Gauged linear sigma model for exotic five-brane

[arXiv:1304.4061]

木村 哲士

(立教大学 理学部物理学科/数理物理学研究センター)

セミナー 於 東大本郷

2013年5月23日

Gauged linear sigma model for exotic five-brane

[arXiv:1304.4061]

に入る前に

Exotic brane に触れる動機など

木村 哲士

(立教大学 理学部物理学科/数理物理学研究センター)

セミナー 於 東大本郷

2013年5月23日

$$\Theta_M{}^\alpha \qquad Q^{ab}{}_c \qquad b_n^c$$

embedding tensors — (non)geometric fluxes — exotic branes

疑 問

超重力理論は

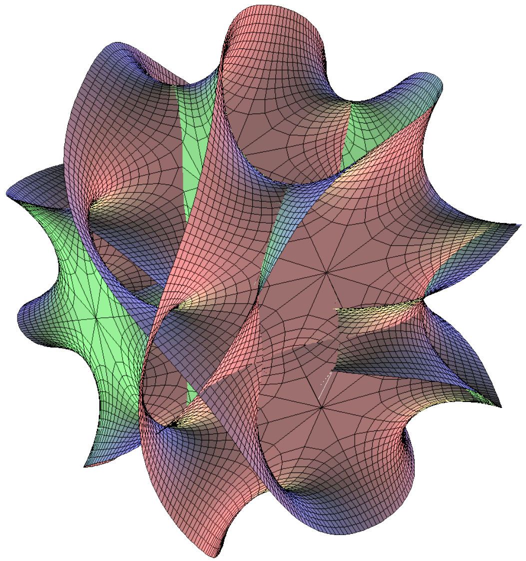
超弦理論を起源とするか？

極大超重力理論

D	U-duality G_0	R-symmetry H	$\dim(G_0/H)$	T-duality
11	1	1	0	1
IIA	$\mathbb{R}^+$	1	1	1
IIB	$SL(2,\mathbb{R})$	$SO(2)$	2	1
9	$GL(2,\mathbb{R})$	$SO(2)$	3	$SO(1,1)$
8	$SL(3,\mathbb{R}) \times SL(2,\mathbb{R})$	$SO(3) \times SO(2)$	7	$SL(2,\mathbb{R}) \times SL(2,\mathbb{R})$
7	$SL(5,\mathbb{R})$	$Sp(2)$	14	$SL(4,\mathbb{R})$
6	$SO(5,5)$	$Sp(2) \times Sp(2)$	25	$SO(4,4)$
5	$E_{6(6)}$	$USp(8)$	42	$SO(5,5)$
4	$E_{7(7)}$	$SU(8)$	70	$SO(6,6)$
3	$E_{8(8)}$	$SO(16)$	128	$SO(7,7)$

11次元理論をトーラスコンパクト化すれば実現できる

32個より少ない超対称生成子を持つ超重力理論



特殊ホロノミー群多様体によるコンパクト化で実現できる

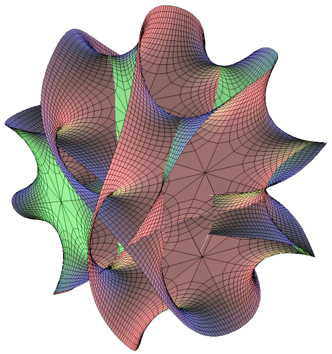
しかし…

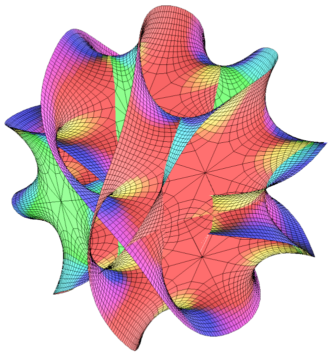
ゲージ場が物質場と結合していない

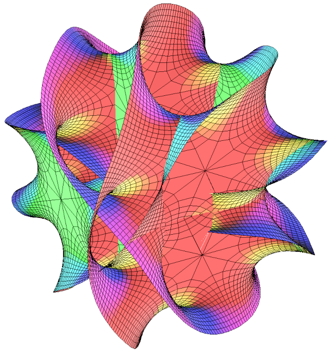
その一方で

ゲージ場と物質場が結合した低次元超重力理論は構成できる

(超重力理論の変形)



