

Smart and Human

常翔学園

摂南大学



超対称性を保った変形を加えたローレンツ型 IIB行列模型における時空の生成

東 武大 (摂南大学)

日本物理学会2026年春季大会 25aS2-4

2026年3月25日(水), 10:00~10:15

共同研究者: Konstantinos N. Anagnostopoulos (NTUA), 平沢光昭 (Milano-Bicocca, INFN),
Vaggelis Karydis (NTUA), 西村淳 (KEK, 総研大), 土屋麻人 (静岡大), 山森直幸(総研大)

IIB型行列模型 (IKKT模型)

⇒ 超弦理論の非摂動的定式化の有力な候補

[N. Ishibashi, H. Kawai, Y. Kitazawa and A. Tsuchiya, hep-th/9612115]

$$S = \underbrace{\frac{-N}{4} \text{tr}[A_\mu, A_\nu]^2}_{=S_b} + \underbrace{\frac{-N}{2} \text{tr} \bar{\psi}_\alpha (\Gamma^\mu)_{\alpha\beta} [A_\mu, \psi_\beta]}_{=S_f}$$

- ・ **10次元** super-Yang-Mills 理論の **0次元** の次元還元
- ・ A_μ ($\mu=0, 1, \dots, 9$), Ψ_α (Weyl射影, $\alpha=1, 2, \dots, 16$)
⇒ トレースが0の $N \times N$ エルミート行列
- ・ **SO(1,9)** ローレンツ対称性 ・ **SU(N)** ゲージ対称性
- ・ $\mathcal{N} = 2$ 超対称性 ⇒ A_μ の固有値を時空の座標と解釈

私達の住む(3+1)次元時空はどのようにして創発するか？

2. ローレンツ型IIB行列模型

ローレンツ型 : ローレンツ計量で縮約 $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, 1, 1, \dots, 1)$

ローレンツ型における時間発展:
 \Rightarrow SU(N)ゲージ変換で A_0 を対角化

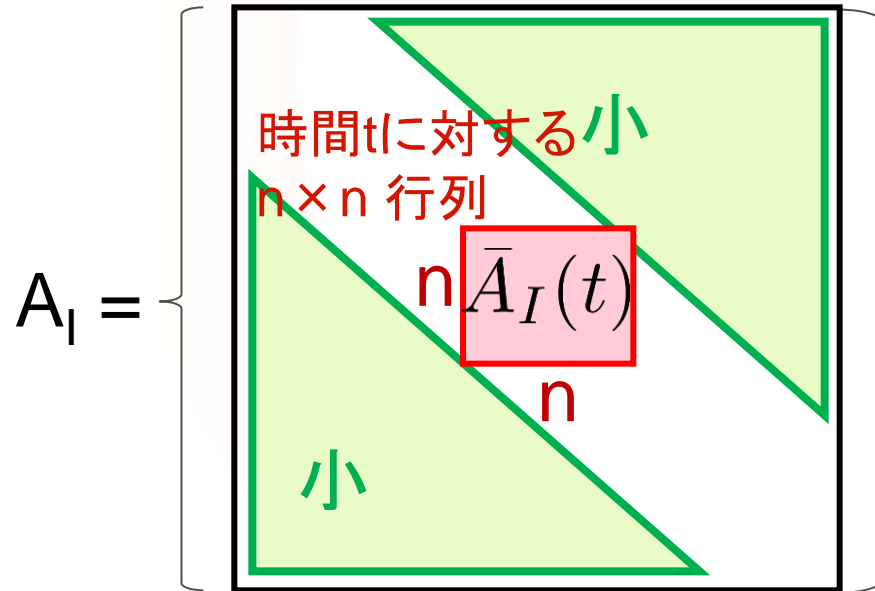
[S.W. Kim, J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1108.1540]

$A_0 = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N), \alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N.$

$$t_\nu = \sum_{k=1}^{\nu} |\bar{\alpha}_{k+1} - \bar{\alpha}_k|,$$

$$\bar{\alpha}_k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \alpha_{k+i}$$

