\delta = \arctan \left(\frac{qb \tan \kappa b}{\kappa b} \right) - qb, \quad A = \frac{\sin(qb + \delta)}{\sin \kappa b}$$

$$\kappa b \cot \kappa b = qb \cot(qb + \delta) \quad \text{対数微分連続}$$



井戸型ポテンシャルでの散乱長と有効レンジ

■ 散乱振幅と位相差

$$f(q) = \frac{e^{i\delta} \sin \delta}{q} = \frac{1}{q \cot \delta - iq}, \quad q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} q^2 + \mathcal{O}(q^4)$$

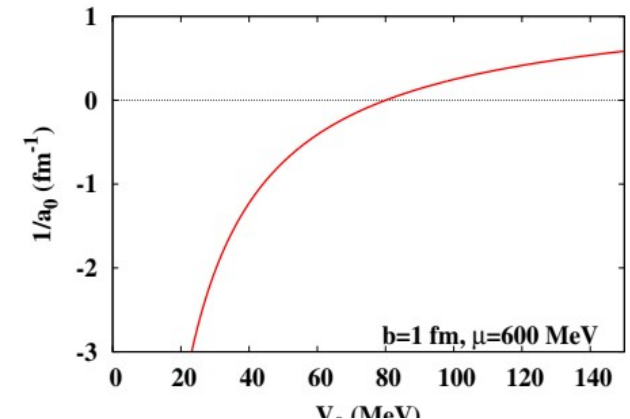
- a_0 = 散乱長 (原子核・原子での convention) $\delta(q) = -a_0 q + \mathcal{O}(q^3)$
- r_{eff} = 有効レンジ
- $q \cot \delta$ をテイラー展開すれば a_0, r_{eff} が求まる。

■ 井戸型ポテンシャル

$$x \cot \delta = \frac{y + x \tan x \tan y}{\tan y - (y \tan x)/x} \simeq \frac{1}{D} + \frac{x^2}{2} \frac{3C^2 D^2 + 3D - C^2}{3C^2 D^2} + \mathcal{O}(x^4)$$

$$x = qb, \quad y = \sqrt{x^2 + C^2}, \quad C = \sqrt{2mV_0 b^2 / \hbar^2}, \quad D = \frac{\tan C}{C} - 1$$

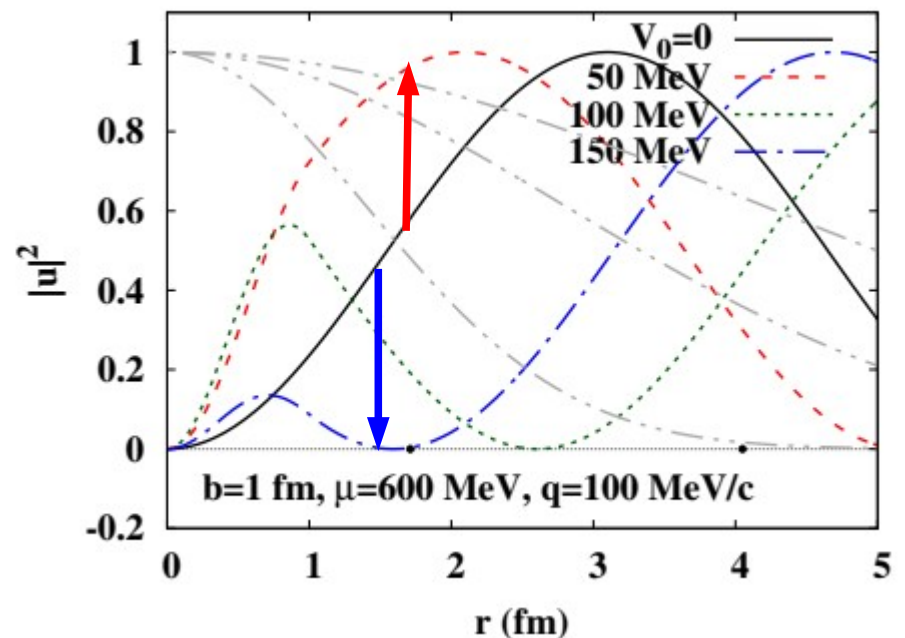
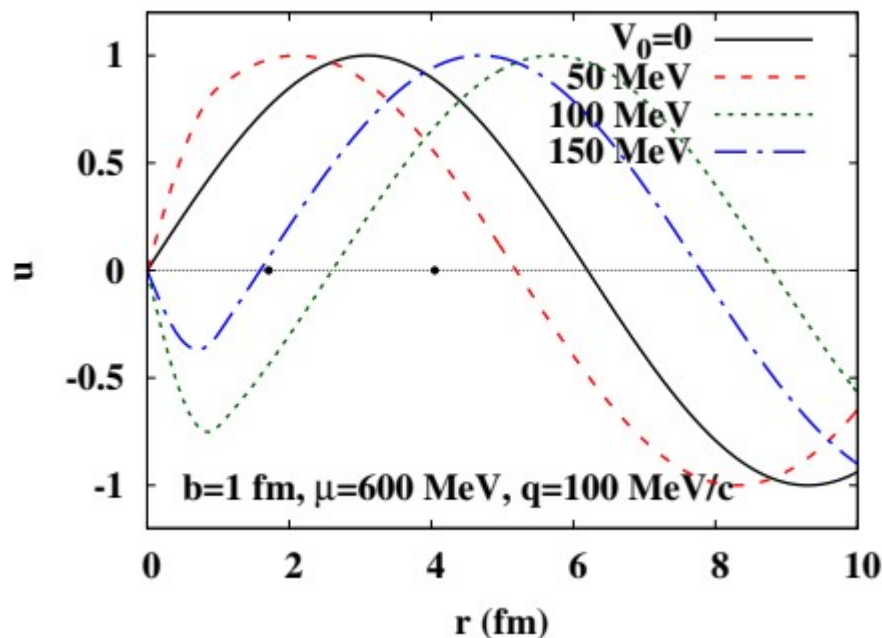
$$a_0 = -bD, \quad r_{\text{eff}} = b \times \frac{3C^2 D^2 + 3D - C^2}{3C^2 D^2}$$



3次元井戸型ポテンシャル (2)

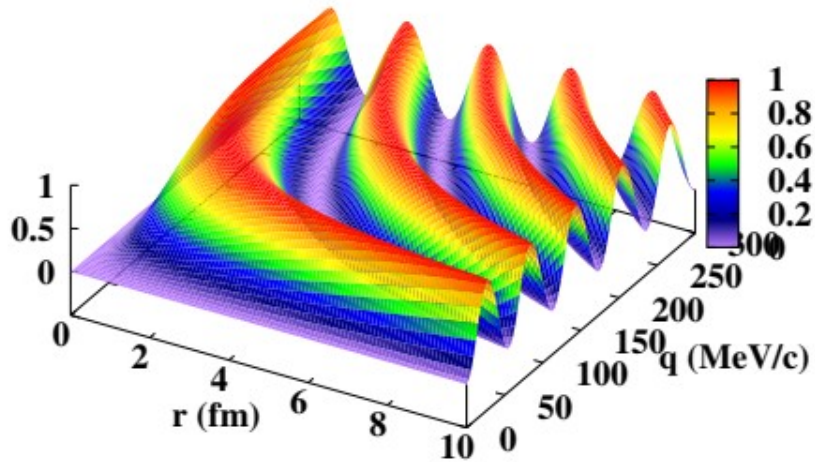
- 引力であるが束縛状態がない場合には |波動関数|² は内側で増大
→ 相関関数は 1 よりも大きい
- 引力が強く、束縛状態が有る場合 には |波動関数|² は内側で減少
→ 相関関数は 1 よりも小さい ($V_0 > 80$ MeV)
 - 束縛状態がある場合 ($a_0 > 0$)、波動関数は a_0 近辺で節を持つ

$$u(r, r > b) = \sin(qr + \delta) \simeq \sin(q(r - a_0))$$

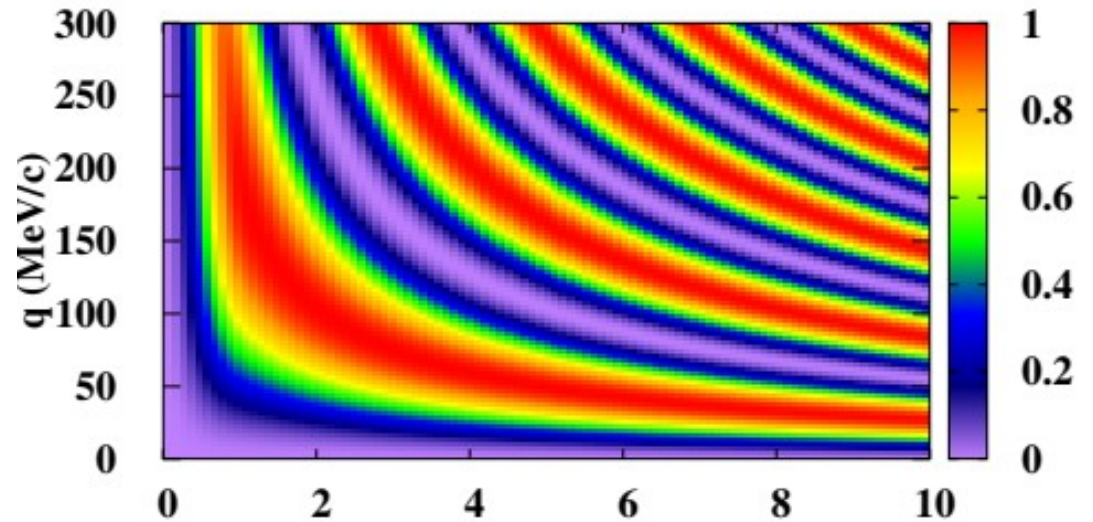


3次元井戸型ポテンシャル (3)

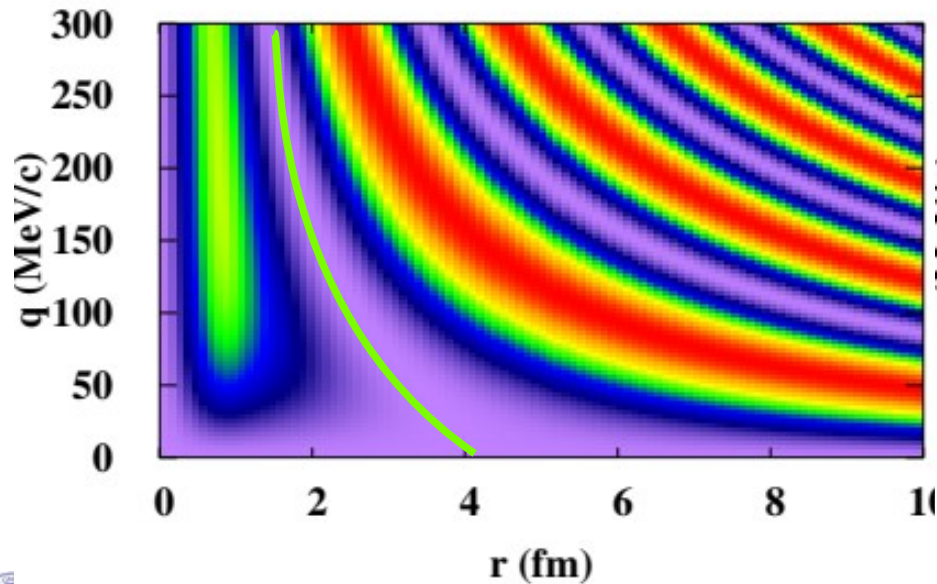
$|u|^2$ at $V_0=50$ MeV ($b=1$ fm, $a_0=-1.36$ fm)



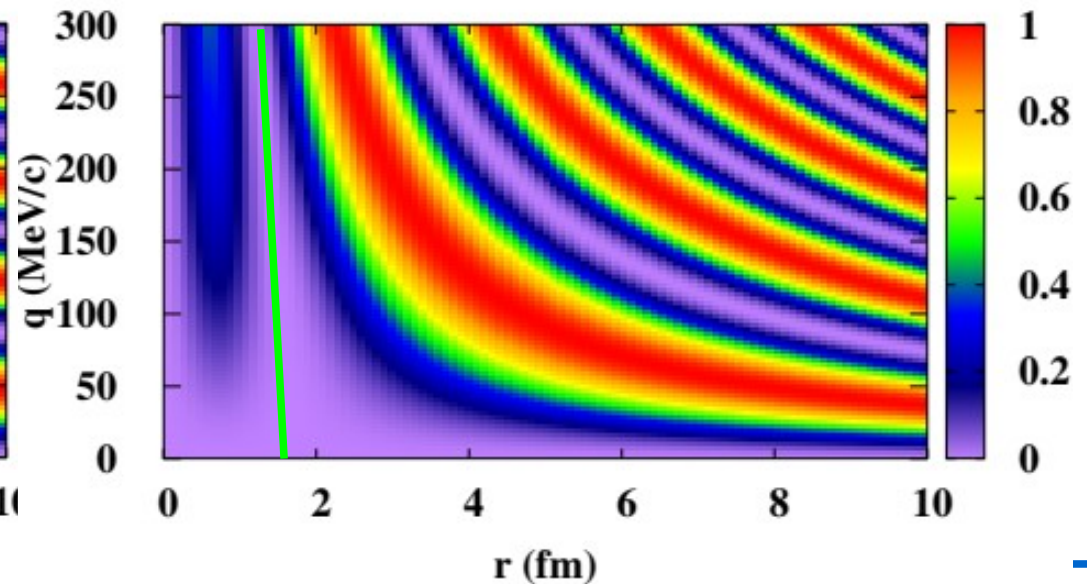
$|u|^2$ at $V_0=50$ MeV ($b=1$ fm, $a_0=-1.36$ fm)



$|u|^2$ at $V_0=100$ MeV ($b=1$ fm, $a_0=4.05$ fm)



$|u|^2$ at $V_0=150$ MeV ($b=1$ fm, $a_0=1.71$ fm)

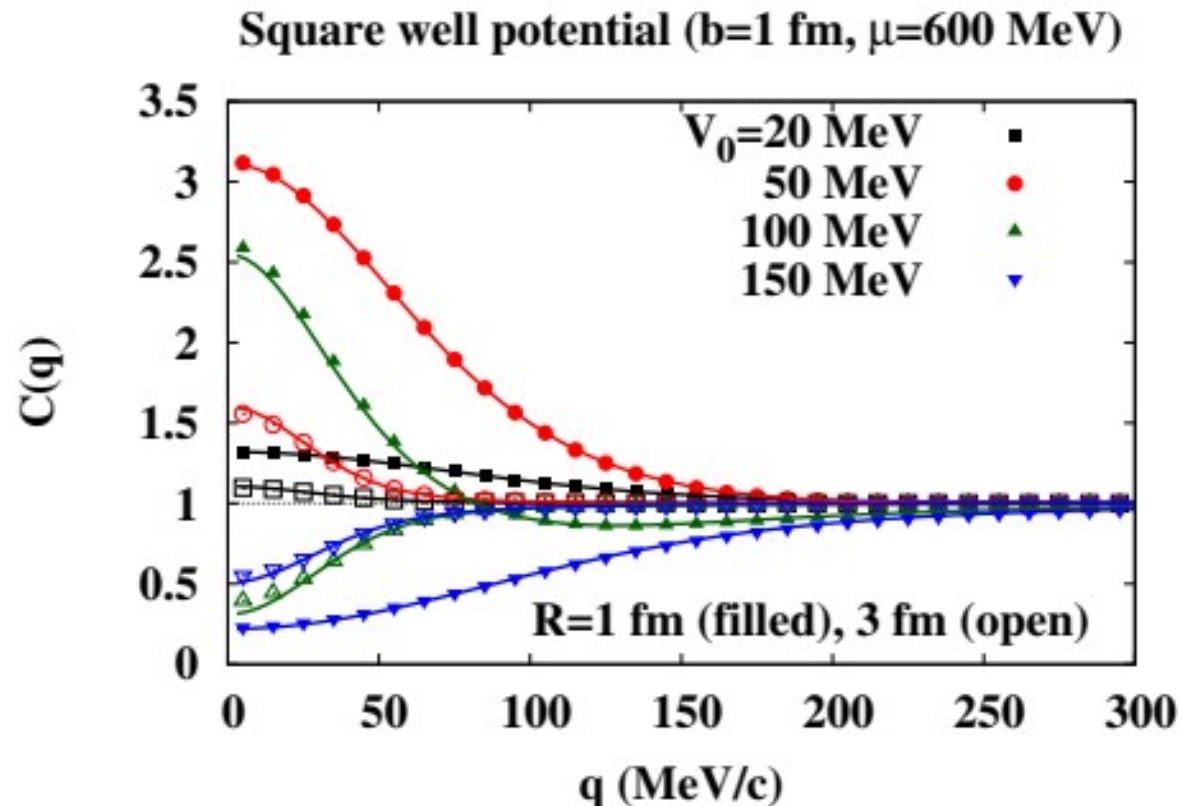


3次元井戸型ポテンシャル (4)

■ 井戸型ポテンシャルでの相関関数

- 1次元積分！（解析的にできる？できるなら教えてください。）
- ポテンシャルを深くしていくと $C(q)$ は大きくなる ($V_0=20 \rightarrow 50$ MeV) が束縛状態が現れる ($V_0>80$ MeV) と却って小さくなる
- 現実的？役に立つ？ → Yes！
実験の解析にも使われる LL 公式（実線、次節）の結果とほぼ一致

LL 公式は役に立っている
→ 井戸型ポテンシャルは
データ分析にも
役に立つ！



Lednický-Lyuboshits (LL) analytic model

■ Lednický-Lyuboshits 公式

- ガウス型源関数を仮定、漸近的波動関数を全領域で使用、有効レンジ補正。

Lednický, Lyuboshits ('82)

- 相関関数が散乱振幅 ($f(q)$), ソースサイズ (R), 相対運動量 (q) で表せる

$$\psi_0(r) \rightarrow \psi_{\text{asy}}(r) = \frac{e^{-i\delta}}{qr} \sin(qr + \delta) = \mathcal{S}^{-1} \left[\frac{\sin qr}{qr} + f(q) \frac{e^{iqr}}{r} \right]$$

$$\begin{aligned} C_{\text{LL}}(q) &= 1 + \int dr S_{12}(r) (|\psi_{\text{asy}}(r)|^2 - |j_0(qr)|^2) \\ &= 1 + \frac{|f(q)|^2}{2R^2} F_3\left(\frac{r_{\text{eff}}}{R}\right) + \frac{2\text{Re}f(q)}{\sqrt{\pi}R} F_1(2x) - \frac{\text{Im}f(q)}{R} F_2(2x) \end{aligned}$$

($x = qR$, $R =$ Gaussian size, F_1, F_2, F_3 : Known functions)

- 散乱振幅は低エネルギーでは散乱長 (a_0) と有効レンジ (r_{eff}) のみで書ける
→ 2つが分かれば相関関数が得られる

$$f(q) = \frac{e^{i\delta} \sin \delta}{q} = \frac{1}{q \cot \delta - iq}, \quad q \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2} r_{\text{eff}} q^2 + \mathcal{O}(q^4)$$

LL 公式に現れる関数

- $F_1(x)$, $F_2(x)$ は漸近形を代入して積分すると現れる。

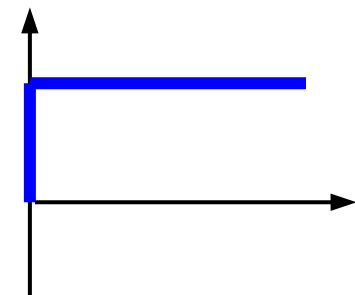
$$F_1(x) = \frac{1}{x} \int_0^x dt e^{t^2 - x^2}, \quad F_2(x) = \frac{1 - e^{-x^2}}{x} \quad F_3(r_{\text{eff}}/R) = 1 - r_{\text{eff}}/2 \sqrt{\pi R}.$$

