

Smart and Human

常翔学園

摂南大学



# ローレンツ対称性を“ゲージ固定”したIIB型行列模型の(3+1)次元膨張時空の創発における超対称性の効果

東 武大 (摂南大学)

日本物理学会第80回年次大会 17aEK215-7

2025年9月17日(水), 11:00~11:15

共同研究者: Konstantinos N. Anagnostopoulos (NTUA), 平沢光昭 (Milano-Bicocca, INFN), 西村淳 (KEK, 総研大), 土屋麻人 (静岡大), 山森直幸(総研大)

## IIB型行列模型 (IKKT模型)

⇒ 超弦理論の非摂動的定式化の有力な候補

[N. Ishibashi, H. Kawai, Y. Kitazawa and A. Tsuchiya, hep-th/9612115]

$$S = \underbrace{\frac{-N}{4} \text{tr}[A_\mu, A_\nu]^2}_{=S_b} + \underbrace{\frac{-N}{2} \text{tr} \bar{\psi}_\alpha (\Gamma^\mu)_{\alpha\beta} [A_\mu, \psi_\beta]}_{=S_f}$$

- **10次元** super-Yang-Mills 理論の **0次元** の次元還元
- $A_\mu$  ( $\mu=0, 1, \dots, 9$ ),  $\Psi_\alpha$  (Weyl射影,  $\alpha=1, 2, \dots, 16$ )  
⇒ トレースが0の  $N \times N$  エルミート行列
- **SO(1,9)** ローレンツ対称性    • **SU(N)** ゲージ対称性
- $\mathcal{N} = 2$  超対称性 ⇒  $A_\mu$  の固有値を時空の座標と解釈

私達の住む(3+1)次元時空はどのようにして創発するか？

# 2. ローレンツ型IIB行列模型

ローレンツ型 : ローレンツ計量で縮約  $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, \dots, 1)$

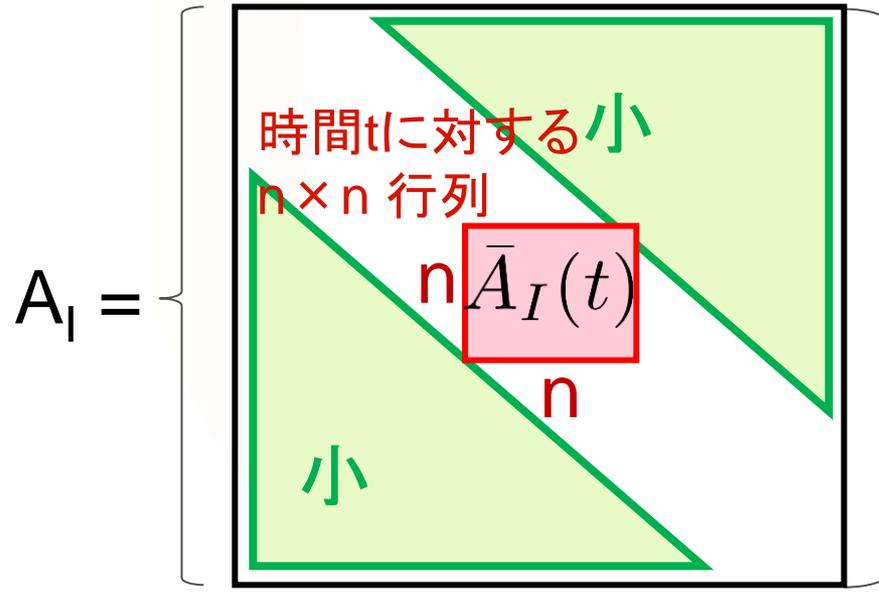
ローレンツ型における時間発展:  
 $\Rightarrow$  SU(N)ゲージ変換で  $A_0$  を対角化

[S.W. Kim, J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1108.1540]

$A_0 = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N), \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N.$

$A_1$  はバンド対角構造を持つ

$$t_\nu = \sum_{k=1}^{\nu} |\bar{\alpha}_{k+1} - \bar{\alpha}_k|, \quad \bar{\alpha}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{k+i}$$



