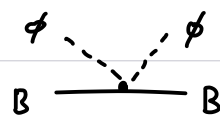


§ 5 カイラル動力学とハドロン散乱

5.1 $\bar{K}N$ 相互作用

カイラル摂動論の主要項

$$\mathcal{L}_{WT} = \text{Tr} \left(\bar{B} \gamma^\mu \frac{i}{4f^2} [\phi \overleftrightarrow{\partial}_\mu \phi, B] \right)$$



$$B = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda & \Sigma^+ & p \\ \Sigma^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \Sigma^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \Lambda & n \\ \Xi^- & \Xi^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \Lambda \end{pmatrix}$$

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta & \pi^+ & K^+ \\ \pi^- & -\frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{6}} \eta & K^0 \\ K^- & \bar{K}^0 & -\frac{2}{\sqrt{6}} \eta \end{pmatrix}$$

f : π ソン崩壊定数 $\sim 92 \text{ MeV}$

- ・運動項の共変微分から出る。

→ 低エネルギー定数 (バリオンに固有の) を持たない

c.f. 湯川頂 D, F

→ 相互作用の強さ、符号 (引力/斥力) が
カイラル対称性から決まっている!

- ・ $i\alpha_{\mu\nu} \sim$ ベクトルカレント

カレント代数の言葉ではベクトルカレントの保存 $\rightarrow g_V = 1$

相互作用の計算

例として $K^- \bar{p} \rightarrow K^- \bar{p}$ 過程を考える。

$\mathcal{L}_{WT}$ の Tr を展開すると様々な項が出る。ここで必要なのは

$$\mathcal{L}_{WT} = \frac{1}{4f^2} \left[\dots - 2 \left\{ \bar{p} (i \not{\partial} K^+) K^- - \bar{p} K^+ (i \not{\partial} K^-) p \right\} + \dots \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} \text{始状態: } K^- \text{ の運動量 } q_i & |K^-(q_i) p\rangle \\ \text{終状態: } K^- \text{ の運動量 } q_f & \langle K^-(q_f) p| \end{array} \right.$$

で行列要素をとると

$$\begin{aligned} V_{K\bar{p} \rightarrow K\bar{p}}^{WT} &= - \langle K^-(q_f) p | \mathcal{L}_{WT} | K^-(q_i) p \rangle \\ &= - \frac{-2}{4f^2} \left[\langle K\bar{p} | \bar{p} (i \not{\partial} K^+) K^- | K\bar{p} \rangle - \langle K\bar{p} | \bar{p} K^+ (i \not{\partial} K^-) p | K\bar{p} \rangle \right] \\ &= \frac{2}{4f^2} \left[\bar{u}_p i (i \not{q}_f) u_p - \bar{u}_p i (-i \not{q}_i) u_p \right] \\ &= - \frac{2}{4f^2} \bar{u}_p (q_f + q_i) u_p \end{aligned}$$

標準表示での γ の 4 つ行列と σ 行列

$$u(p, s) = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix} \leftarrow \text{小さい} \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}$$

非相対論展開で主要項は γ^0 の項

$$V_{K\bar{p} \rightarrow K\bar{p}}^{WT} = - \frac{2}{4f^2} (q_i^0 + q_f^0) \frac{E+m}{2m} \chi_s^\dagger \chi_s$$

- 相互作用がメソンのエネルギー q^0 に比例
- 係数 2 : このチャンネルの相互作用強度

チャンネル結合相互作用

$\bar{K}p$ と同じ量子数を持つ $\bar{K}^0 n$, $\pi^0 \Sigma^0$, $\pi^+ \Sigma^-$, $\pi^- \Sigma^+$, ... は $\mathcal{L}_{WT}$ でうっかり合う。MB チャンネルを添字 i, j であらわすと

$$V_{ij}^{WT} = -\frac{C_{ij}}{4f^2} \bar{u}(\not{\partial}_i + \not{\partial}_j)u$$