- $F_1(x)$ は積分経路を複素平面ですらした効果を表す。

$$\int_0^\infty dt e^{-t^2 + 2ixt} = \frac{\sqrt{\pi} e^{-x^2}}{2} + ix F_1(x)$$

- 近似式
$$F_1(x) = \frac{1 + c_1 x^2 + c_2 x^4 + c_3 x^6}{1 + (c_1 + 2/3)x^2 + c_4 x^4 + c_5 x^6 + c_3 x^8}$$

$(c_1, \dots, c_5) = (0.123, 0.0376, 0.0107, 0.304, 0.0617)$ *AO, Morita, Miyahara, Hyodo, NPA 954 ('16), 294.*



- $F_3(x)$ は漸近形からずれることの有効レンジによる補正

$$F_3(x) = 1 - \frac{x}{2\sqrt{\pi}}$$

- LL 公式の導出はよい「頭の体操」になります。

この章のまとめ

- 「単一チャネル・球対称な源関数・s波のみ変化」の場合には、1次元のシュレディンガー方程式を解いて積分すれば相関関数が求まる。
 - 源サイズに比べてポテンシャルのレンジが短い場合には、積分は漸近波動関数を用いたものでよく近似でき、LL公式が有効。
 - こうした場合には散乱長・有効レンジを再現する簡単なポテンシャルで十分（井戸型ポテンシャルを馬鹿にするなかれ）
 - こうした取り扱い（LL公式、簡単なポテンシャル）は実際の研究論文（原著論文）でも用いられている。
 - ただしクーロン力が働く場合には面倒。ガモフ因子補正は π 粒子の場合には比較的よいが、重いハドロンでは実際に波動関数を求めた場合との差が大きい。

ちょっと試してみたい方へのオススメ

- 散乱長・有効レンジが分かっている場合 → LL 公式
 - 源サイズが相互作用レンジと近い場合でも割と良い。
 - ただし有効レンジが大きい場合には $C(q) < 0$ となる場合あり。
- ポテンシャルの深さを見積もってみたい場合
→ 井戸型 or ガウス型ポテンシャル
 - 散乱長はある程度分かっているが、有効レンジは決まっていない場合あり。
 - ポテンシャルのレンジを適当に与えて (e.g. $b=1$ fm, あるいは ρ 中間子交換のレンジなど)、散乱長を再現するよう強さを調節
- クーロンカが働く場合
 - ガモフ因子補正
 - クーロン入りの LL 公式 (特殊関数を利用)
 - ポテンシャルにクーロンカを加えてシュレディンガー方程式を解く (漸近形に注意)
- クーロンカ + 結合チャネル → 真面目に解いて積分 (漸近形に注意)

ハドロン対相関関数からハドロン間相互作用へ - 最近の研究例の紹介 -

$p\Xi^-$ 相関関数 (1)

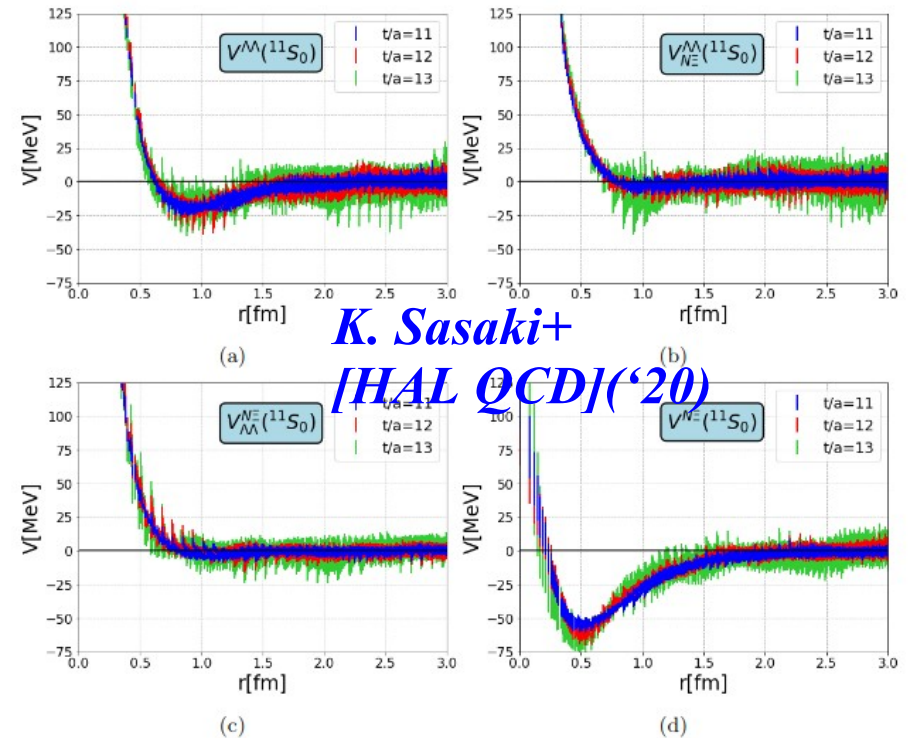
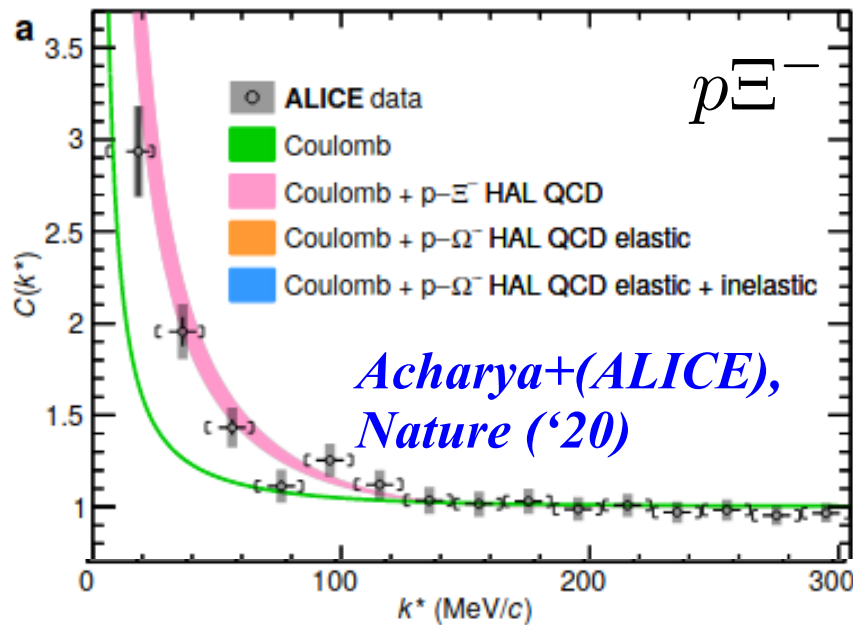
■ $p\Xi^-$ 相関関数データと格子 QCD バリオン間力

- 相関関数データ : pp 衝突 (high-multiplicity events)

S. Acharya+ [ALICE] (Nature, '20)

- 格子 QCD $S=-2$ バリオン間力 (at almost physical quark masses)

K. Sasaki+ [HAL QCD]('20)

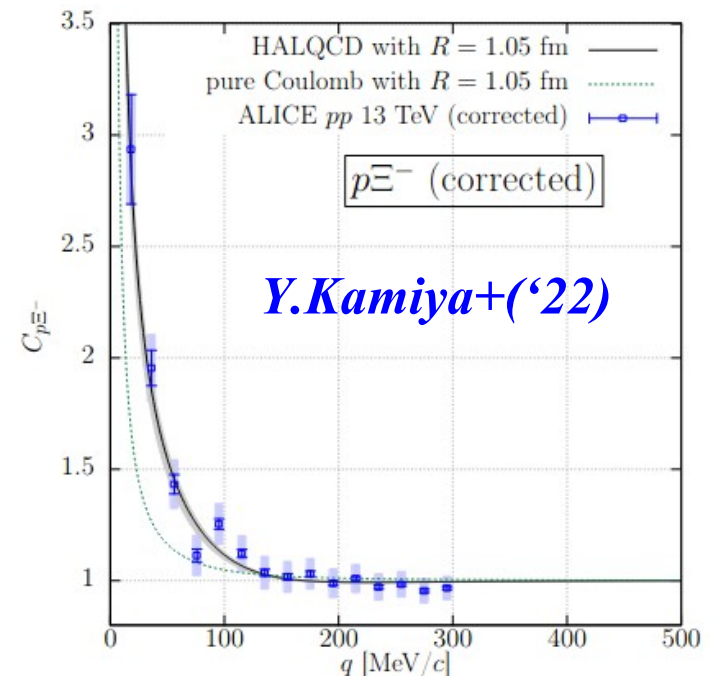
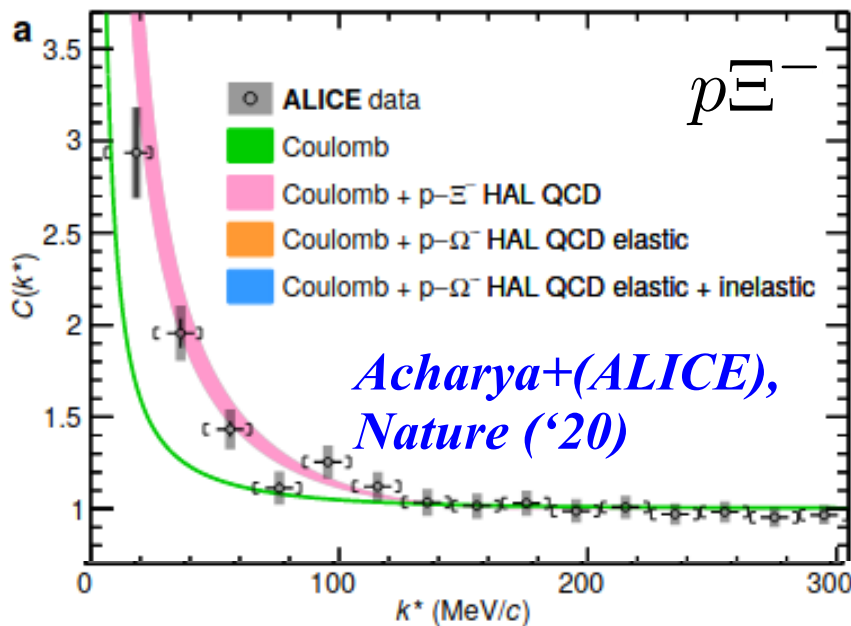


☺ - 相関関数 (2)

■ 格子 QCD 核力を用いた $p\Xi^-$ Femtoscopy

Y. Kamiya, K. Sasaki, T. Fukui, T. Hyodo, K. Morita, K. Ogata, A. Ohnishi, T. Hatsuda, Phys. Rev. C 105 (2022), 014915 [2108.09644]

- HAL QCD ポテンシャルを用い、クーロン力・結合チャネル効果・しきい値のスレ ($p\Xi^-$, $n\Xi^0$) を全て取り入れた研究 (ALICE 論文の図は神谷さんの波動関数を利用)
- 源サイズを変化させて χ^2 を最小化すると、実験グループの評価と同じ
- 格子 QCD 核力を相関関数データで検証



Femtoscscopy により散乱長を制限 (1)

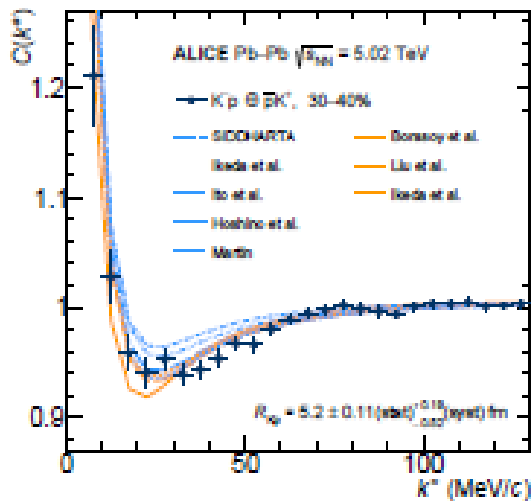
- 源サイズが相互作用レンジより大きい場合には、LL 公式により散乱長が制限できる！
- 例 1: 重イオン衝突からの K^-p 相関関数

Acharya+[ALICE]('21)

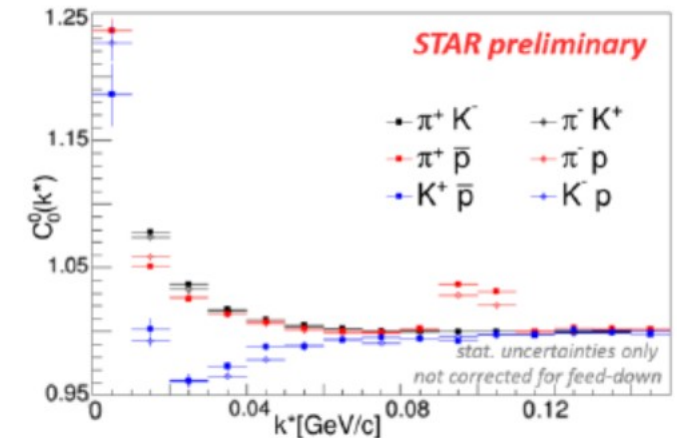
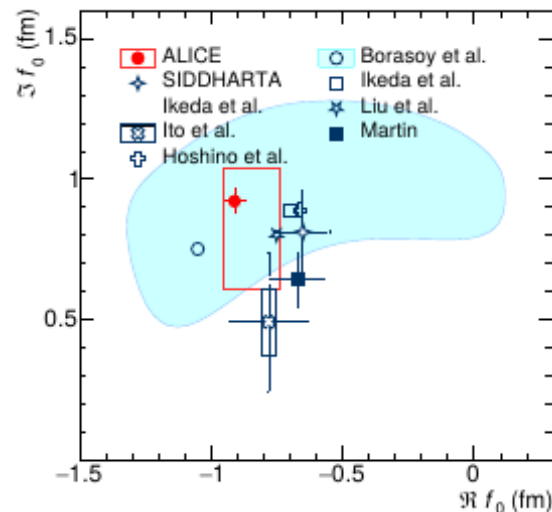
- クーロン入り LL 公式から散乱長を決定
- 結果は K^- 原子分光による散乱長と consistent

M. Bazzi+[SIDDHARTA] ('12)

- 他のデータも同様の相関関数を示す *Siejka+[STAR, preliminary]('19)*



Acharya+[ALICE] ('21)



Siejka+[STAR, preliminary], NPA982 ('19)359.

Femtoscscopy により散乱長を制限 (2)

■ 例 2: $\Lambda\Lambda$ 相関関数

- 量子統計性 + 相互作用効果を取り入れた KP 公式

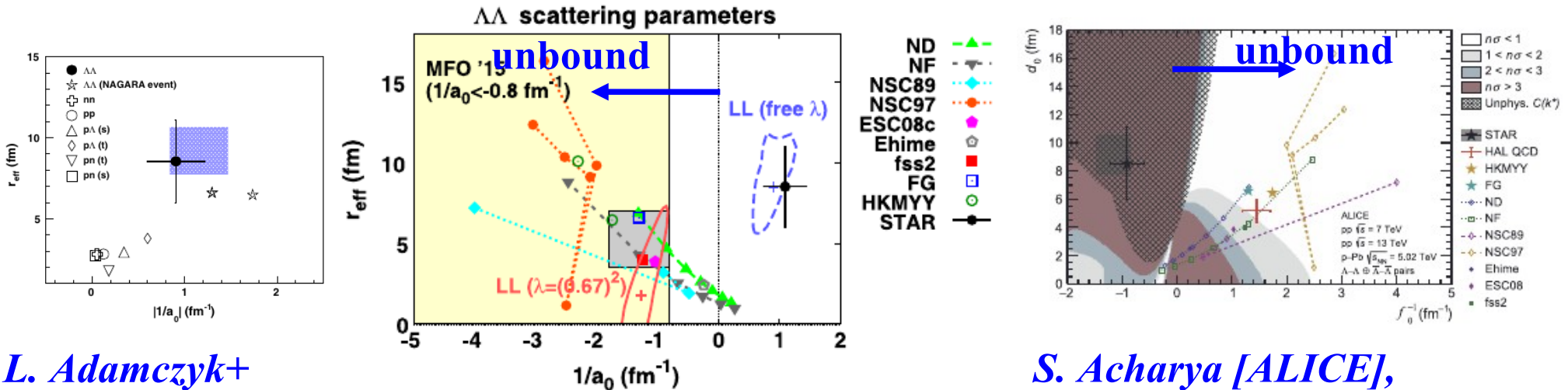
$$C(q) = 1 - \frac{1}{2} \exp(-4R^2 q^2) + \frac{1}{2} \Delta C(q)$$

$$\Delta C(q) = \int d\mathbf{r} S(\mathbf{r}) [|\varphi_q(\mathbf{r})|^2 - |j_0(qr)|^2]$$

s 波の重率 (1/4) と
対称化からのファクター 2

- ΔC に LL 公式を利用して (a_0, r_{eff}) を制限

- パラメータ (pair purity など) を物理的に与えることの重要性を認識



L. Adamczyk+
[STAR], PRL114
(‘15)022301

K. Morita, T. Furumoto, AO, PRC91 (‘15)
024916; AO, Morita, Miyahara, Hyodo,
NPA954(‘16)294 ($\delta \sim -a_0 q$)

S. Acharya [ALICE],
PLB797 (‘19) 134822 ($\delta \sim a_0 q$).

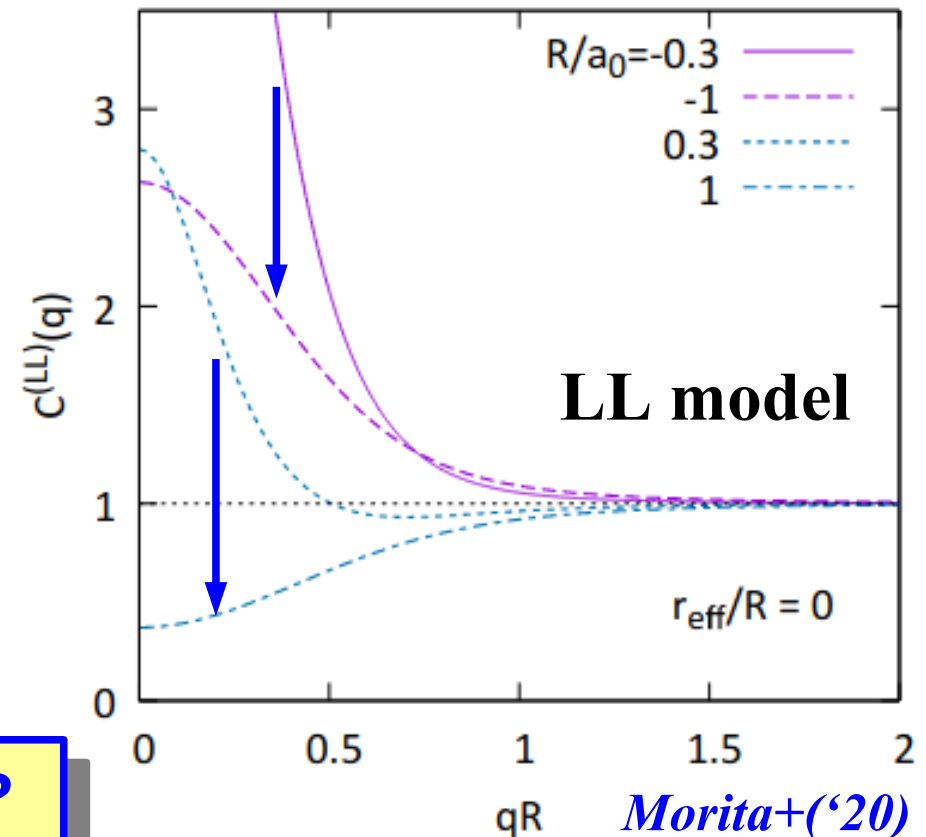
束縛状態の有無を推定 (1)