SO(9)対称性の自発的破れ

$T_{ij}(t) = \frac{1}{n} \text{tr}(\bar{A}_i(t) \bar{A}_j(t))$  の固有値

$\lambda_{T,k}(t) \quad (k = 1, 2, \dots, 9)$

$$R^2(t) = \left\langle \frac{1}{N} \text{tr} \sum_{i=1}^9 (\bar{A}_i(t))^2 \right\rangle = |R^2(t)| \exp(2i\theta_s(t))$$

$\theta_s(t) \ll \frac{\pi}{8} \Rightarrow$  実の空間

## 2. ローレンツ型IIB行列模型

4



SETSDAI

ローレンツ対称性の「ゲージ固定」 [Y. Asano, J. Nishimura, W. Piensuk and N. Yamamori, arXiv:2404.14045]

SU(N)ゲージ変換で $A_0$ を対角化するだけではローレンツ対称性を固定出来ていなかった。

SO(9,1)ローレンツ不変量  $Q = \underbrace{\text{tr}(A_0^2)}_{=\mathcal{T}} - \sum_{i=1}^9 \underbrace{\text{tr}(A_i^2)}_{=\mathcal{U}}$

ローレンツ変換で $\mathcal{T}$ を最小化し、 $\mathcal{U}$ を小さくする。

$$\begin{pmatrix} A'_0 \\ A'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \sigma & \sinh \sigma \\ \sinh \sigma & \cosh \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_i \end{pmatrix}$$

$$\text{tr}(A_0 A_j) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, 9)$$

ローレンツ対称性をFaddeev-Popovの手法で「ゲージ固定」

$$Z = \int dA d\psi e^{iS} \underbrace{\Delta_{\text{FP}}(A)}_{=\det \Omega_{ij}} \prod_{j=1}^9 \delta(\text{tr}(A_0 A_j))$$

$$\Omega_{ij} = \text{tr}(A_0^2) \delta_{ij} + \text{tr}(A_i A_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, 9)$$

# 3. 複素ランジュバン法

## IIB行列模型の符号問題

$$Z = \int dA \left( \underbrace{e^{iS_b}}_{\text{複素数}} \underbrace{\int d\psi e^{iS_f}}_{\text{実数}} \right) \quad \mathcal{M} : 16(N^2-1) \times 16(N^2-1) \text{ 疎行列}$$

[J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1904.05919]  
=Pf  $\mathcal{M}$

**複素ランジュバン法** ⇒ 複素作用系に対する有力な手法

[Parisi, Phys.Lett. 131B (1983) 393, Klauder, Phys.Rev. A29 (1984) 2036]

複素化した $\alpha_i$ に対する時間順序  $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N$  ( $k=2, \dots, N$ )

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_k = \sum_{i=1}^{k-1} e^{\tau_i} \quad A_0 = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_N)$$

[J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1904.05919]

$$S_{A\text{diag}} = -\log \prod_{1 \leq a < b \leq N} (\alpha_a - \alpha_b)^2 - \sum_{a=1}^{N-1} \tau_a.$$

# 3. 複素ランジュバン法

・質量項 ⇒ ディラック演算子の0に近い固有値を避ける

$$S_{m_f} = \frac{-N}{2} \text{tr} \left\{ \bar{\psi}_\alpha (\Gamma^\mu)_{\alpha\beta} [A_\mu, \psi_\beta] + im_f \bar{\psi}_\alpha (\Gamma^7 \Gamma^{8\dagger} \Gamma^9)_{\alpha\beta} \psi_\beta \right\}$$

( $m_f \rightarrow \infty$ : ボゾンだけの模型)

・ローレンツ不変な質量項の変形 ( $\tilde{d} = 4, 5, 6$ )

[K.N. Anagnostopoulos, T. Azuma, M. Hirasawa, J. Nishimura and S. Papadoudis and A. Tsuchiya, arXiv:2509.XXXXX]

ボゾンの量子揺らぎを抑える ⇒ 超対称性に似た状況を作る

$$S_\xi = \frac{N\gamma}{2} \left\{ \text{tr}(A_0)^2 - \sum_{I=1}^{\tilde{d}} \text{tr}(A_I)^2 - \xi \sum_{I=\tilde{d}+1}^9 \text{tr}(A_I)^2 \right\}$$