 $+ \; H_{abc}$



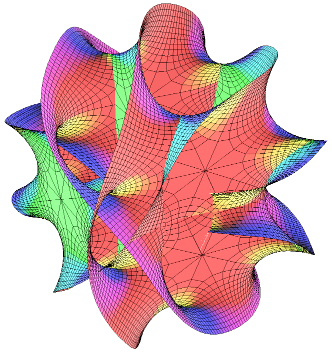
$$+ \, H_{abc}$$

$$Q^{ab}{}_{c}$$

(non)geometric fluxes

$$\Theta_M{}^{\alpha}$$

embedding tensors

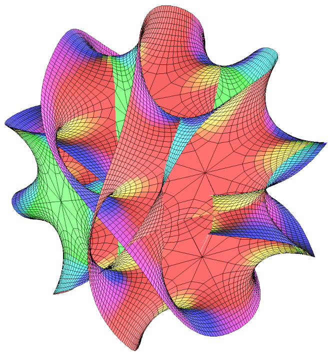
 $+ H_{abc}$

$\Theta_M{}^\alpha$ $Q^{ab}{}_c$

embedding tensors (non)geometric fluxes

b_n^c

exotic branes



$$+ H_{abc}$$

$$Q^{ab}{}_{c} \qquad b_n^c$$

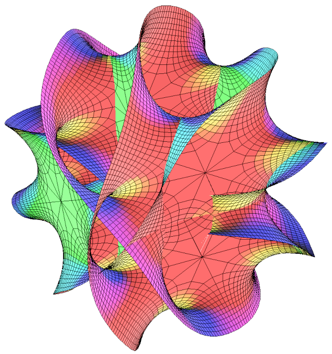
(non)geometric fluxes — exotic branes

$$\Theta_M{}^{\alpha}$$

embedding tensors

$$b_n^c$$

exotic branes

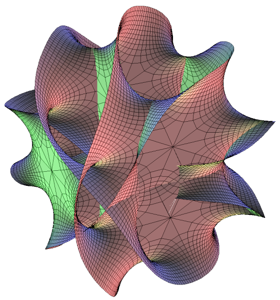
 $+ H_{abc}$

$\Theta_M{}^{\alpha}$ $\quad Q^{ab}{}_{c}$ $\quad b_n^c$

embedding tensors (non)geometric fluxes exotic branes

$$Q^{ab}{}_{c}$$

Calabi-Yau 3-fold



Ricci 平坦な Kähler 多様体

トーションなし

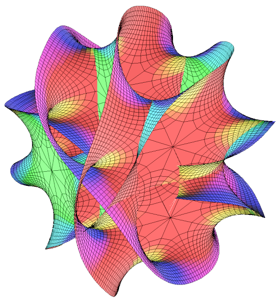
ホロノミー群 $SU(3) \subset SU(4) \sim SO(6)$

$$\mathrm{d}s^2_{\text{10D}} \;=\; \underbrace{\eta_{\mu\nu}(x)\,\mathrm{d}x^\mu\,\mathrm{d}x^\nu}_{\text{4D}} + \underbrace{g_{mn}(x,y)\,\mathrm{d}y^m\,\mathrm{d}y^n}_{\text{CY}}$$

Levi-Civita 接続の共変微分について共変定数な2形式(J)と正則3形式(Ω)：

$$\mathrm{d}J = \nabla_{[m}J_{np]} = 0 \qquad \mathrm{d}\Omega = \nabla_{[m}\Omega_{npq]} = 0$$

non-CY 3-fold



Ricci 2-form はゼロ

トーションを許す (non-Kähler)

$\mathrm{d}J \neq 0$ and/or $\mathrm{d}\Omega \neq 0$

CY からのズレ：

$$\mathrm{d}J = \frac{3}{2}\mathrm{Im}(\overline{\mathcal{W}}_1 \Omega) + \mathcal{W}_4 \wedge J + \mathcal{W}_3 \, , \qquad \mathrm{d}\Omega = \mathcal{W}_1 J \wedge J + \mathcal{W}_2 \wedge J + \overline{\mathcal{W}}_5 \wedge \Omega$$

閉形式でない $(\mathrm{d}J, \mathrm{d}\Omega)$ を、基底形式の外微分の性質に翻訳する：

$$\mathcal{D} \equiv \mathrm{d} - H^{\mathrm{fl}} \wedge - f \cdot - {\color{red}Q \cdot - R \llcorner} \qquad (H = H^{\mathrm{fl}} + \mathrm{d}B)$$

$$\mathcal{D}\begin{pmatrix} \beta^I \\ \alpha_I \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} e_\Lambda{}^I & m^{\Lambda I} \\ e_{\Lambda I} & m^\Lambda{}_I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \widetilde{\omega}^\Lambda \\ \omega_\Lambda \end{pmatrix}$$

$e_0{}^I, e_{0I}$: H-flux charges $(H^{\mathrm{fl}} = -e_0{}^I \alpha_I + e_{0I}\beta^I)$

$e_a{}^I, e_{aI}$: geometric flux charges (トーション)

$m^{\Lambda I}, m^\Lambda{}_I$: Non-geometric flux charges ($e_\Lambda{}^I, e_{\Lambda I}$ の “磁気的” 双対)

