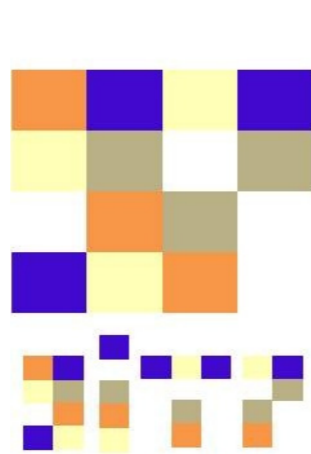


益川さんと格子理論： 格子QCDはここまで進んだ

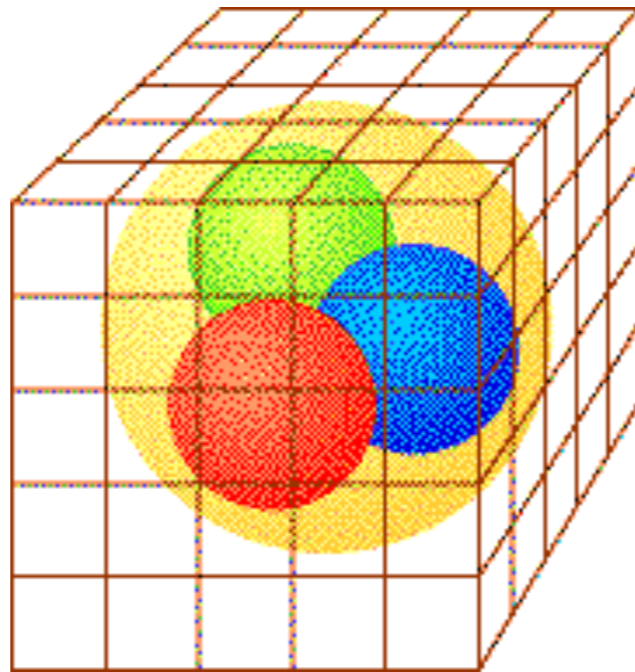
青木 慎也

京都大学 基礎物理学研究所 重力物理学研究センター



「素粒子論のこの50年、そして未来 ー益川さんを偲んで」
2022年3月12日-13日@京都大学基礎物理学研究所

益川さんと格子理論



益川語録 1

最初にお会いしたのは、学生時代(1982.4~1987.3)に、東大での益川さんの集中講義に参加した時。高名な益川さんにお目にかかれて感激し、また、その気さくな人柄に感銘を受けた。そこでの印象的な発言。

「繰り込み可能性は結果であり、原理ではない。」

解説：ウィルソンの繰り込み群的考え方では、低エネルギーで生き残る相互作用が「繰り込み可能な」相互作用である。漸近的自由な理論では、そのような「繰り込み可能な」相互作用は、摂動論の繰り込み可能な相互作用と一致する。格子ゲージ理論のように紫外での作用には繰り込み不可能な相互作用をいくら加えても問題ない。

「4次元で非自明な場の理論は漸近的に自由な理論のみではないか？」

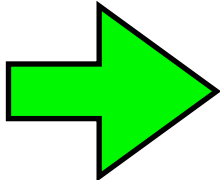
このような流れで、益川さんは「構成的な場の理論」などに関して好意的で、その話題で話をした記憶がある。

歴史的解説

公理的場の理論：公理に基づいて場の量子論を数学的に厳密に定義しようとする試み。

成果：CPT定理、スピンと統計の関係、クラスタの性質、ワイトマンの再構成定理

日本人では江沢洋（学習院）、荒木不二洋氏（京都大学数理研）が有名。

1950～60年に成果が出たが、その後は停滞。 C*代数へ。

構成的場の理論：格子正則化に基づいて、無限体積極限、連続極限をとることで場の量子論を「構成して」しまおうという試み。80年代に「 ϕ^4 理論が次元が4より大きい場合は自明（相互作用がない）」が証明された。(1981 Aizenman, 1982, Froehlich)

最近、4次元での ϕ^4 理論の自明性が証明されたようである。

(2021 Aizenman&Duminil-Copin)

当時、日本では、伊東恵一、近藤慶一、田崎晴明、原隆などが研究を推進。

益川さんはサポーター。

益川敏英 「素粒子物理学と構成的場の理論」 数学38巻(1986)2号 p.177-179.

田崎一原は私の東大での同期。私はこの分野での研究は無いが、専門とした格子ゲージ理論の理論的支柱になっている。

益川語録 2

博士2年(1985年)の夏、アトム型研究生として京都大学基礎物理学研究所に滞在。配属された部屋は、益川さんの部屋だった。(改修前の記念館の1階。現在のサロン北側に大きな部屋があった?)最初は偉い先生と一緒に部屋だったので緊張したが、益川さんの気さくさに助けられいろいろ話をするようになった。

「その当時の理論的知見(ゲージ対称性とその自発的対称性の破れ)と実験結果を合わせればワインバーグ・サラム理論を思いつけたはずだ!」

「格子上のゲージ場の理論を考えていたんだが、ゲージ不変な作用の構成ができなかった。ウィルソンのやったようなプラケット作用は思いつかなかった。」

(それとは別に、益川さんは「群上の量子力学」の研究もやっていた。)

「コンピュータは自作して、自分でコンパイラを作ったこともある。」

「商家の息子だったので、英語はやらなかった。英語の論文は式だけを読むが、それで大体内容はわかる。」

益川語録 3

私が筑波大に在籍していた頃、筑波大での研究会に益川さんに参加していただき、その時のコーヒブレークでの会話。

**「最近、 σ 中間子に関して原子核の人がいろいろ言っているが、あんなものは素粒子屋が
とうの昔に考えて徹底的に議論してきたことだ。」**

講演者の注：益川さんの発言（うる覚えなので正確ではない）の真意は不明。原子核の初田氏、国広氏によると σ は核力に導入されたのでむしろ原子核が最初。益川さんは σ の実験的な確認に関して「昔、素粒子やが徹底的に検討した。」と言いたかったのではないかと青木は感じている。これに関しては（ユニタリ化された）カイラル摂動論の確率の前と後とでは話がだいぶ違っているが、どちらも素粒子屋が議論の中心で、その現状に関してはPDGの以下を参照（初田氏談）。

<https://pdg.lbl.gov/2021/listings/rpp2021-list-fo-500.pdf>

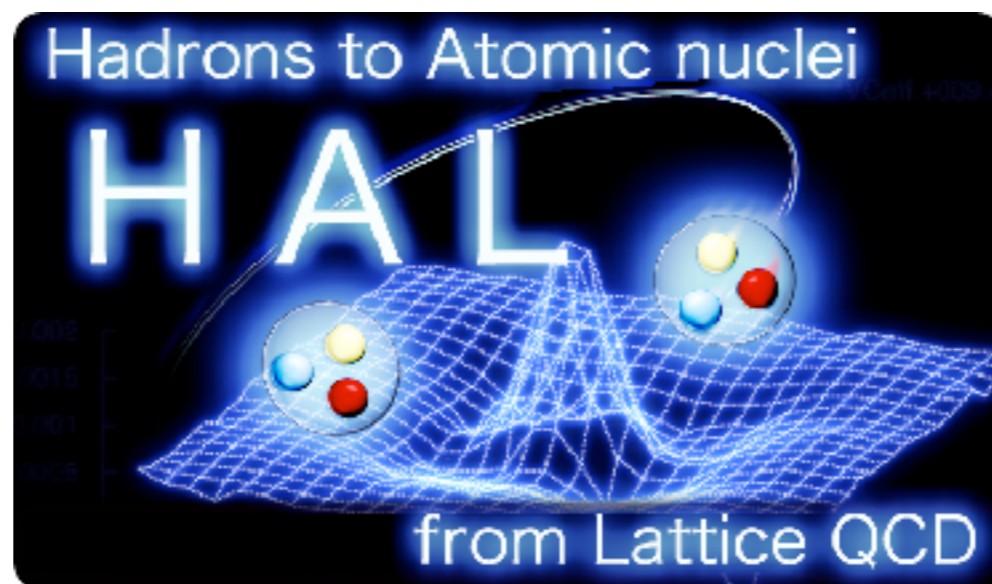
<https://pdg.lbl.gov/2021/reviews/rpp2021-rev-scalar-mesons.pdf>