- ・ $\xi=1$ : reduces to  $S_\gamma = \frac{-N\gamma}{2} \text{tr}(A^\mu A_\mu)$
- ・ $\xi=3, \tilde{d} = 6$  +Myers項  
( $\gamma, m_f$  をうまく選ぶ)  
⇒ローレンツ型IIB行列模型の超対称性を持った変形  
[G. Bonelli, hep-th/0205213]

SO(9) → SO( $\tilde{d}$ ) に対称性を破る  
⇒残りの SO( $\tilde{d}$ ) 対称性の破れを調べる

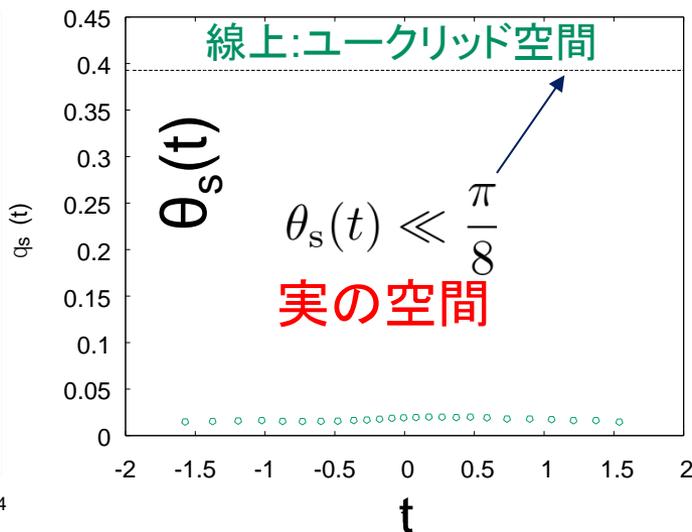
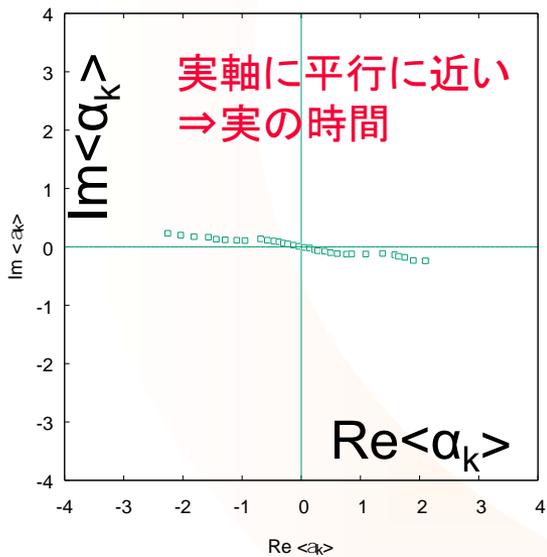
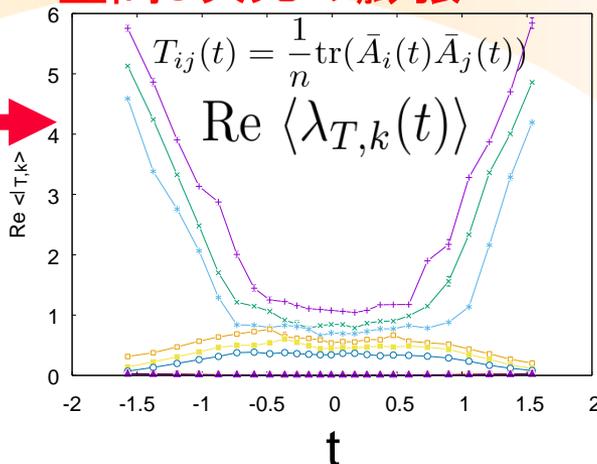
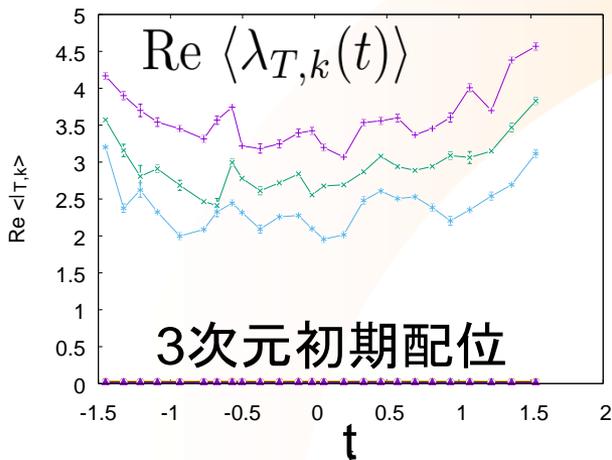
# 4. 結果