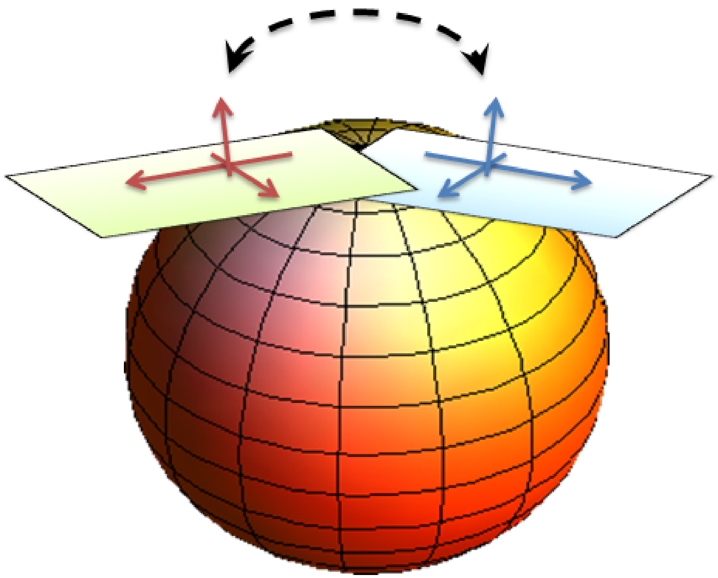
Non-geometric structure という概念の出現

構造群 ＝ 「Diffeo 群 $(GL(d,\mathbb{R}))$ $\subset$ 双対変換群 $(O(d,d)$, U-双対変換)」

↑

弦理論の双対性に起因

$GL(d,\mathbb{R}) \subset$ duality transf.



Generalized Geometry

Doubled Geometry

幾何を記述する「要素」として、計量 g_{mn} 以外の場を組み込む

$\mathcal{M}_6$	geometry associated with g_{mn}	Conventional geometry (manifold) $O(6)$ global symmetry
	geometry associated with g_{mn}, B_{mn}	Generalized geometry $O(6,6)$ T-duality symmetry
	geometry associated with g_{mn}, B_{mn}, $C_{(p)}$	Exceptional generalized geometry $E_{7(7)}$ U-duality symmetry

✓ 共変微分化(例)：

$$\nabla_\mu q^u = \partial_\mu q^u + \mathrm{g}\, k^u_\Lambda\, A^\Lambda_\mu + \mathrm{g}\, k^{u\Lambda}\, A_{\mu\Lambda}$$

$$k_\Lambda = -\big[2\, e_{\mathsf{R}\Lambda} + e_\Lambda{}^{\boldsymbol{I}} (\mathbb{C}_{\mathsf{H}}\xi)_{\boldsymbol{I}}\big] \frac{\partial}{\partial a} - e_\Lambda{}^{\boldsymbol{I}} \frac{\partial}{\partial \xi^{\boldsymbol{I}}}$$

$$k^\Lambda = -\big[2\, m^\Lambda_{\mathsf{R}} + m^{\Lambda \boldsymbol{I}} (\mathbb{C}_{\mathsf{H}}\xi)_{\boldsymbol{I}}\big] \frac{\partial}{\partial a} + m^{\Lambda \boldsymbol{I}} \frac{\partial}{\partial \xi^{\boldsymbol{I}}}$$

✓ (RR fluxes m^Λ_{R} を導入して)スカラー場からテンソル場への双対変換：

$$-h_{uv}\, \partial_\mu q^u\, \partial^\mu q^v \quad \longrightarrow \quad -\mathcal{M}_{AB}\, H^A_{\mu\nu\rho}\, H^{\mu\nu\rho B}$$

$$b_n^c$$

ある適当な方向をコンパクト化すると「風変わりな」物体が登場する:

M-theory on $S^1(R_s)$	mass/tension ($l_s \equiv 1$)	type IIA
longitudinal M2	1	F1
transverse M2	$\frac{1}{g_s}$	D2
longitudinal M5	$\frac{1}{g_s}$	D4
transverse M5	$\frac{1}{g_s^2}$	NS5
longitudinal KK6	$\frac{R_{TN}^2}{g_s^2}$	KK5
KK6 with $R_{TN} = R_s$	$\frac{1}{g_s}$	D6
transverse KK6	$\frac{R_{TN}^2}{g_s^3}$	6_3^1

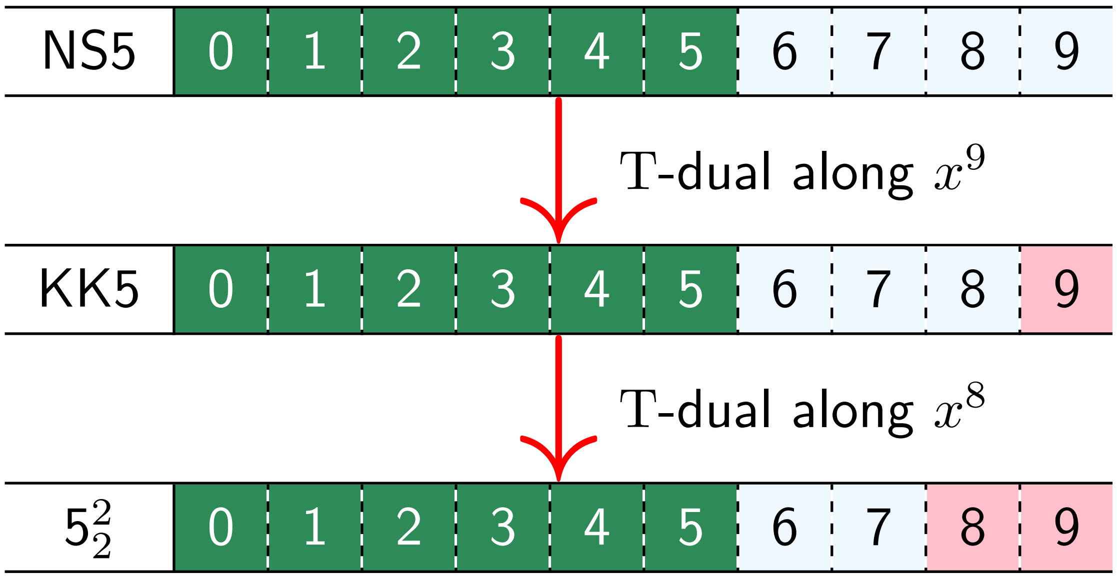
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	M
✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	S^1	$\mathbb{R}^3$		
KK6 → 6_3^1							Taub-NUT			