青木は、カイラル摂動論はユニタリ化してしまうとQCDの有効理論としての正当性を失い「モデル」になってしまうので、現状の解析には不満を持っている。 σ のような幅の広い共鳴状態はその存否を含めて格子QCDによる解析が必要。後述のポテンシャルを計算する方法が必須だが計算は非常に難しく、「格子QCDによる計算された $\pi\pi$ 間のポテンシャルから σ の正体を明らかにすること」は私の夢の1つである。

「素粒子屋がやってきたことを原子核屋がそれを知らずに再発見することは多い。」

講演者の注：益川さんが何を考えてこの発言をしたのかは不明。

格子QCDはここまで進んだ



益川さんの前で格子QCDの話をしたことは何回かあったはずだが、特に以下の2回は益川さん向けに話をしたものである。

2011年11月11日 第8回 Bonji Seminar@KMI

”格子QCDによるハドロン間相互作用 -核力をQCDから導く-

2014年11月8日-9日 第4回日大理工・益川塾連携 素粒子シンポジウム

”格子QCDの最近の進展”

格子QCD

非自明な場の量子論であるQCDを曖昧さなく定義し、かつ、系統的に精度を上げながら評価することのできるほぼ唯一の方法。

ゲージ対称性を保った正則化の方法であり、無限体積極限、連続極限が必要。

有限格子間隔、有限体積では、有限自由度の量子力学系になり、計算機を使った数値計算が可能。

主に、ユークリッド空間の経路積分を用いる。そのため、全ての物理量が計算できる訳ではない。欲しい物理量を計算するためにはさまざまな工夫が必要。

カイラル異常項のためにクォークを格子に載せるのはいろいろ問題があり、いまだに面白い研究テーマの1つ。

1. ハドロンの質量

(格子) QCDが正しいことを示す最も簡単な物理量。

格子QCDで正しく計算できることを示す第1の目標。

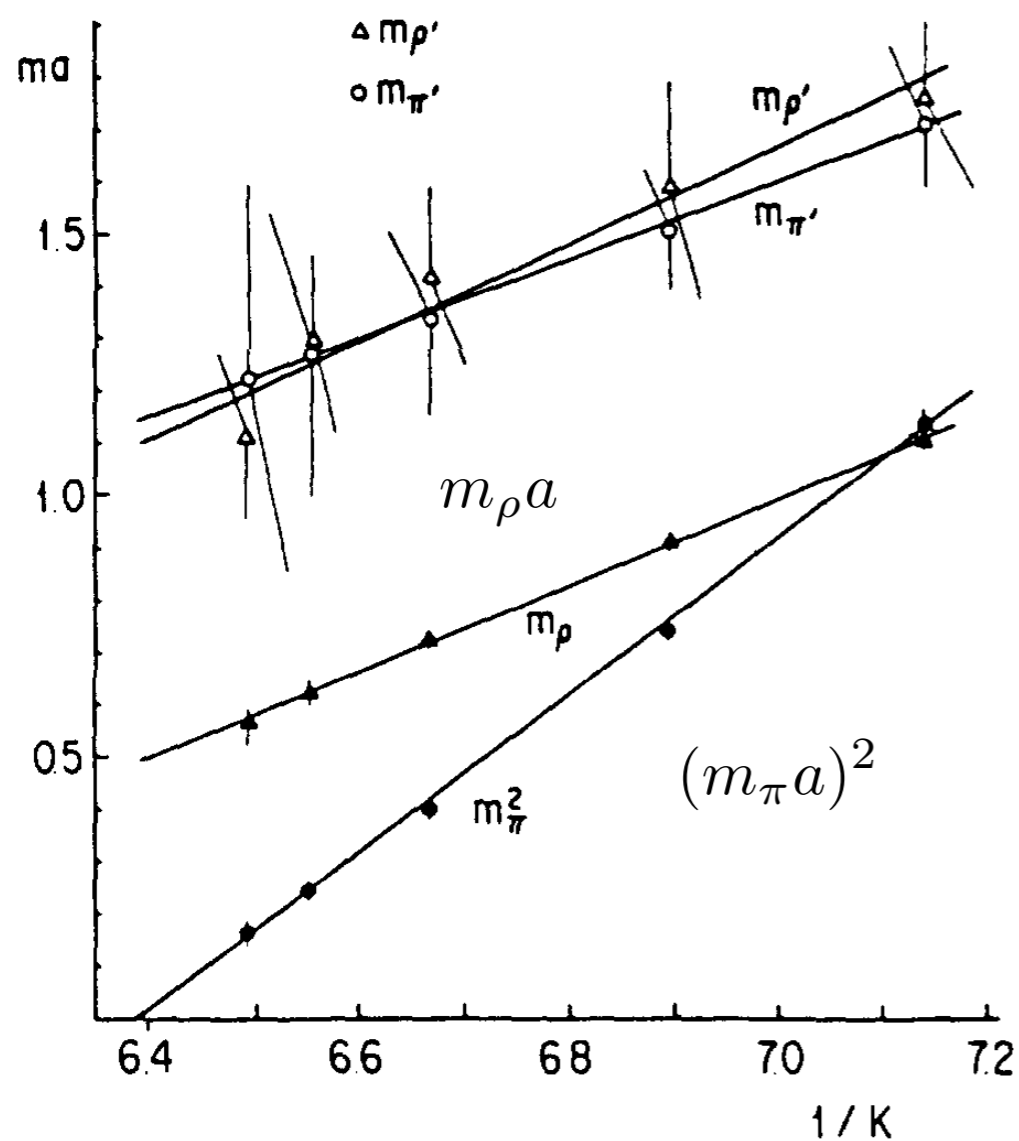
1980年代中頃の状況

Itoh-Iwasaki-Oyanagi-Yoshie, NPB274(1986)33-59

力学クォークを考えない近似 (クエンチ近似)

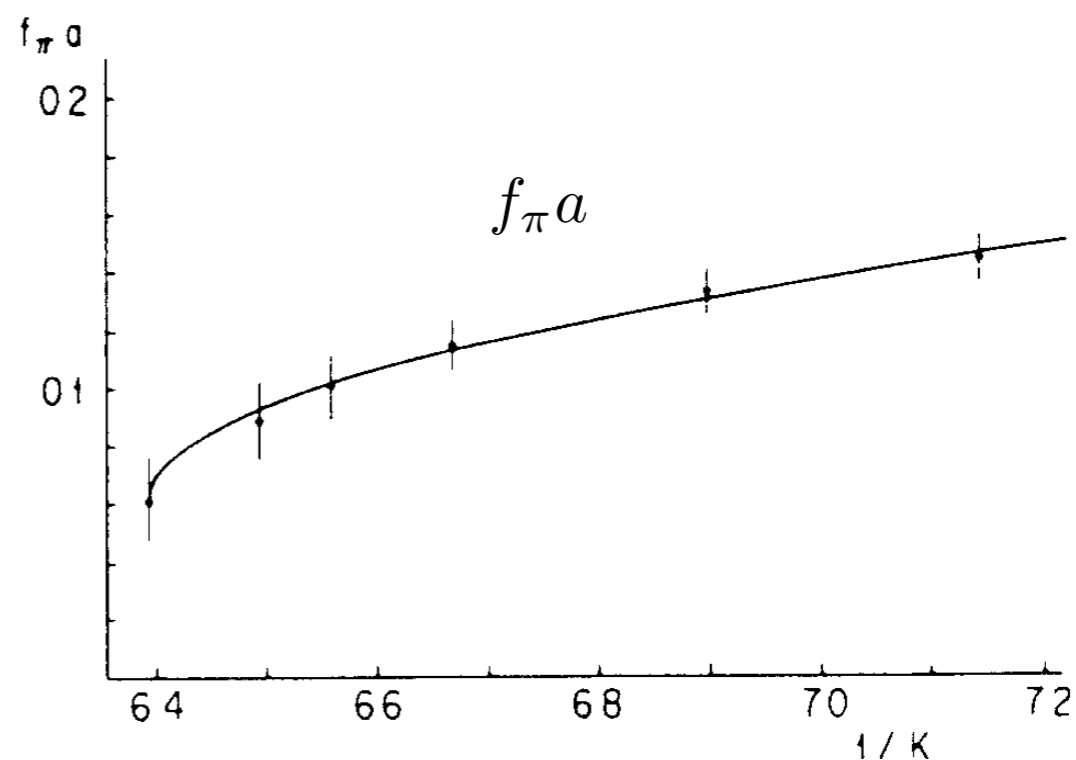
$a^{-1} = 1570 \text{ MeV}, 12^3 \times 24 \text{ lattice}$

