エンタングルメント・エントロピーのホログラフィーを用いた幾何学的記述：AdS/CFT 対応からの視点

高柳　匡　〈京都大学大学院理学研究科　606-8502 京都市左京区北白川追分町　e-mail: takayana@gauge.scphys.kyoto-u.ac.jp〉
笠　真生　〈Kavli Institute for Theoretical Physics, University of California, Santa Barbara, CA 93106, USA　e-mail: sryu@kitp.ucsb.edu〉

エンタングルメント・エントロピーは，量子系の基底状態を特徴づける基本的な量で，物性理論では，量子多体系への応用が盛んに研究されている．一方，重力理論では，ブラックホールのエントロピーとの関連が20年前から指摘されていた．本稿では，場の理論のエンタングルメント・エントロピーが，一次元高いある空間（反ドシッター空間）中の極小曲面の面積と等しいことを指摘し，その応用について議論する．

1.　はじめに

複数の自由度からなる量子系は，古典的なアナロジーを持たない振舞いを示すことがある．近年，物性物理において，古典的な秩序変数では特徴づけられない量子相やその間の相転移が数多く発見されており，量子的なもつれ具合（エンタングルメント）の観点から量子多体系（例えばスピン鎖など）や場の理論を特徴づける重要性が高まっている．エンタングルした状態は，量子計算や量子テレポーテーションでも重要な役割を果たす．

量子系のもつれ具合を測る最も重要な量の一つがエンタングルメント・エントロピーである．簡単に言うと，多体系の一部を測定しないと仮定した場合に生じるあいまいさを測るエントロピーといえる．この量は，ブラックホールにおいて，観測者が，地平線の中を観測できないことから生じるブラックホールのエントロピーと類似している（図1）．実際，ブラックホールのエントロピーを理解しようとする試みが，場の理論のエンタングルメント・エントロピーを考えるきっかけになった．[1] ブラックホールのエントロピーは，ベッケンシュタイン・ホーキング公式で与えられ，地平線の面積に比例する．面白いことに，よく似た面積則がエンタングルメント・エントロピーでも成り立つことが知られている．[1]

以上のように，本来，場の理論や量子多体系で定義されるエンタングルメント・エントロピーは，重力理論におけるエントロピーと多くの共通点を持っている．一方，超ひも理論の分野では，場の理論（正確には共形場理論[2]）と一つ次元の高い空間上の重力理論を等価に対応させるAdS/CFT対応[3]が知られており，現在まで盛んに研究が続けられている．本記事では，このAdS/CFT対応の考え方を用いて，相互作用する場の理論のエンタングルメント・エントロピーを，幾何学的に計算する方法を紹介したい．[4] この方法を用いると，場の理論では計算が困難と考えられている，強く相互作用する量子系のエンタングルメント・エントロピーを，容易に計算できるのである．

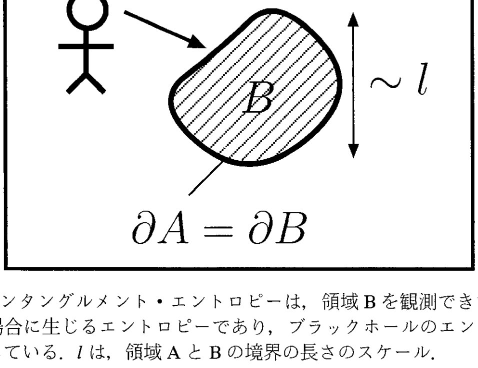

図1　エンタングルメント・エントロピーは，領域Bを観測できないと仮定した場合に生じるエントロピーであり，ブラックホールのエントロピーと類似している．l は，領域AとBの境界の長さのスケール．

2.　エンタングルメント・エントロピー

エンタングルメント・エントロピーとは，複数の自由度からなる量子系の波動関数 $|\Psi\rangle$ のもつれ具合（もしくは量子相関の強さ）を測る測度である．まずは簡単のため，一対のスピン1/2の粒子AとBの一重項の波動関数

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|\uparrow\rangle_A|\downarrow\rangle_B - |\downarrow\rangle_A|\uparrow\rangle_B\right) \tag{1}$$