$$b_n^c : M = \frac{(R_1 \cdots R_c)^2}{g_s^n}$$

for review: N. Obers and B. Pioline, hep-th/9809039

5^2_2-brane

$$M = \frac{(R_8 R_9)^2}{g_s^2}$$

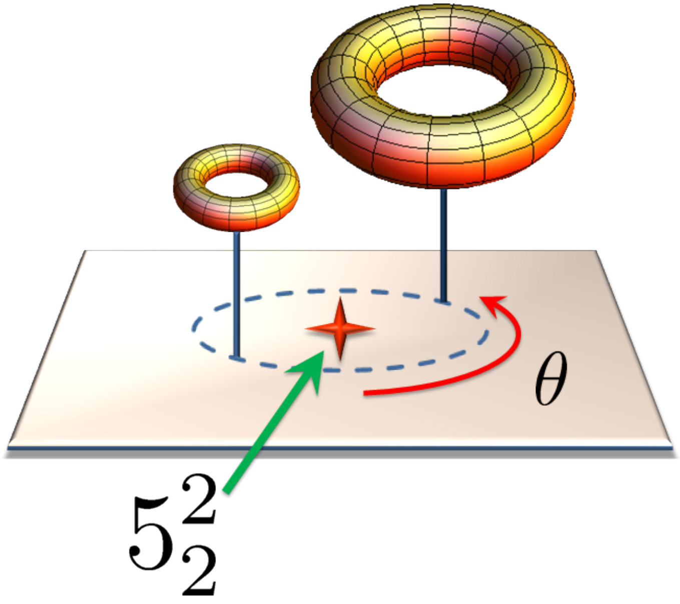


風変わりな物体は「風変わりな振る舞い」をする

$$\mathrm{d}s^2 = -\mathrm{d}t^2 + \mathrm{d}x_{12345}^2 + H(\mathrm{d}r^2 + r^2\mathrm{d}\theta^2) + \frac{H}{K}\mathrm{d}x_{89}^2$$

$$B_{89} = -\frac{\theta\,\sigma}{K}, \quad e^{2\Phi} = \frac{H}{K}, \quad K \equiv H^2 + \sigma^2\theta^2$$

$$H(r) = h + \sigma\log\left(\frac{\mu}{r}\right), \qquad \sigma \equiv \frac{R_8 R_9}{2\pi\alpha'}$$



$$\theta = 0 \quad : \quad G_{88} = G_{99} = H^{-1}$$

$$\theta = 2\pi \quad : \quad G_{88} = G_{99} = \frac{H}{H^2 + (2\pi\sigma)^2}$$

Globally nongeometric : θ-方向の座標張り替えで fiber T^{89} が single-valued でない

Locally geometric : いたるところで、局所座標系が張れる

(non)geometric flux $Q^{ab}{}_c$ を体現する T-fold

このような振る舞いをする exotic branes の出現は

D-次元時空の co-dim. 2, 1 な物体で顕著

co-dim. 2	:	Defect Branes	$\leftarrow (D-2)$-form potentials
co-dim. 1	:	Domain Walls	$\leftarrow (D-1)$-form potentials