Meson masses



→ quark mass

decay constant



→ quark mass

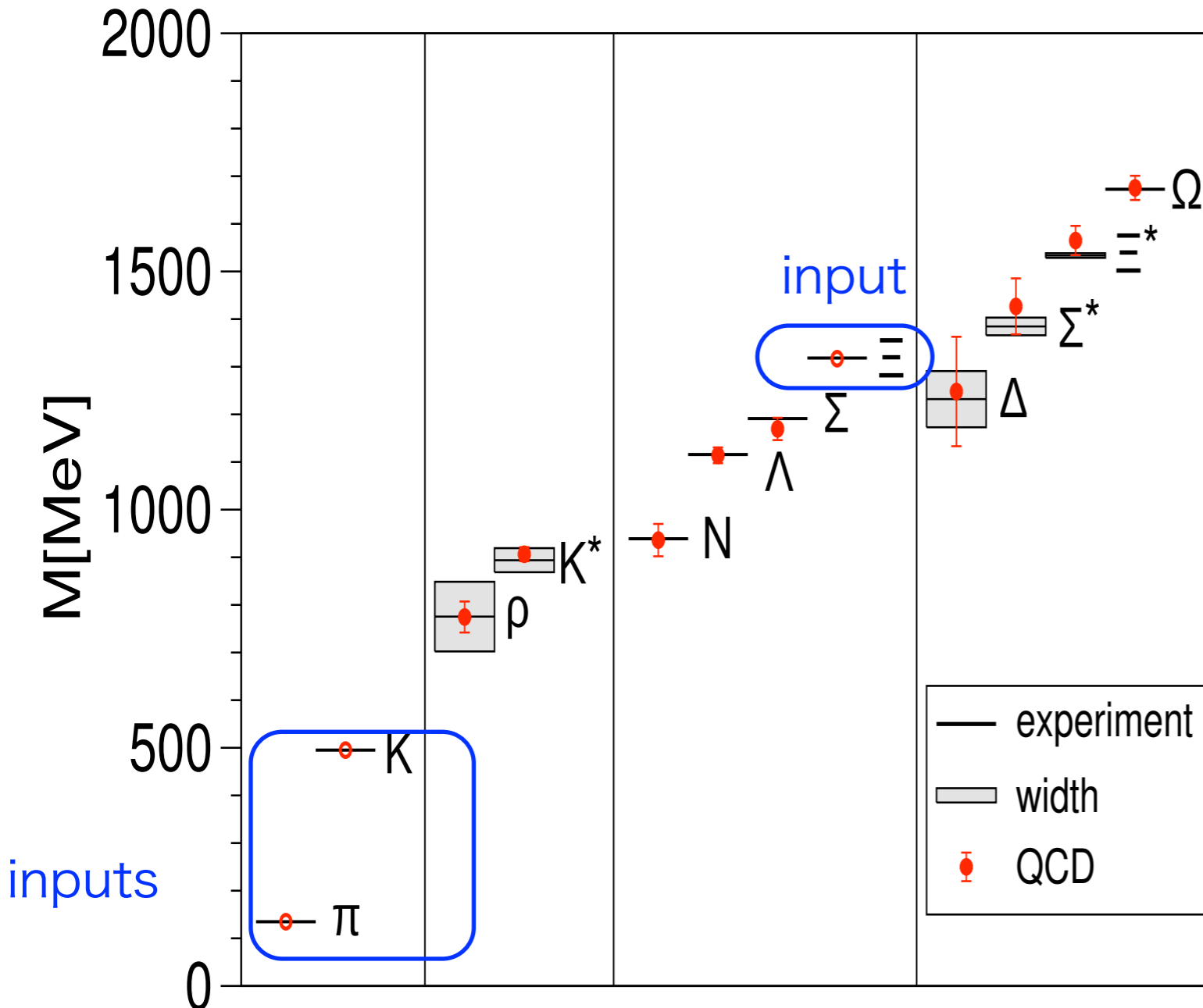
$$f_{\pi}(K) = f_{\pi}(K_c) + c(1/K - 1/K_c)^{1/2}$$

$$f_{\pi} = 97(23) \text{ MeV at } m_q = 0$$

Ab-Initio Determination

BMW collaboration, Science 322 (2008) 1224-1227 “Ab-Initio Determination of Light Hadron Masses”

$2(m_u = m_d) + 1(m_s)$ flavor QCD, $a \rightarrow 0$ @ physical pion mass



格子QCDの結果と実験の一致は良い
インプットは3つ

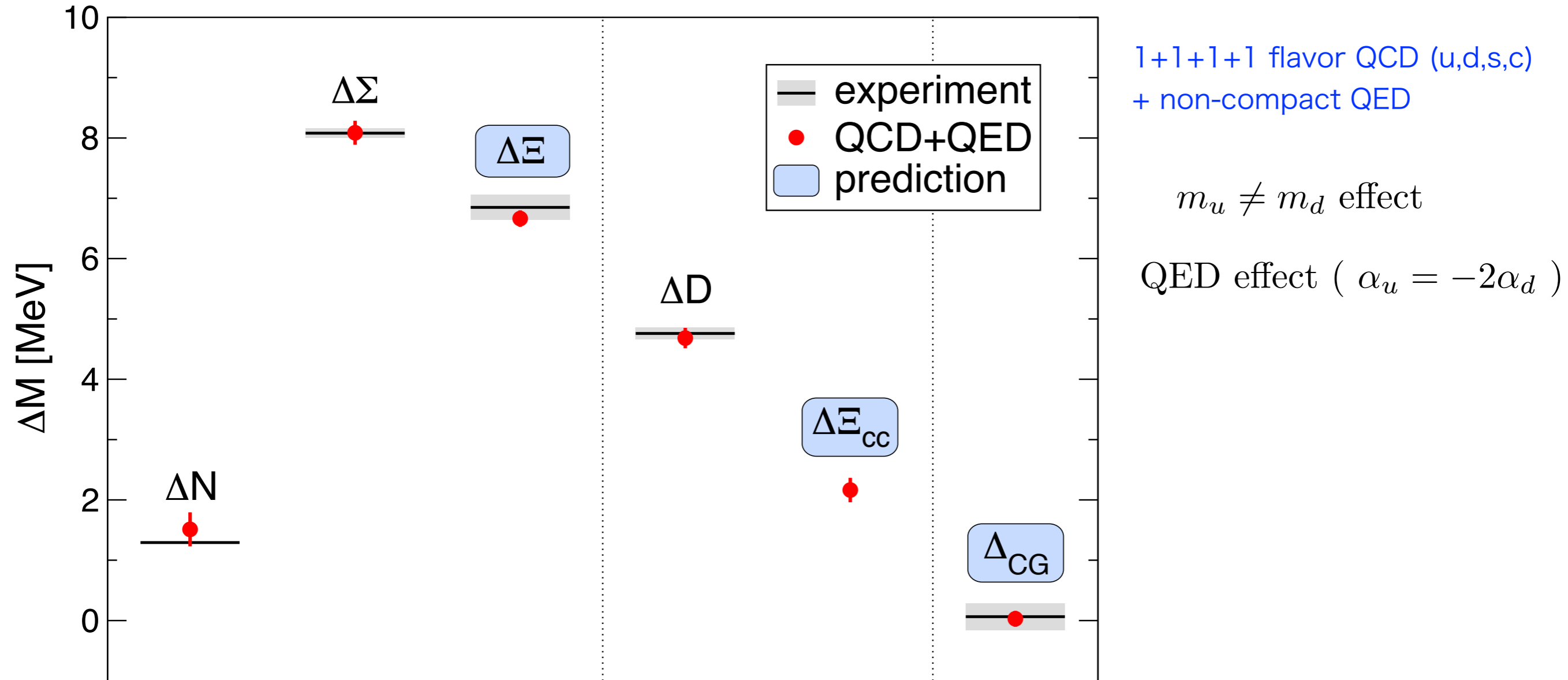


格子QCDの計算はうまくいっている

QCDは強い相互作用の理論として正しい

陽子と中性子の質量差さえも

Borsanyi et al., Science 347 (2015) 1452-1455 “Ab initio calculation of the neutron-proton mass difference”