■ 引力が働く場合の LL 公式の帰結

- 小さな源 ($R < |a_0|$) では $C(q)$ は低運動量で増大
- 束縛状態が存在しない場合、源サイズによらず $C(q)$ は増大
- 束縛状態が存在する場合、大きな源 ($R > |a_0|$) では $C(q)$ は低運動量で抑制

■ 束縛状態存在の間接的証拠

- 小さな源で $C(q)$ が増大
- 大きな源で $C(q)$ に dip が現れる



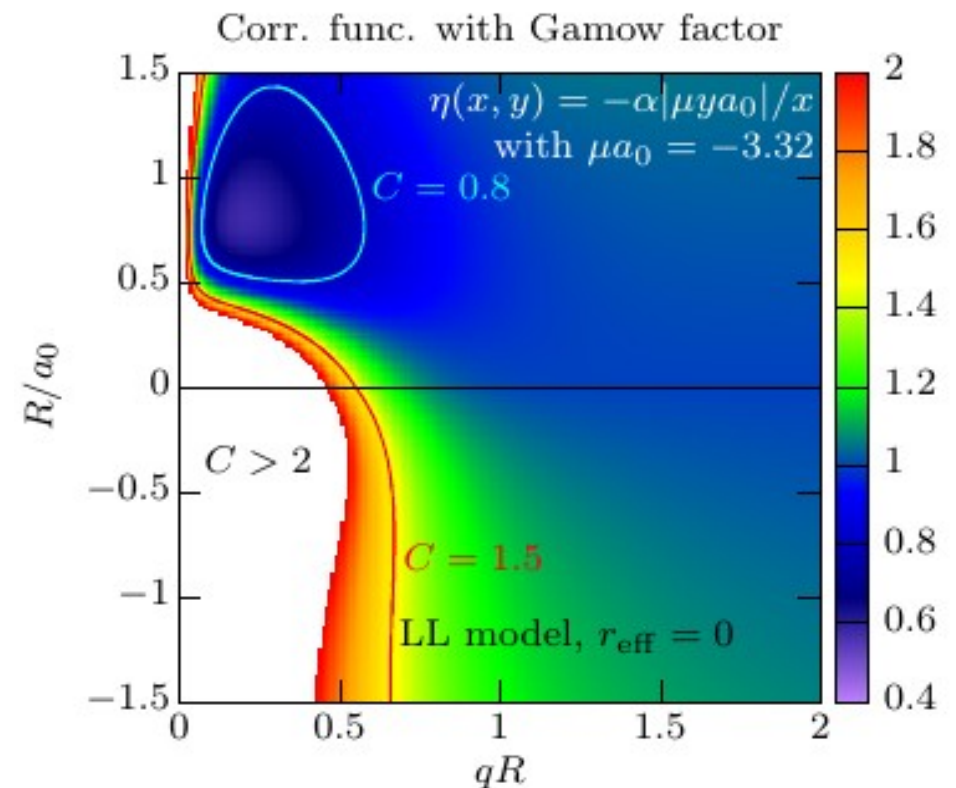
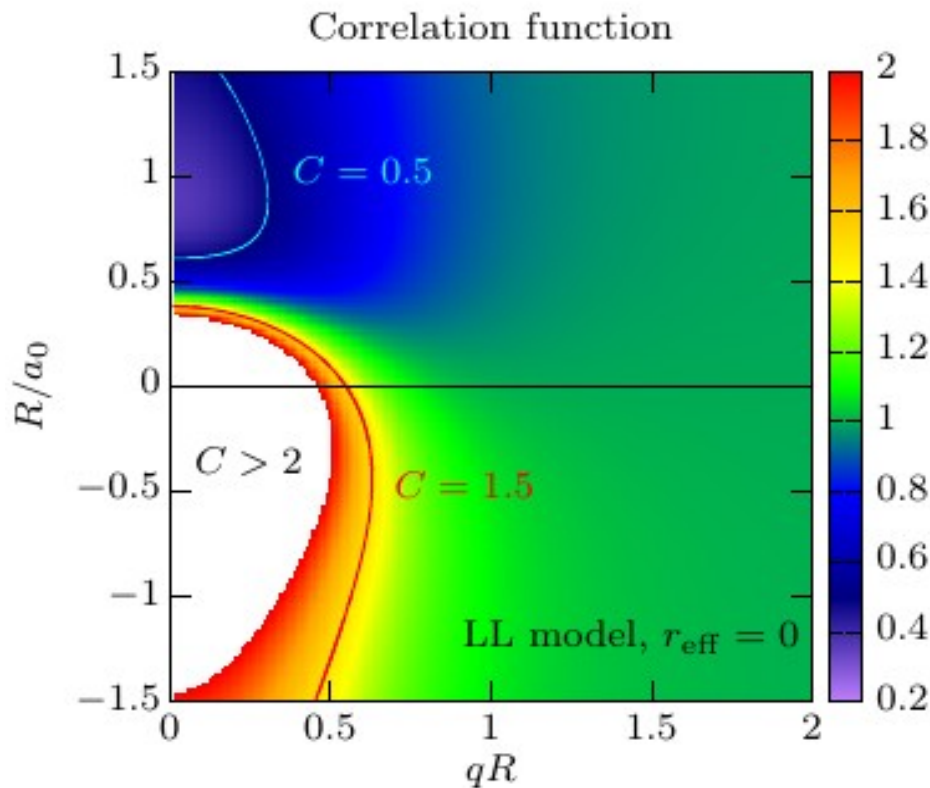
相関関数が示唆する束縛状態はあるか？

Femtoscopic Diagnosis of Bound State

- With Coulomb attraction, a bound state causes a dip.
 - E.g. LL formula and the Gamow factor

$$C(q) \rightarrow C_{\text{strong}}(q) \times A_{\text{Gamow}}(\eta)$$

$$A_{\text{Gamow}}(\eta) = 2\pi\eta / (\exp(2\pi\eta) - 1) \quad (\eta = Z_1 Z_2 \alpha / v = Z_1 Z_2 \alpha \mu |y a_0| / x)$$

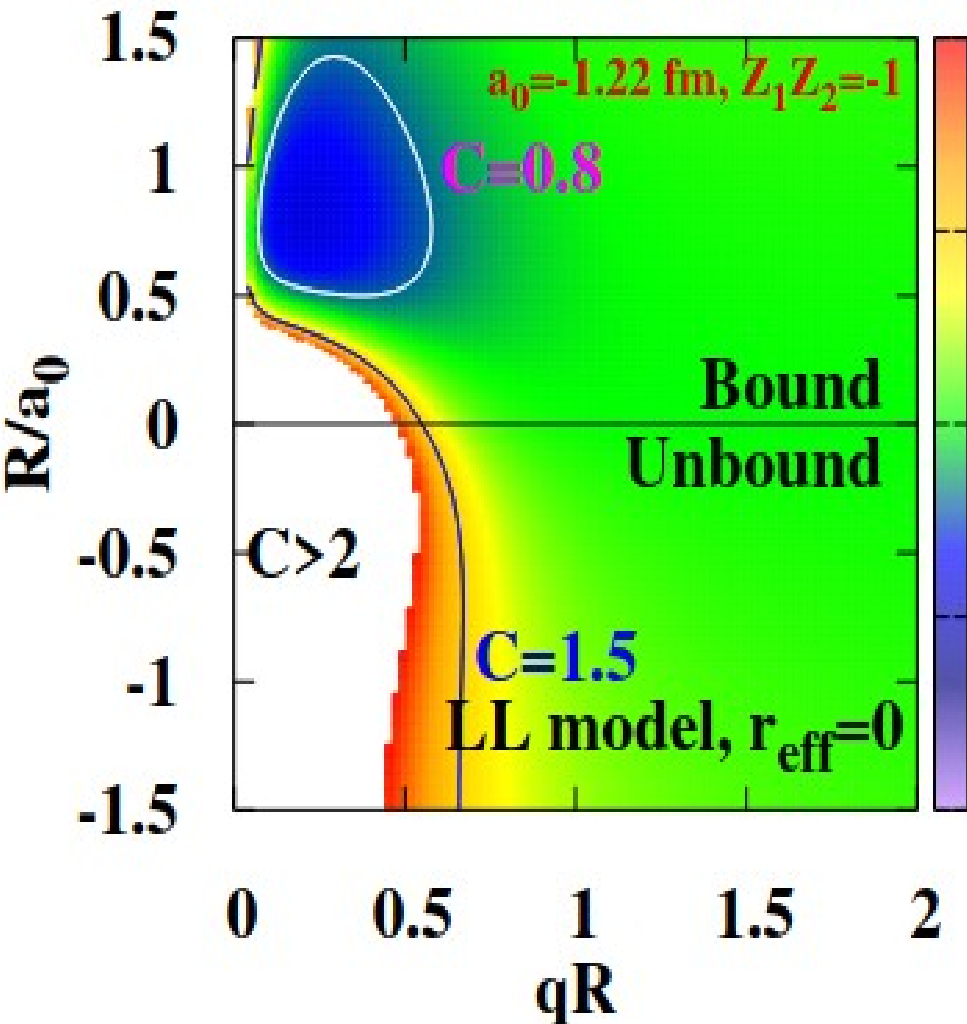


Kamiya+('22)

R Dependence of Correlation Function

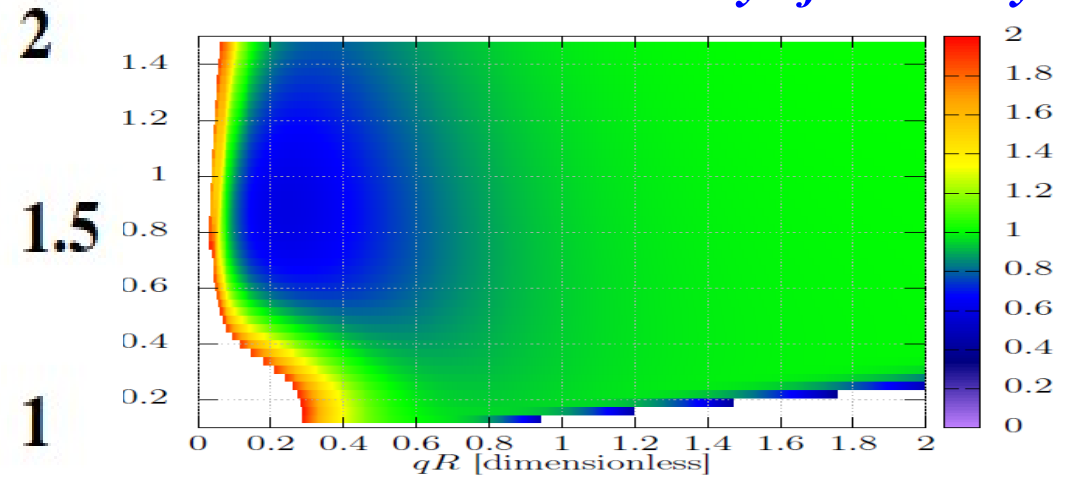
LL model with Coulomb
($r_{\text{eff}}=0$)

Corr. func. with Gamow factor



Realistic $N\Omega$ potential
($J=2$, HAL QCD, $a_0=3.4 \text{ fm}$)
+ Coulomb, Coupled-channel

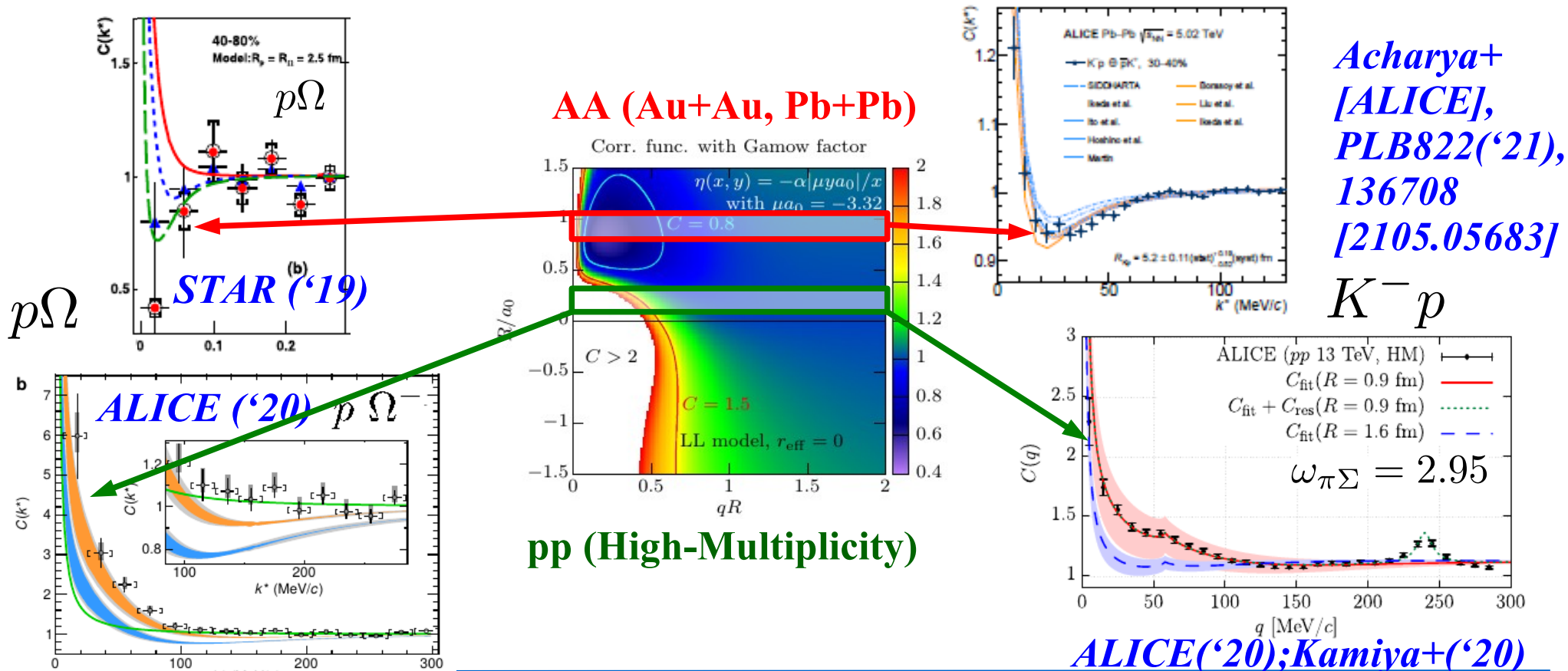
Courtesy of Y. Kamiya



*Qualitative feature remains
with realistic interactions
(and coupled-channel effects)*

束縛状態の有無を推定 (2)

- With a bound state, $C(q)$ is expected to show a dip for $R \sim |a_0|$.
- $KN, \Omega N \rightarrow$ Bound states are expected, and dip is observed in AA
Goldman+('87); Oka ('88); Etminan+[HAL QCD] ('14); Iritani+[HAL QCD]('19); Dalitz, Tuan ('59); Akaishi, Yamazamki ('02); Jido+('03); Hyodo, Jido ('12); Morita+('16, '20); Kamiya+('20); Haidenbauer('18).
- $a_0(\Omega N)=3.4$ fm (Iritani+('19, HAL QCD)), $a_0(K^- p)=0.65-0.80i$ fm (SIDDHARTA)

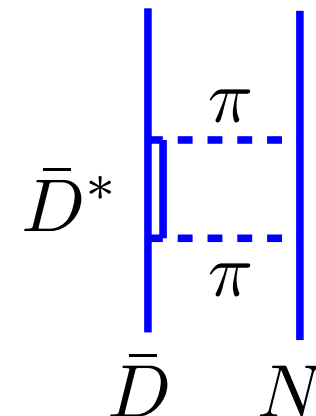


束縛状態の有無を推定 (3)

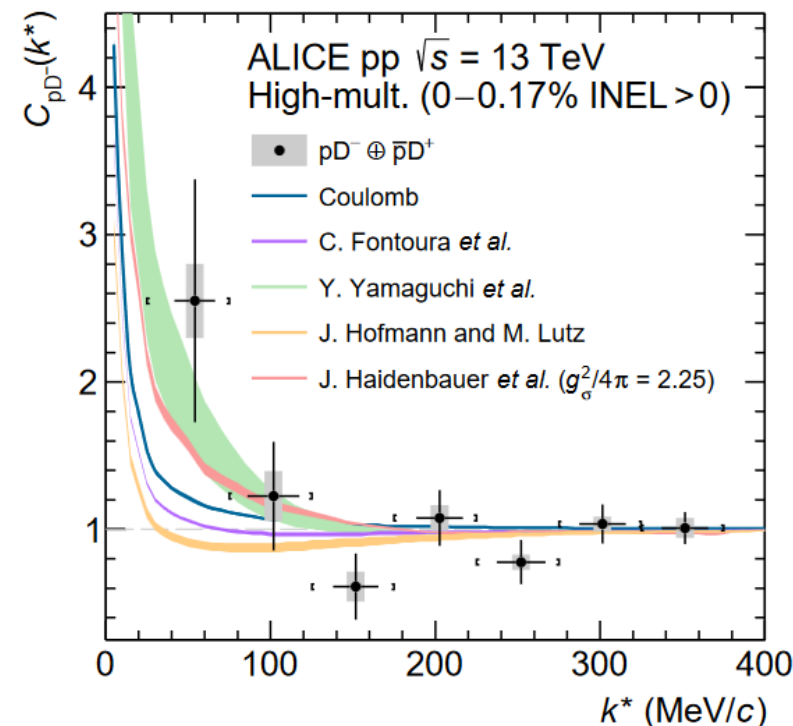
■ “First study of the two-body scattering involving charm hadrons”

Acharya+[ALICE] (2201.05352, PRD106 ('22), 052010)

- pp 衝突 (HM) からの pD^- 相関関数が測定された
- クーロン力のみの場合よりも低運動量で増大 (引力)
- 束縛状態をもつポテンシャルからの予言に近い



Model	$f_0 (I=0)$	$f_0 (I=1)$	n_σ
Coulomb			(1.1–1.5)
Haidenbauer et al. [21]			
– $g_\sigma^2/4\pi = 1$	0.14	–0.28	(1.2–1.5)
– $g_\sigma^2/4\pi = 2.25$	0.67	0.04	(0.8–1.3)
Hofmann and Lutz [22]	–0.16	–0.26	(1.3–1.6)
Yamaguchi et al. [24]	–4.38	–0.07	(0.6–1.1)
Fontoura et al. [23]	0.16	–0.25	(1.1–1.5)



束縛するなら、強い相互作用に対して
安定なペンタクォークが存在

相関関数を用いた EOS 研究

■ INT workshop (INT-22-84W) での議論

- 強い相互作用効果を取り入れた HBT 効果により、高密度物質 EOS が判別できるのではないか？
- 動的模型 (UrQMD, SMASH)+ CRAB (Correlation After Burner) + ハドロン間相互作用
- EOS により相関関数の値 (or HBT radius) が 10% 程度変わる
→ 高密度 EOS の制限

■ Nu Xu によると Au+Au ($\sqrt{s_{NN}}=3$ GeV) での相関関数は上の枠組みでは合うが、ガウス源ではだめらしい。

- 動的模型による源関数をそろそろキチンと議論する段階かも。

INT WORKSHOP INT-22-84W
Dense Nuclear Matter Equation of State from Heavy-Ion Collisions
December 5, 2022 - December 9, 2022

ORGANIZERS
Agnieszka Sorensen
Institute for Nuclear Theory
amsorens@uw.edu
Dmytro Oliinychenko
Institute for Nuclear Theory
olilny@uw.edu
Scott Pratt
Michigan State University
pratt@frib.msu.edu

DIVERSITY COORDINATOR
Scott Pratt
Michigan State University

[VIEW SCHEDULE](#)
[PARTICIPANT LIST](#)