これらは D-次元超重力理論にも「出現」する

Defect branes

D	U-duality G_0	1-forms	2-forms	3-forms	4-forms	5-forms	6-forms	7-forms	8-forms	9-forms	10-forms
IIA	$\mathbb{R}^+$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	–	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1} \oplus \mathbf{1}$
IIB	$SL(2,\mathbb{R})$	–	$\mathbf{2}$	–	$\mathbf{1}$	–	$\mathbf{2}$	–	$\mathbf{3}$	–	$\mathbf{4} \oplus \mathbf{2}$
9	$GL(2,\mathbb{R})$	$\mathbf{2} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{3} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{3} \oplus \mathbf{2}$	$\mathbf{4} \oplus \mathbf{2} \oplus \mathbf{2}$	–
8	$SL(3,\mathbb{R}) \times SL(2,\mathbb{R})$	$(\overline{\mathbf{3}},\mathbf{2})$	$(\mathbf{3},\mathbf{1})$	$(\mathbf{1},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{3}},\mathbf{1})$	$(\mathbf{3},\mathbf{2})$	$(\mathbf{8},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{1},\mathbf{3})$	$(\mathbf{6},\mathbf{2}) \oplus (\overline{\mathbf{3}},\mathbf{2})$	$(\mathbf{15},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{3}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{1}) \oplus (\mathbf{3},\mathbf{1})$	–	–
7	$SL(5,\mathbb{R})$	$\overline{\mathbf{10}}$	$\mathbf{5}$	$\overline{\mathbf{5}}$	$\mathbf{10}$	$\mathbf{24}$	$\overline{\mathbf{40}} \oplus \overline{\mathbf{15}}$	$\mathbf{70} \oplus \mathbf{45} \oplus \mathbf{5}$	–	–	–
6	$SO(5,5)$	$\mathbf{16}$	$\mathbf{10}$	$\overline{\mathbf{16}}$	$\mathbf{45}$	$\mathbf{144}$	$\mathbf{320} \oplus \overline{\mathbf{126}} \oplus \mathbf{10}$	–	–	–	–
5	$E_{6(6)}$	$\mathbf{27}$	$\overline{\mathbf{27}}$	$\mathbf{78}$	$\mathbf{351}$	$\overline{\mathbf{1728}} \oplus \overline{\mathbf{27}}$	–	–	–	–	–
4	$E_{7(7)}$	$\mathbf{56}$	$\mathbf{133}$	$\mathbf{912}$	$\mathbf{8645} \oplus \mathbf{133}$	–	–	–	–	–	–
3	$E_{8(8)}$	$\mathbf{248}$	$\mathbf{3875} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{147250} \oplus \mathbf{3875} \oplus \mathbf{248}$	–	–	–	–	–	–	–

$(D-2)$-forms： U-duality group G_0 の随伴表現

F.Riccioni, D.Steele and P.West, arXiv:0906.1177

Defect branes $\sim$ $(D-2)$-form potentials $\sim$ scalar fields

U-duality group G_0 の随伴表現を、T-duality group (と $\mathbb{R}^+$) で分解する

$d = 10 - D$				fundamental	Dirichlet	solitonic	(brane's tension) $\sim (g_{\mathsf{s}})^{-n}$	
	U	T		$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
$D \geq 5$	$E_{d+1(d+1)}$	$SO(d,d)$	$\mathsf{Adj}_{\vert\mathrm{U}}$	$-$	$\mathsf{spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$(\mathsf{Adj} + \mathsf{singlet})_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{conj.\ spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$-$
$D = 4$	$E_{7(7)}$	$SO(6,6)$	$\mathsf{Adj}_{\vert\mathrm{U}}$	$\mathsf{singlet}_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$(\mathsf{Adj} + \mathsf{singlet})_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{conj.\ spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{singlet}_{\vert\mathrm{T}}$
$D = 3$	$E_{8(8)}$	$SO(7,7)$	$\mathsf{Adj}_{\vert\mathrm{U}}$	$\mathsf{vector}_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$(\mathsf{Adj} + \mathsf{singlet})_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{conj.\ spinor}_{\vert\mathrm{T}}$	$\mathsf{vector}_{\vert\mathrm{T}}$

$$\boxed{n' = -n - 4}$$

by D-dim. S-duality $(g'_{\mu\nu})_{\mathrm{S}} = \mathrm{e}^{-8\phi/(D-2)} (g_{\mu\nu})_{\mathrm{S}}$

$$\Big((g_{\mathsf{s}})^{-n} \int \mathrm{d}^{D-2} x \, [\mathsf{NG}(g_{\mu\nu})] = (g_{\mathsf{s}})^{-n'} \int \mathrm{d}^{D-2} x \, [\mathsf{NG}(g'_{\mu\nu})] \Big)$$

E.A. Bergshoeff et al, arXiv:1009.4657, arXiv:1102.0934, arXiv:1108.5067 solitonic defect brane ($n=2$) の全てが supersymmetric になるわけではない

		fundamental	Dirichlet	solitonic	(brane's tension) $\sim (g_\mathrm{s})^{-n}$	
D	# of SUSY defect branes	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
IIB	$2\subset\mathbf{3}$		1	$-$	1	
9	$2\subset\mathbf{3}_3$		1	$-$	1	
8	$6\subset(\mathbf{8},\mathbf{1})$		$(\mathbf{2},\mathbf{1})$	$2\subset(\mathbf{3},\mathbf{1})$	$(\mathbf{2},\mathbf{1})$	
	$2\subset(\mathbf{1},\mathbf{3})$			$2\subset(\mathbf{1},\mathbf{3})$		
7	$20\subset\mathbf{24}$		$\overline{\mathbf{4}}$	$12\subset\mathbf{15}$	$\mathbf{4}$	
6	$40\subset\mathbf{45}$		$\mathbf{8}_\mathrm{V}$	$24\subset\mathbf{28}$	$\mathbf{8}_\mathrm{V}$	
5	$72\subset\mathbf{78}$		$\mathbf{16}$	$40\subset\mathbf{45}$	$\overline{\mathbf{16}}$	
4	$126\subset\mathbf{133}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{32}$	$60\subset\mathbf{66}$	$\mathbf{32}$	$\mathbf{1}$
3	$240\subset\mathbf{248}$	$\mathbf{14}$	$\mathbf{64}$	$84\subset\mathbf{91}$	$\mathbf{64}$	$\mathbf{14}$