	mass splitting [MeV]	QCD [MeV]	QED [MeV]
$\Delta N = n - p$	1.51(16)(23)	2.52(17)(24)	-1.00(07)(14)
$\Delta \Sigma = \Sigma^- - \Sigma^+$	8.09(16)(11)	8.09(16)(11)	0
$\Delta \Xi = \Xi^- - \Xi^0$	6.66(11)(09)	5.53(17)(17)	1.14(16)(09)
$\Delta D = D^\pm - D^0$	4.68(10)(13)	2.54(08)(10)	2.14(11)(07)
$\Delta \Xi_{cc} = \Xi_{cc}^{++} - \Xi_{cc}^+$	2.16(11)(17)	-2.53(11)(06)	4.69(10)(17)
$\Delta_{CG} = \Delta N - \Delta \Sigma + \Delta \Xi$	0.00(11)(06)	-0.00(13)(05)	0.00(06)(02)

2. ハドロンの行列要素

ハドロン質量よりは複雑な物理量。

難易度は千差万別。

実験から情報を引き出すのに重要なものも多い。

擬スカラー中間子の崩壊定数

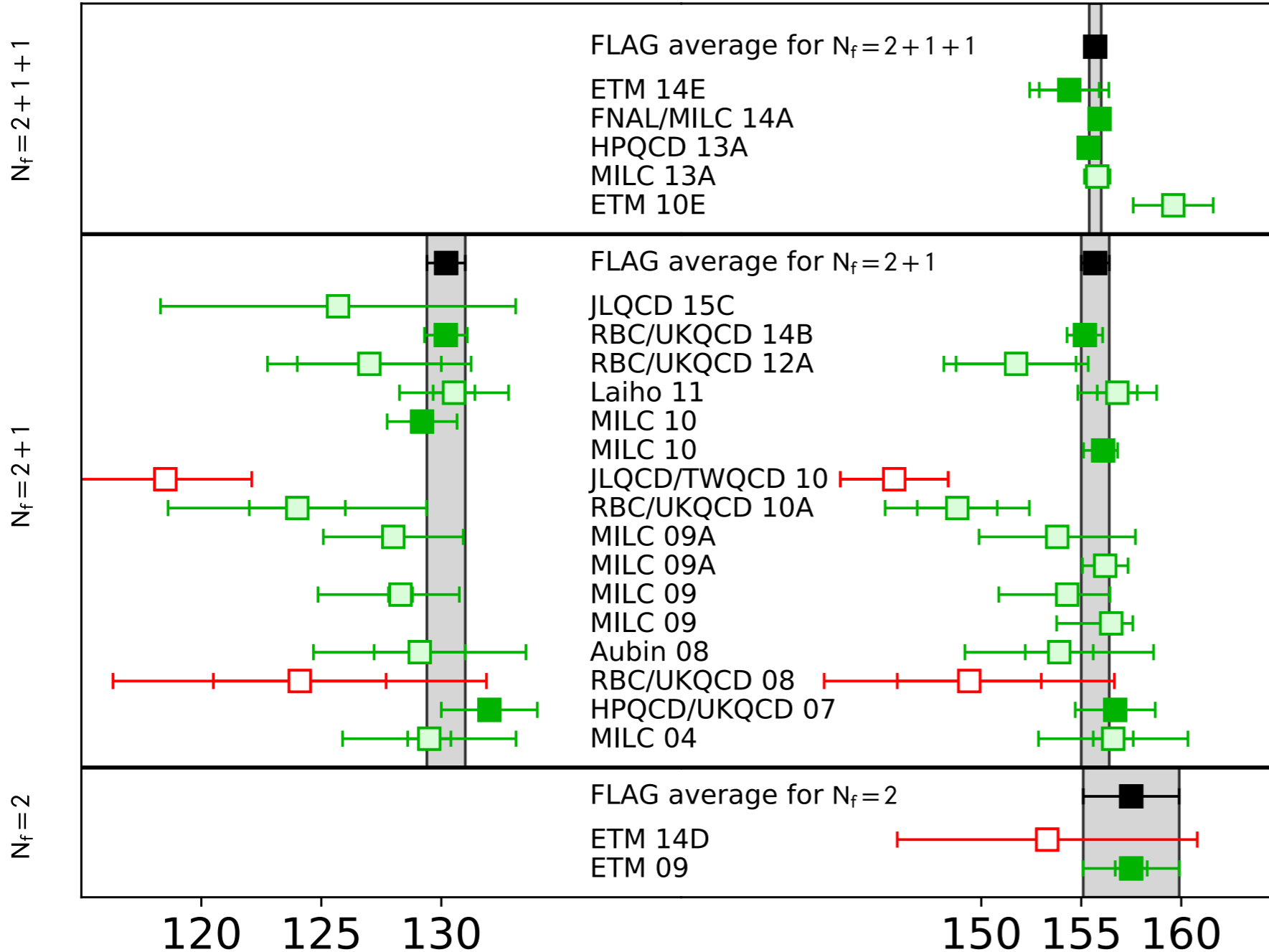
$$\langle 0 | \bar{d} \gamma_\mu \gamma_5 u | \pi^+(p) \rangle = i p_\mu f_{\pi^+}, \quad \langle 0 | \bar{s} \gamma_\mu \gamma_5 u | K^+(p) \rangle = i p_\mu f_{K^+}.$$