を考えよう．量子情報の分野ではスピン1/2の粒子一つが持つ情報は，1キュービットと呼ばれる単位になる．まず，全系の密度行列 $\rho = |\Psi\rangle\langle\Psi|$ からBの自由度のトレースをとってしまい，Aに対する縮約密度行列 $\rho_A = \mathrm{tr}_B|\Psi\rangle\langle\Psi|$ を計算してみると

$$\rho_A = \frac{1}{2}\left(|\uparrow\rangle_{AA}\langle\uparrow| + |\downarrow\rangle_{AA}\langle\downarrow|\right), \tag{2}$$

となる．ここで，ρ は純粋状態であったにもかかわらず，ρ_A は混合状態の密度行列になっていることに注意．このとき，エンタングルメント・エントロピー（フォンノイマン・エントロピー）は ρ_A を用いて以下で定義される

$$S_A = -\mathrm{tr}_A \rho_A \log \rho_A. \tag{3}$$

S_A は観測者がAの自由度のみを観測できるとしたときの観測結果のエントロピーであると解釈できる．今の例(1)では $S_A = \log 2$ となる．この場合，Aのスピンが上向き（下向き）と観測されると，Bのスピンは下向き（上向き）であるという相関がある．一方，単なる直積の状態に対しては，相関がないので $S_A = 0$ となる．

より一般の量子系に対しても，エンタングルメント・エントロピーは，全系の自由度をAとBの二つのグループに分割することで，同様に定義される．エンタングルメント・エントロピーは，強くもつれた状態に対して大きな（非自明な）値をとるので，秩序変数がうまく定義できない量子相や量子相転移の分類に使えるのではないか，という試みが最近になってなされるようになった．

エンタングルメント・エントロピーは，全系の自由度の任意の分割に対して考えることができる．しかしながら，格子上の理論や場の理論などの量子多体系への応用を考える場合，ハミルトニアンは局所的な相互作用や，運動項などからなっている．そこで，系の自由度を，系の特定の空間領域とその残りに分割するのが自然である（図1）．この場合のエンタングルメント・エントロピーは，幾何学的エントロピーとも呼ばれる．

このように量子多体系の自由度を二つの空間領域に分割したとき，部分系Aのサイズに対し，そのエンタングルメント・エントロピーがどのようにスケールするかを議論することができる．このスケーリングは，与えられた量子系を，古典的計算機で効率よくシミュレートするのがどの程度困難であるか（逆に言えば，量子計算機が古典的計算機と比べてどのくらい強力であるか）という問題にも関係している.[5] 直感的には，秩序変数がうまく定義できない“もつれた”量子系ほど，古典的計算で理解するのは難しい．このことを逆手にとって，この“難しさ”自体を量子相の分類に利用しよう，というわけである．以下では，いくつかの具体例に対して知られている結果を紹介しよう．

まず，エントロピーの典型的な振舞いとして知られるものの一つは，面積則と呼ばれるものである.[1] これは，空間d次元の量子系に対し，ある領域Aに対するエンタングルメント・エントロピーが

$$S_{\mathrm{A}}=\gamma\left(\frac{l}{a}\right)^{d-1}+O((l/a)^{d-2}) \tag{4}$$

のように振舞うことを指す．ここで，l^{d-1}は領域Aの境界の面積程度の量であり，γは定数，aは格子定数（紫外カットオフ）である．面積則は，基底状態と励起状態の間にエネルギーギャップが開いているときや，後で見るように，$d+1$次元の共形場理論（ただし$d>1$）で見られる振舞いである.[6] この例から分かるように，エンタングルメント・エントロピーは，考えている領域の体積に比例するとは限らない．この点が熱力学的なエントロピーとは大きく異なっている．

