$\mathcal{N}=2$ Supersymmetric $O(N)$ Model in Two Dimensions beyond the Leading Order of $1/N$ Expansion

修士論文発表会　(February 8th, 2001)

物理学専攻 素粒子論研究室

木村 哲士

Contents

1. Lagrangian and Symmetries
2. Absence of Broken Symmetries
3. Summary

New Point!

target 空間が非コンパクトな Kähler 多様体

拘束条件 (結合定数) が F-term にのみ入る

波動関数部分にしか発散がない (非繰り込み定理)

対称性の回復の仕方が,

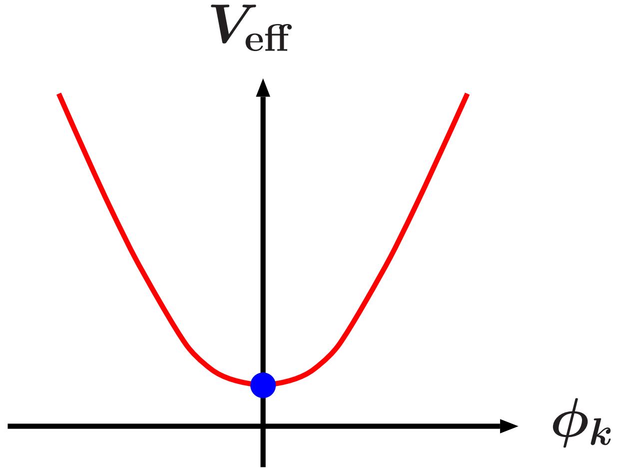
Bosonic $O(N)$ model, SUSY ($\mathcal{N}=1$) $O(N)$ model

(結合定数が発散, ポテンシャルの最低点が $\phi_k = 0$)

CP^N model, Q^N model

(NG boson がゲージ場に吸収)

とは異なる!



$$V_{\rm eff} = \frac{m^2}{4\pi}\exp(4\pi\phi_k^2) \ .$$

漸近自由ではない

1. Lagrangian and Symmetries

$$\mathcal{L} = \int d^4\theta \Phi_k^* \Phi_k + \frac{1}{2}\Big\{ \int d^2\theta \Phi_0 (\Phi_k^2 - a^2) + (\mathrm{c.c.}) \Big\} .$$

Φ_k : Dynamical Chiral Superfield, $O(N, C)$ ベクトル表現.

Φ_0 : Auxiliary Chiral Superfield, $O(N, C)$ 一重項.

$a^2 := N/g^2$, 実定数, F-term 拘束を与える.

F-term 拘束条件 : $\Phi_k^2 = a^2$, $\Phi_k^{*2} = a^2$,

$$\Downarrow$$

$$(\mathrm{Re}A_k)^2 - (\mathrm{Im}A_\ell)^2 = a^2 \ , \ (\mathrm{Re}A_k)(\mathrm{Im}A_k) = 0 \ ,$$

$$\Downarrow$$

定数 a^2 はゼロ, もしくは正の定数にできる.

R-Symmetry

$$\theta \;\Rightarrow\; e^{i\alpha}\theta \; .$$

Chiral $U(1)$ Symmetry

$$\theta \;\Rightarrow\; e^{i\alpha\gamma_3}\theta \; .$$

Global $U(1)$ Symmetry ($a^2 = 0$ only)

$$\Phi_k \;\Rightarrow\; e^{i\alpha}\Phi_k \; , \quad \Phi_0 \;\Rightarrow\; e^{-2i\alpha}\Phi_0 \; .$$

Dilatation Symmetry

$$x \;\Rightarrow\; e^{-\alpha}x \; , \quad \theta \;\Rightarrow\; e^{\frac{1}{2}\alpha}\theta \; .$$

Lagrangian – component fields –

$$\mathcal{L} = \partial_m A_k^* \partial^m A_k + i\overline{\psi}_k \gamma^m \partial_m \psi_k + \frac{1}{2}F_0\left(A_k^2 - a^2\right) + \frac{1}{2}F_0^*\left(A_k^{*2} - a^2\right) - A_0^* A_0 A_k^* A_k - A_k \overline{\psi_0^c}\psi_k - A_k^* \overline{\psi_k^c}\psi_0 - \frac{1}{2}A_0 \overline{\psi_k^c}\psi_k - \frac{1}{2}A_0^* \overline{\psi}_k \psi_k^c \, .$$

A_0, ψ_0, F_0 だけの有効作用 S_{eff} と有効ポテンシャル V_{eff}

V_{eff} の最小点 ($V_{\text{eff}} = 0$) が 3 種類存在する:

$$\underline{a^2 = 0 \, , \quad \langle A_0 \rangle = m \neq 0 \, , \quad \langle A_k \rangle = 0 \, .}$$

R-Symmetry, Global $U(1)$ Symmetry
Dilatation Symmetry が全て破れる?

$$\underline{a^2 = 0 \, , \quad \langle A_0 \rangle = 0 \, , \quad \langle A_k \rangle = \phi_k \neq 0 \, .}$$

$O(N)$ Symmetry が破れる?

$$\underline{a^2 \neq 0 \, , \quad \langle A_0 \rangle = 0 \, , \quad \langle A_k \rangle = \phi_k \neq 0 \, .}$$

$O(N)$ Symmetry が破れる?