FLAG 2021

f_{π^\pm}

f_{K^\pm}

Lattice



$$f_{\pi^\pm} = 130.2 (0.8) \text{ MeV} \quad 2+1$$

$$f_{K^\pm} = 155.7 (0.3) \text{ MeV} \quad 2+1+1$$

$$f_{K^\pm} = 155.7 (0.7) \text{ MeV} \quad 2+1$$

$$f_{K^\pm} = 157.5 (2.4) \text{ MeV} \quad 2$$

Particle Data Group

$$f_\pi^{(\text{PDG})} = 130.041(0.20) \text{ MeV}$$

$$f_K^{(\text{PDG})} = 156.1(0.8) \text{ MeV}$$

少し複雑

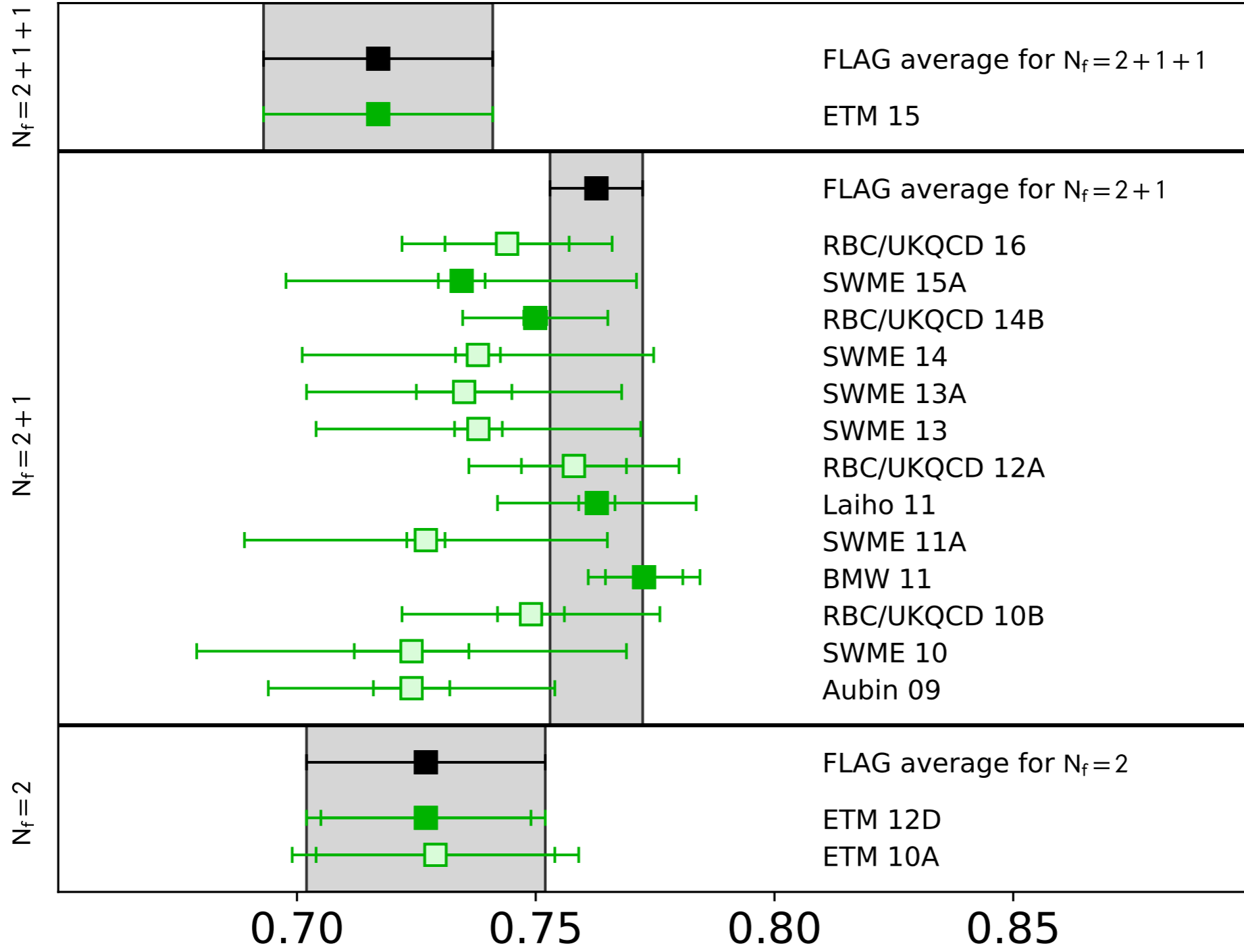
K中間子のBパラメタ

$$B_K(\mu) = \frac{\langle \bar{K}^0 | Q_R^{\Delta S=2}(\mu) | K^0 \rangle}{\frac{8}{3} f_K^2 m_K^2}.$$

FLAG 2021

\hat{B}_K

RG invariant B parameter



2+1+1

$$\hat{B}_K = 0.717(18)(16)$$

2+1

$$\hat{B}_K = 0.7625(97)$$

$$B_K^{\overline{MS}}(2 \text{ GeV}) = 0.5570(71)$$

2

$$\hat{B}_K = 0.727(22)(12),$$

K中間子崩壊

$K \rightarrow \pi\pi$ decays

$$A(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0) = \sqrt{\frac{3}{2}}A_2e^{i\delta_2}$$

$$A(K^0 \rightarrow \pi^+\pi^-) = \sqrt{\frac{2}{3}}A_0e^{i\delta_0} + \sqrt{\frac{1}{3}}A_2e^{i\delta_2}$$

$\delta_{0,2}$ strong phases

$$A(K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0) = \sqrt{\frac{2}{3}}A_0e^{i\delta_0} - 2\sqrt{\frac{1}{3}}A_2e^{i\delta_2}.$$

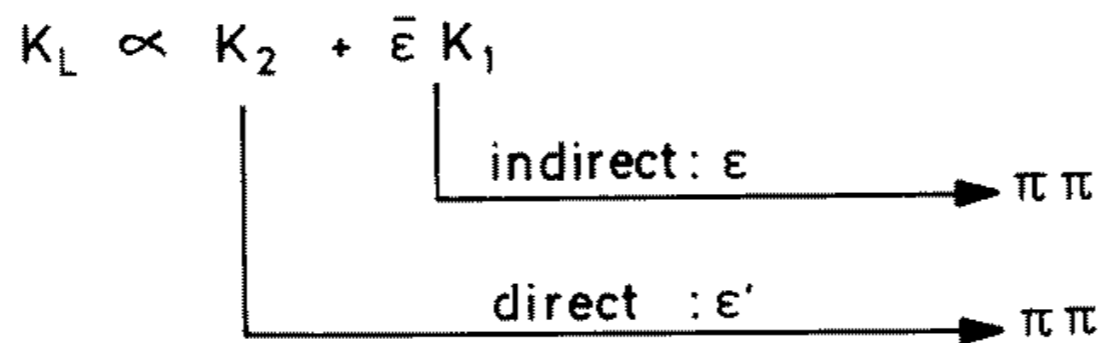
A_I : $K \rightarrow \pi\pi$ ($I = 0, 2$) weak decay amplitude

$\Delta I = 1/2$ rule

$$\frac{\text{Re } A_0}{\text{Re } A_2} = 22.45(6)$$

実験値

CP violation



直接のCP非保存崩壊

$$\epsilon' = \frac{1}{\sqrt{2}}\text{Im}\left(\frac{A_2}{A_0}\right)e^{i\Phi}, \quad \Phi = \pi/2 + \delta_2 - \delta_0,$$

$$\text{Re}(\epsilon'/\epsilon) = 16.6(2.3) \times 10^{-4}$$

実験値

最新の結果

Lattice

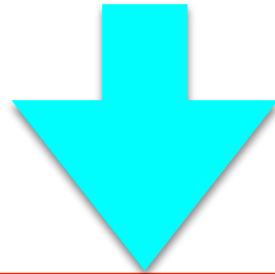
RBC/UKQCD collaborations, PRD91(2015)074502.

$$N_f = 2 + 1 : \quad \begin{aligned} \text{Re}(A_2) &= 1.50(0.04)(0.14) \times 10^{-8} \text{ GeV}, \\ \text{Im}(A_2) &= -8.34(1.03) \times 10^{-13} \text{ GeV}, \end{aligned}$$

RBC/UKQCD collaborations, PRD102(2020)054509.