A_1 はバンド対角構造を持つ



・SO(9)対称性の自発的破れ
 $T_{ij}(t) = \frac{1}{n} \text{tr}(\bar{A}_i(t)\bar{A}_j(t))$ の固有値 $\lambda_i(t) (i = 1, 2, \dots, 9)$

・連続な空間の構造
 $Q(t) = \sum_{i=1}^9 (\bar{A}_i(t))^2$ の固有値 $q_i(t) (i = 1, 2, \dots, n)$
 $R^2(t) = \left\langle \frac{1}{n} \text{tr} \sum_{i=1}^9 (\bar{A}_i(t))^2 \right\rangle = |R^2(t)| \exp(2i\theta_s(t))$
 $\theta_s(t) \ll \frac{\pi}{8} \Rightarrow$ 実の空間

2. ローレンツ型IIB行列模型

4



SETSDAI

ローレンツ対称性の「ゲージ固定」 [Y. Asano, J. Nishimura, W. Piensuk and N. Yamamori, arXiv:2404.14045]

SU(N)ゲージ変換で A_0 を対角化するだけではローレンツ対称性を固定出来ていなかった。

SO(9,1)ローレンツ不変量 $Q = \underbrace{\text{tr}(A_0^2)}_{=\mathcal{T}} - \underbrace{\sum_{i=1}^9 \text{tr}(A_i^2)}_{=\mathcal{U}}$

ローレンツ変換で \mathcal{T} を最小化し、 \mathcal{U} を小さくする。

$$\begin{pmatrix} A'_0 \\ A'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \sigma & \sinh \sigma \\ \sinh \sigma & \cosh \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_i \end{pmatrix}$$

$$\text{tr}(A_0 A_j) = 0 \quad (j = 1, 2, \dots, 9)$$

ローレンツ対称性をFaddeev-Popovの手法で「ゲージ固定」

$$Z = \int dA d\psi e^{iS} \underbrace{\Delta_{\text{FP}}(A)}_{=\det \Omega_{ij}} \prod_{j=1}^9 \delta(\text{tr}(A_0 A_j))$$

$$\Omega_{ij} = \text{tr}(A_0^2) \delta_{ij} + \text{tr}(A_i A_j) \quad (i, j = 1, 2, \dots, 9)$$

3. 複素ランジュバン法

IIB行列模型の符号問題

$$Z = \int dA \left(\underbrace{e^{iS_b}}_{\text{複素数}} \underbrace{\int d\psi e^{iS_f}}_{\text{実数}} \right) \quad \mathcal{M} : 16(N^2-1) \times 16(N^2-1) \text{ 疎行列}$$

[J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1904.05919]
=Pf \mathcal{M}

複素ランジュバン法 ⇒ 複素作用系に対する有力な手法

[Parisi, Phys.Lett. 131B (1983) 393, Klauder, Phys.Rev. A29 (1984) 2036]

複素化した α_i に対する時間順序 $\alpha_1 < \alpha_2 < \dots < \alpha_N$ ($k=2, \dots, N$)

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_k = \sum_{i=1}^{k-1} e^{\tau_i} \quad A_0 = \text{diag}(\alpha_1, \dots, \alpha_N)$$

[J. Nishimura and A. Tsuchiya, arXiv:1904.05919]

$$S_{A\text{diag}} = -\log \prod_{1 \leq a < b \leq N} (\alpha_a - \alpha_b)^2 - \sum_{a=1}^{N-1} \tau_a.$$

3. 複素ランジュバン法

・超対称性を保った変形⇒ [G. Bonelli, hep-th/0205213]