2. Absence of Broken Symmetries

紫外領域では

真空期待値が見えなくなり、対称性は回復する

R-Symmetry, Global $U(1)$ Symmetry

赤外領域では

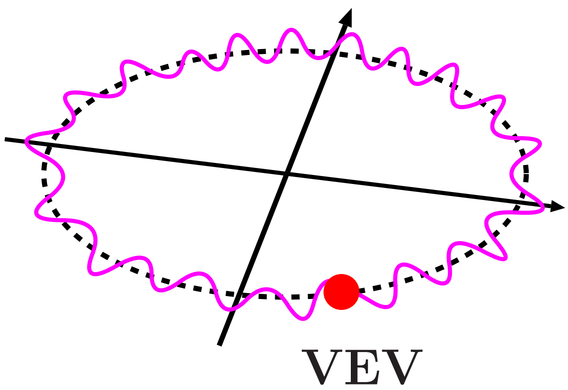
位相変換に対して不変でない相関関数は全てゼロ

$$A_0(x) = \rho(x) \exp\left(i\beta(x)\right) .$$

$$\begin{aligned}\langle A_0^*(x) A_0(y)\rangle &= m^2 \langle e^{-i\beta(x)} e^{i\beta(y)}\rangle \\ &\sim m^2 |x-y|^{-2/N} \qquad \text{for} \quad |x-y| \to \infty .\end{aligned}$$

$O(N)$ Symmetry も同様

$$\langle A_k(x) A_\ell(y)\rangle \sim \delta_{k\ell} |x-y|^{-1/N} .$$



赤外発散の寄与が大きく,

対称性の方向全体に揺らぐ

3. Summary

$a^2 = 0$ Lagrangian

R, Global $U(1)$, Dilatation が破れる?

$O(N)$ が破れる?

$a^2 \neq 0$ Lagrangian

$O(N)$ が破れる?

しかし

真空期待値を持つ場の再定義を行う

$\Downarrow$

変換に不変でない相関関数は全てゼロ

不変な相関関数は距離の負ベキで減衰

$\Downarrow$

対称性は破れていない

(Bosonic $O(N)$ model 等とは異なる対処方法)

Effective Potential and Gap Equations
Strong Coupling Theory

$$V_{\text{eff}} = \frac{N}{2}\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\log\left[(-k^2+m^2)^2 - f^2\right] - N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\log\left[-k^2+m^2\right] - \frac{1}{2}f\left(\phi_i^2+\phi_i^{*2}\right) + m^2\phi_i^*\phi_i \ .$$

$$0 = \phi_i\left(m^4 - f^2\right) \ ,$$

$$0 = \phi_i^*\left(m^4 - f^2\right) \ ,$$

$$0 = 2m\left\{\phi_i^*\phi_i + N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{-k^2+m^2}{(-k^2+m^2)^2-f^2} - N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{1}{-k^2+m^2}\right\} \ ,$$

$$0 = -\frac{1}{2}(\phi_i^2+\phi_i^{*2}) - N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{f}{(-k^2+m^2)^2-f^2} \ .$$

Effective Potential and Gap Equations
Weak Coupling Theory

$$V_{\text{eff}} = \frac{N}{2}\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\log\left[(-k^2+m^2)^2 - f^2\right]$$
$$- N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\log\left[-k^2+m^2\right]$$
$$- \frac{1}{2} f e^{i\theta}(\phi_i^2 - a^2) - \frac{1}{2} f e^{-i\theta}(\phi_i^{*2} - a^2) + m^2\phi_i^*\phi_i \,.$$

$$0 = \phi_i(m^4 - f^2) = \phi_i^*(m^4 - f^2)\,,$$
$$0 = 2m\left\{\phi_i^*\phi_i + N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{-k^2+m^2}{(-k^2+m^2)^2 - f^2} - N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{1}{-k^2+m^2}\right\}\,,$$
$$\frac{N}{g^2} = \phi_i^2 + f e^{-i\theta} N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{1}{(-k^2+m^2)^2 - f^2}\,,$$
$$\frac{N}{g^2} = \phi_i^{*2} + f e^{i\theta} N\int \frac{d^2k}{(2\pi)^2 i}\frac{1}{(-k^2+m^2)^2 - f^2}\,.$$

	$A_j(p)$	$\psi_j^{M_1}(p)$	$\psi_j^{M_2}(p)$	$A_0(p)$	$\psi_0(p)$	$F_0(p)$
$A_i^*(-p)$	$\delta_{ij}(p^2+m^2)$	0	0	0	0	0
$\overline{\psi_i^{M_1}}(-p)$	0	$\frac{\delta_{ij}}{2}(\not{p}-m)$	0	0	0	0
$\overline{\psi_i^{M_2}}(-p)$	0	0	$\frac{\delta_{ij}}{2}(\not{p}+m)$	0	0	0
$\overline{\psi}_0(-p)$	0	0	0	$\frac{N}{4\pi m^2}p^2$	0	0
$\overline{\psi_0^c}(-p)$	0	0	0	0	$\frac{N}{4\pi m^2}\not{p}$	0
$F_0^*(-p)$	0	0	0	0	0	$\frac{N}{4\pi m^2}$

Two-point functions.

$$\psi_i^{M_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_i + \psi_i^c)\ , \quad \psi_i^{M_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_i - \psi_i^c)\ .$$

charge	Φ_i	A_i	ψ_i	F_i	$\Phi_i^\dagger$	A_i^*	$\overline{\psi}_i$	F_i^*	Φ_0	A_0	ψ_0	F_0	$\Phi_0^\dagger$	A_0^*	$\overline{\psi}_0$	F_0^*	θ	$\overline{\theta}$
R	0	0	-1	-2	0	0	1	2	2	2	1	0	-2	-2	-1	0	1	-1
$U(1)_{\mathrm{A}}$	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1
$U(1)_{\mathrm{V}}$	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	2	2	2	2	0	0
D	$-$	0	$\frac{1}{2}$	1	$-$	0	$\frac{1}{2}$	1	$-$	1	$\frac{3}{2}$	2	$-$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$

$\Phi = A + \sqrt{2}\theta\psi + \theta\theta F$: Chiral superfield in two-dimensional spacetime.