$N=32, n=8, m_f=2, \gamma=6, \xi=10, \tilde{d} = 6$

空間3次元の膨張

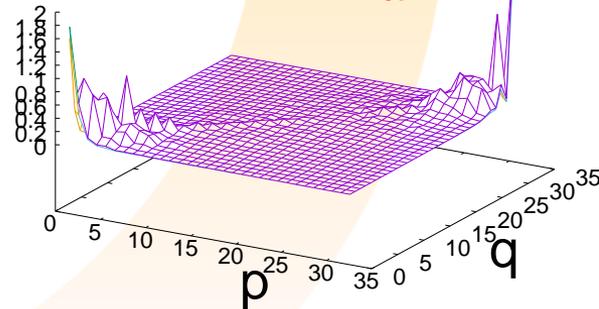
複素ランジュバン法  
 ⇒ 一度に全部の鞍点をサンプル出来ない

初期配位を変えて試してみる。



$$A_{pq} = \frac{1}{9} \text{Re} \left\langle \sum_{i=1}^9 (A_i)_{pq} (A_i)_{qp} \right\rangle$$

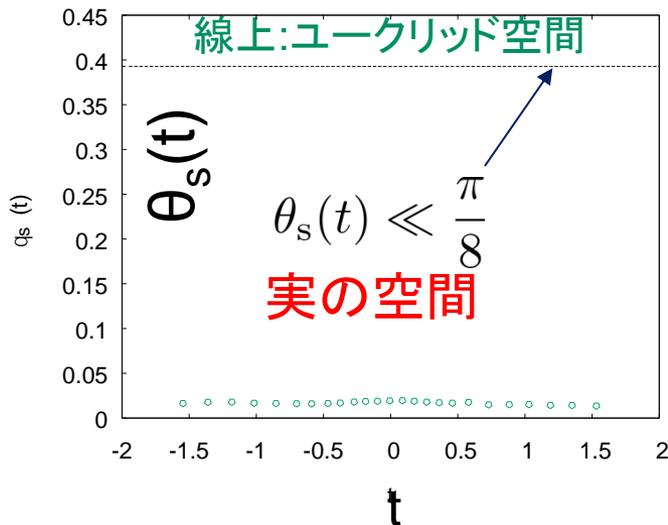
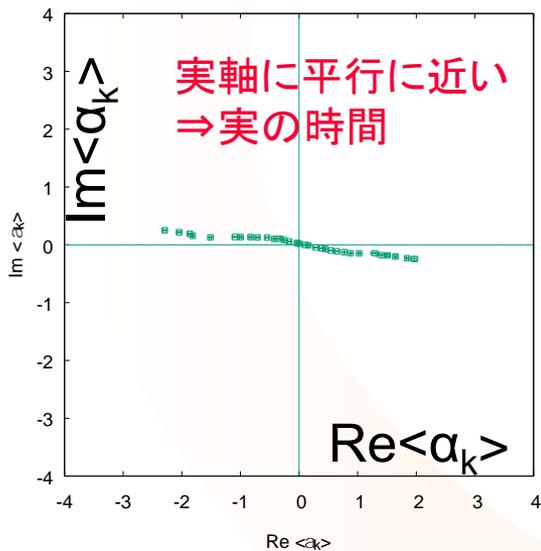
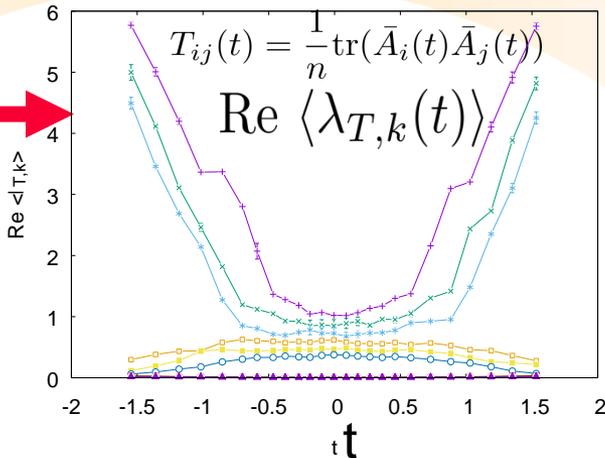
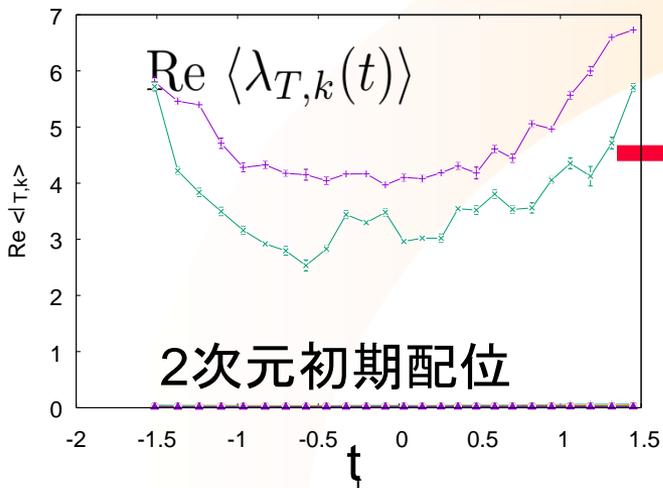
バンド対角的構造