$$N_f = 2 + 1 \quad a^{-1} = 1.3784(68) \text{ GeV}$$

$$\begin{aligned} \text{Re}(A_0) &= 2.99(0.32)(0.59) \times 10^{-7} \text{ GeV} \\ \text{Im}(A_0) &= -6.98(0.62)(1.44) \times 10^{-11} \text{ GeV} \end{aligned}$$



$$\text{Re}(\epsilon'/\epsilon) = 21.7(2.6)(6.2)(5.0) \times 10^{-4},$$

$$\frac{\text{Re}(A_0)}{\text{Re}(A_2)} = 19.9(2.3)(4.4)$$

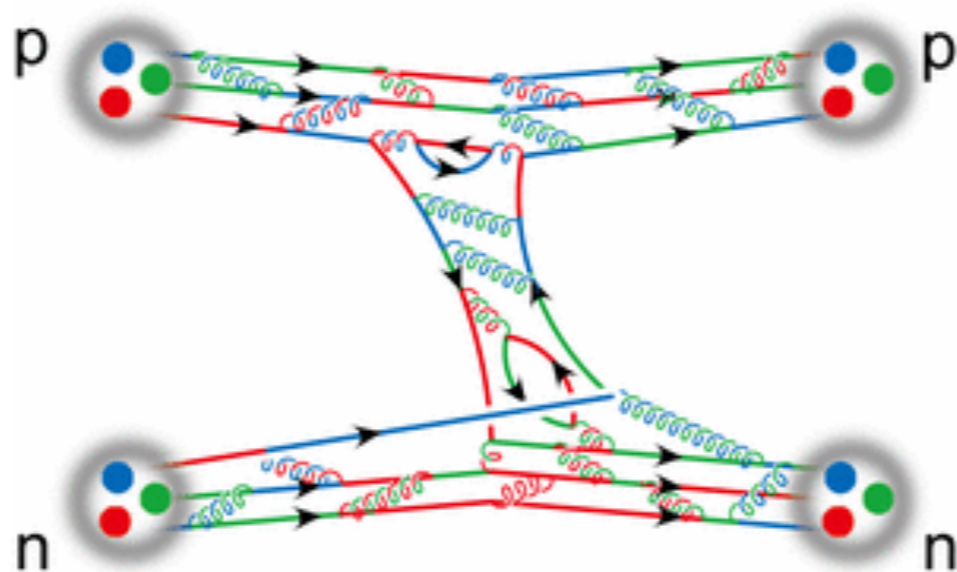
Experiment

$$\text{Re}A_2 = 1.479(4) \times 10^{-8} \text{ GeV}$$

$$\text{Re}(A_0) = 3.201(18) \times 10^{-7} \text{ GeV}$$