一方で，S_{A}が面積則よりも，Aの境界の面積の関数として，速く増大する例も多く知られている．特に，基底状態と励起状態の間のエネルギーギャップが閉じている場合はより大きい傾向にある．例えば，有限のフェルミ面を持つ自由フェルミオン系に対しては，$S_{\mathrm{A}}\sim l^{d-1}\log(l/a)$である.[7] また，臨界点（二次の相転移点）にある一次元量子系($d=1$)のエンタングルメント・エントロピーは，

$$S_{\mathrm{A}}=\frac{c}{3}\log\left(\frac{l}{a}\right)+\cdots \tag{5}$$

のように振舞う.[8] (5)式に現れる係数c（中心電荷）は，紫外カットオフ（格子間隔）を変更しても影響を受けない，ユニバーサルな量であることに注意しよう.[9]

次に，古典的な秩序変数が定義できない，励起ギャップの開いた量子相の例を挙げよう．2次元($d=2$)には，トポロジカル相と呼ばれる一連の量子液体相が存在する．（典型的な例として，分数量子ホール効果のラフリン状態やパフィアン状態などが挙げられる.）これらの相は，量子数（例えば電荷）の分数化や，準粒子の非可換統計などの非常に豊かな内部構造を持つが，局所的なプローブ（相関関数）ではそれらの構造を検出するのは困難である．また，トポロジカル相の基底状態は，トポロジーの異なった空間においては，異なった縮重度を持つ．これらのことから示唆されるのは，トポロジカル相は，波動関数に含まれている大域的な情報によって特徴づける必要があるということである．トポロジカル相におけるエンタングルメント・エントロピーの計算は，キタエフ(A. Kitaev)，プレスキル(J. Preskill)，レビン(M. Levin)，ウェン(X. G. Wen)らによってなされ，

$$S_{\mathrm{A}}\sim\gamma\cdot\frac{l}{a}-\log D \tag{6}$$

のように振舞うことが示された.[10] ここで，エントロピーの負の定数項$-\log D$は，(5)式におけるcと同様に，カットオフの取り方に影響されない量である．Dは，トポロジカル相に存在する準粒子の種類や内部自由度などの情報を含む量になっており，エンタングルメント・エントロピーをトポロジカル相の特徴づけに使うことが提案された.[10]

以上，いくつかの量子系において，エンタングルメント・エントロピーは，格子定数などの系のミクロな詳細によらない，ユニバーサルな部分を持ち，ユニバーサリティ・クラスの分類に使うことができることを見た．しかしながら，物性物理や統計物理には，上に挙げた特殊な例以外にも，強く相互作用する量子多体系が数多く登場する．これらのより広いクラスの量子系に対して，エンタングルメント・エントロピーはどのように振舞うのであろうか？　残念ながら，一般の量子系でエンタングルメント・エントロピーを計算するのは，現在のところ，非常に困難である．

そこで，素粒子理論，特に，超ひも理論に目を向けてみると，相互作用する場の理論の中には，重力理論と密接な関係を持つものが存在することが知られている．このような等価性（双対性と呼ばれる）を使うと，場の理論における様々な物理量を，別の立場で，より簡単に計算できることが多い．そこで我々は，共形場理論と重力理論の間に知られている，AdS/CFT対応と呼ばれる双対性[3]を用いて，エンタングルメント・エントロピーを一般相対論の立場で計算する方法を調べることにした.[4]