E.A. Bergshoeff et al, arXiv:1009.4657, arXiv:1102.0934, arXiv:1108.5067

	fundamental	Dirichlet	solitonic	S_D-dual of (Dirichlet)	S_D-dual of (fundamental)
D	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$
IIB		D7 $[C_8]$		7_3 $[E_8 = \mathrm{S}_{10}(C_8)]$	
9		D6 $[C_7]$		6_3^1 $[E_{8,1} = \mathrm{S}_9(C_7)]$	
8		D5 $[C_6]$	NS5 $[D_6]$ KK5 $= 5_2^1$ $[D_{7,1}]$ 5_2^2 $[D_{8,2}]$	5_3^2 $[E_{8,2} = \mathrm{S}_8(C_7)]$	
7		D4 $[C_5]$		4_3^3 $[E_{8,3} = \mathrm{S}_7(C_5)]$	
6		D3 $[C_4]$		3_3^4 $[E_{8,4} = \mathrm{S}_6(C_4)]$	
5		D2 $[C_3]$		2_3^5 $[E_{8,5} = \mathrm{S}_5(C_3)]$	
4	F1 $[B_2]$	D1 $[C_2]$		1_3^6 $[E_{8,6} = \mathrm{S}_4(C_2)]$	1_4^6 $[F_{8,6} = \mathrm{S}_4(B_2)]$
3	[P]	C_1 [D0]		0_3^7 $[E_{8,7} = \mathrm{S}_3(C_1)]$	$0_4^{(6,1)}$ $[F_{8,7,1}]$

$b_n^{(I_1,I_2)}$-brane

$$A_{D-T,I_1+I_2,I_2} \leftrightarrow (T,p,I_1,I_2)_n \quad \text{with} \quad T+p+\sum_i I_i = D-1$$

$$\text{Mass}_{(T,p,I_1,I_2)_n} = R_1 \cdots R_p (R_{p+1} \cdots R_{p+I_1})^2 (R_{p+I_1+1} \cdots R_{p+I_1+I_2})^3 (g_s)^{-n}$$

Domain Walls

U-duality G_0 における各 form potentials の表現

D	U-duality G_0	1-forms	2-forms	3-forms	4-forms	5-forms	6-forms	7-forms	8-forms	9-forms	10-forms
IIA	$\mathbb{R}^+$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	–	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1} \oplus \mathbf{1}$
IIB	$SL(2,\mathbb{R})$	–	$\mathbf{2}$	–	$\mathbf{1}$	–	$\mathbf{2}$	–	$\mathbf{3}$	–	$\mathbf{4} \oplus \mathbf{2}$
9	$GL(2,\mathbb{R})$	$\mathbf{2} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{2}$	$\mathbf{2} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{3} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{3} \oplus \mathbf{2}$	$\mathbf{4} \oplus \mathbf{2} \oplus \mathbf{2}$	–
8	$SL(3,\mathbb{R}) \times SL(2,\mathbb{R})$	$(\overline{\mathbf{3}},\mathbf{2})$	$(\mathbf{3},\mathbf{1})$	$(\mathbf{1},\mathbf{2})$	$(\overline{\mathbf{3}},\mathbf{1})$	$(\mathbf{3},\mathbf{2})$	$(\mathbf{8},\mathbf{1})$ $\oplus(\mathbf{1},\mathbf{3})$	$(\mathbf{6},\mathbf{2})$ $\oplus(\overline{\mathbf{3}},\mathbf{2})$	$(\mathbf{15},\mathbf{1})$ $\oplus(\mathbf{3},\mathbf{3})$ $\oplus(\mathbf{3},\mathbf{1})$ $\oplus(\mathbf{3},\mathbf{1})$	–	–
7	$SL(5,\mathbb{R})$	$\overline{\mathbf{10}}$	$\mathbf{5}$	$\overline{\mathbf{5}}$	$\mathbf{10}$	$\mathbf{24}$	$\overline{\mathbf{40}} \oplus \overline{\mathbf{15}}$	$\mathbf{70}$ $\oplus\mathbf{45}$ $\oplus\mathbf{5}$	–	–	–
6	$SO(5,5)$	$\mathbf{16}$	$\mathbf{10}$	$\overline{\mathbf{16}}$	$\mathbf{45}$	$\mathbf{144}$	$\mathbf{320}$ $\oplus\overline{\mathbf{126}}$ $\oplus\mathbf{10}$	–	–	–	–
5	$E_{6(6)}$	$\mathbf{27}$	$\overline{\mathbf{27}}$	$\mathbf{78}$	$\mathbf{351}$	$\overline{\mathbf{1728}}$ $\oplus\overline{\mathbf{27}}$	–	–	–	–	–
4	$E_{7(7)}$	$\mathbf{56}$	$\mathbf{133}$	$\mathbf{912}$	$\mathbf{8645}$ $\oplus\mathbf{133}$	–	–	–	–	–	–
3	$E_{8(8)}$	$\mathbf{248}$	$\mathbf{3875} \oplus \mathbf{1}$	$\mathbf{147250}$ $\oplus\mathbf{3875}$ $\oplus\mathbf{248}$	–	–	–	–	–	–	–