$$\text{Re}(\epsilon'/\epsilon) = 16.6(2.3) \times 10^{-4}$$

$$\frac{\text{Re}(A_0)}{\text{Re}(A_2)} = 22.45(6)$$



3. ハドロン相互作用

格子QCDで非常に計算が難しい。現在、2つの方法がある。

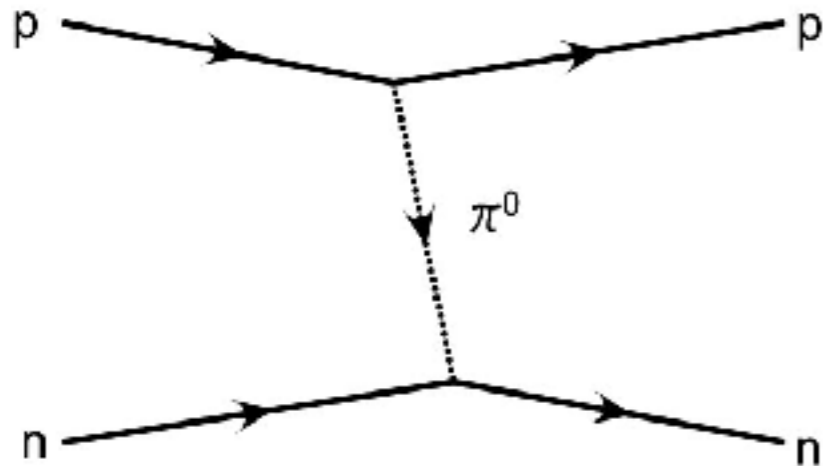
強い相互作用の解析に格子QCDが最も力を発揮する場所。

ハドロン質量でインプットを決めてしまうと動かせるパラメタはない。

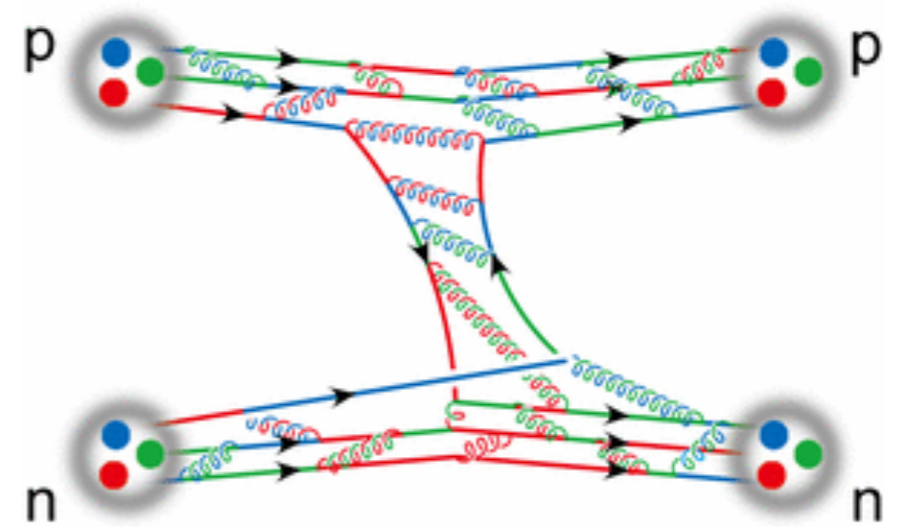
湯川の核力をQCDから再現できるか？

核力をクォークで理解する

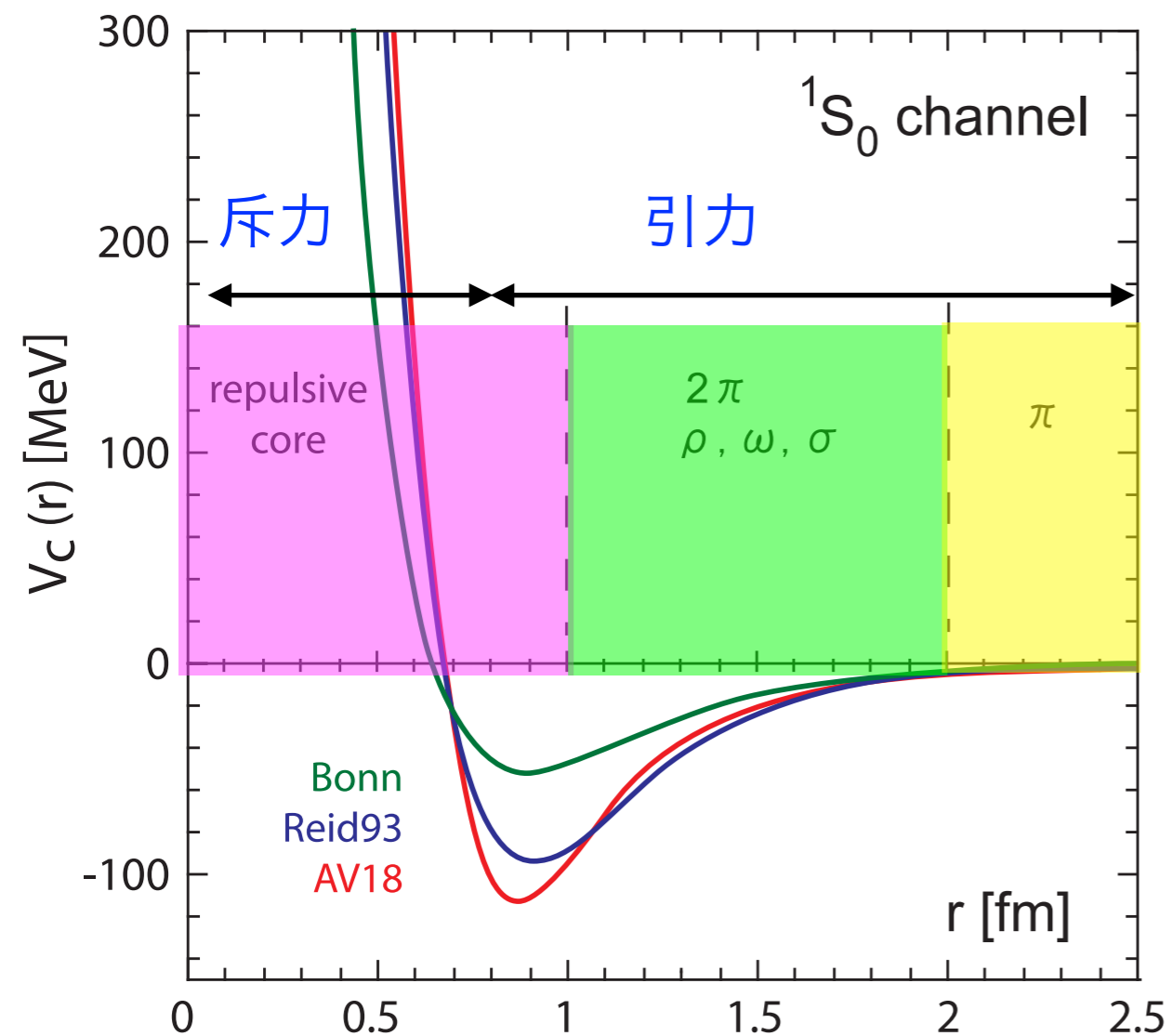
中間子論



量子色力学



核力ポテンシャル



核力ポテンシャルは距離に依存した複雑な構造を持っている。

格子QCDでこの構造を再現できるか？

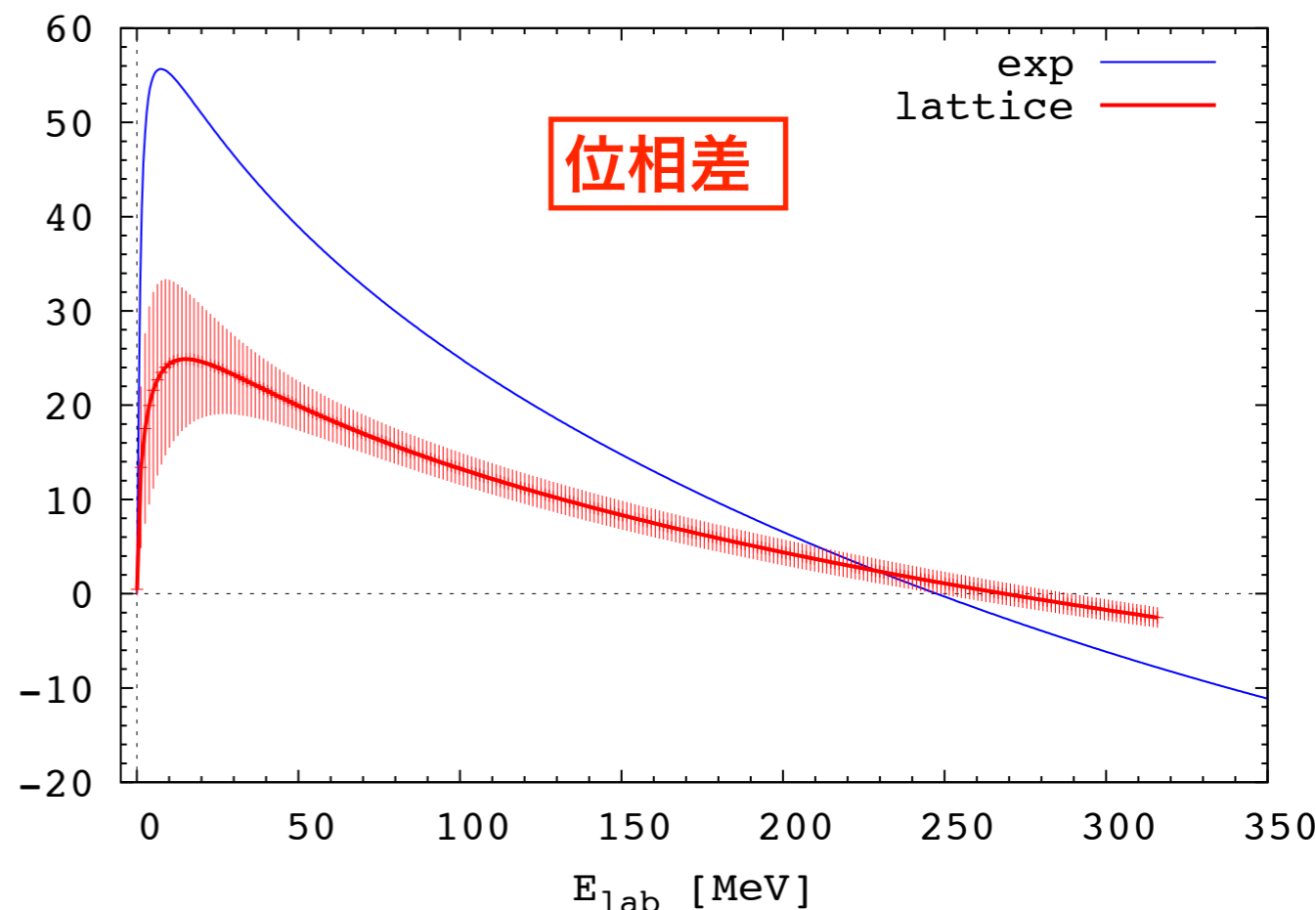
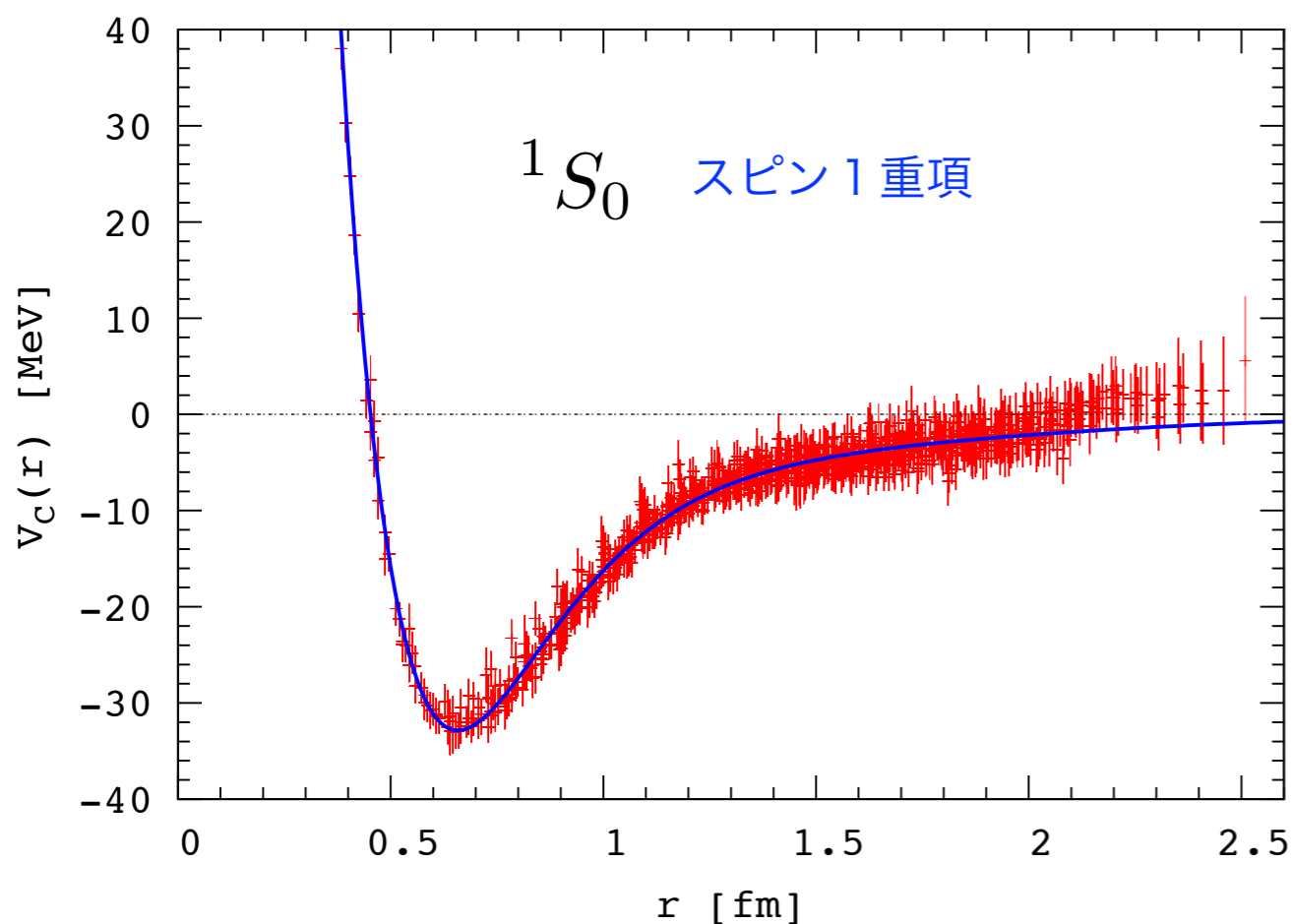
計算は非常に難しい。

