

<4/4, 金, 2025>

前期 → 特に期末はちゃんと。

後期になると少しあせる。

欠席(欠課) → たった100満点でも
不足だと留年。

前期の不足分を取り戻せないで

留年のパターンがほとんど。

スマホ → 授業中は禁止！

カバンにおしえないさい。

60点

前 + 後期 どちらも原則

60点以上である必要

がある。

一応、(前) ≥ 60 でも、

(後) を本番イッパツで

70とか取れば、

$\frac{(前) + (後)}{2} \geq 60$ になる。

<4/1, 2025>

初回 → 自己紹介、宿題の回収、成績の方法、
ガイダンス (何をやるのか?)、
高専のシステム (留年もあるぞ!)、
学習のツツ { ノートの取り方。
問題をこなすこと!
~~分~~ 解けそうな問題から!

出欠はかなり厳密に取るぞ。

テスト

1年 基礎数学 I ~~5~~ 組 × 2 / 週

1年 基礎数学 II ~~2~~ 組 × 1

2年 代数・幾何 4組 × 1

3年 解析学 I組 × 2 / 週

3年 代数・幾何 M2組 × 1

前期 = 16 週

後期 = 16 週

初回

1年生の基①で宿題の

~~提出~~

解答を配る → 自己採点して。

→ 次回に回収!!

(テキスト p. 211 ~ 215)

✓ 階乗 $n!$ → n 個の互いに異なる要素の並び方・並び方。 n だけ。

✓ 順列 nPr
✓ 組合せ nCr } n 個の中から r 個えらぶときに使う。

異なる n 個のものから r 個取り出すとき、

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{順番を区別} \rightarrow \text{順列 } nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \\ \text{順番を気にしない} \rightarrow \text{組合せ } nCr = \frac{n!}{(n-r)! r!} = \frac{nPr}{r!} \end{array} \right.$$

通りの場合がある。

✓ 必ず覚える式

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$nCr = \frac{n!}{(n-r)! r!} = \frac{nPr}{r!}$$

✓ 組合せの別式

$$nCr = \frac{\overbrace{n(n-1) \cdots (n-r+1)}^{n \text{ から始めて } r \text{ 個の数の積}}}{\underbrace{r \cdot (r-1) \cdots 2 \cdot 1}_{r!}}$$

$$\text{例: } 5C3 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{3!} = \frac{\{5, 4, 3\} \text{ の 3 個目までとめる。}}{3!}$$

$$7C3 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = \frac{\{7, 6, 5\} \text{ の 3 個目までとめる。}}{3!}$$

$$7C5 = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{5!} = \frac{\{7, 6, 5, 4, 3\} \text{ の 5 個目までとめる。}}{5!}$$

こちの覚え方がオスス!

✓ 組合せのウラワザ ← 超便利

$$nCr = nC(n-r)$$

$$\text{例: } 7C5 = 7C(7-5) = 7C2$$

$$10C9 = 10C(10-9) = 10C1$$

$$999C997 = 999C(999-997) = 999C2$$

$$8691C8690 = 8691C(8691-8690) = 8691C1$$

→ 右辺の方が計算が楽!

→ “生き残った少数派”の方を計算しても、同じ2と

✓ nPr と nCr の使い分け方
→ 日本語力が試される。

例題 7.7 (テキスト p. 215)

男 $\times 5$ 人, 女 $\times 5$ 人 から, 次のように選ぶとき, その
場合の数は?

(1) ギタ²ウ, キ²ウ, ハッピ²ウ → (ギ), (キ), (ハ)

1 番目に選ぶべき (ギ)

2 " (キ)

3 " (ハ)

(通り)

→ 使うのは順列の方。 $10P_3 = 10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$

(2) 代表者 3 人

→ 代表者の間に差別は無いので, 使うのは
組み合わせの方。 $10C_3 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{3 \cdot 2 \cdot 1} = \frac{720}{6} = 120$ 通り

(3) 男子 1 人, 女子 2 人 を選ぶ

→ (男は 5 人の中から 1 人) $\times$ (女は 5 人の中から 2 人)
「積の法則」
法

$$\rightarrow 5C_1 \times 5C_2 = \frac{5}{1} \times \frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1} = 50 \text{ 通り}$$