The application deadline for this event has passed

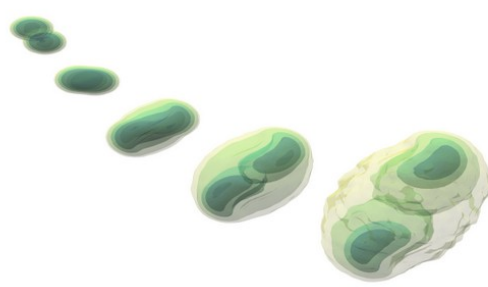


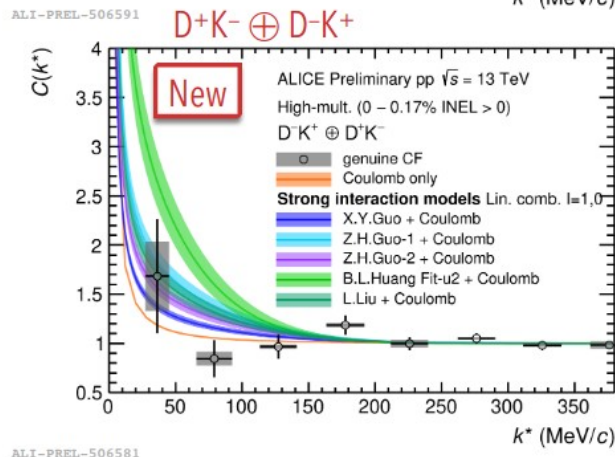
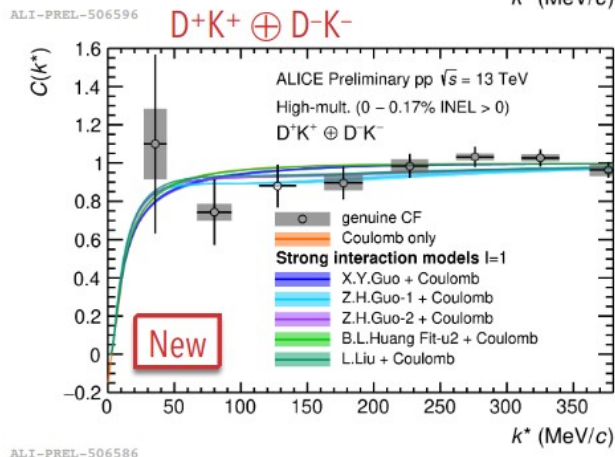
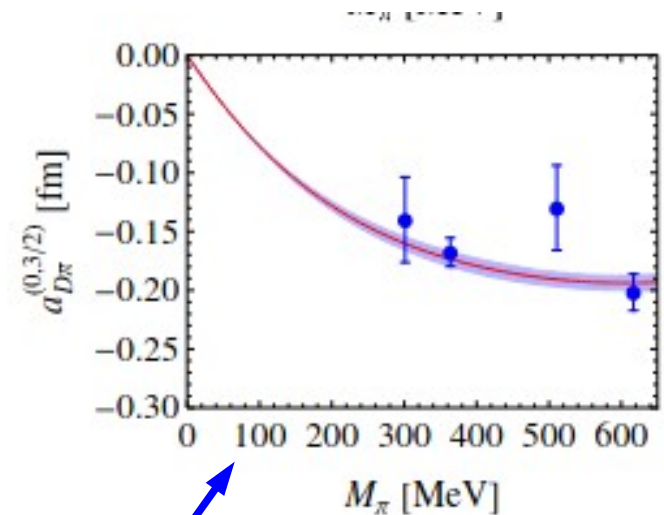
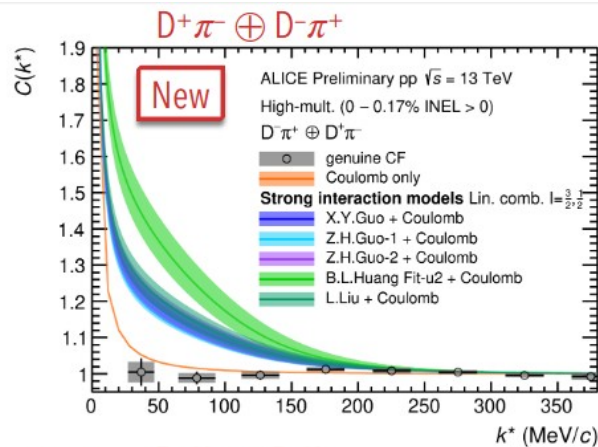
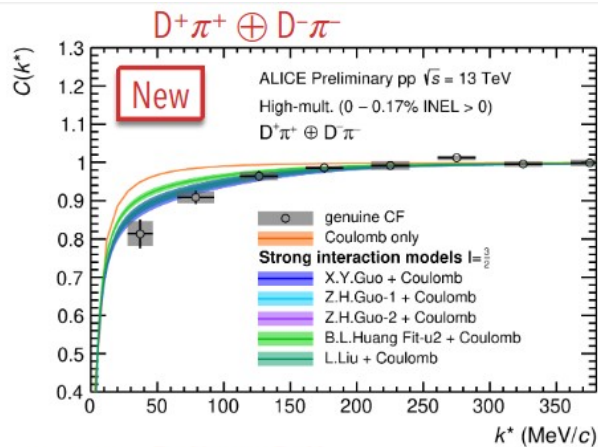
Image courtesy of Dmytro Oliinychenko. Snapshots of a SMASH simulation of a Au-Au collision at lab kinetic energy $E_{kin} = 4 A$ GeV and impact parameter $b = 6$ fm.

フェムトスコーピーから ハドロン物理への宿題

時間はあるかな

Homework to Hadron Physics (1)

- Present chiral models do not explain $D\pi$ and $D\bar{K}$ correlation.
 - Overestimate $C(D^+\pi^-) \rightarrow$ **Mystery ? Extrapolation to phys. mass ?**
 Leading order = Weinberg-Tomozawa (vector exch., repulsive)
 Further repulsive interaction ?
 - Overestimate $C(D^+K^-) \rightarrow$ **Further repulsion or bound state ?**



L. Liu et al, Phys. Rev. D87 (2013) 014508
 X.-Y. Guo et al, Phys. Rev. D 98 (2018) 014510
 B.-L. Huang et al, Phys. Rev. D 105 (2022) 036016
 Z.-H. Guo et al Eur. Phys. J. C 79 (2019) 13

Fabrizio Grosa@QM2022

Homework to Hadron (Nuclear) Physics (2)

■ Three-body correlation function (ppp, pp Λ)

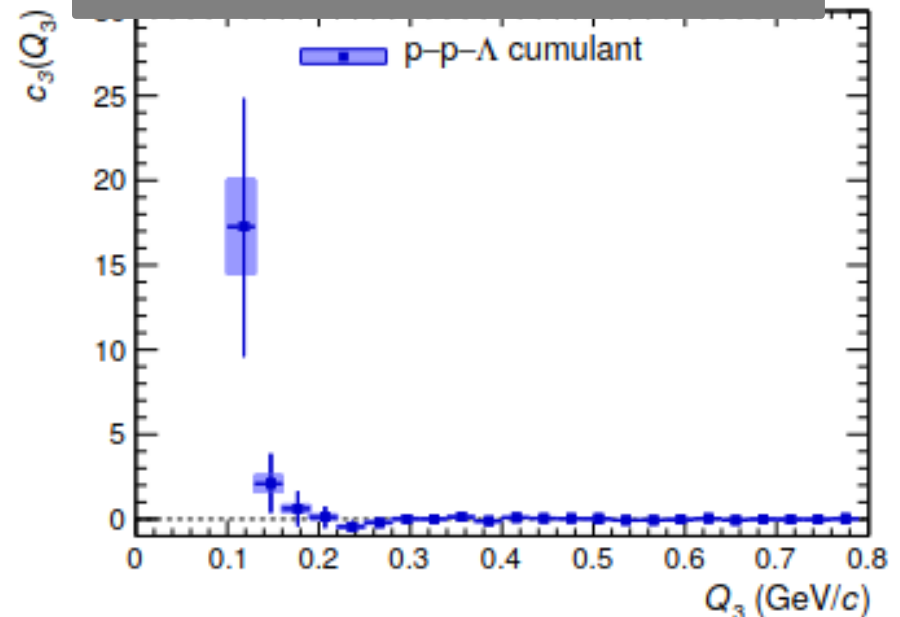
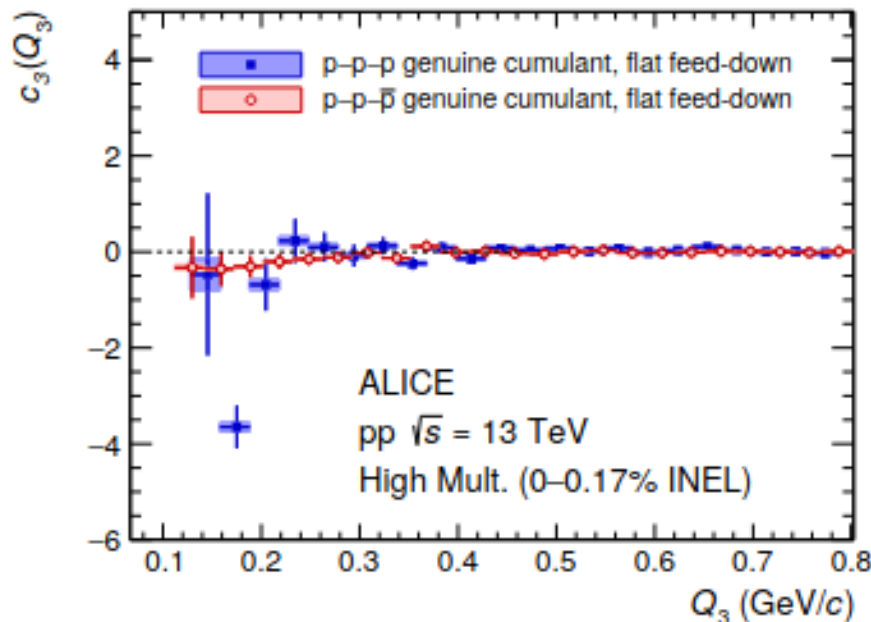
● Cumulant

$$c_3 = C_{123} - C_{12} - C_{23} - C_{31} + 2$$

● Can we extract three-baryon repulsion ? (important to solve the hyperon puzzle)

→ One needs to solve continuum three-body w.f.
with Coulmb potential.

Theoretical challenge



ALICE [2206.03344] (Raffaele Del Grande @QM2022)

Homework to Hadron (Nuclear) Physics (3)

■ Correlation function including vector mesons

● Femtoscopy *ALICE (PRL, 2105.05578)*

$$a_0(\phi p) = 0.85 + i0.16 \text{ fm}$$

● Contradiction with the photo production ? scattering length is $O(0.1 \text{ fm})$

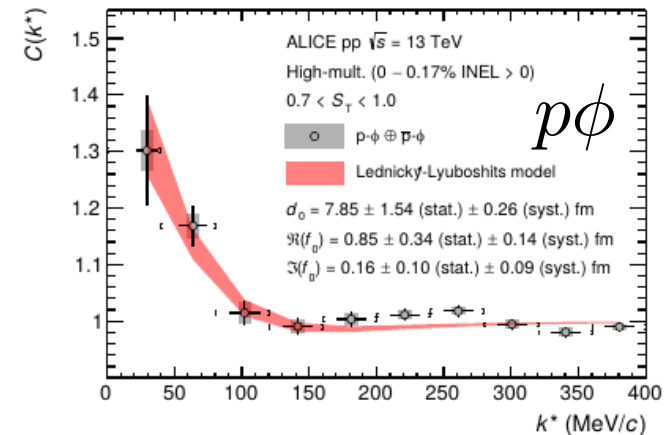
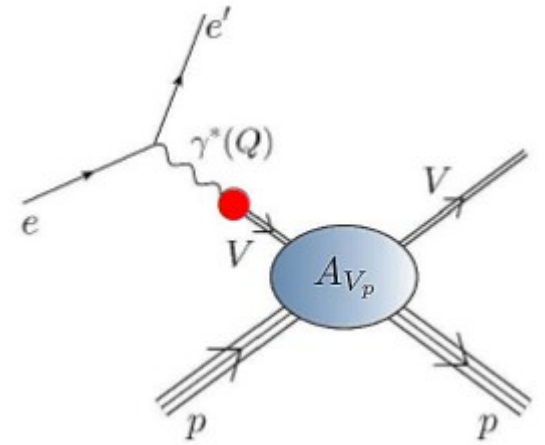
E.g. Strakovsky, Pentchev, Titov (2001.08851)

$$|a_0(\phi p)| = (0.063 \pm 0.010) \text{ fm}$$

● Smaller than lattice QCD result ($J=3/2$) ?

Lyu, Doi, Hatsuda, Ikeda (2205.10544)

$$a_0(\phi p, J = 3/2) = 1.43 \text{ fm}$$



ALICE, 2105.05578

$J=1/2$ mixing may not be enough. Then what's wrong ?

Summary

- フェムトスコーピーにより、実験データに基づいて議論できるハドロン間相互作用が増えている。
 - 理論により予言されたハドロン間相互作用の確認
 - 低エネルギー散乱パラメータ (a_0, r_{eff}) の制限
 - 束縛状態の有無についての間接的証拠
- 「単一チャンネル・クーロンなし・球対称源関数・s波のみ変化」では1次元シュレディンガー方程式を解き、1次元積分すればよい。
 - 実際の研究論文でも利用されている (井戸型でなくてガウス型が多い)
 - Lednicky-Lyuboshitz 公式はとても便利でわりと正確
- 今後進めるべき課題
 - チャームを含むハドロン間相互作用 (Run3!)、3体問題 (含ハドロン・重陽子相関)、より現実的な源関数 (JAM+CRAB?)、...
- 実際の問題ではクーロン力・結合チャンネル効果・フィードダウン効果など様々な要素を取り込む必要あり (→ 神谷さん・兵藤さん!)

Thank you for your attention !

Relativity などが気になる方は ...

- *S. Cho+ [ExHIC], PPNP 95 ('17), 279 [1702.00486]* and references therein をご参照ください。

戻る

- 相関関数

$$C(q, P) = \frac{E_1 E_2 dN_{12}/dp_1 dp_2}{(E_1 dN_1/dp_1)(E_2 dN_2/dp_2)} = \frac{\int d^4 x_1 d^4 x_2 S_1(x_1, p_1) S_2(x_2, p_2) |\varphi^{(-)}(\mathbf{r}, \mathbf{q})|^2}{\int d^4 x_1 S_1(x_1, p_1) \int d^4 x_2 S_2(x_2, p_2)}$$

- 重心・相対運動量

$$P \equiv p_1 + p_2, \quad q^\mu \equiv \frac{1}{2} \left[(p_1 - p_2)^\mu - \frac{(p_1 - p_2) \cdot P}{P^2} P^\mu \right] = \frac{E'_2 p_1^\mu - E'_1 p_2^\mu}{M_{\text{inv}}}$$

- 波動関数の変数分離

$$\exp(-ip_1 x_1 - ip_2 x_2) = \exp(-iP \cdot X - iq(x_1 - x_2)) = \exp(-iP \cdot X + iq \cdot \mathbf{r}),$$

$$X = \frac{E'_1 x_1 + E'_2 x_2}{M_{\text{inv}}}, \quad \mathbf{r} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2 - \mathbf{v}(t_1 - t_2), \quad \mathbf{v} = \mathbf{P} / \sqrt{M_{\text{inv}}^2 + \mathbf{P}^2}.$$

$$S_{12}(\mathbf{r}) = \frac{\int dt d^4 X S_1(X + E'_2 x/M_{\text{inv}}, p_1) S_2(X - E'_1 x/M_{\text{inv}}, p_2)}{\int dx_1 S_1(x_1, p_1) \int dx_2 S_2(x_2, p_2)} \quad (x = x_1 - x_2 = (t, \mathbf{r}))$$

To be bound or not to be bound

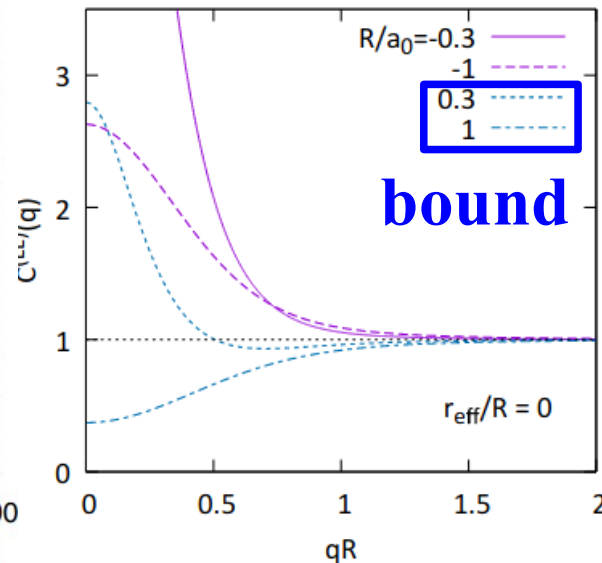
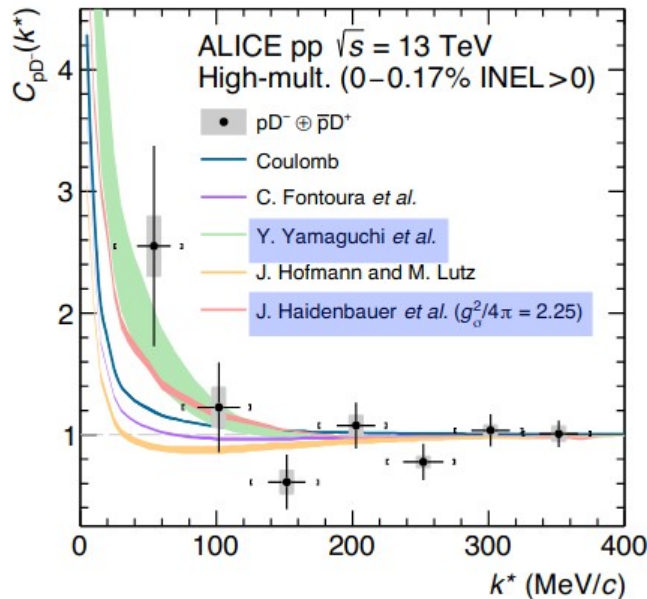
- When there is a bound state, CF shows interesting dependence on the source size and relative momentum.
- D^- p corr. func. shows the behavior with a bound state, and the best fit parameter set (R, a_0) is in the bound region. (If bound, it is the first weakly decaying pentaquark state.)

$$k \cot \delta = -\frac{1}{a_0} + \frac{1}{2}r_{\text{eff}}k^2 + \mathcal{O}(k^3)$$

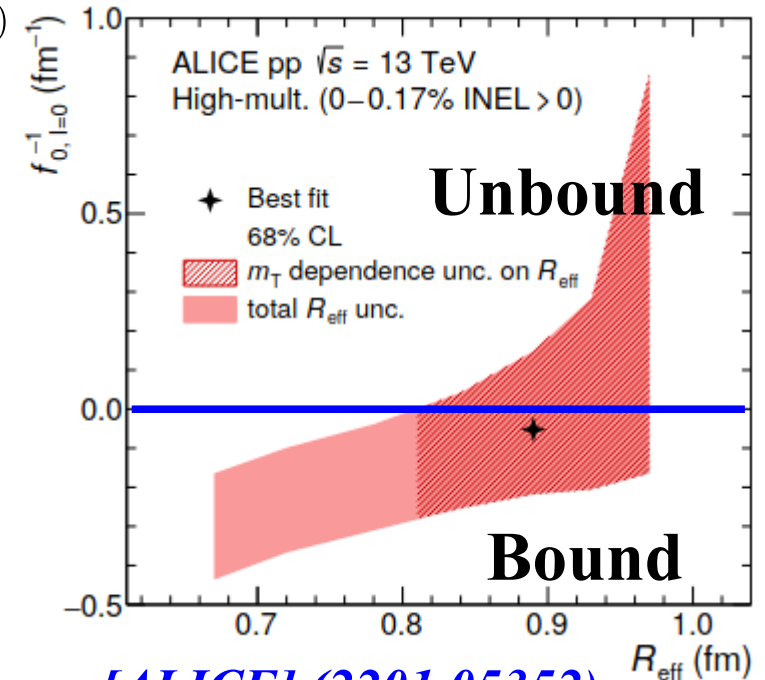
(Nuclear and atomic phys. convention.)

$$k \cot \delta = +\frac{1}{f_0} + \frac{1}{2}r_{\text{eff}}k^2 + \mathcal{O}(k^3)$$

(High-E. phys. convention.)