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1/2 & 0 & 1 \\ & 2 & 1/2 & 1 & 0 \\ & & 0 & 2 & 2 \\ & & & 2 & 0 \\ & & & & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} \bar{K}p \\ \bar{K}^0 n \\ \pi^0 \Sigma^0 \\ \pi^+ \Sigma^- \\ \pi^- \Sigma^+ \end{matrix}$$

上と同様の計算, または $SU(3)$ isoscalar factor で計算 [HJ 2012]

問 5 結合定数をアイソスピン基底に直し, $I=0$ 成分が

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} 3 & -\sqrt{3/2} \\ & 4 \end{pmatrix} \begin{matrix} \bar{K}N (I=0) \\ \pi \Sigma (I=0) \end{matrix}$$

となることを示せ。ただし, アイソスピン状態は

$$|\pi^+\rangle = -|I=1, I_3=1\rangle$$

$$|\Sigma^+\rangle = -|1, 1\rangle$$

$$|K^-\rangle = -|1/2, -1/2\rangle$$

と符号つきでアサインされる。

注) $\bar{K}N$, $\pi \Sigma$ チャンネルともに引力相互作用 ($c > 0$, $v < 0$)

5.2 相互作用の強さと非摂動的振幅

WT 相互作用の強度

$$C^{\bar{K}N(I=0)} = 3, \quad C^{\pi\Sigma(I=0)} = 3, \quad C^{\pi N(I=1/2)} = 2 \quad (\text{全て引力})$$

実際には $V_i^{WT} \propto -C g_i^0$ 閾値では $g_i^0 \rightarrow m_i$ (メソン質量)

	$\bar{K}N(I=0)$	$\pi\Sigma(I=0)$	$\pi N(I=1/2)$
$C m_i$	$3 m_K \sim 1485 \text{ MeV}$	$4 m_\pi \sim 560 \text{ MeV}$	$2 m_\pi \sim 280 \text{ MeV}$

$$\Rightarrow |V_{\bar{K}N}^{WT}| \gg |V_{\pi\Sigma}^{WT}| \gg |V_{\pi N}^{WT}|$$

$\Lambda(1405)$ に関係する MB 相互作用は 強い引力

• ストレンジネスの特性

$$\left\{ \begin{array}{l} V^{\bar{K}N} \propto m_K : \text{ストレンジフォークで } m_K \text{ が大きい} \\ C^{\pi\Sigma} = 4 : \text{SU(3) 群の性質, SU(2) では出ない} \end{array} \right.$$

• SSB / explicit 破れの競合

$$\left\{ \begin{array}{l} V^{WT} \text{ がエネルギーに比例: } K \text{ が NG ボソン (SSB)} \\ m_K \text{ が大きく相互作用が強い: explicit 破れ} \end{array} \right.$$

• 臨界結合定数 [HTH 2006]

束縛状態を作るのに必要な引力の強さ

$$C_{\text{crit}} = \frac{2f^2}{m_{NG} [-G(M + m_{NG})]}$$

$$\bar{K}N: C_{\text{crit}} \sim 1.8 < C^{\bar{K}N}, \quad \pi\Sigma, \pi N \text{ は } C_{\text{crit}} > C_i$$

→ $\bar{K}N$ (準)束縛状態としての $\Lambda(1405)$ 、非摂動的振幅

ファインマン図の足し上げ

V^{WT} :  を用いた $MB \rightarrow MB$ 振幅

$$\text{Diagram with a shaded circle} = \text{Diagram 1} + \text{Diagram 2} + \text{Diagram 3} + \dots \quad \textcircled{A}$$

$$+ \text{Diagram 4} + \dots \quad \textcircled{B}$$

$$+ \text{Diagram 5} + \text{Diagram 6} + \dots \quad \textcircled{C}$$

§3 の EFT と異なり 全ての diagram が寄与。

③: 質量くりこみ $\rightarrow$ 物理的質量を用いることで effective に取り込む

②: crossed diagrams ($s \leftrightarrow u$) 閾値近傍で効かないとして無視。

①の足し上げは §3 と同様に

$$T = V + VG V + VG VG V + \dots$$

$$G \sim \text{Diagram 7}$$

$$= V + VG T$$

- 長所 $\left\{ \begin{array}{l} \text{振幅 } T \text{ は } U(1) \text{-性を満たす。} \\ \text{共鳴, 束縛状態を動的に生成できる} \end{array} \right.$