そもそもポテンシャルをどのように計算するのか？

HAL QCD法

π 中間子が重い時には、定性的な振る舞いは再現できる。

$m_\pi \simeq 700 \text{ MeV}$ 重い π 中間子



NNポテンシャルの定性的な性質を再現。

- (1) 中長距離での引力。
- (2) 近距離での斥力 (斥力芯)。

物理量である位相差の振る舞いは、実験値の定性的な振る舞いを再現。

定量的には、実験値より低エネルギーの引力が弱い。多分、 π 中間子が重いため。

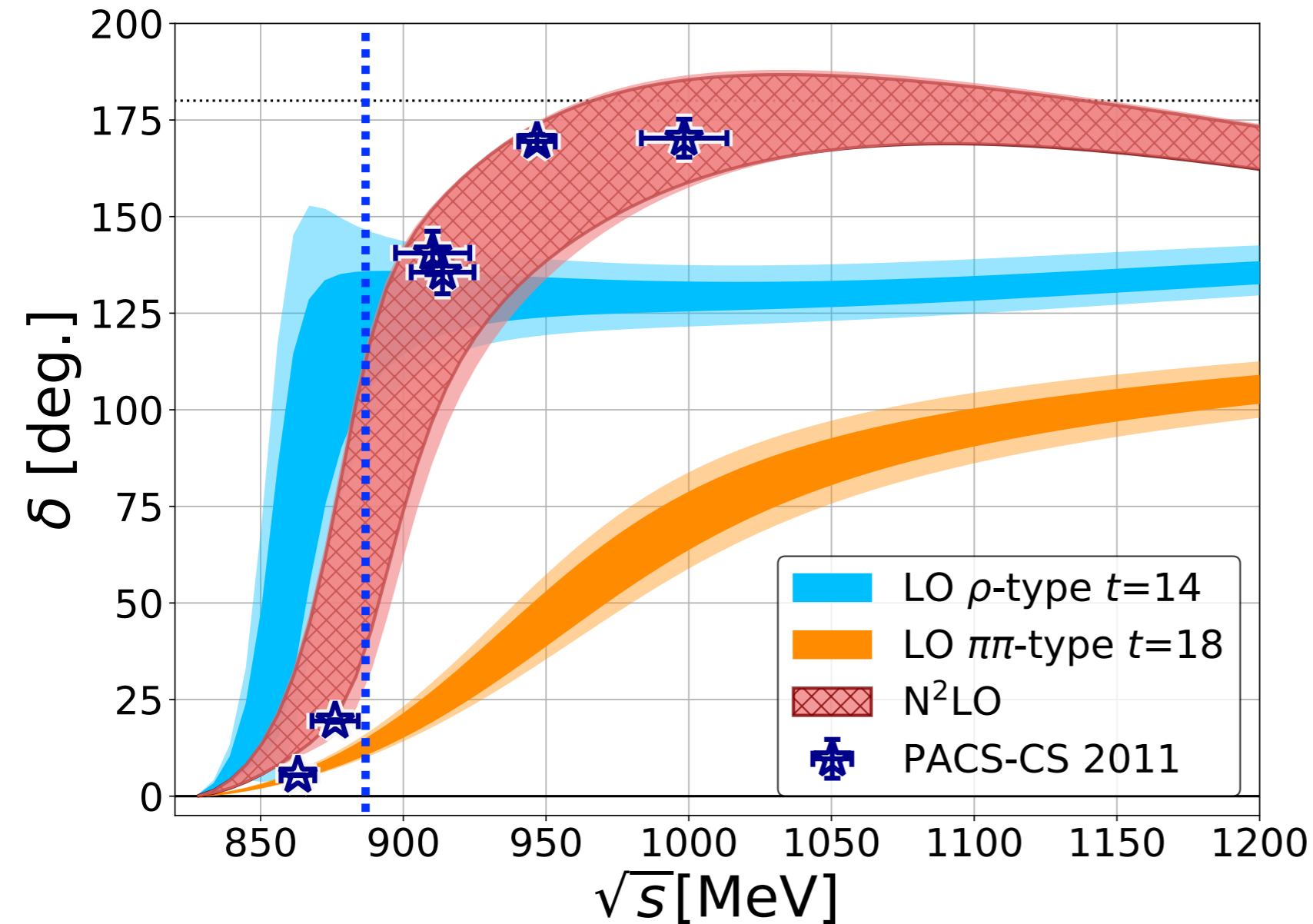
$m_\pi \simeq 140 \text{ MeV}$ の計算で定量的な位相差の振る舞いを再現することが今後の課題。

核力以外にも

ρ 共鳴状態を $\pi\pi$ 間のポテンシャルから

Akahoshi-Aoki-Doi, PRD104 (2021)054510

2 + 1 flavor QCD, $a \simeq 0.1$ fm, $m_\pi \simeq 411$ MeV, $m_\rho \simeq 892$ MeV



微分展開の最低次の2つの結果 (青、オレンジ) は一致しない。

2つを組み合わせて微分展開の次の次数で計算すると、 ρ 共鳴状態を再現する結果が得られ、別の方法を使った先行研究の結果とも一致する。

格子QCDによりハドロン間相互作用から共鳴状態の振る舞いもわかる。

「QCDによるハドロン物理という夢」

エキゾチックハドロンを含めた共鳴状態を可能な限りHAL QCD法で調べて、その存否を含めその性質を明らかにし、ハドロンをQCDから理解する。

最後に

格子QCDの進歩

格子QCDの計算は格段に進歩し、精密科学になり、その適用範囲も広がってきた。私が研究を開始した当時を考えると、隔世の感がある。

「格子正則化による場の量子論の構成」という点で、益川さんはこの分野をサポートしてくれており、格子QCDの成功を見て「俺の言った通りになっただろう」とほくそ笑んでいるのではないか。

構成的場の理論のプログラムでは、QCDがほぼ唯一の成功例だが、その拡張として益川さんが考えたのが、テクニカラー理論の格子計算による検証だったのではないか？

(青木保道さんの講演)

「年をとってくると、前と同じようなペースで研究をやっているつもりでも、（周りの研究の進み方が加速しているので）ドップラー効果で研究の質が赤方偏移するので注意しなくてはいけない。」

日本の素粒子理論屋の”良識”

我々が学生の頃は、（数が限られていたためか）研究会には若手も古手も参加し、若手の講演には益川さんを筆頭とするうるさ方（松田さん、藤川さん、河本さんなど）が「講演内容の物理的な意義に」いろいろいちゃもんをつけてきて、若手もそれに対して反論し、丁々発止とやりやった。

今、思い返すと、そのような経験から「彼らを納得させる良い物理をやるう」と考えるようになり、自分の物理観が鍛えられた。自分の研究とは関係なくとも、大局的な視点から意見を言う点で、益川さんは日本の（素粒子）理論屋の”良識”を代表していたように思う。

翻って現在の（多すぎる）研究会ではそのような「物理観」を問うような質問は少なくなり、技術的な話、「流行」や「お偉いさんの考え」の受け売りのような話が多くなってきたように感じるのは自分が歳をとったせいだろうか？

この状況は我々の世代が反省すべきことであり、これからは益川さんを見習って、日本の素粒子理論屋の”良識”を復活させるべく努力していきたい。

ご清聴ありがとうございました。