Morita+(1908.05414)



[ALICE] (2201.05352)

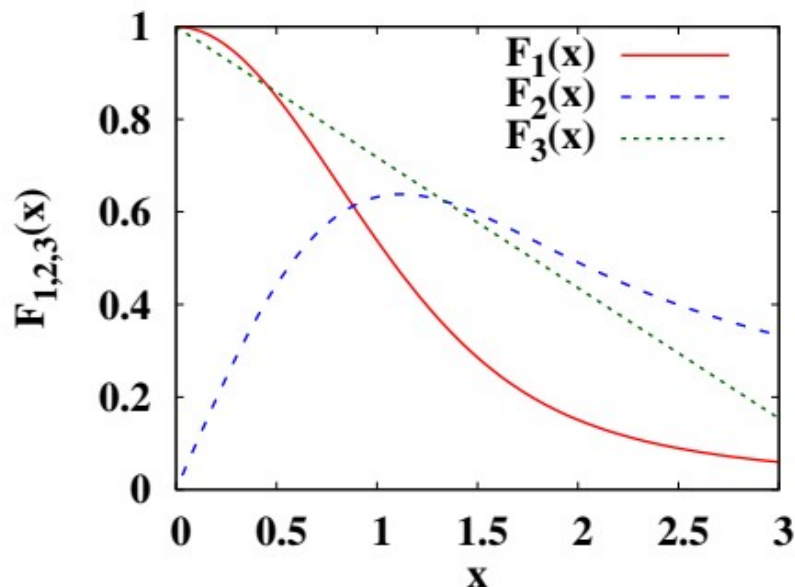
Analytic model of correlation function

- **Correlation function in Lednicky-Lyuboshits (LL) formula** (asymptotic w.f., non-identical particle pair, short range int. (only s-wave is modified), single channel, no Coulomb pot., static Gaussian source, real δ) (*Lednickey, Lyuboshits ('82)*)

$$\varphi_0^{(-)}(r; q) \simeq \frac{e^{-i\delta} \sin(qr + \delta)}{qr}$$

$$C_{LL}(q) = 1 + \frac{2\text{Re } f(q)}{\sqrt{\pi}R} F_1(2qR) - \frac{\text{Im } f(q)}{R} F_2(2qR) + \frac{|f(q)|^2}{2R^2} F_3\left(\frac{r_{\text{eff}}}{R}\right)$$

$$\left[f(q) = (q \cot \delta - iq)^{-1}, F_1(x) = \frac{1}{x} \int_0^x dt e^{t^2 - x^2}, F_2(x) = (1 - e^{-x^2})/x, F_3(x) = 1 - \frac{x}{2\sqrt{\pi}} \right]$$



If you have a_0 , r_{eff} and R , you can draw $C(q)$!

$$F_1(x) \simeq \frac{1 + c_1 x^2 + c_2 x^4 + c_3 x^6}{1 + (c_1 + 2/3)x^2 + c_4 x^4 + c_5 x^6 + c_3 x^8} \quad (0 \leq x < 20)$$

$$(c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) = (0.123, 0.0376, 0.0107, 0.304, 0.0617)$$

AO, Morita, Mihayara, Hyodo, NPA 954 ('16)294.

State-of-the-art Femtoscopy of radii

Systematic measurement of 3D HBT radii (side, out, long)

M. A. Lisa, S. Pratt, R. Soltz, U. Wiedemann, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci. 55 (2005) 357-402.

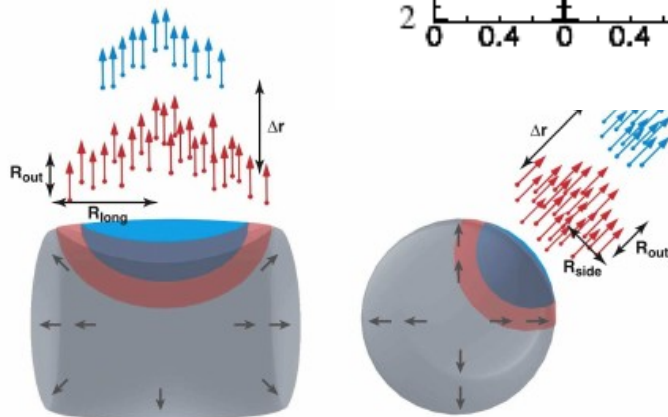
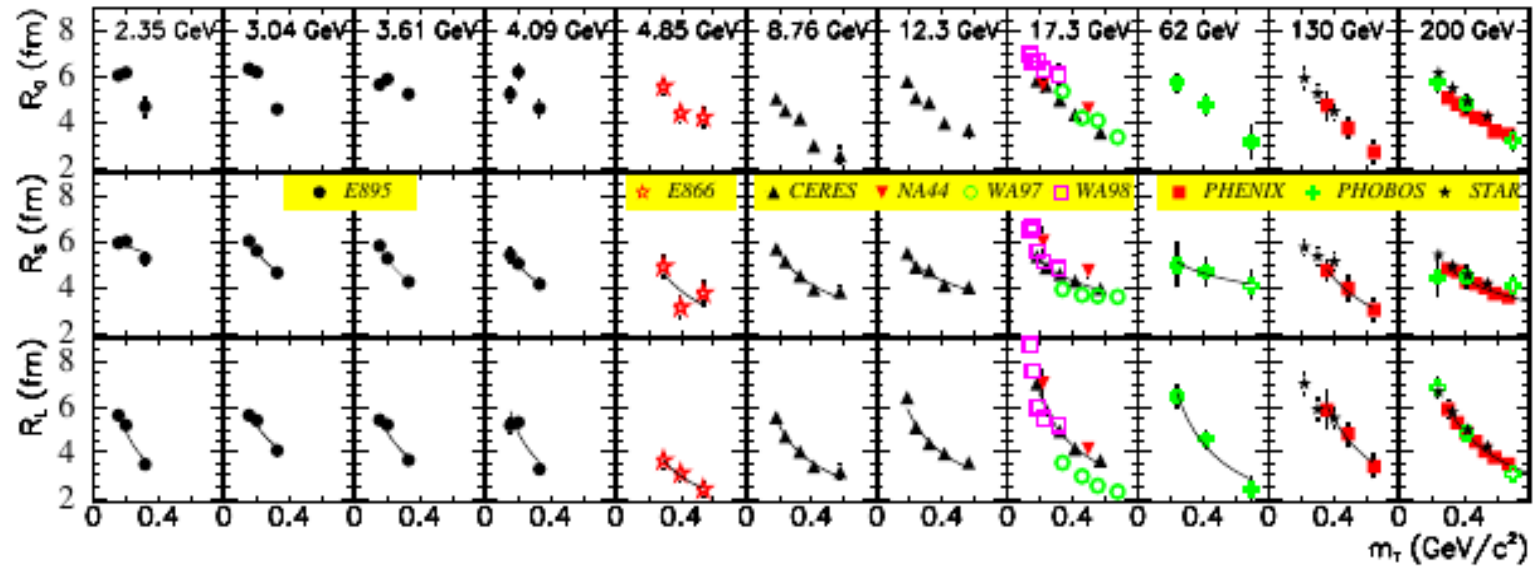
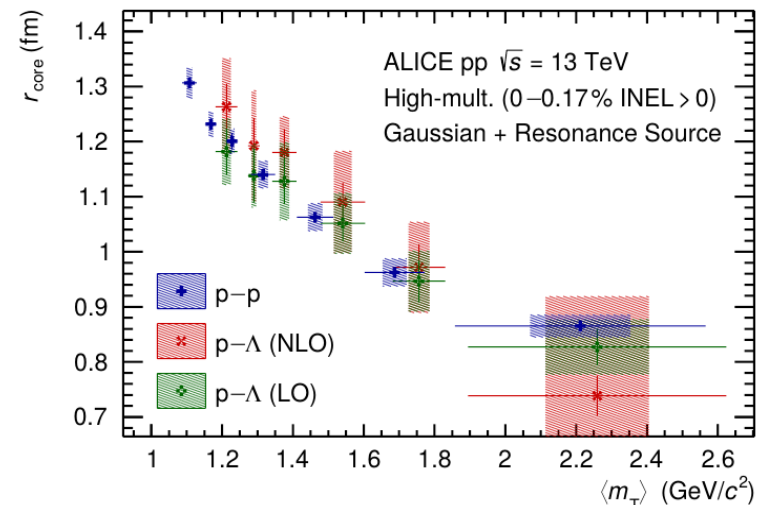


Figure 3: because particles with heavier masses have smaller thermal velocities, their source volumes are more strongly confined by collective flow. For longitudinal flow (*left panel*) this results in smaller values of R_{long} for particles with higher $m_T = \sqrt{m^2 + p_T^2}$. For radial flow (*right panel*) this confines heavier particles toward the surface, which results in both a reduced volume and an offset Δr in the outward direction.



S. Acharya+[ALICE], PLB811('20)135849

Femtoscopic diagnosis of bound state existence

- Lednicky-Lyuboshits model with zero effective range

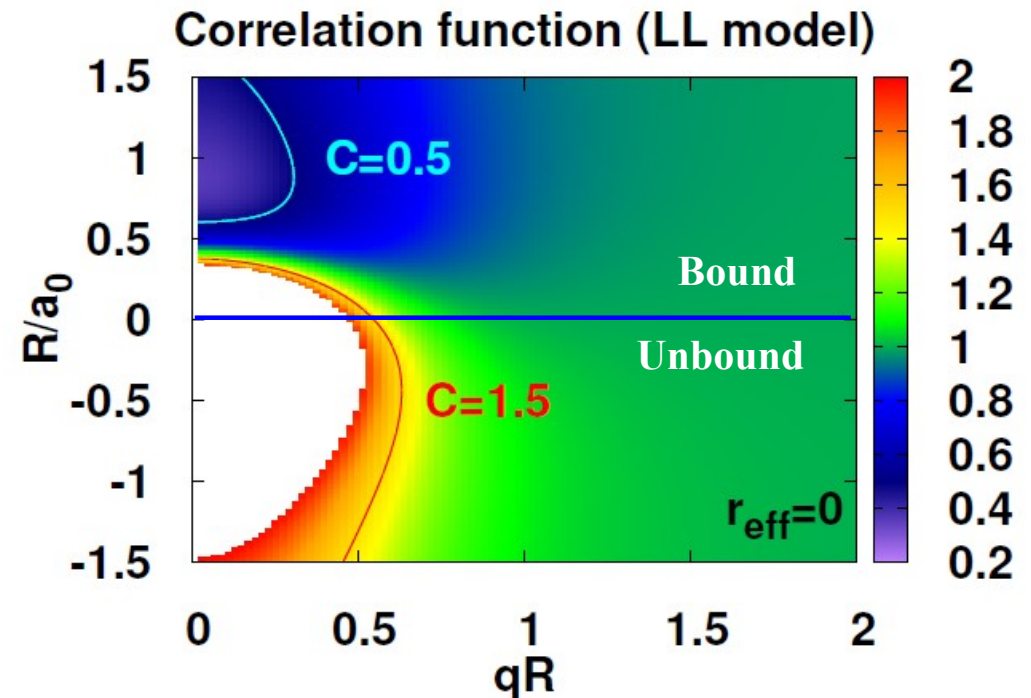
$$\rightarrow \text{CF} = C(qR, R/a_0)$$

$$r_{\text{eff}} = 0 \rightarrow q \cot \delta = -1/a_0 \rightarrow f(q) = (q \cot \delta - iq)^{-1} = -\frac{R}{R/a_0 + iqR}$$

$$C(x, y) = 1 + \frac{1}{x^2 + y^2} \left[\frac{1}{2} - \frac{2y}{\sqrt{\pi}} F_1(2x) - xF_2(2x) \right] \quad (x = qR, y = R/a_0)$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{y} - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \right)^2 + 1 - \frac{2}{\pi} \quad (F_1 \rightarrow 1, F_2 \rightarrow 0 \text{ at } x \rightarrow 0)$$

- With a bound state, CF is suppressed at low q .
- Scattering w.f. needs to have a node to be orthogonal to b.s.



E.g. AO, Morita, Miyahara, Hyodo ('16)

Correlation function with coupled-channel effects

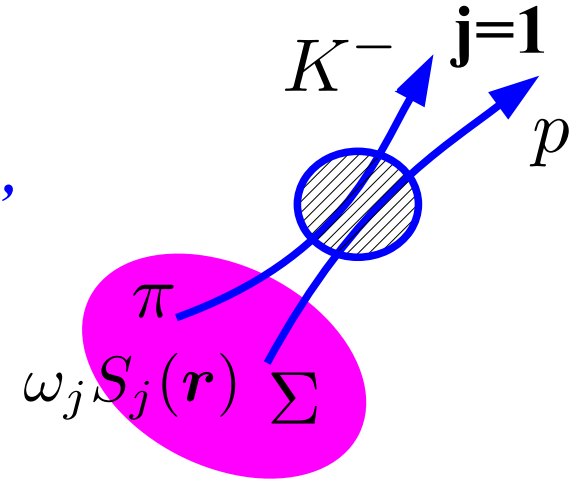
- **KPLLL formula = CC Schrodinger eq.**
under $\Psi^{(-)}$ boundary cond. + channel source

Koonin('77), Pratt+('86), Lednicky-Lyuboshits-Lyuboshits ('98), Heidenbauer ('19), Kamiya, Hyodo, Morita, AO, Weise ('20).

$$\Psi^{(-)}(\mathbf{q}; \mathbf{r}) = [\phi(\mathbf{q}; \mathbf{r}) - \phi_0(q; r)] \delta_{1j} + \psi^{(-)}(q; r)$$

$$\psi_j^{(-)}(q; r) \rightarrow \frac{1}{2iq_j} \left[\frac{u_j^{(+)}(q_j r)}{r} \delta_{1j} - A_j(q) \frac{u_j^{(-)}(q_j r)}{r} \right]$$

$$C(q) = \int dr S_1(r) [|\phi(\mathbf{q}; \mathbf{r})|^2 - |\phi_0(q; r)|^2] + \sum_j \int dr \omega_j S_j(r) |\psi_j^{(-)}(q; r)|^2$$



- **No Coulomb** $\phi(\mathbf{q}; \mathbf{r}) = e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}, \phi_0(q; r) = j_0(qr), u_j^{(\pm)}(qr) = e^{\pm iqr},$

$$A_j(q) = \sqrt{(\mu_j q_j)/(\mu_1 q_1)} S_{1j}^\dagger(q_1) \quad (S_{ji} = i \rightarrow j \text{ S-matrix})$$

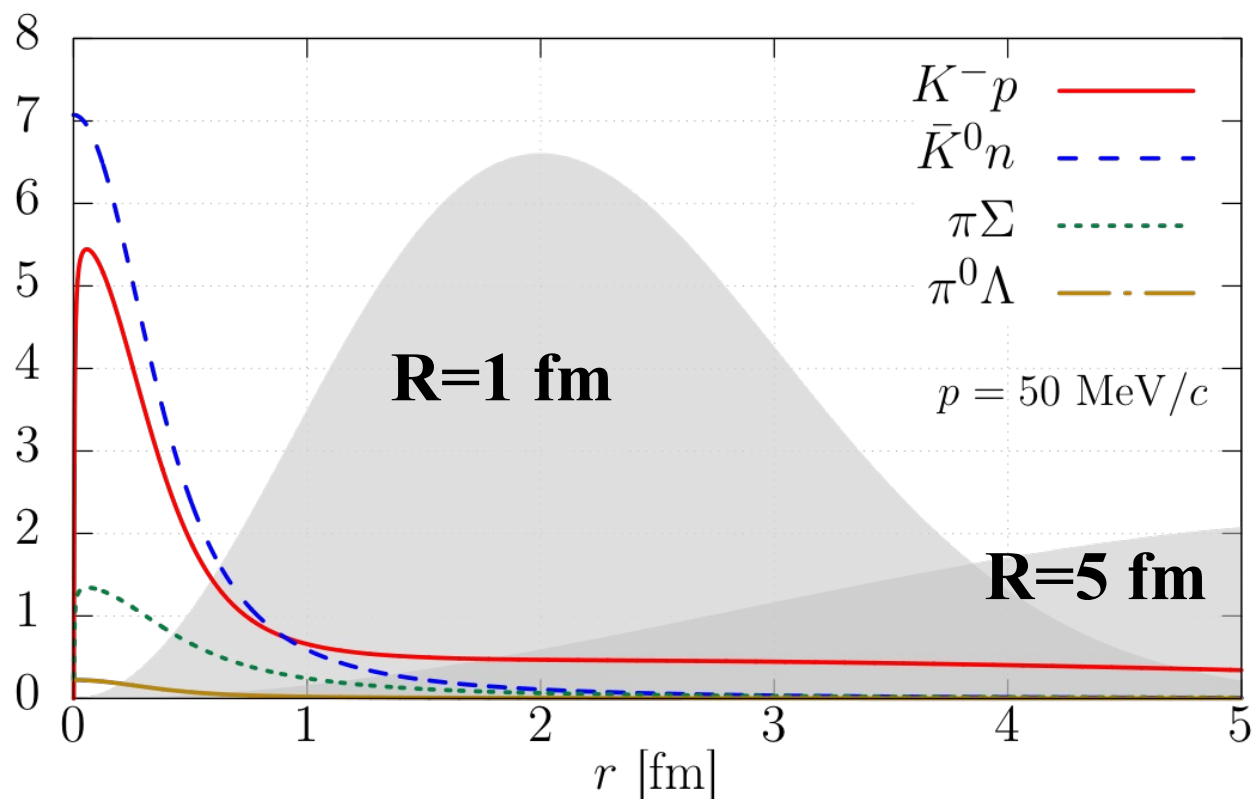
- **With Coulomb**

$\phi(\mathbf{q}; \mathbf{r}) =$ Full Coulomb w.f., $\phi_0(q; r) =$ s-wave Coulomb w.f.,

$u_j^{(\pm)}(qr) = \pm e^{\mp i\sigma_j} [iF(qr) \pm G(qr)]$ ($F, G =$ regular (irregular) Coulomb fn.)

Discriminating Coupled-Channel Effects

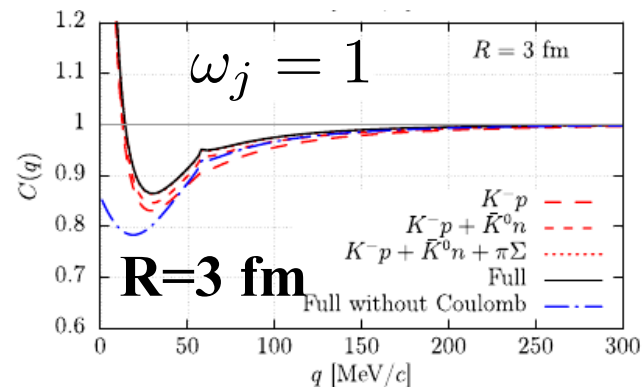
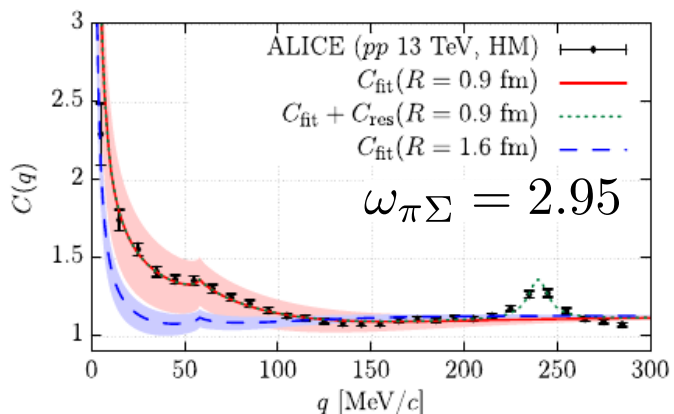
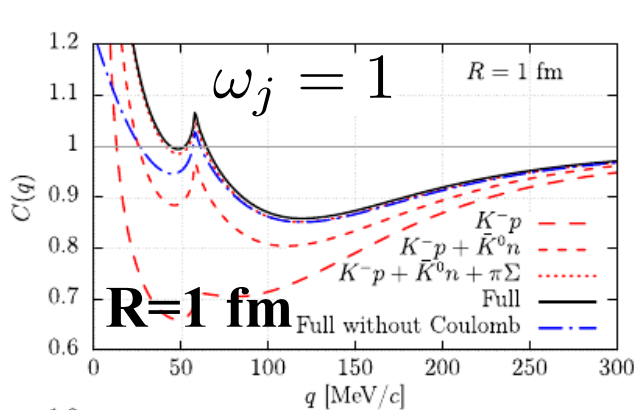
- Source size dependence again !
 - Unmeasured coupled-channel wave functions disappear soon.
→ CFs with large source is dominated by the measured channel wave function !
 - Scattering parameters from CFs with large source
Coupled-channel effects from CFs with small source.



