

February 23, 2004

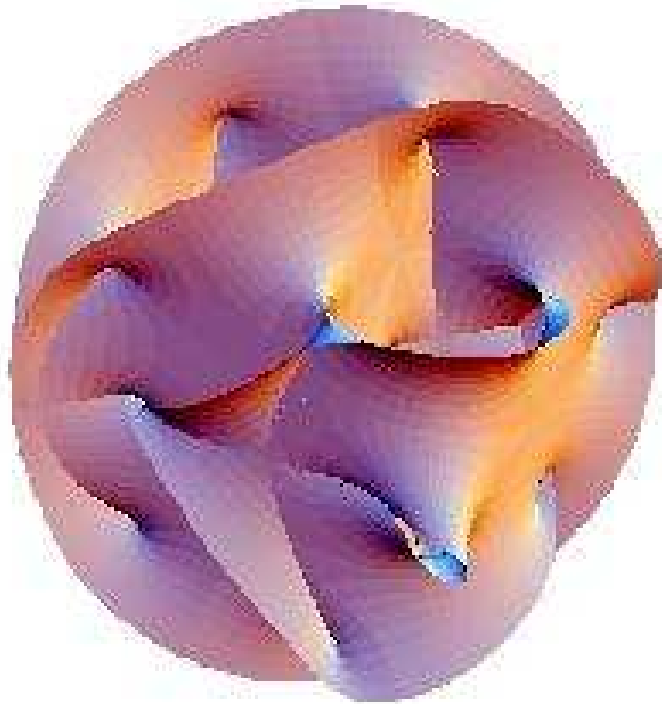
Calabi-Yau

木村 哲士

高エネルギー加速器研究機構 素粒子原子核研究所

大阪大学大学院 理学研究科 物理学専攻 素粒子論研究室

Calabi-Yau 多様体



Calabi-Yau 多様体の例
(6次元物体を紙の上に強引に記述)

数学的特徴

- 複素3次元 (実6次元) 多様体
- Kähler 多様体
- リッチテンソルがゼロ
- $SU(3)$ ホロノミー群を持つ
- 第一 Chern 類がゼロ

- 計量が作れない (コンパクト な場合)

導入経緯と物理的特徴

超弦理論から次の性質を持つ理論を導出する

- 10次元時空 = $M_{3,1} \times K_6$ に分離 ($M_{3,1}$ は最大対称, K_6 はコンパクト)
- 真空上ではフェルミオンが超対称不変

たったこれだけ

超重力理論: 超対称性を持つ重力理論 (物質を含む一般相対論)

超対称性: ボソンとフェルミオンの交換に対する対称性

ボソン: 整数スピンの粒子 (主に力の媒体粒子: 光子, 中間子, etc.)

フェルミオン: 半整数スピンの粒子 (主に物質粒子: クォーク, レプトン, etc.)

K_6 は系の内部空間としての役割を与える

(isospin群, ゲージ群, 世代, etc.)

高次元時空の理論：超弦理論

10次元時空：仮定ではなく**帰結!**

5種類の超弦理論

I型：開弦＋閉弦，16超電荷， $SO(32)$ ゲージ群

IIA型：閉弦，32超電荷，非カイラル

IIB型：閉弦，32超電荷，カイラル

ヘテロO型：閉弦，16超電荷， $SO(32)$ ゲージ群

ヘテロE型：閉弦，16超電荷， $E_8 \times E_8$ ゲージ群

1980年代半ばには **ヘテロE型** が「大統一理論」として有望視されていた
(現在は全ての超弦に優劣はない)

統一理論として

ヘテロE型

$E_8 \times E_8$ ゲージ群の一部を Calabi-Yau の $SU(3)$ ホロノミーとみなす

↓

$$E_8 \times E_8 \supset (SU(3) \times E_6) \times E_8$$

$$E_6 \supset SO(10) \supset SU(5) \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

$SU(3)_C \times SU(2)_W \times U(1)_Y$: 強い力の理論と弱電磁の統一理論のセット

$SU(5)$: クォーク d_R とレプトン $\begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix}$ をまとめる最小大統一

$SO(10)$: 全てのクォークとレプトンをまとめる大統一

現時点での問題点

- Calabi-Yau 多様体には計量がない
 - 解析が物理屋には不向き
- Calabi-Yau 多様体は**唯一**ではない
 - 同等な Calabi-Yau 多様体が**無数**に存在する
 - 4次元超対称性理論が**無数**に登場する
- 現在の超弦理論の量子化(第一量子化)ではコンパクト化は起こせない
 - 「コンパクト化が起こるとすれば」の推測の域を出ていない
 - 超弦の場の量子論(第二量子化)の完全な定式化が必要