⑨

$$A = x^3 + 0x^2 + 0x + 0$$

$$B = x + 2$$

$$x^2$$

$$A(-2) = (-2)^3 + 0(-2)^2 + 0(-2) + 0$$

$$A(x) = (x+2)(x-2) = x^2 - 4$$

$$B^2 = (x^2 - 4)^2 \rightarrow B = \pm(x^2 - 4)$$

<5/1, 木, 2025> 基礎数学Ⅱ④用ノート

今週 → 2項定理

$(a+b)^6$ や $(x+a)^7$ や $(yz-b)^{11}$ などの計算を
素早く行える定理

$$(A+B)^N = {}_N C_0 \underbrace{A^N B^0}_{A^N} + {}_N C_1 A^{N-1} B^1 + {}_N C_2 A^{N-2} B^2 + \dots \\ \dots + {}_N C_{N-K} \underbrace{A^{N-K} B^K}_{A^{N-K} B^K} \dots + {}_N C_N \underbrace{A^0 B^N}_{B^N}$$

考え方: 例として $N=6$ としてみる。

$$(A+B)^6 = (A+B)(A+B)(\dots)(\dots)(\dots)(A+B)$$

・ $A^2 B^4$ の係数は? → 6コの()の中から、Aを2回取り出す()2コをえらぶ。 ${}_6 C_2$ 通り。

・ $A^5 B$ の係数は? → 6コの()の中から、Aを5回取り出す()5コをえらぶ。 ${}_6 C_5$ 通り。

・ $A B^5$ の係数は? → 6コの()の中から、Aを1回取り出す()1コをえらぶ。 ${}_6 C_1$ 通り。

・ この例の中だと、 $A^5 B$ と $A B^5$ の係数は同じになる。

$$\cancel{{}_6 C_5} = {}_6 C_1 \quad \cancel{{}_6 C_2} = \cancel{{}_6 C_4}$$

${}_n C_r$ の2つを「2項係数」とも呼ぶ。

✓ ${}_n C_r$ と ${}_{n-1} C_r$ の関係 (パスカルの三角形)

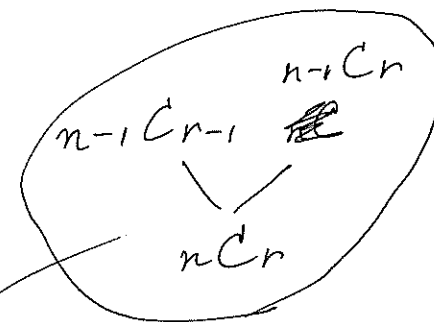
$$\begin{array}{ccccccc} n=3 & & {}_3 C_0 & & {}_3 C_1 & & {}_3 C_2 & & {}_3 C_3 \\ & & / & \backslash & / & \backslash & / & \backslash & / \\ n=4 & & {}_4 C_0 & & {}_4 C_1 & & {}_4 C_2 & & {}_4 C_3 & & {}_4 C_4 \\ & & / & \backslash & / & \backslash & / & \backslash & / & \backslash & / \\ n=5 & & {}_5 C_0 & & {}_5 C_1 & & {}_5 C_2 & & {}_5 C_3 & & {}_5 C_4 & & {}_5 C_5 \\ & & & & & & & & & & & & & \vdots \end{array}$$

⇒ 2つを一般化すると、以下が言える。

$${}_n C_0 = {}_{n-1} C_0 = 1,$$

$${}_n C_n = {}_{n-1} C_{n-1} = 1,$$

$${}_n C_r = {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1}$$



証明: マジ×に計算して証明してみせる。

$$\begin{aligned} {}_{n-1} C_r + {}_{n-1} C_{r-1} &= \frac{(n-1)!}{(n-1-r)!r!} + \frac{(n-1)!}{(n-1-r)! (r-1)!} \\ &= (n-1)! \left\{ \frac{1}{(n-1-r)!r!} + \frac{1}{(n-1-r)!(r-1)!} \right\} \\ &= (n-1)! \left\{ \frac{n-r}{(n-r)(n-1-r)!r!} + \frac{r}{(n-r)!(r-1)!r} \right\} = (n-1)! \frac{n}{(n-r)!r!} \\ &= \frac{n!}{(n-r)!r!} = {}_n C_r \end{aligned}$$