F.Riccioni, D.Steele and P.West, arXiv:0906.1177

	fundamental	Dirichlet	solitonic			(brane's tension) $\sim (g_s)^{-n}$	
D	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	#
IIA		1					1
9		1	–	1			2
8		$(\mathbf{1},\mathbf{2})_{\mathrm{T}}$	–	$4 \subset (\mathbf{3},\mathbf{2})_{\mathrm{T}}$			6
7		$\mathbf{4}_{\mathrm{T}}$	$4 \subset \mathbf{10}_{\mathrm{T}}$	$12 \subset \overline{\mathbf{20}}_{\mathrm{T}}$			25
			$4 \subset \overline{\mathbf{10}}_{\mathrm{T}}$	–	$\mathbf{1}_{\mathrm{T}}$		
6		$\mathbf{8}_{\mathrm{S}}\vert_{\mathrm{T}}$	$32 \subset \mathbf{56}_{\mathrm{C}}\vert_{\mathrm{T}}$	$32 \subset \mathbf{56}_{\mathrm{S}}\vert_{\mathrm{T}}$	$\mathbf{8}_{\mathrm{C}}\vert_{\mathrm{T}}$		80
5		$\overline{\mathbf{16}}_{\mathrm{T}}$	$80 \subset \mathbf{120}_{\mathrm{T}}$	$80 \subset \mathbf{144}_{\mathrm{T}}$	$40 \subset \mathbf{45}_{\mathrm{T}}$		216
4		$\mathbf{32}_{\mathrm{T}}$	$160 \subset \mathbf{220}_{\mathrm{T}}$	$192 \subset \mathbf{352}_{\mathrm{T}}$	$160 \subset \mathbf{220}_{\mathrm{T}}$	$\mathbf{32}_{\mathrm{T}}$	576
3	$\mathbf{1}_{\mathrm{T}}$	$\overline{\mathbf{64}}_{\mathrm{T}}$	$280 \subset \mathbf{364}_{\mathrm{T}}$	$448 \subset \mathbf{832}_{\mathrm{T}}$	$560 \subset \mathbf{1001}_{\mathrm{T}}$ $14 \subset \mathbf{104}_{\mathrm{T}}$	$448 \subset \overline{\mathbf{832}}_{\mathrm{T}}$	2160
$(n \geq 6)$				$280 \subset \mathbf{364}_{\mathrm{T},6}$	$\mathbf{64}_{\mathrm{T},7}$	$\mathbf{1}_{\mathrm{T},8}$	

E.A. Bergshoeff et al, arXiv:1108.5067, arXiv:1210.1422

D	$n=0$	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n\geq 5$
IIA		D8 $[C_9]$				
9		D7 $[C_8]$		$7_3^{(0,1)}$ $[E_{9,1,1}]$		
8		D6 $[C_7]$		$6_3^{(1,1)}$ $[E_{9,2,1}]$		
7		D5 $[C_6]$	NS5 $[D_6]$ KKM $[D_{7,1}]$ 5_2^2 $[D_{8,2}]$	$5_3^{(2,1)}$ $[E_{9,3,1}]$	5_4^3 $[F_{9,3}]$	
6		D4 $[C_5]$		$4_3^{(3,1)}$ $[E_{9,4,1}]$	$4_4^{(3,1)}$ $[F_{9,4,1}]$	
5		D3 $[C_4]$		$3_3^{(4,1)}$ $[E_{9,5,1}]$	$3_4^{(3,2)}$ $[F_{9,5,2}]$	
4		D2 $[C_3]$		$2_3^{(5,1)}$ $[E_{9,6,1}]$	$2_4^{(3,3)}$ $[F_{9,6,3}]$	$\cdots$
3	F1 $[B_2]$	D1 $[C_2]$		$1_3^{(6,1)}$ $[E_{9,7,1}]$	$1_4^{(3,4)}$ $[F_{9,7,4}]$ $1_4^{(6,0,1)}$ $[F_{9,7,1,1}]$	$\cdots$

Exotic branes b_n^c とは一体何か

まだほとんど分かってない

(様々なところで重要な役割を果たすと期待される)

J. de Boer and M. Shigemori, arXiv:1004.2521 and arXiv:1209.6056

$$\Theta_M^{\alpha}$$

理論には最初から自由なゲージ場 A_μ^M が含まれている

理論が持つ大域的対称性 G_0 をゲージ対称性に格上げする

ゲージ化可能な全てを構築したい

$$T_M \equiv \Theta_M{}^\alpha t_\alpha \qquad \begin{cases} t_\alpha \in \text{Lie}\, G_0 & \text{global} \\ T_M \in \text{Lie}\, G & \text{gauge} \end{cases}$$

$$\partial_\mu \longrightarrow \mathcal{D}_\mu \equiv \partial_\mu - \mathrm{g} A_\mu^M T_M$$