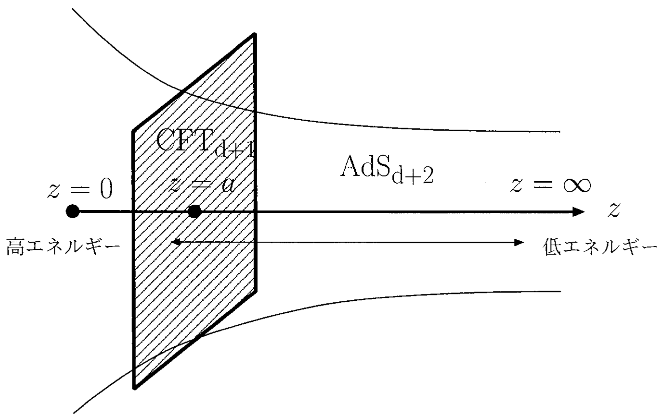

図2 AdS/CFT 対応の概念図．2本の曲線は，計量のスケールを表す．

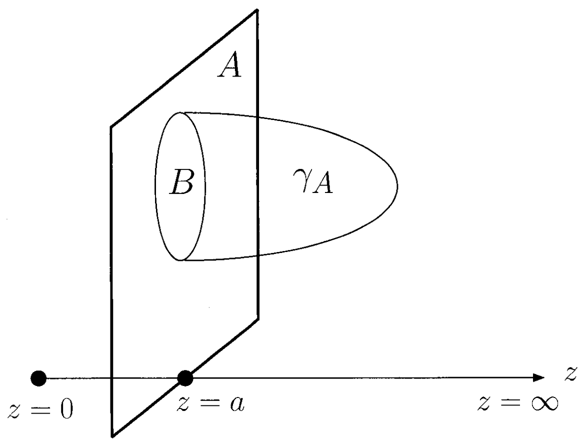

図3 AdS 空間内の最小曲面．

3. AdS/CFT 対応

AdS/CFT 対応とは，超ひも理論において，マルダセナ (J. Maldacena) が発見した[3]もので，「$d+2$ 次元の反ドシッター空間 (AdS$_{d+2}$) を背景とする重力理論（一般相対論）が，その $d+1$ 次元の境界部分に住む，強く相互作用した共形場理論 (CFT$_{d+1}$) と等価」という主張である．（正確には，この主張は，超ひも理論の AdS/CFT 対応において，AdS 空間の半径が大きい場合に相当する．）

AdS$_{d+2}$ 空間は，負の定曲率を持つ空間で，ポアンカレ座標 $(x_0, x_1, \cdots, x_d, z)$ を用いて

$$ds^2 = R^2 \cdot \frac{(dz)^2 - (dx_0)^2 + (dx_1)^2 + \cdots + (dx_d)^2}{z^2} \tag{7}$$

という計量で与えられる（図2）．R は AdS 空間の半径である．境界は，$z=0$ にあり，$(x_0, x_1, \cdots, x_d)$ の座標で記述される平坦な $d+1$ 次元の時空である．

特に，$d=1$ の場合は，二次元共形場理論と AdS$_3$ 空間の双対性になる．[11] 共形場理論の中心電荷 c（式 (5) に登場する係数）は，AdS$_3$ 空間の半径 R とニュートン定数 G_N を用いて $c=3R/2G_N$ と表される．[12]

AdS/CFT において，AdS 空間の z 軸は，共形場理論のエネルギーのスケールに逆比例する．つまり z が大きいほど，低エネルギー領域を見ていることに相当する．逆に，境界 $z=0$ において，式 (7) から分かるように，AdS 空間の計量は発散している．共形場理論側では，このことは，場の理論の紫外発散に相当する．したがって，発散の正規化（紫外カットオフ）をすることは，AdS 空間を $z>a$ に制限することに対応する．ここで，正の微小量 a は，正規化の格子間隔とみなせる．

4. エンタングルメント・エントロピーの AdS/CFT 対応による重力的解釈

AdS/CFT 対応を使って，$d+1$ 次元の（共形）場の理論を，$d+2$ 次元の AdS 空間における一般相対論で記述できる．そこで，場の理論におけるエンタングルメント・エントロピーを，重力理論の立場から計算することが可能か考えてみよう．[4,13]

まず，場の理論は AdS 空間の境界部分に住んでいることを思い出そう．その d 次元の空間部分を A と B に分割して，B の部分を観測しないと仮定したときのエンタングルメント・エントロピーを求めたい．この量は，観測しないことによって生じた B に関する情報のあいまいさを測っている．これを一次元高い等価な重力理論の立場で見ると，[14] A にいる観測者が，B の部分を観測できないという設定は，あたかも B の周りを擬似的なブラックホールの地平線が覆っていて，その中を観測者が見ることができないという状況に対応すると期待される．

この解釈を仮定すると，隠された B の情報を表すエントロピーは，通常のブラックホールのエントロピー S として，ベッケンシュタイン・ホーキングの公式

$$S = \frac{\text{（擬似的な）地平線の面積}}{4G_N}, \tag{8}$$

を用いて計算される．

(8) 式を使ってエンタングルメント・エントロピーを計算するには，ブラックホールの地平線に相当する d 次元の AdS 空間中の曲面 γ_A を具体的に決める必要がある．B の部分を覆うという条件から，γ_A の境界は，B の境界と一致すべきだが，その中でも特に，面積が最小になるもの（最小曲面）を選ぶ（図3）．この条件は，AdS 空間上の重力理論の作用を最小にすることに相当する．