注) どちらもカイラル摂動論では不可

- 短所 $\left\{ \begin{array}{l} T \text{ は 交差対称性, power counting を満たさない} \\ \text{くりこみ不可: ループ } G \text{ にカットオフ} \rightarrow \text{実験に fit} \end{array} \right.$

V^{WT} を用いた数値計算結果 [IHW 2011]

- 結合チャンネル: $\bar{K}N$, $\pi\Sigma$, $\pi\Lambda$, $\eta\Lambda$, $\eta\Sigma$, $K\Sigma$
- パラメーター: チャンネル毎の subtraction constant ($\approx$ UV カットオフ) 6つ

最新の実験データ(後述)に対し χ^2 fit を行う。

$$\Rightarrow \chi^2/\text{d.o.f} = 1.12$$

カイラル摂動論の主要項のみで十分な記述が可能

散乱振幅の解析接続: $\Lambda(1405)$ の極

$$\Rightarrow Z_{\text{High}} = 1422 - 16i \text{ MeV}, \quad Z_{\text{Low}} = 1384 - 90i \text{ MeV}$$

対応するエネルギー領域に極が2つ存在

注) $\pi\Sigma$ 位相差が $\pi/2$ を切るのは1回だけ, スペクトルのヒークも1つ

Two-pole structure [MH 2015]

- $SU(3)$ 基底 [JOORM 2003]

フレーバー- $SU(3)$ 極限での 1 と 8 の引力が起源

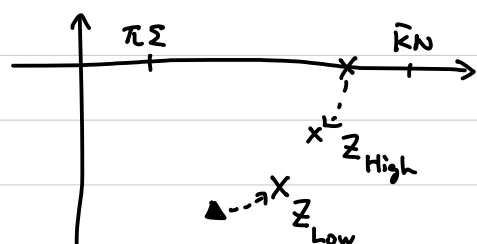
チャンネルとの結合(極の留数) $Z_{\text{High}} \rightarrow \bar{K}N$, $Z_{\text{Low}} \rightarrow \pi\Sigma$

$\Rightarrow \pi\Sigma$ スペクトルが反応過程に依存

- アイソスピン基底 [HW 2008]

$$V_{\bar{K}N} \propto -3m_K \rightarrow \text{束縛} \quad \times$$

$$V_{\pi\Sigma} \propto -4m_\pi \rightarrow \text{共鳴} \quad \blacktriangle$$



5.3 PDGの解析 [IHW 2011]

$\Lambda(1405)$ 領域の実験データ

① $K\bar{p}$ 散乱全断面積 $\rightarrow K\bar{p}, \bar{K}^0n, \pi^0\Sigma^0, \pi^+\Sigma^-, \pi^-\Sigma^+, \pi^0\Lambda$

- 60年代の泡箱実験, 誤差もそれなり
- $\bar{K}N$ 閾値より上のエネルギー領域のデータ $\sim \mathcal{O}(100)$ points

② 閾値分岐比 r, R_n, R_c

- stopped K^- 実験, 比較的誤差が小さい(比なので)
- $\bar{K}N$ 閾値上のデータ

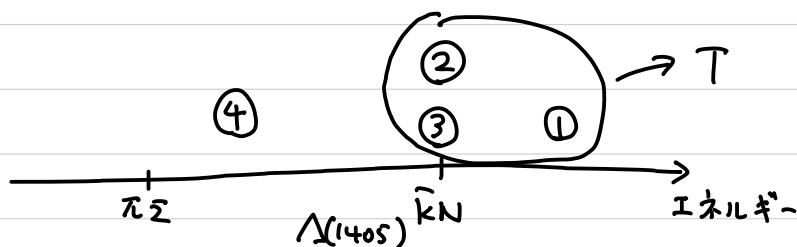
③ K 中間子原子のレベルシフト ΔE と幅 Γ

- η -ロン相互作用による束縛状態

$1S$ 状態に強い相互作用の影響 $\rightarrow \Delta E, \Gamma$

- $K\bar{p}$ 散乱長と関係: $\bar{K}N$ 閾値上のデータ

- 高精度の測定 [SIBDHARTA 2011]