一見「通常の」手段に見えるが...

$$[T_M, T_N] = -T_{MN}{}^P T_P$$

$$T_M = \Theta_M{}^\alpha t_\alpha$$

構造定数 $T_{MN}{}^P$ の対称部分が非自明でも良い！ただし

$$T_{(MN)}{}^P \Theta_P{}^\alpha = 0$$

こんな事すると $\mathcal{F}_2 = \mathrm{d}A + A \wedge A$ が共変でなくなるが、

共変性を回復させるためにテンソル補助場を導入

p-form potentials

Hodge-dual ⟷ in D-dim

$(D-p-2)$-form potentials

(例) $D=4$ 電磁双対 $\begin{cases} \text{電場} \longleftrightarrow \text{磁場} \\ \text{スカラー場} \longleftrightarrow \text{テンソル場} \end{cases}$

$\Theta_M{}^{\alpha}$ の配位を指定すれば定まる

(テンソル補助場が力学場に)

原理的に全ての可能なゲージ化(電気的だけでなく磁気的なものも)が構成できる

超対称性： $\Theta_M{}^\alpha$ の自由度 $\dim G \times \dim G_0$ に制限が課される

$$(\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - g A_\mu^M \Theta_M{}^\alpha t_\alpha)$$

D	U-duality G_0	constraints on $R(M) \otimes R(\alpha)$
9	$GL(2)$	$(2 \oplus 1) \otimes (3 \oplus 1) = \cancel{1} \oplus \boxed{2} \oplus \cancel{2} \oplus \boxed{3} \oplus \cancel{4}$
8	$SL(3) \otimes SL(2)$	$(3,2) \otimes [(8,1) \oplus (1,3)] = \boxed{(3,2)} \oplus \cancel{(3,2)} \oplus \cancel{(3,4)} \oplus \boxed{(6,2)} \oplus \cancel{(15,2)}$
7	$SL(5)$	$10 \otimes 24 = \cancel{10} \oplus \boxed{15} \oplus \boxed{40} \oplus \cancel{175}$
6	$SO(5,5)$	$16 \otimes 45 = \cancel{16} \oplus \boxed{144} \oplus \cancel{560}$
5	$E_{6(6)}$	$27 \otimes 78 = \cancel{27} \oplus \boxed{351} \oplus \cancel{1728}$
4	$E_{7(7)}$	$56 \otimes 133 = \cancel{56} \oplus \boxed{912} \oplus \cancel{6480}$
3	$E_{8(8)}$	$248 \otimes 248 = \boxed{1} \oplus \cancel{248} \oplus \boxed{3875} \oplus \cancel{27000} \oplus \cancel{30380}$

F.Riccioni, D.Steele and P.West, arXiv:0906.1177

✓ 共変微分化：

$$\nabla_\mu \phi^A = \partial_\mu \phi^A - \mathrm{g}\,\mathscr{K}^A{}_\Sigma\, A^\Sigma_\mu - \mathrm{g}\,\mathscr{K}^{A\Sigma}\, A_{\mu\Sigma}$$

$$\mathscr{K}_\Sigma = \Theta_\Sigma{}^{\mathsf{m}}\, (t_{\mathsf{m}})^\alpha{}_\beta\, B_a{}^\beta\, (\mathcal{U}^{-1})^{Aa}_\alpha\, \frac{\partial}{\partial \phi^A}$$

$$\mathscr{K}^\Sigma = \Theta^{\Sigma\mathsf{m}}\, (t_{\mathsf{m}})^\alpha{}_\beta\, B_a{}^\beta\, (\mathcal{U}^{-1})^{Aa}_\alpha\, \frac{\partial}{\partial \phi^A}$$

✓ ($\Theta_M{}^{\mathsf{m}}$ を指定して) スカラー場からテンソル場への双対変換：

$$-\mathcal{G}_{AB}\, \nabla_\mu \phi^A\, \nabla^\mu \phi^B \quad \longrightarrow \quad -\mathcal{M}_{\mathsf{mn}}\, H^{\mathsf{m}}_{\mu\nu\rho}\, H^{\mu\nu\rho\,\mathsf{n}}$$

$\Theta^{\Sigma m}$: nongeometric flux charges が起源(?)

テンソル場が結合する超重力理論

$\updownarrow$

Nongeometric flux compactifications

work in progress...

D	32-SUSY	16-SUSY	8-SUSY
9	arXiv:1105.1760	(unknown)	–
8	arXiv:1203.6562	(unknown)	–
7	hep-th/0506237	(unknown)	–
6	arXiv:0712.4277	**(unknown)**	arXiv:1012.1818
5	hep-th/0412173	hep-th/0702084	(unknown)
4	arXiv:0705.2101	hep-th/0602024	**arXiv:1107.3305**
3	hep-th/0103032	arXiv:0806.2584	arXiv:0807.2841