このようにして，我々は，結論として次の公式

$$S_A = \frac{\text{最小曲面}(\gamma_A)\text{の面積}}{4G_N} \tag{9}$$

にたどり着いた．[4] この式は，もともと量子論で定義されたエンタングルメント・エントロピーを，AdS 空間上の古典的な微分幾何学的量で表しているので興味深いと言える．以上は，直感的な説明であったが，系統的に AdS/CFT 対応の原理から導くこともできる．[15]

4.1 エントロピーのスケーリング

それでは，この公式が，場の理論の結果を正しく再現するか検証したい．式 (9) を使って S_A を計算すると，領域 A が滑らかな境界を持つ場合，一般に，

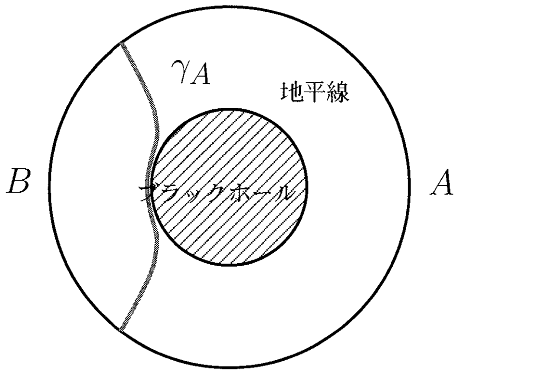

図4　AdS ブラックホール解を考えた場合の最小曲面．特に3次元 AdS のグローバル座標を考え，時間方向を省略している．

$$S_{\rm A}=p_1(l/a)^{d-1}+p_3(l/a)^{d-3}+\cdots$$
$$\cdots+\begin{cases}p_{d-1}(l/a)+p_d & (d=偶数)\\ p_{d-2}(l/a)^2+q\log(l/a) & (d=奇数).\end{cases} \qquad (10)$$

と振舞うことが分かる．ここで，$p_1, p_2, \cdots, p_d, q$ は，物理系に固有の定数である．また，AdS 空間の境界 $z=0$ では計量が発散するため，境界を $z=a$ に微小移動して正規化した．式 (10) より，$S_{\rm A}$ の最大発散項は「A の境界 (∂A) の面積」と「a^{-d+1}」の積に比例することが分かるが，これは，(4) 式ですでに説明した，エンタングルメント・エントロピーの面積則そのものである．

特に $d=1$ のとき，最小曲面は AdS_3 空間内の測地線と等価である．この場合，式 (10) は発散項 $\sim\log a$ を与えるが，この結果は，すでに知られている厳密な表式 (4) に，係数を含めて一致することが示せる．

4.2　有限温度の場合

次に，空間が一次元で，有限温度の場合を考えてみよう．有限温度のエンタングルメント・エントロピーは，全系の密度行列をカノニカル分布にとって，部分系 A の自由度のトレースをとることで定義される．

一方，AdS/CFT の立場では，有限温度の共形場理論は，中心 ($z\gg 1$) にブラックホール（BTZ ブラックホールと呼ばれる[16]）が存在する時空に相当する．[17] この場合の最小曲面（＝測地線）は図4に示したように，ブラックホールの地平線にへばりつく．この測地線からエントロピーを計算すると，地平線に巻きついた部分から，ブラックホールのエントロピーの一部に相当する寄与が出る．この部分が，場の理論側から見ると，有限温度における $S_{\rm A}$ に含まれる，熱力学的エントロピーの部分にちょうど相当する．全体としての表式も，知られている結果と完全に一致する．[8]

