

## AdS/CFT 対応とエンタングルメント



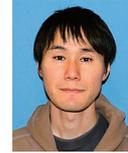
高柳 匡

京都大学基礎物理学研究所



西岡辰磨

プリンストン高等研究所



筈 真生

イリノイ大学アーバナ・  
シャンペーン校

重力を含む全ての力を統一すると期待される超弦理論は、AdS/CFT 対応と呼ばれる重力理論と場の理論の等価性（ホログラフィー原理）を予言する。近年、この考え方を量子多体系の物理や物性物理学へ応用する動きが高まっており、高温超伝導体などに代表される強相関量子多体系において、普遍的と期待される性質が重力理論を用いて盛んに解析されている。その中でも特に「エンタングルメント・エントロピー」と呼ばれる、量子多体系の量子状態の量子的なもつれを測る指標が注目を集めている。

ホログラフィー原理に基づく、量子臨界点にある量子多体系のエンタングルメント・エントロピーは、反ド・ジッター空間中の「曲面の最小面積」で与えられる。従来の複雑な計算方法と異なり、このホログラフィック公式は相互作用する系に適用可能な新たな解析方法である。一方、量子情報理論および数値物性理論では、量子系の波動関数を、しばしばテンソルネットワークと呼ばれる形式で表示し、波動関数に含まれるエンタングルメントの見積もりが行われる。ホログラフィー原理とテンソルネットワークは、一見何の関係もないように見える。ところが最近の研究では、テンソルネットワークを用いて異なったエネルギースケールでのエンタングルメントの記述を考えると、自然に反ド・ジッター空間中の曲面の構造が現れることがわかってきた。

このように、エンタングルメント・エントロピーを通じて、量子多体系、量子重力理論、量子情報理論の間の関係性が明らかになりつつある（本文図1参照）。特に、ホログラフィック公式とテンソルネットワークの類似性は、重力理論における時空そのものが量子エンタングルメントの集合体で

あるという、全く新しい見方を提起している。本記事では、ホログラフィック公式を中心に、この3つの分野におけるエンタングルメント・エントロピーに関する最近の発展を解説する。

まず2節では量子多体系のエンタングルメント・エントロピーを導入し、強弱加法性などの基本的性質について述べる。また、エンタングルメント・エントロピーのスケールリングが、量子多体系の種々の相を区別するのに有効な指標であることを見る。

次の3節では系のエネルギースケールを変えたときのエンタングルメントの変化を考察する。特に系が持つ「有効自由度」はエネルギーが低くなるにつれ減少するはずだが、そのような有効自由度を測る関数が、エンタングルメント・エントロピーを用いることで具体的に構成できることを示す。

4節ではまずホログラフィー原理の具体例である AdS/CFT 対応を解説し、重力理論を用いたエンタングルメント・エントロピーのホログラフィック公式を導入する。その後、この公式が重要な性質である強弱加法性を満たすことを確認し、AdS/CFT 対応で記述される非フェルミ流体に触れる。

最後に5節では MERA と呼ばれる、繰り込み群の考え方に基づいた量子多体系のテンソルネットワーク波動関数を紹介し、MERA と AdS/CFT 対応におけるホログラフィック公式の類似性を考察する。

## —Keywords—

## AdS/CFT 対応：

狭い意味では、4次元の共形場理論（CFT）である、 $\mathcal{N}=4$  超対称 Yang-Mills 理論（ゲージ理論）と5次元反ド・ジッター時空 AdS<sub>5</sub> と5次元球面 S<sup>5</sup> の直積空間上の IIB 型超弦理論（重力理論）の間の対応を表すが、その拡張を含めて AdS/CFT 対応あるいはゲージ重力対応と呼ぶ。ゲージ理論は反ド・ジッター時空の境界に住んでおり、ホログラムとの類似からホログラフィー原理とも呼ばれる。1997年に J. Maldacena により提案され、その論文の引用件数は2014年1月の時点で1万に達しようとしている。

## 反ド・ジッター時空：

数学的には、2個負符号を持つ不定計量のユークリッド時空中の双曲面として定義され、負の定曲率を持つローレンツ時空である。これに対し、正の定曲率を持つローレンツ時空をド・ジッター時空という。1917年にオランダの天文学者 W. de Sitter が見つけた宇宙項を含むアインシュタイン方程式の宇宙解にちなむ。