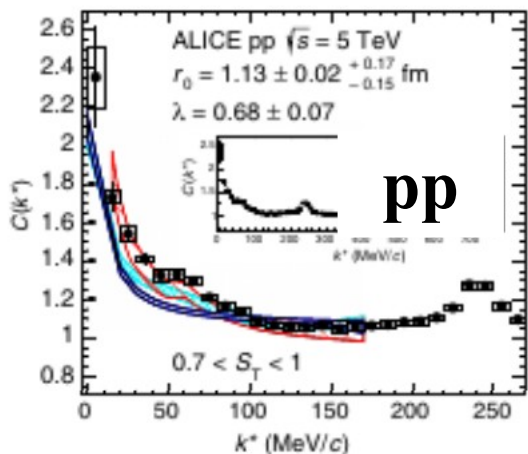
w.f. Kamiya+, arXiv:1911.01041v1

Source Size Dependence of $C(K^- p)$

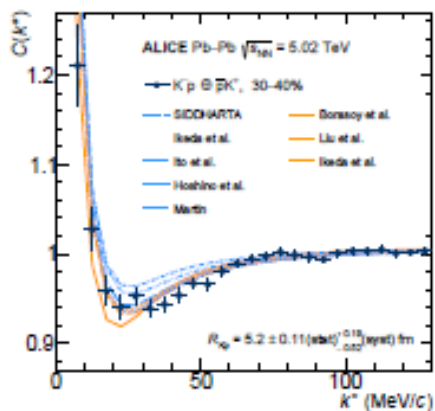
- Coupled-channel effects are suppressed when R is large, and “pure” $K^- p$ wave function may be observed in HIC.



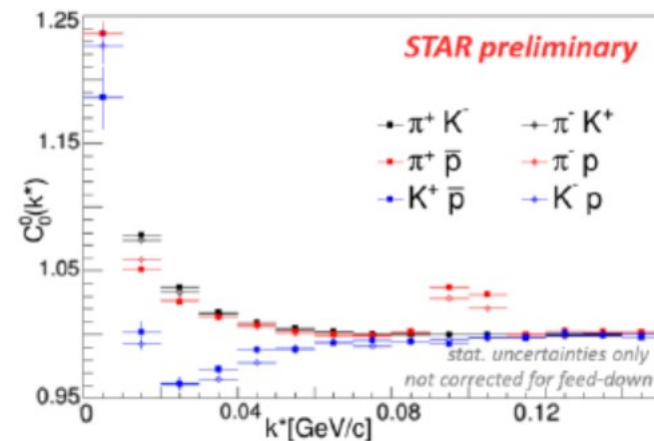
Y. Kamiya, T. Hyodo, K. Morita, AO, W. Weise, PRL124('20)132501.



S. Acharya+[ALICE], PRL124('20)092301



S. Acharya+[ALICE], PLB822('21)136708



Siejka+[STAR, preliminary], NPA982 ('19)359.

Another interesting peak: Tcc

■ Tcc(ccūd) observed in D⁰ D⁰π⁺ spectrum

LHCb collaboration, arXiv 2109.01038 [hep-ex],
2109.01056 [hep-ex]

- Very close to DD* thresholds
(~ 300 keV below D⁺D⁰)
- Tcc = DD* molecule ?

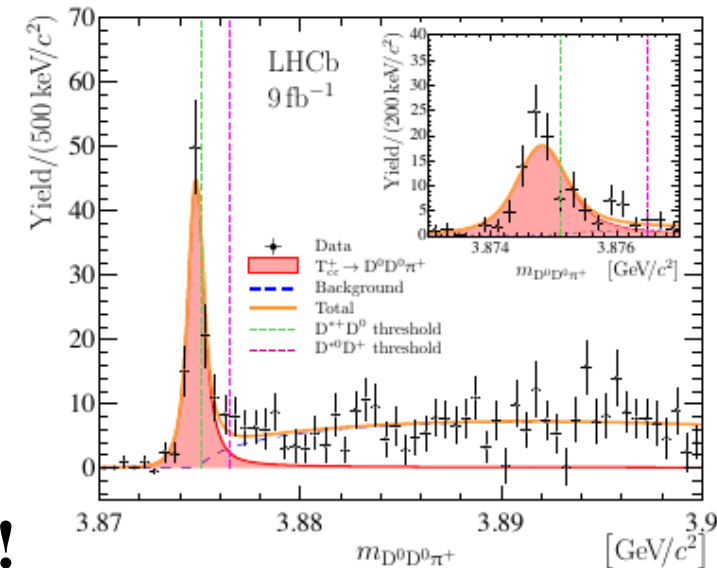
■ If the followings are confirmed, the peak is likely to be a hadron molecule !

- Mass is around threshold → Peak in invariant mass spectrum
- Wave function is widely spread → Size dependence of yield
- Attractive interactions among constituent hadrons → Femtoscopy

■ X(3872) & Tcc

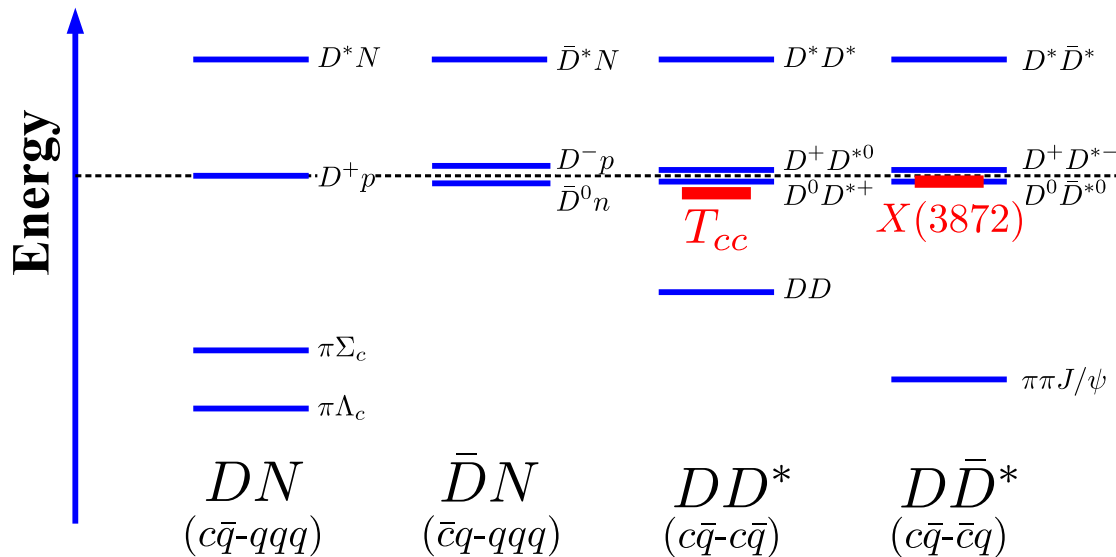
- X(3872) → O, O, ?
- Tcc → O, ?, ?
- Λ(1405) → O, ?, O

[Λ(1405) → πΣ is not measurable at LHC/RHIC]



Charmed Hadron Interactions

- Charmed hadron interactions are extremely important in exotic hadron physics.
- Example:** $D^{(*)}N, \bar{D}^{(*)}N, D^{(*)}\bar{D}^{(*)}, D^{(*)}D^{(*)}$ ($D^{(*)} = c\bar{q}, \bar{D}^{(*)} = \bar{c}q$)
 - Peaks around threshold for mesons. How about baryons ?



- First try: One-range Gaussian potential** $V(r) = V_0 \exp(-m_\rho^2 r^2)$
 - V_0 from model scattering lengths ($DN, \bar{D}N$)
 - V_0 from binding energy ($DD^*, D\bar{D}^*$)

D⁻p and D⁺p correlation functions

■ D⁻p correlation function ($\bar{c}duud$, exotic)

Kamiya, Hyodo, AO (in prep.)

- Coupled with \bar{D}^0n , No lower decay channels

- Theoretical models

*1:Hofmann+('05), 2:Haidenbauer+('07),
3:Yamaguchi+('11), 4:Fontoura+('13)*

Mostly repulsive from vector meson exchange

Model 3 with a bound state from pion exch.

■ D⁺p correlation functions

- With decay channels ($c\bar{d}uud$)

- Theoretical models

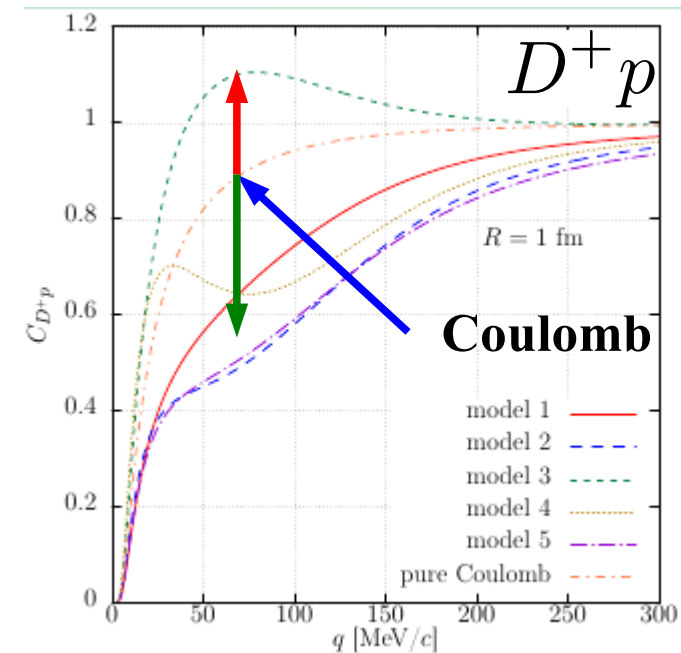
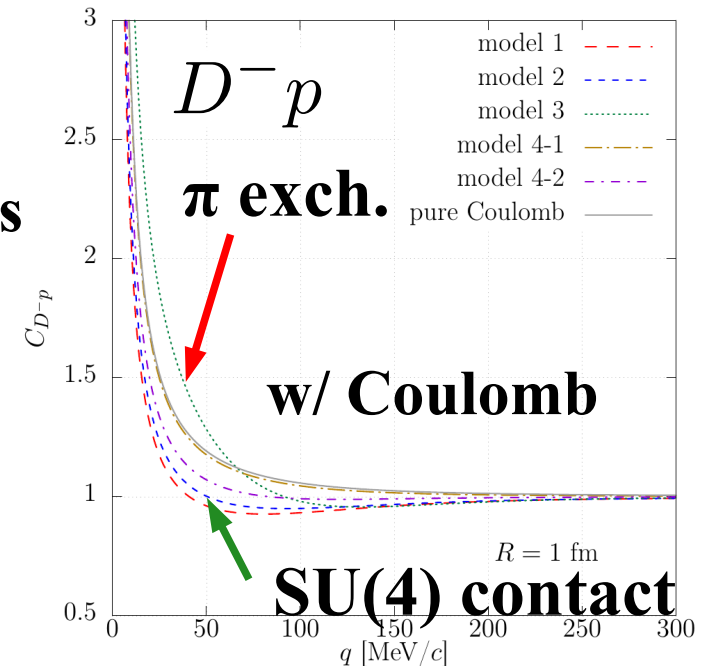
*1:Hofmann+('05), 2:Mizutani+('06),
3:Garcia-Recio+('09), 4:Haidenbauer+('11),
5: Raha+('18)*

- Model 3 predicts enh. from pure Coulomb

■ To be judged by data

■ Models are summarized in

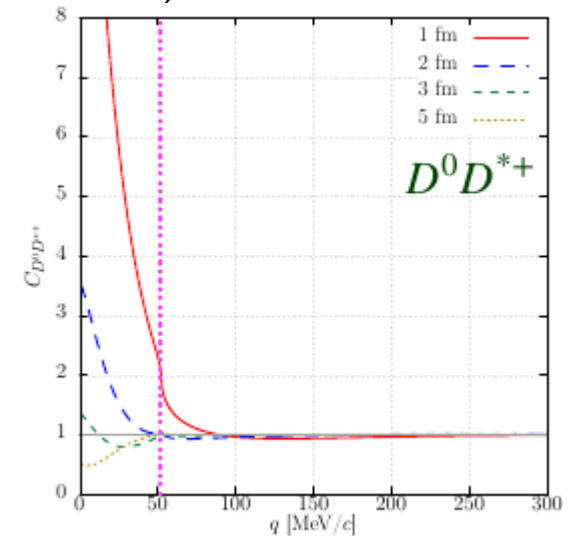
Hosaka, Hyodo, Sudoh, Yamaguchi, Yasui, PPNP96('17)88.



DD^* and $D\bar{D}^*$ correlation functions

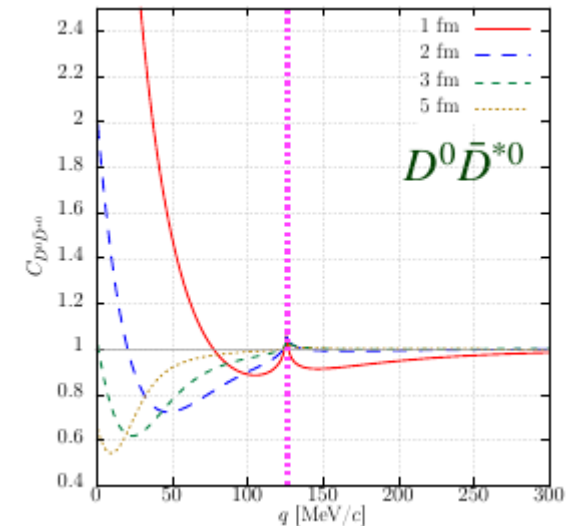
■ $D^0 D^{*+}$ correlation functions (T_{cc} channel)

- Bound state feature
 - ◆ Enhanced $C(q)$ at small q with small source
 - ◆ Suppressed $C(q)$ at small q with large source
- What happens when T_{cc} 's main component is a compact tetraquark state?
4q source fn. \rightarrow DD^* process dominates?
(Weaker source size dependence?)



■ $D^0 \bar{D}^{*0}$ correlation functions ($X(3872)$ channel)

- Bound state feature
 - ◆ Enh. (Suppr.) of $C(q)$ with small (large) source
- Stronger size dependence than DD^* .
(Due to larger scattering length?)
- Sizable $D^+ D^{*-}$ cusp

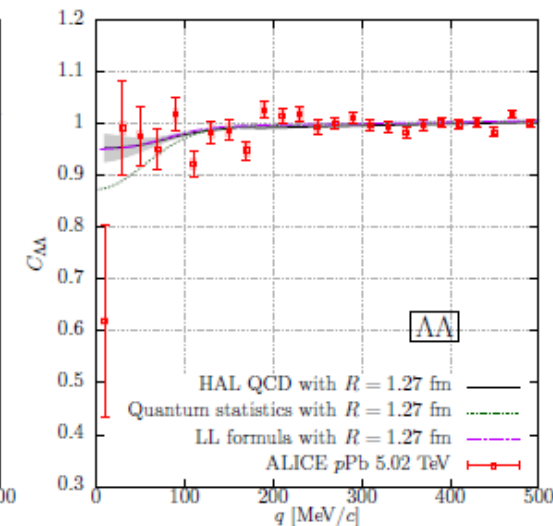
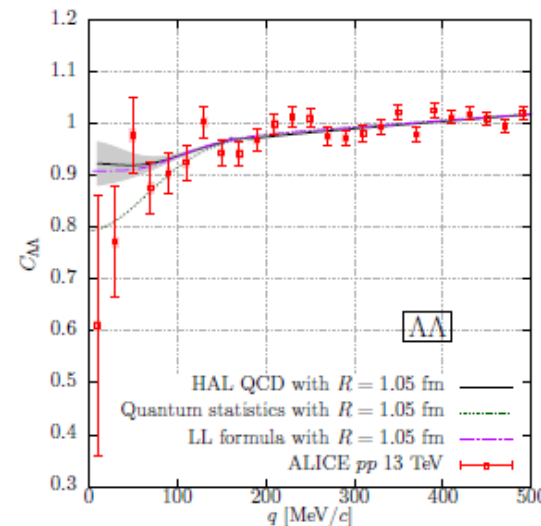
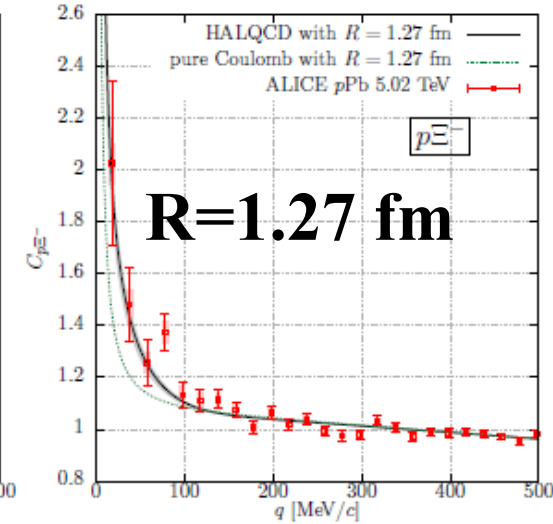
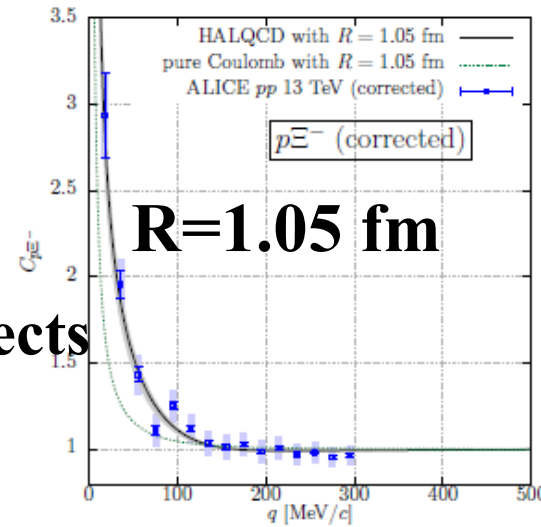
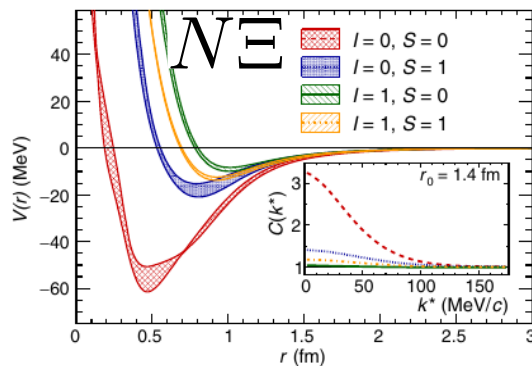


Ξ^-p & $\Lambda\Lambda$ correlation functions (pp and pA)

Correlation function data from pp and pA collisions

S. Acharya et al. [ALICE], PLB 797('19)134822 ($\Lambda\Lambda$); PRL123('19)112002 (Ξ^-p from pA); Nature 588('20)232 (Ξ^-p from pp).