公式 (9) は，最小曲面とブラックホールの地平線との類似性から見出されたが，この例では，最小曲面の一部が本物のブラックホールの地平線になっている．

4.3　四次元 $N=4$ 超対称性ゲージ理論

高次元 ($d>1$) の場の理論においては，$S_{\rm A}$ を場の理論の側から計算するのは容易ではなく，一般的な結果は知られていない．むしろ，AdS 空間上での計算は，古典的な解析で済むので，場の理論で計算するよりもずっと簡単であるという利点がある．特に，$d=3$ の場合を考えると，AdS_5 上の重力理論から，それと双対の四次元の $N=4$ 超対称 SU(N) ゲージ論の強結合極限の $S_{\rm A}$ が，

$$S_{\rm A}=\frac{N^2L^2}{2\pi a^2}-0.051\cdot\frac{N^2L^2}{l^2} \qquad (11)$$

と求められる．ただし，領域 B として幅 l で長さが L の三次元の帯を考えた．第二項の係数 0.051 は，紫外発散の正規化の方法によらないユニバーサルな量である．自由場の計算でも同じ関数形が得られ，第二項の係数は 0.078 となり，強結合の場合式 (11) と大きくは違わない．

5.　おわりに

本稿では，まず，物性理論におけるエンタングルメント・エントロピーに関連する進展を概観した．大雑把に言えば，局所的な相関関数が空間の各点上で量子系の秩序を検出するのに比べ，エンタングルメント・エントロピーは，$d-1$ 次元の超曲面を使って，波動関数の大域的な情報を探る．

その後で，超ひも理論の分野で発見された，重力と共形場理論の等価性である AdS/CFT 対応を使って，相互作用する場の理論のエンタングルメント・エントロピーを，一般相対論（微分幾何学）の問題に帰着させた．我々の結果式 (10) は，重力理論と双対の関係にある共形場理論に対して求められたものであるが，(l/a) の関数としての関数形自体は，より一般の共形場理論（つまり，動的臨界指数が $z=1$ であるような量子臨界点）に対しても成り立つと期待される．特に，p_d や q は，量子臨界点に特有のユニバーサルな量である．このことは，エンタングルメント・エントロピーが，中心電荷や量子次元に相当する，しかしながらより一般の量子系に適用できる，"秩序変数" であることを示唆している．将来的には，閉じ込め–非閉じ込め転移や，スピン液体状態などへの応用がされるものと期待される．

また，エンタングルメント・エントロピーを考えるきっかけの一つに，ブラックホールのエントロピーの理解があったが，有限温度のエンタングルメント・エントロピーには，重力理論側では，ブラックホールの地平線の面積が寄与することが分かった．このように，本研究は，物性理論，素粒子理論と一般相対論の三つの分野で現れるエントロピーに統一的視点を与えるものといえる．

本稿を終えるにあたり，有益な議論を詳細にわたってさせていただいた，大栗博司氏と重森正樹氏に感謝したい．本研究は，米国の National Science Foundation の援助を受けている (Grant No. PHY99-07949).

参考文献

1) L. Bombelli, R. K. Koul, J. H. Lee and R. D. Sorkin: Phys. Rev. D **34** (1986) 373. M. Srednicki: Phys. Rev. Lett. **71** (1993) 666 [arXiv:hep-th/9303048]. また，ブラックホールとエンタングルメント状態の関連については，細谷暁夫：日本物理学会誌 **59** (2004) 286 を参照．
2) 共形場理論とは，$d+1$ 次元の時空の共形変換（角度を保つ変換，スケ

ール変換を含む）の下で不変な場の理論のことを指す．臨界点にある $d+1$ 次元の古典統計力学系や，動的臨界指数 z が $z=1$ であるような d 次元の量子臨界点は，共形場理論で記述されると考えられている．