例 = 問 7.11

$(2x+3y)^5$ を展開せよ。

→ $(A+B)^N$ において $\left\{ \begin{array}{l} N=5 \\ A=2x \\ B=3y \end{array} \right\}$ と置き換えれば、
二項定理が使えます。

$${}^5C_0 = {}^5C_5 = 1$$

$${}^5C_1 = {}^5C_4 = 5$$

$${}^5C_2 = {}^5C_3 = 10$$

$$\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow (2x+3y)^5 &= (2x)^5 + 5 \cdot (2x)^4 (3y) + 10 \cdot (2x)^3 (3y)^2 \\ &\quad + 10 \cdot (2x)^2 (3y)^3 + 5 \cdot (2x) (3y)^4 + (3y)^5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \overset{32}{\cancel{16}} x^5 + 240 x^4 y + 720 x^3 y^2 + 1080 x^2 y^3 + 810 x y^4 + 243 y^5 \end{aligned}$$

<5/12, 月, 2025>

13:10 ~ 15:40,

〈5/8, 木, 2025〉基礎数学Ⅱ⑤用ノート

今日 = 円順列 & 重複順列 (テキスト p. 219)

円順列

→ 順列 nPr に「円形に並べて, 円を回転させれば一致する場合は同じパターンとする」という条件を付ける。

$$\begin{array}{c} a \\ \swarrow \quad \searrow \\ d \quad b \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ c \end{array} = \begin{array}{c} d \\ \swarrow \quad \searrow \\ c \quad a \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ b \end{array} = \begin{array}{c} c \\ \swarrow \quad \searrow \\ b \quad d \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ a \end{array} = \begin{array}{c} b \\ \swarrow \quad \searrow \\ a \quad c \\ \nwarrow \quad \nearrow \\ d \end{array}, \text{ あるいは}$$

$$\{abcd\} = \{dabc\} = \{cdab\} = \{bcda\}$$

→ 組み合わせ 並べ方の総数 = $\frac{nPr}{r}$ 通り。

例 = 問 7. 12 (p. 219)

5人が円形に並ぶ方法は何通りか? → $n=r=5$ の円順列

$$\text{なので, } \frac{5P_5}{5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5} = 24 \text{ 通り。}$$

重複順列

→ n ~~種~~種類のものから, 重複を許して r 個取って並べたもの。

→ 並べ方の総数 = n^r 通り

例 = 問 7. 13 (p. 219)

5つの数字 1, 2, 3, 4, 5 を, 繰り返し使うことを許して, 3桁の数字を作る方法は何通りか? → 5種類の文字から3個取って並べる重複順列なので, $5^3 = 125$ 通り。

余談

1. 組み合わせ $\cong$ 作る方法 $\cong$ パターン $\cong$ 選ぶ方

2. 重複を許して $\cong$ 繰り返し使うことを許して

$\cong$ 何回でも同じものを使うことを許して

公式 * もう一回!

$$n! = n(n-1)(n-2) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} = \underbrace{n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+2)(n-r+1)}_{r \text{ 個の整数の積}}$$

$$nC_r = \frac{nPr}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$$nC_r = nC_{(n-r)}$$

〈5/23, 金, 2025〉 1-2, 基礎数学Ⅱ ⑦用ノート

本日 → 同じものを含む組み合わせ

✓ 例: $a \times 3, b \times 4, c \times 5$ の計 $3+4+5=12$ 文字を
並べるときの並べ方は?

→ 考え方: ① 最初に 12コの“席”をイメージする。

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

② $a \times 3$ コ分をどこに座らせる?

→ 12コの中から3コを選ぶので、 $12C3$

③ 残った $12-3=9$ 席に、 $b \times 4$ コ分をどこに
座らせる?

→ 9コの中から4コを選ぶので、 $9C4$

④ 残った $12-3-4=5$ 席はすべて $c \times 5$ コ分
に使われる。
 $5C5=1$

→ ①~④より、並べ方 = $12C3 \cdot 9C4 \cdot 5C5$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1$$

$$= \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} \cdot \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot \cancel{6}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 27,720 \text{通り}$$

✓ 例②: $a \times 2, b \times 3, c \times 4$ の計 $2+3+4=9$ 文字を
並べるときの並べ方は?

$$\begin{aligned} \rightarrow 9C2 \cdot 7C3 \cdot 4C4 &= \frac{9 \cdot 8}{\cancel{2 \cdot 1}} \cdot \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 1 \\ &= \frac{9 \cdot \cancel{8}^4}{\cancel{2} \cdot \cancel{1}} \cdot \frac{7 \cdot \cancel{6} \cdot 5}{\cancel{3 \cdot 2 \cdot 1}} \\ &= 9 \cdot 7 \cdot 20 = 1260 \text{通り} \end{aligned}$$

<5/28, 水, 2025> 3-M2, 代数・力⑦用ノート

テスト前 → 定義をよく確認しておくこと!