- CF(Ξ^-p) is enhanced at low q . \rightarrow Att. pot.
- CF($\Lambda\Lambda$) is slightly enhanced from quantum stat. result. \rightarrow Weakly attractive pot.
- CFs with coupled-channel effects using lattice QCD potential explains the data well.
K. Sasaki [HAL QCD]('20); Y.Kamiya+, arXiv:2108.09644.



$\Xi^- p$ & $\Lambda \Lambda$ correlation functions (AA)

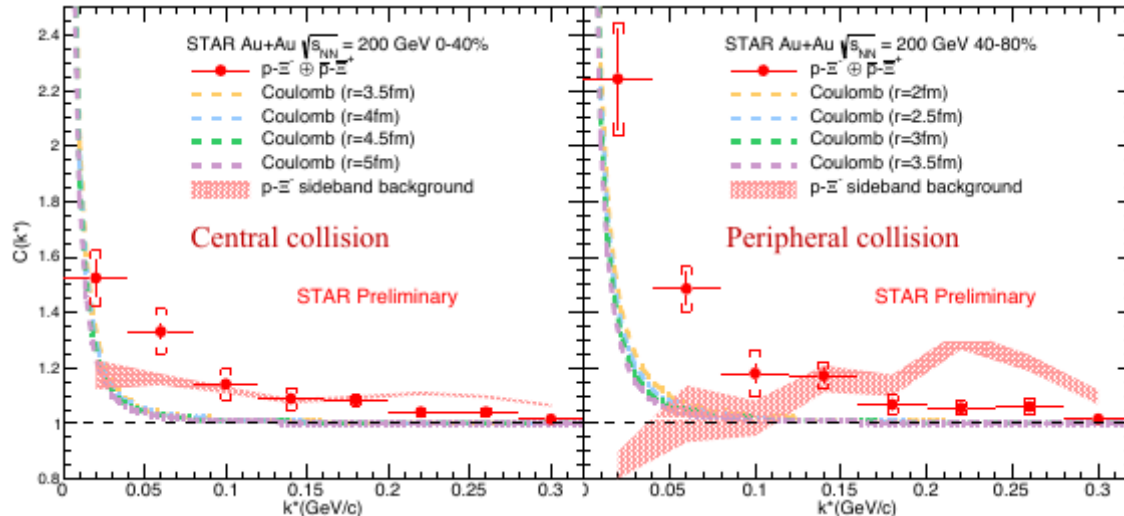
■ Correlation function data from AA collisions

[c.f. Shah, Mon., Isshiki, Tue.]

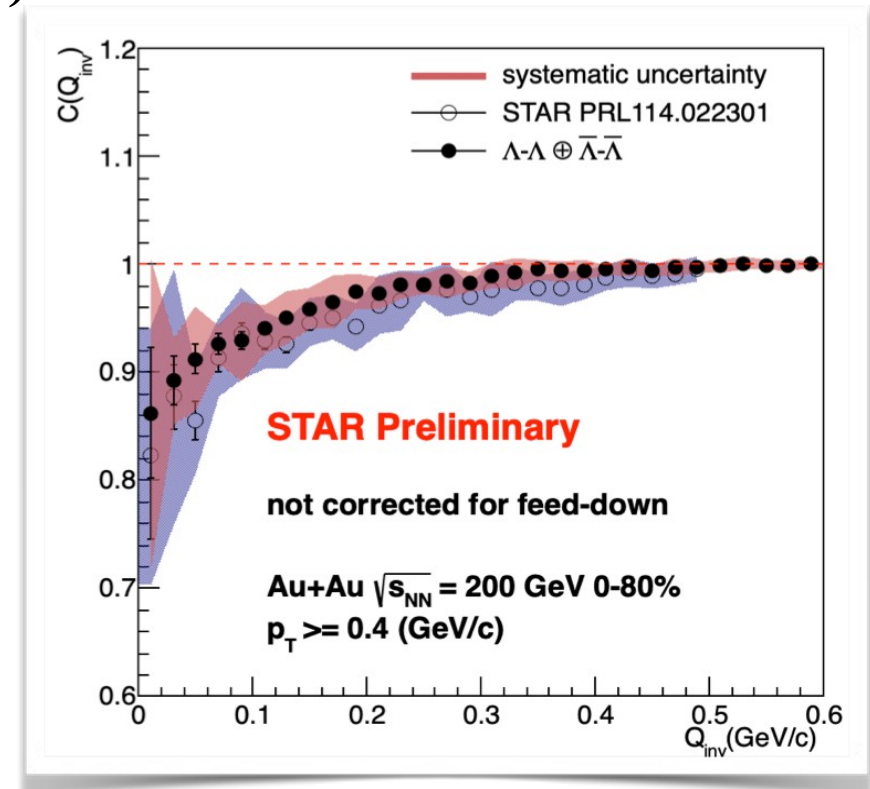
K. Mi+(STAR, preliminary), Au+Au 200 AGeV, APS2021.

Moe Isshiki+ (STAR, preliminary), Strangeness physics workshop, 2021.

- We do not see a dip in $C(\Xi^- p)$ from Au+Au.
 - There will be no bound state of $\Xi^- p$.
- Much higher statistics data of $C(\Lambda \Lambda)$ from Au+Au are obtained.
 - LL formula fit will be possible.



*K. Mi+(STAR, preliminary),
Au+Au 200 AGeV, APS2021.
(No Dip at larger R)*



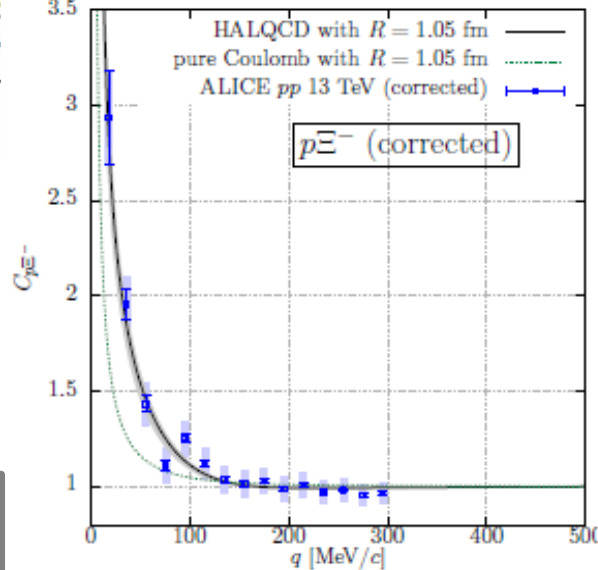
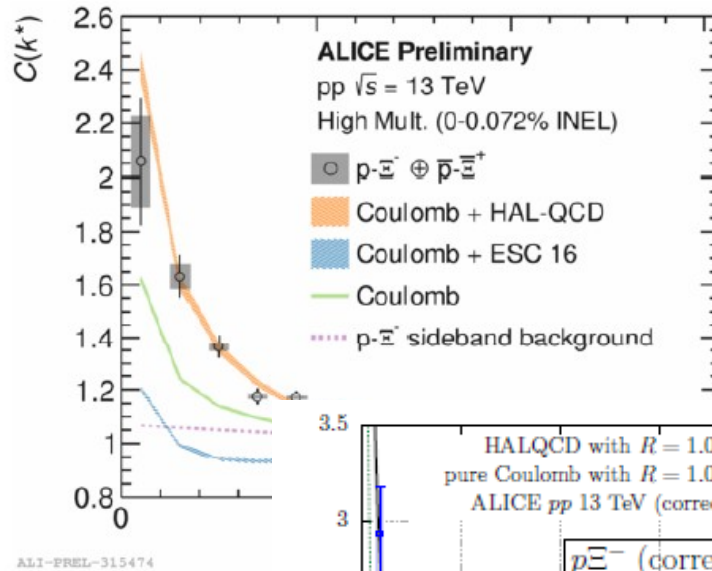
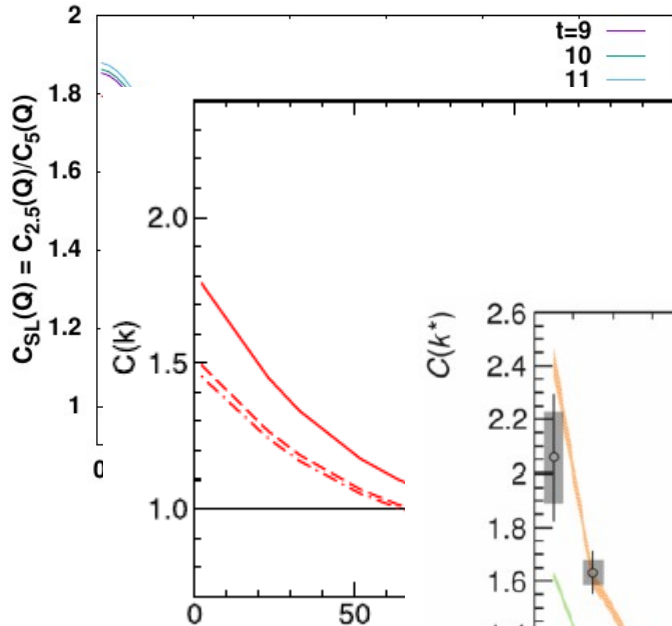
Moe Isshiki+ (STAR, preliminary).

Ξ^- correlation function

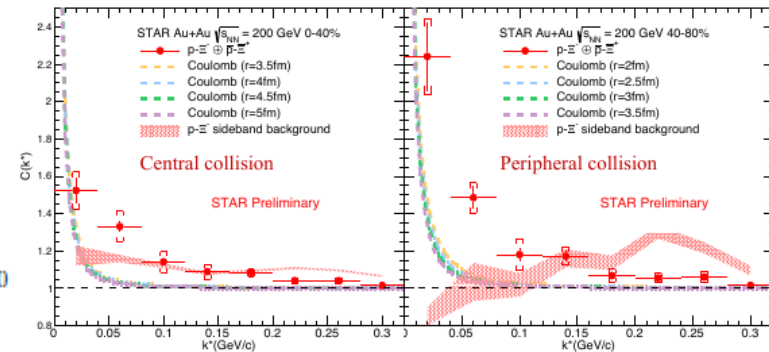
*T. Hatsuda, K. Morita, AO, K. Sasaki, NPA967('17)856.
(heavier quark mass, $I=0$ only, w/o CC effects)*

*J. Haidenbauer, NPA981('19)1.
(NLO(600), w/ CC effects, w/o Coulomb)
(w/ Coulomb, it will be comparable with data.)*

*D. L. Mihairov+[ALICE], NPA 1005 ('21)121760 (QM2019). (Nijmegen pot. does not explain the data. w/o CC)
Acharya+(ALICE), Nature ('20)*



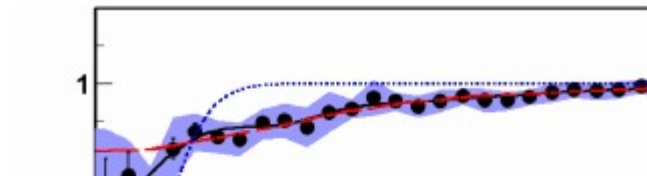
*K. Mi+(STAR, preliminary), Au+Au 200 AGeV, APS2021.
(No Dip at larger R)*



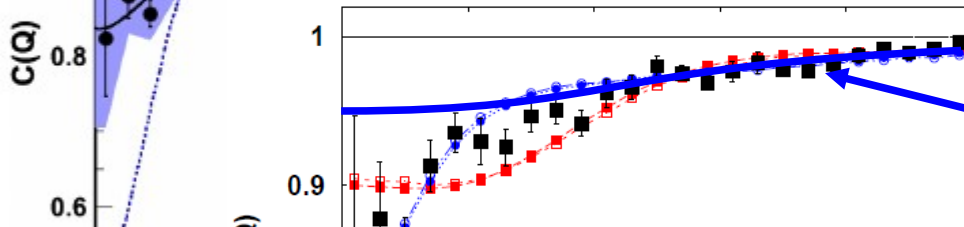
*Kamiya+, 2108.09644
w/ Lattice BB pot. at phys. m_q
CC effects with $\Lambda\Lambda$.*

There is no signal of bound state.

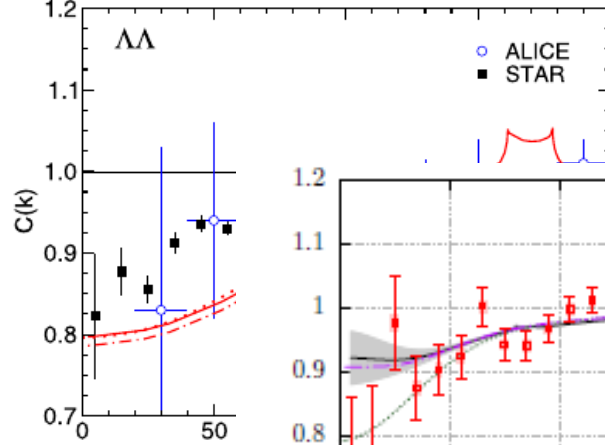
$\Lambda\Lambda$ correlation function



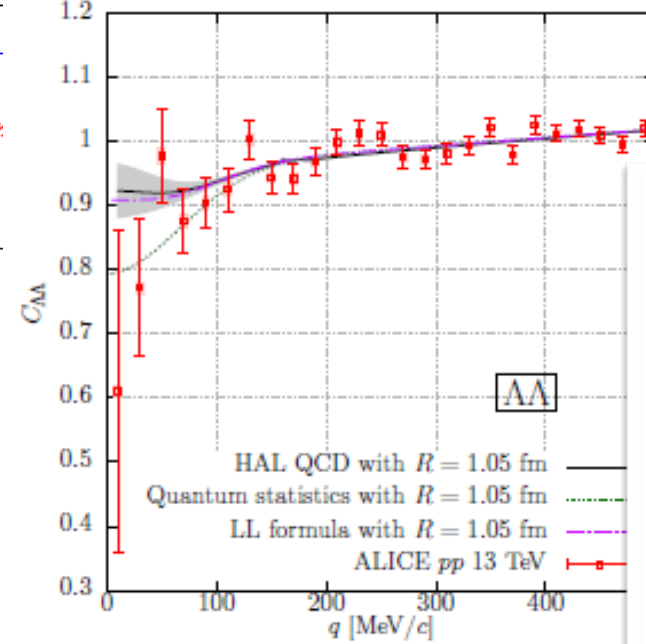
*Adamczyk+[STAR], PRL114('15)022301
(Residual source $R \sim 0.5$ fm was assumed.)*



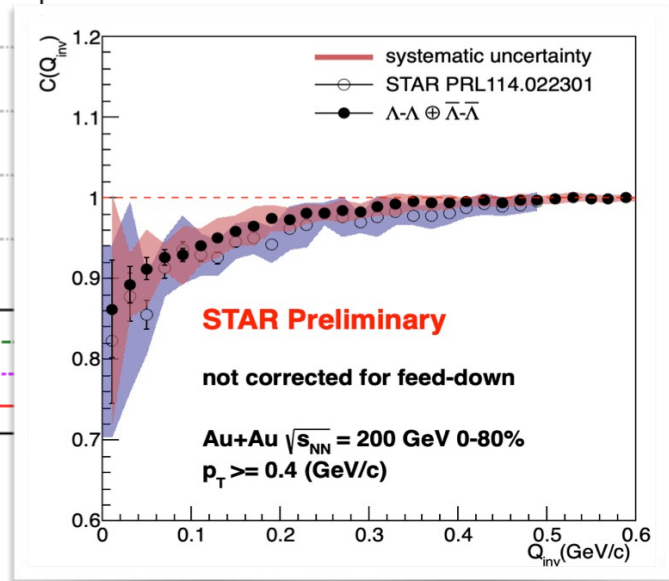
*Morita, Furumoto, AO, PRC91('15)
024916. (Res.Source + flow)*



*J. Haidenbauer, NPA981('19)1.
(NLO600)*



*Moe Isshiki+[STAR],
preliminary.*

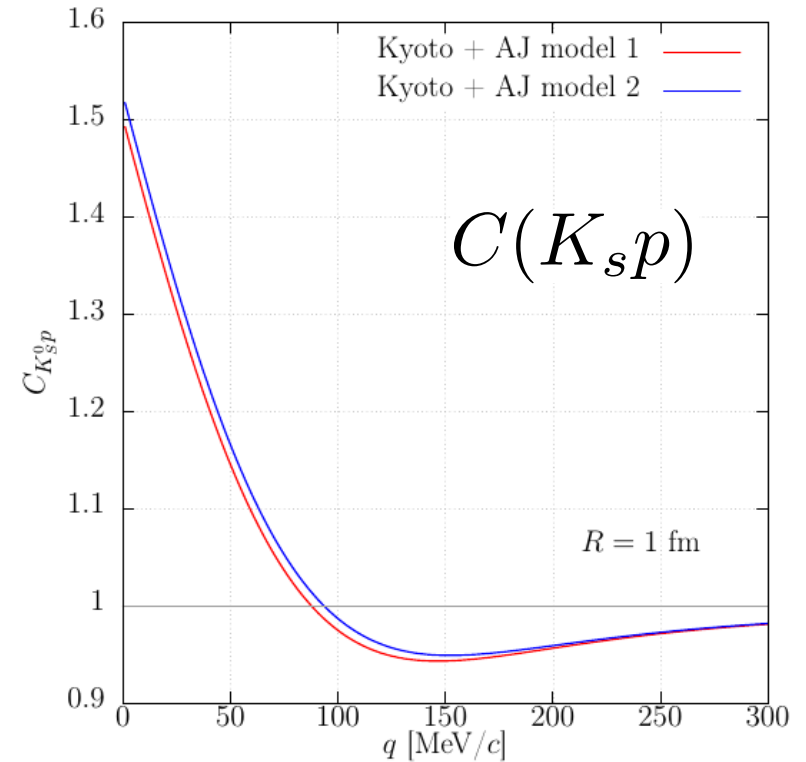
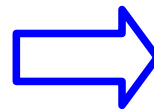
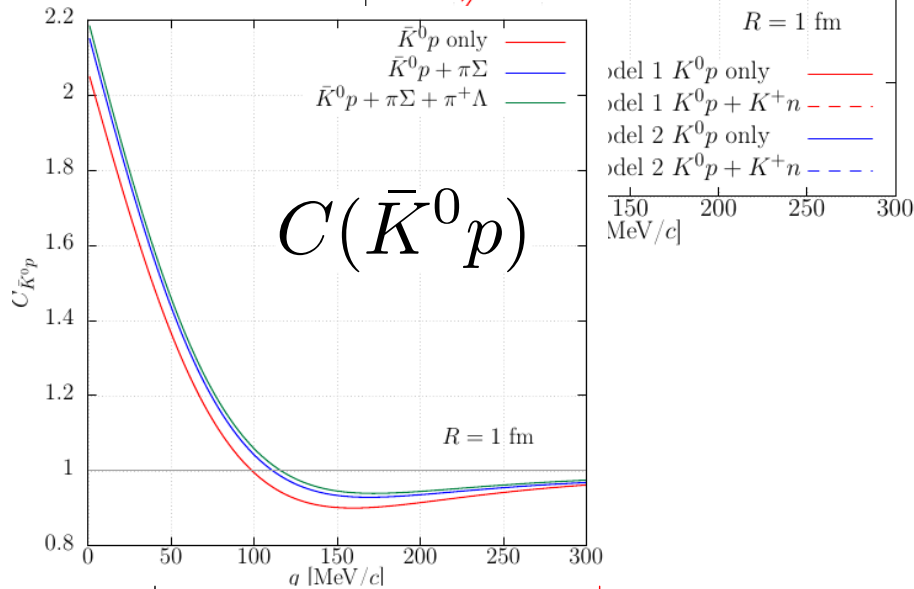
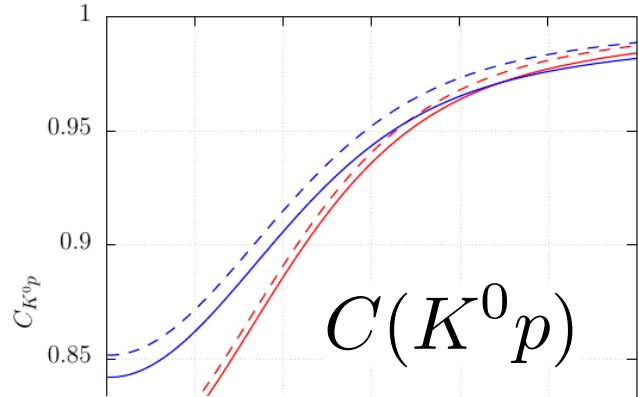