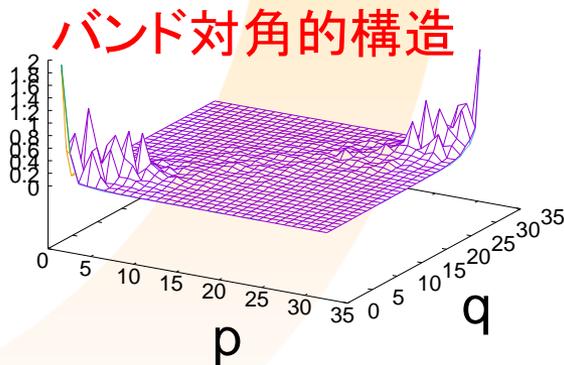
# 4. 結果

$N=32, n=8, m_f=2, \gamma=6, \xi=10, \tilde{d} = 6$

空間3次元の膨張



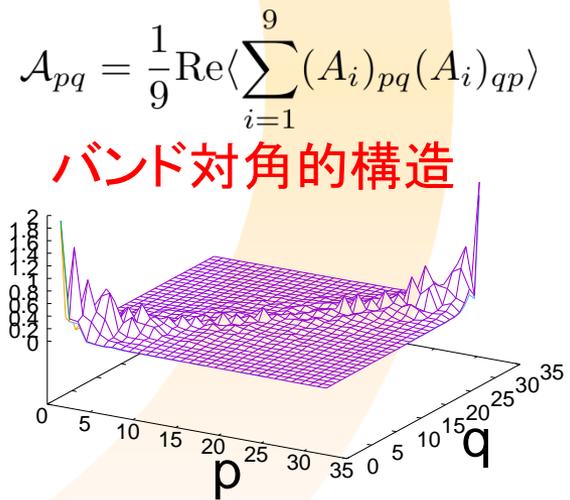
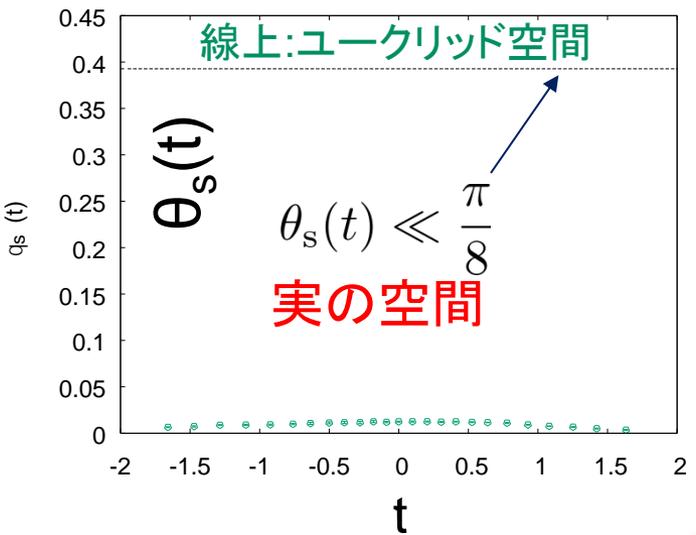
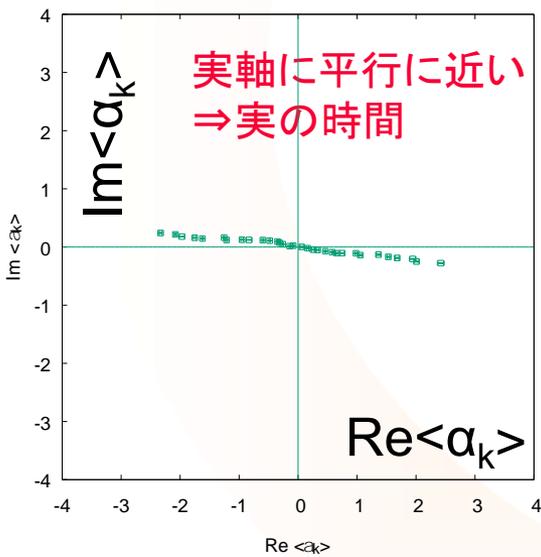
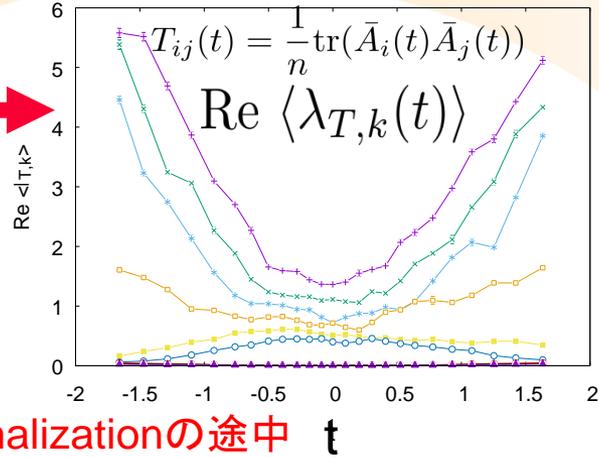
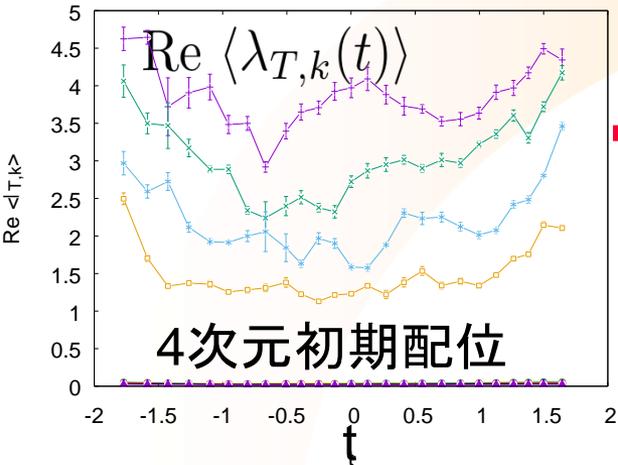
$$A_{pq} = \frac{1}{9} \text{Re} \left\langle \sum_{i=1}^9 (A_i)_{pq} (A_i)_{qp} \right\rangle$$



# 4. 結果

$N=32, n=8, m_f=2, \gamma=6, \xi=10, \tilde{d} = 6$

空間3次元の膨張



ローレンツ型IIB行列模型に複素ランジュバン法を適用

Faddeev-Popovの手法でローレンツ対称性を「ゲージ固定」

2,3,4次元の初期配位から、**膨張する3次元空間の創発**

## 今後の展望

- ・ $N \rightarrow \infty \Rightarrow \gamma \rightarrow 0, m_f \rightarrow 0$ の極限:3次元時空の膨張が起こるか？
- ・ローレンツ型IIB行列模型の超対称性を持った変形の、  
数値シミュレーション [G. Bonelli, hep-th/0205213]