ディラック演算子の0に近い固有値を避ける

$$S' = S + S_\gamma + S_{\text{Myers}} + S_{m_f} \quad (\text{with } \gamma = \frac{-\mu^2}{32}, m_f = \frac{\mu}{4}, \xi = 3, \tilde{d} = 6)$$
$$S_\gamma = \frac{N\gamma}{2} \left\{ \text{tr}(A_0)^2 - \sum_{I=1}^{\tilde{d}} \text{tr}(A_I)^2 - \xi \sum_{I=\tilde{d}+1}^9 \text{tr}(A_I)^2 \right\} S_{\text{Myers}} = -iN\mu \text{tr}(A_7[A_8, A_9])$$
$$S_{m_f} = \frac{-N}{2} im_f \text{tr} \bar{\psi}_\alpha (\Gamma^7 (\Gamma^8)^\dagger \Gamma^9)_{\alpha\beta} \psi_\beta$$

次の超対称性変換について不変

$$\begin{cases} \delta A_\mu = i\bar{\varepsilon} \Gamma_\mu \psi \\ \delta \psi = \frac{i}{2} [A_\mu, A_\nu] \Gamma^{\mu\nu} \varepsilon + \frac{\mu}{8} \{ (\Gamma^\mu)^\dagger \Gamma^7 (\Gamma^8)^\dagger \Gamma^9 + 2(\Gamma^7)^\dagger \Gamma^8 (\Gamma^9)^\dagger \Gamma^\mu \} A_\mu \varepsilon \end{cases}$$

SO(6) × SO(3)に空間の対称性を破る

⇒残りの空間のSO(6)対称性の破れを調べる

4. 結果

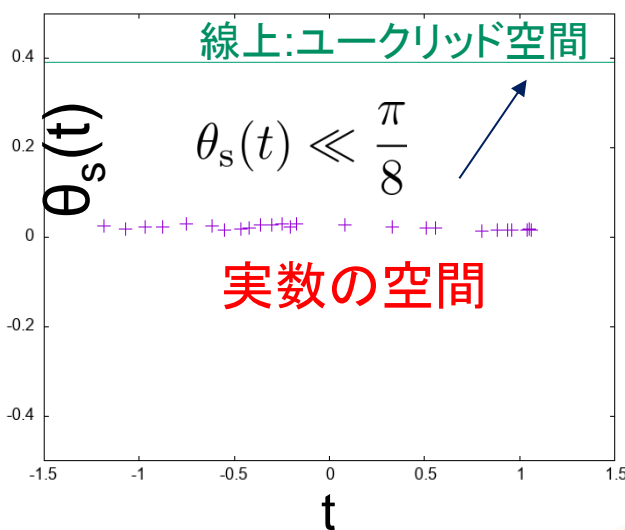
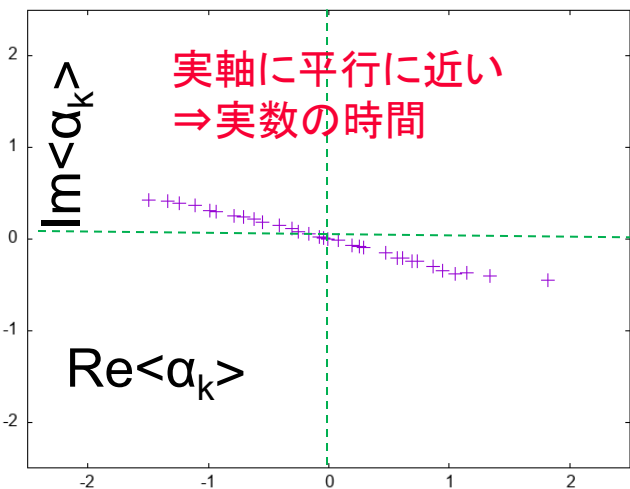
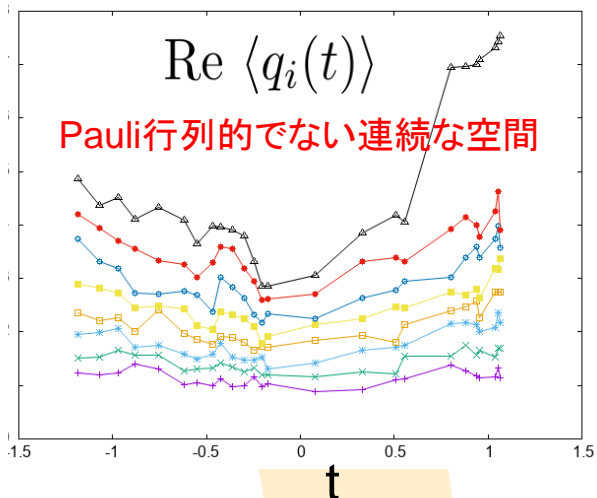
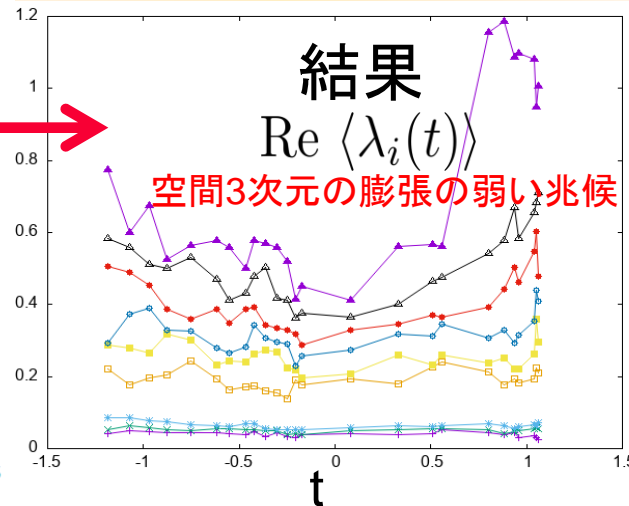
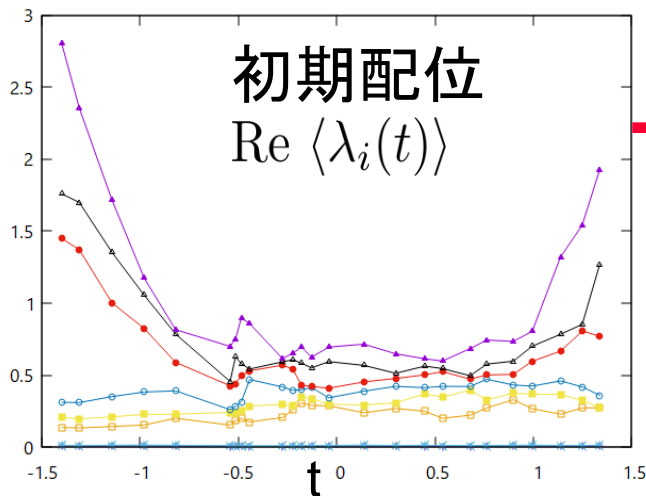
$N=32, n=8, \tilde{d}=6$ のとき、 $\mu=14i$ の「超対称性を保った変形」を目指して徐々にパラメーターを断熱的に変化