*Kamiya+, 2108.09644
w/ Lattice BB pot. at phys. m_q
CC effects with $\Lambda\Lambda$.*

Ks p correlation function

■ Ks wave function *Kamiya+(in prep.)*

$$|K_s\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle] \rightarrow C(K_s p) = \frac{1}{2} [C(K^0 p) + C(\bar{K}^0 p)]$$



$V(\bar{K}N)$: Chiral SU(3) (Kyoto-Münich) model
(Miyahara, Hyodo, Weise ('18))

$V(KN)$: Chiral SU(3) based model
(Aoki, Jido ('19))

$K^- p, K^+ p, K_s p$, and $K^- n$ or $K^+ \bar{n}$ (missing)

to obtain KN and $\bar{K}N$ interactions with $I = 0, 1$

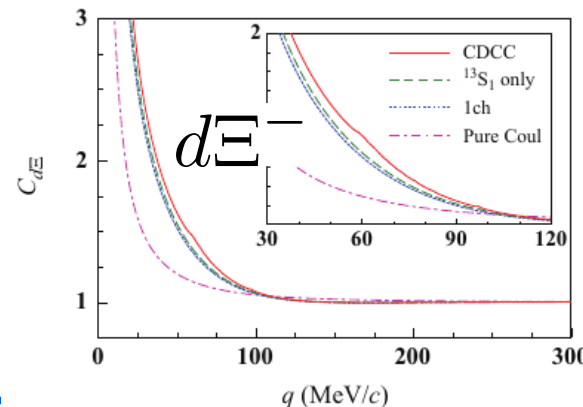
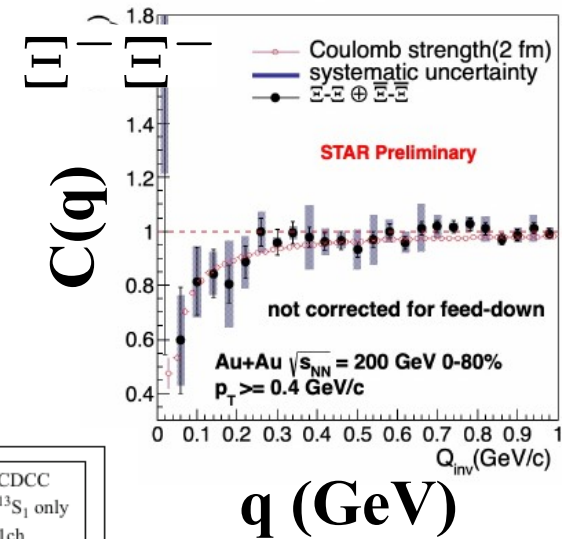
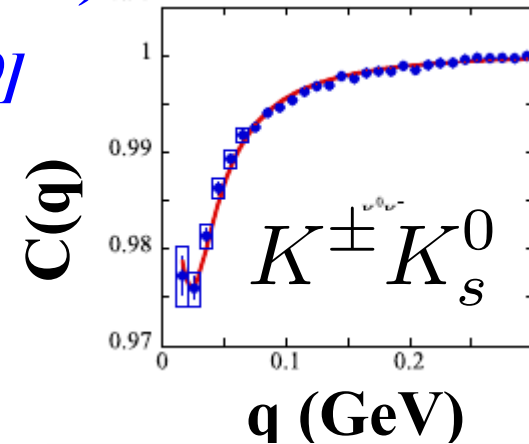
Other Correlation Functions

- $\bar{p}\bar{p}, p\bar{\Lambda}$ *E.g. A. Kisiel [ALICE], Acta Phys.Polon.Supp. 6 ('13)519*
- $K^\pm K_s^0$ *S.Acharya+ [ALICE], PLB774 ('17)64 [1705.04929]*

- Slightly suppressed at low q
Tetraquark component of a_0 meson

- $p\bar{\Lambda}, \Lambda\bar{\Lambda}$ [2105.05190][ALICE],
 $p\Sigma^0$ ['20 [1910.14407]] [ALICE]
- $\Xi^- \Xi^-$ [STAR] (e.g. ATHIC talk by Isshiki)
- deuteron-hadron CF

S. Mrówczyński and P. Słoń,
Acta Phys.Polon.B51('20)1739;
F. Etminan, M. M. Firoozabadi,
[1908.11484];
J. Haidenbauer, PRC102('20)034001;
K.Ogata, T.Fukui, Y.Kamiya, AO,
PRC103('21)065205 .



Ogata+('21)

We are sorry for using a Gaussian Source !

- Calculating HBT radius in dynamical models is not easy (HBT puzzle).

- *M.A.Lisa, S.Pratt, R.Soltz, U.Wiedemann, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci.55('05)357 [nucl-ex/0505014];*

choices then tends to exceed the number of experimental constraints. In fact, all the model results that we review in the current subsection remain unsatisfactory with this respect: They either deviate significantly from femtoscopic data, or they reproduce these data at the price of missing other important experimental information. In particular, there is so far no dynamically consistent model that reproduces quantitatively both the systematic trends discussed in Section 4 and the corresponding single inclusive spectra. In this situation, the scope of this subsection is

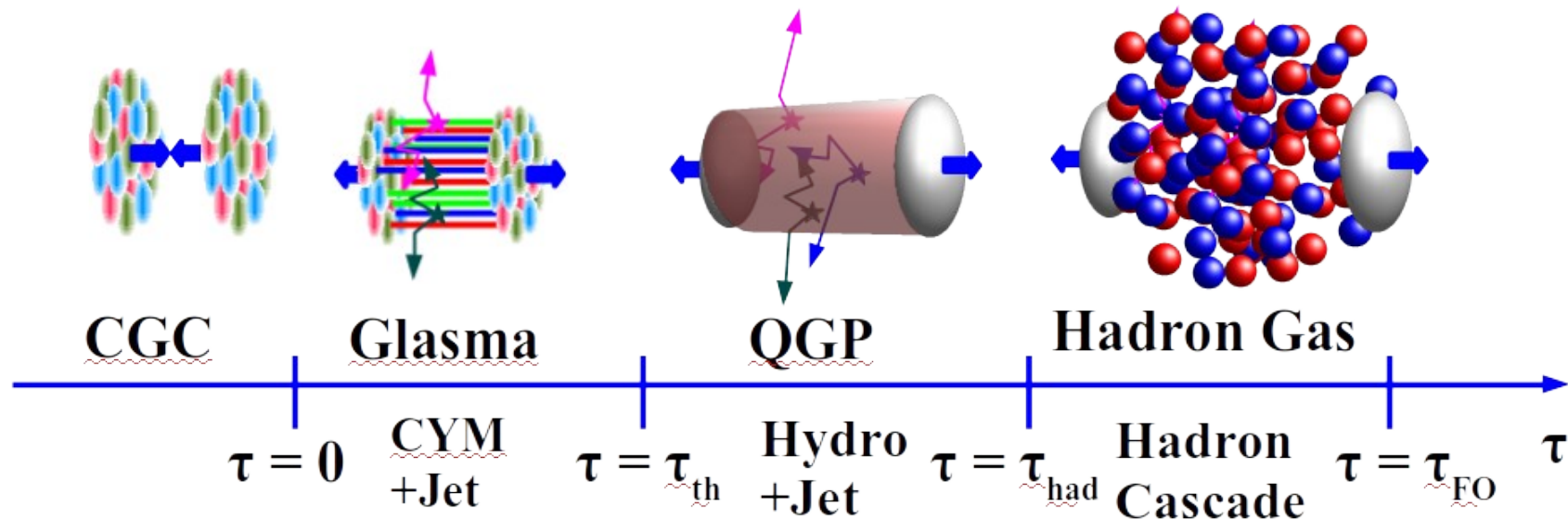
- *S. Pratt, PRL102('09)232301 [0811.3363].*

Two particle correlation data from the BNL Relativistic Heavy Ion Collider have provided detailed femtoscopic information describing pion emission. In contrast with the success of hydrodynamics in reproducing other classes of observables, these data had avoided description with hydrodynamic-based approaches. This failure has inspired the term “HBT puzzle,” where HBT refers to femtoscopic studies which were originally based on Hanbury Brown–Twiss interferometry. Here, the puzzle is shown to originate not from a single shortcoming of hydrodynamic models, but the combination of several effects: mainly prethermalized acceleration, using a stiffer equation of state, and adding viscosity.

How about afterburner effects ?

High-Energy Heavy-Ion Collisions

- **Naïve Goal of HEHIC physics: History of Universe/Matter (Shigaki)**
 - CGC/Glasma \rightarrow QGP : Quantum simulation of inflation
 - QGP \rightarrow Hadrons : last phase transition of vacuum in the Universe
 - Properties of QGP : Evolution of the Universe before 10^{-6} sec.
- **HIC as a playground / tool**
 - Viscos Hydro, Thermalization, Hydrodynamization, Hadronization, ...
 \rightarrow Development of dynamical models
 - High T, Large μ , Large B & ω , Chirality imbalance, ...
 \rightarrow Physics of extreme conditions and/or strong field
 - **Hadron physics**

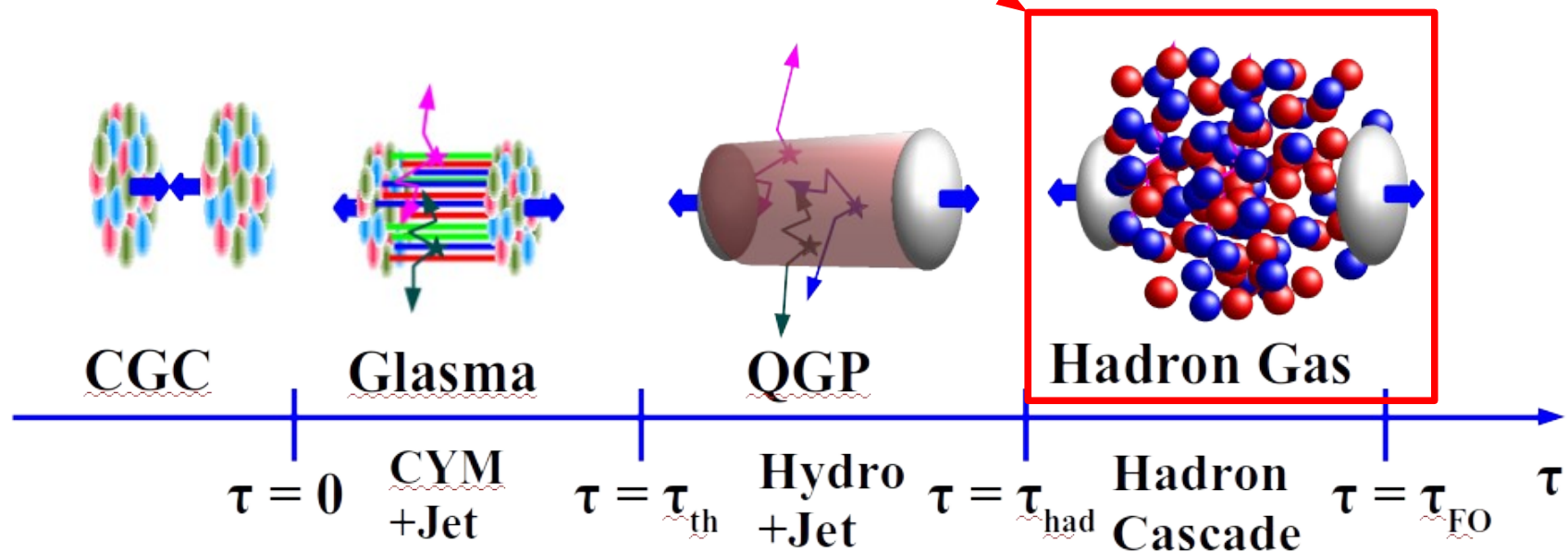


Hadron Physics using High-Energy HIC

■ High-Energy Heavy-Ion Collisions

- Too complex → Statistical → Simple and Clean !
- High T & Large volume → Abundant hadrons
- Nearly 4π detector / Vertex detector

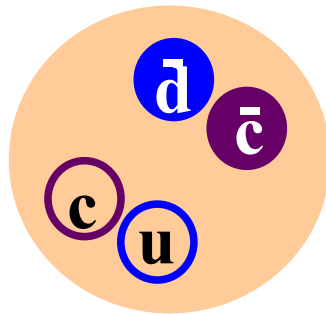
*Let's study Hadron Physics
by using High-Energy Nuclear Collisions
as Hadron Factories.*



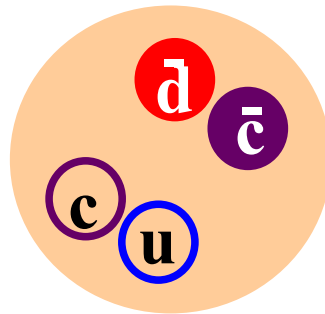
Exotic Hadrons

■ Exotic hadrons (Θ^+ , X, Y, Z, Pc ...)

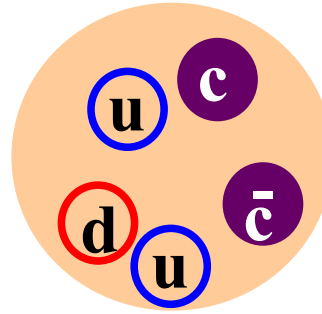
→ Discovered/Proposed at LEPs, Belle, BaBar, BES, LHCb, ...



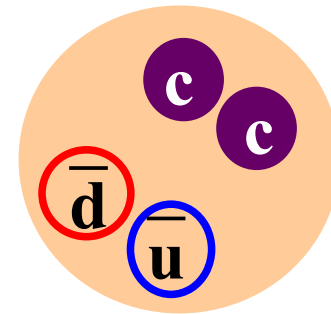
X(3872)



Z(4430)



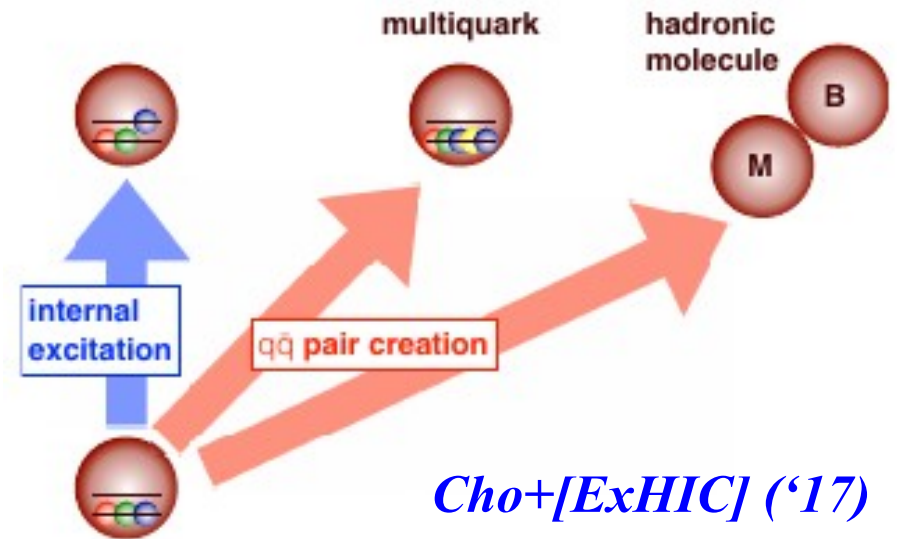
Pc



T_{cc}

■ Various pictures

- Compact multiquark state (with di-quark component)
- Hadronic molecule
- (Triangle) Singularity
- QQ couples with QQ qq
- ...

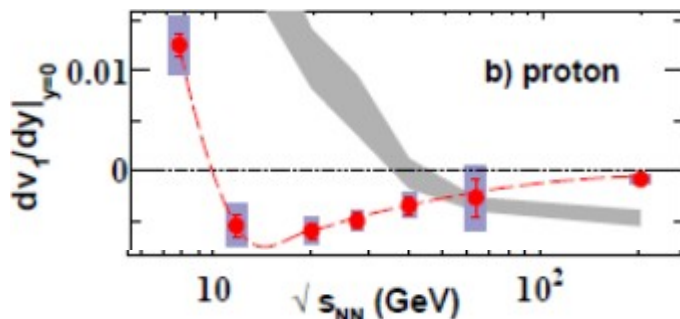


What is the structure of exotic hadrons ?

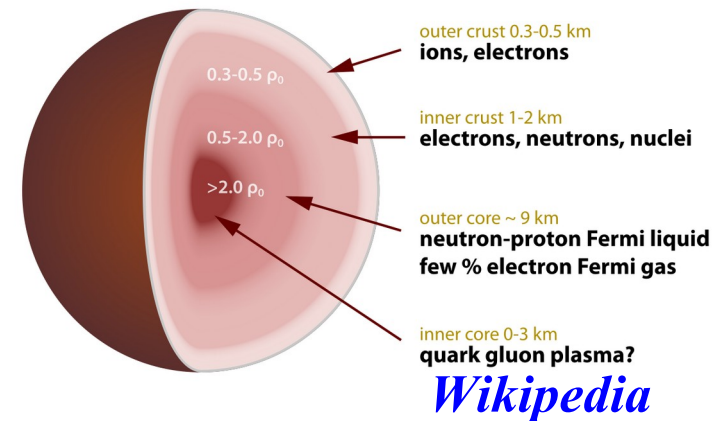
Can we access h-h interactions with heavy quarks ?

Dense Hadronic Matter EOS

- Important from (at least) two aspects.
 - Compact star matter EOS (e.g. hyperon puzzle)
 - Finite density QCD phase transition
- One of the unsolved puzzles = Non-monotonic energy dep. of proton v_1 slope
 - Softest point of EOS (=signal of phase transition)?
 - Other explanation ?

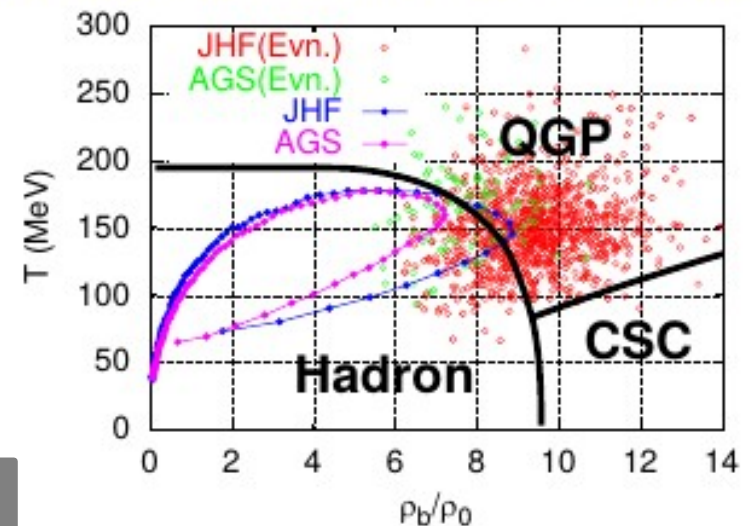


STAR, PRL112('14)162301



Nov. 5-6, 2002, RHIC/LHC/JHF/GSI Workshop @ CNS

- How Cold Matter we can make at JHF ?



*Dense QCD phase transition ?
Flow → EOS ? Hyperon potential ?*