注) これ以外に ④ $\pi\Sigma$ スペクトルが $\bar{K}N$ 閾値以下の領域のデータ

$$np \rightarrow K^+ \underline{\underline{\pi\Sigma}}, \quad pp \rightarrow K^+ p \underline{\underline{\pi\Sigma}}, \quad K^-d \rightarrow n \underline{\underline{\pi\Sigma}} \quad \text{など}$$

があるが, 反応モデルが必要であり直接 T を決められない。

NLO カイラル SU(3) 動力学

V_{WT} をカイラル摂動論で改良

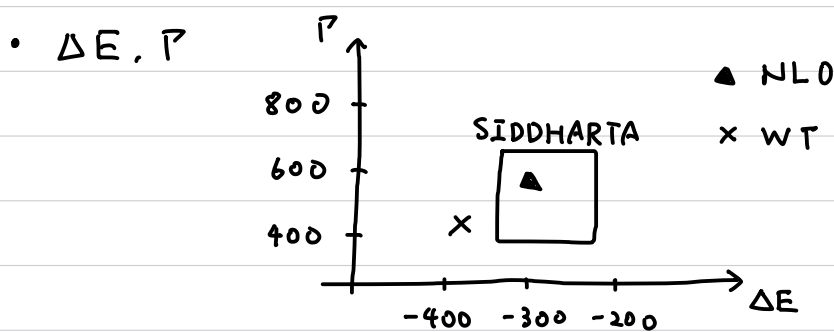
$$V = \underbrace{\text{WT 頂}}_{\mathcal{O}(p)} + \underbrace{\text{Born 頂}}_{\mathcal{O}(p)} + \underbrace{\text{NLO 頂}}_{\mathcal{O}(p^2)}$$

- Born 頂の s 波成分は WT に比べ非相対論展開の高次
- Born 頂の低エネルギー定数 : $D, F \leftarrow$ ハイペロン崩壊で決定
- NLO 頂の低エネルギー定数 7 つ : 10 パラメーター
- χ^2 fit

7 LEC + 6 subtraction constants $\rightarrow \mathcal{O}(100)$ データ点 ①, ②, ③

$$\Rightarrow \chi^2/\text{d.o.f.} = 0.96$$

この極の位置が PDG に記載



$\rightarrow$ WT でも十分だが SIDDHARTA の精度を合わせるには NLO が必要。

- 他グループの解析との比較 [MH 2015]

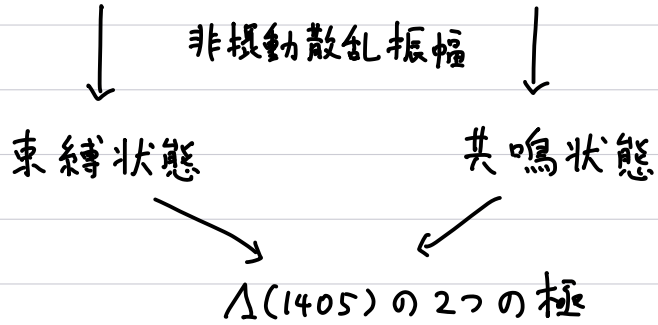
Z_{High} の位置は小さい領域に収束

Z_{Low} は “sizable scatter” $\leftarrow$ データから遠い

§5のまとめ

- ・低エネルギー- $\pi\pi$ 相互作用 (WT頂)

$$V_{\pi N} \propto -3m_\pi, \quad V_{\pi\pi} \propto -4m_\pi$$



- ・NLOでのデータ解析 $\rightarrow$ PDGの $\Lambda(1405)$ 極の決定