- ・このとき $\gamma = \frac{-\mu^2}{32} = 6.125, m_f = \frac{\mu}{4} = 3.5i, \xi = 3$ (直接このパラメーターだとjobが走らない)
- ・ μ が実数($\gamma < 0$) \Rightarrow 古典解は自明な $A_1=0$ のみ

複素ランジュバン法 \Rightarrow 一度に全部の鞍点をサンプル出来ない
初期配位を変えて試してみる。

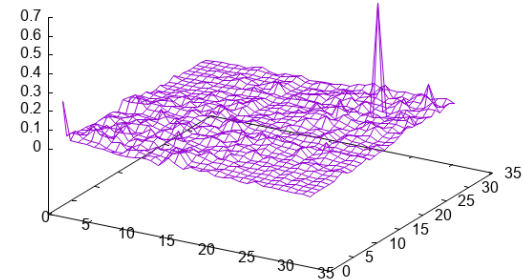
4. 結果

$N = 32, n = 8, \tilde{d} = 6, \mu = 14i, \gamma = 6.1, m_f = 3.5, \xi = 4$ の結果



$$A_{pq} = \frac{1}{9} \text{Re} \left\langle \sum_{i=1}^9 (A_i)_{pq} (A_i)_{qp} \right\rangle$$

バンド対角的構造



超対称性を保った変形を加えたローレンツ型IIB行列模型に
複素ランジュバン法を適用

Faddeev-Popovの手法でローレンツ対称性を「ゲージ固定」

実数の時間と空間の創発

パウリ行列的な特異な構造でない、連続な空間の創発

3次元空間の弱い兆候

今後の展望

- ・ $N \rightarrow \infty \Rightarrow \mu \rightarrow 0$ の極限: 3次元時空の膨張が起こるか？
- ・ Lefschetz Thimble法の応用

[C.Y. Chou, J. Nishimura, A. Tripathi, arXiv:2501.17798]

ローレンツ対称性の「ゲージ固定」

SO(d,1) ローレンツ不変量 $Q = \underbrace{\text{tr}(A_0^2)}_{=\mathcal{T}} - \underbrace{\sum_{i=1}^9 \text{tr}(A_i^2)}_{=\mathcal{U}}$

i方向の(1+1)次元ローレンツ変換

$$\begin{pmatrix} A'_0 \\ A'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \sigma & \sinh \sigma \\ \sinh \sigma & \cosh \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_i \end{pmatrix}$$

$$\mathcal{T} = \text{tr}(A_0^\dagger A_0) \Rightarrow \mathcal{T}' = \frac{1}{2}(a \cosh 2\sigma + b \sinh 2\sigma + (a - b))$$

$$a = \text{tr}(A_0^\dagger A_0) + \text{tr}(A_i^\dagger A_i), \quad b = 2\text{Re tr}(A_0^\dagger A_i)$$

\mathcal{T}' の最小値 $\sqrt{a^2 - b^2}$ at $\tanh 2\sigma = \frac{-b}{a}$

\mathcal{T} の最小化 ($A_0^\dagger = A_0, A_l^\dagger = A_l$)

$$b = \text{tr}(A_0 A_i) = 0 \text{ for all } i = 1, 2, \dots, d$$

Faddeev-Popovの手法によるローレンツ対称性の「ゲージ固定」

$$A_\mu^\mathcal{O} = \mathcal{O}_{\mu\nu} A_\nu, \quad \mathcal{O} \in \text{SO}(d, 1)$$

$$\int d\mathcal{O} \underbrace{\Delta_{\text{FP}}(A^\mathcal{O})}_{=\det \Omega_{ij}} \prod_{j=1}^d \delta(\text{tr}(A_0^\mathcal{O} A_j^\mathcal{O})) = 1$$

$$\begin{pmatrix} A_0^\mathcal{O}(j, \sigma) \\ A_j^\mathcal{O}(j, \sigma) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \sigma & \sinh \sigma \\ \sinh \sigma & \cosh \sigma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0^\mathcal{O} \\ A_j^\mathcal{O} \end{pmatrix} \quad A_k^\mathcal{O}(j, \sigma) = A_k^\mathcal{O} \quad (k \neq j)$$

$$\begin{aligned} \Omega_{ij} &= \frac{d}{d\sigma} \text{tr}(A_0^\mathcal{O}(j, \sigma) A_i^\mathcal{O}(j, \sigma))|_{\sigma=0} \\ &= \begin{cases} \frac{d}{d\sigma} \left\{ \frac{1}{2} \text{tr}((A_0^\mathcal{O})^2 + (A_i^\mathcal{O})^2) \sinh 2\sigma + \text{tr}(A_0^\mathcal{O} A_i^\mathcal{O}) \cosh 2\sigma \right\} |_{\sigma=0} & (i = j) \\ \frac{d}{d\sigma} \left\{ \text{tr}(A_0^\mathcal{O} A_i^\mathcal{O}) \cosh \sigma + \text{tr}(A_i^\mathcal{O} A_j^\mathcal{O}) \sinh \sigma \right\} |_{\sigma=0} & (i \neq j) \end{cases} = \text{tr}(A_0^\mathcal{O})^2 \delta_{ij} + \text{tr}(A_i^\mathcal{O} A_j^\mathcal{O}) \end{aligned}$$