3) J. Maldacena: Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 231 [arXiv:hep-th/9711200]. 専門家向けのレビューは，O. Aharony, S. S. Gubser, J. M. Maldacena, H. Ooguri and Y. Oz: Phys. Rept. **323** (2000) 183 [arXiv:hep-th/9905111] を参照．日本語のレビューとしては，例えば，今村洋介：日本物理学会誌 **54** (2000) 188 を参照．
4) S. Ryu and T. Takayanagi: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 181602 [arXiv:hep-th/0603001]. S. Ryu and T. Takayanagi: JHEP **08** (2006) 045 [arXiv:hep-th/0605073].
5) 量子系の数値計算の困難さとエンタングルメント・エントロピーとの関係は，一次元量子系における密度行列繰込み群の華々しい成功と，その高次元への拡張において議論されてきた．例えば，T. J. Osborne and M. A. Nielsen: Quant. Inf. Proc. **1** (2002) 45; J. T. Latorre, E. Rico and G. Vidal: Quant. Inf. Comp. **4** (2004) 48 などを参照．
6) 励起ギャップが同じ大きさでも，基底状態の波動関数が非自明なベリー位相を持つ場合，S_A はより大きくなる．これは，エンタングルメント・エントロピーが，波動関数の量子力学的な位相の自由度に敏感なことを示している：S. Ryu and Y. Hatsugai: Phys. Rev. B **73** (2006) 245115 [arXiv:cond-mat/0601237] を参照．
7) M. M. Wolf: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 010404 [arXiv:quant-ph/0503219]; D. Gioev and I. Klich: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 100503 [arXiv:quant-ph/0504151].
8) C. Holzhey, F. Larsen and F. Wilczek: Nucl. Phys. B **424** (1994) 443 [arXiv:hep-th/9403108]. P. Calabrese and J. Cardy: J. Stat. Mech. **0406** (2004) P002 [arXiv:hep-th/0405152].
9) 係数 c は，大まかには系の自由度の大きさに比例しており，実は，1+1 次元の共形場理論の中心電荷（セントラルチャージ）と呼ばれる量と一致することが分かる．一次元量子系の臨界点の背後には，対応する共形場理論があり，共形場理論は，その中心電荷で分類することができる．すなわち，この例では，c による量子臨界点の分類と，エントロピーによる分類は，1 対 1 に対応している．
10) A. Kitaev and J. Preskill: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 110404 [arXiv:hep-th/0510092]. M. Levin and X. G. Wen: Phys. Rev. Lett. **96** (2006) 110405 [arXiv:cond-mat/0510613]. P. Fendley, M. P. A. Fisher, C. Nayak: [arXiv:cond-mat/0609072].
11) 実を言えば，AdS_3 空間を背景とする重力理論は，チャーン・サイモンズ理論になるので，分数量子ホール効果において，端状態がカイラル朝永・ラッティンジャー流体で記述される状況と酷似している．
12) J. Brown and M. Henneaux: Commun. Math. Phys. **104** (1986) 207.
13) エンタングルメント・エントロピーと AdS/CFT 対応に関する，より早い時期の議論としては S. Hawking, J. Maldacena and A. Strominger: JHEP **0105** (2001) 001 [arXiv:hep-th/0002145]; J. Maldacena: JHEP **0304** (2003) 021 [arXiv:hep-th/0106112] を参照．
14) 言い換えると，重力理論の自由度は，より低い次元の非重力的理論（例えば場の理論）で記述されるというホログラフィーの考え方と言える．ホログラフィーに関しては G. 't Hooft: arXiv:gr-qc/9310026; L. Susskind: J. Math. Phys. **36** (1995) 6377 [arXiv:hep-th/9409089] を参照．
15) D. V. Fursaev: JHEP **09** (2006) 018 [arXiv:hep-th/0606184].
16) M. Banados, C. Teitelboim and J. Zanelli: Phys. Rev. Lett. **69** (1992) 1849 [arXiv:hep-th/9204099].
17) E. Witten: Adv. Theor. Math. Phys. **2** (1998) 505 [arXiv:hep-th/9803131].

（2006 年 9 月 29 日原稿受付）

Entanglement Entropy and AdS/CFT Correspondence

Tadashi Takayanagi and Shinsei Ryu

abstract: The entanglement entropy is a basic quantity which characterizes the ground state of any quantum system. A recent trend in condensed matter theory is to apply the entropy to quantum phase transitions. On the other hand, from the viewpoint of general relativity, the similarity between this entropy and the black hole entropy has been pointed out for twenty years. In this article we will introduce our recent work which shows how to compute the entanglement entropy in quantum field theories from general relativity on an Anti deSitter space by applying the AdS/CFT correspondence in superstring theory.