例: 余因子, 余因子行列, 余因子展開,
クラメルの公式, 正則条件, etc.

<6/5, 2025>

自習用カダイ⑥ → 返却, ⑦ → All In!

<6/6, 2025>

⑦ → 岩間, 小倉 → A

小テストを実施 → ①数の計算 + 判別式

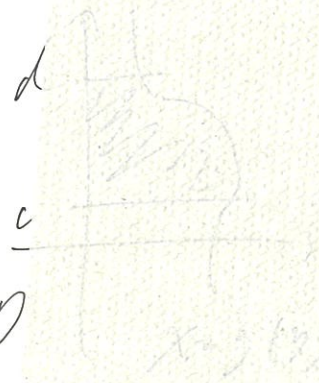
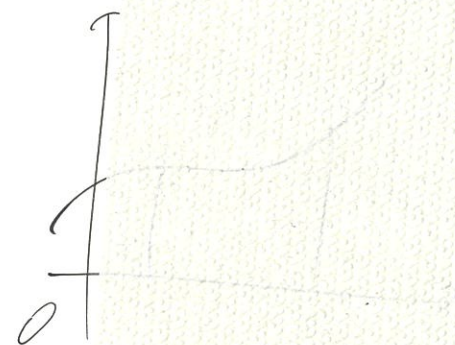
<6/6, 金, 2025>

1-2, 基礎数Ⅱ, ⑦ → 間根山

<6/10, 2025> 3-I 解析⑧用ノート

事後

面積と定積分 (p. 102 ~ 105)

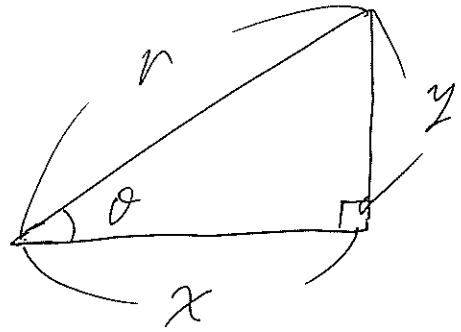


$$\int_0^1 e^x dx = [e^x]_0^1 = e - 1$$

〈6/12, 木, 2025〉 1-2 基礎数 I ⑨ 用ノート

三角関数 (p. 130 ~)

三角比の定義



$$\sin \theta = \frac{y}{r}$$

読み方

サイル

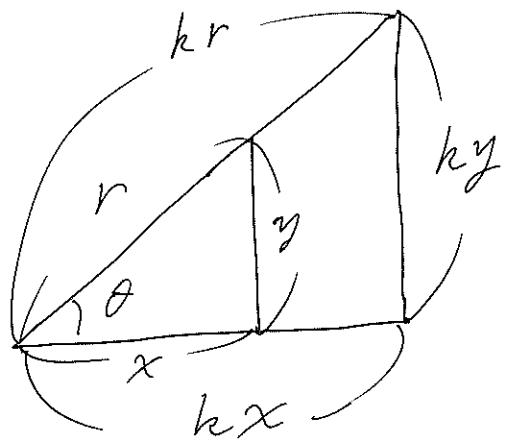
$$\cos \theta = \frac{x}{r}$$

2 サイル

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

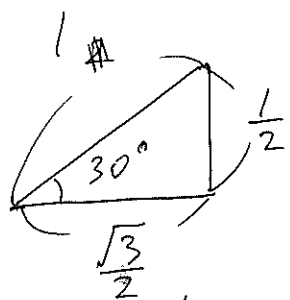
タレント

相似な三角形でも不変な三角比



$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \frac{ky}{kr} = \frac{y}{r} \\ \cos \theta &= \frac{kx}{kr} = \frac{x}{r} \\ \tan \theta &= \frac{ky}{kx} = \frac{y}{x} \end{aligned} \right\} \text{不変}$$

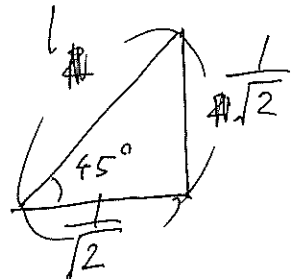
特に重要な角度とその三角比



$$\sin \theta = \frac{1}{2}$$

$$\cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

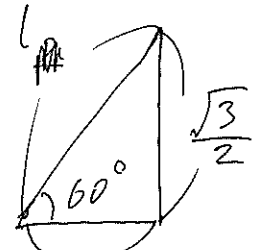
$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= 1$$

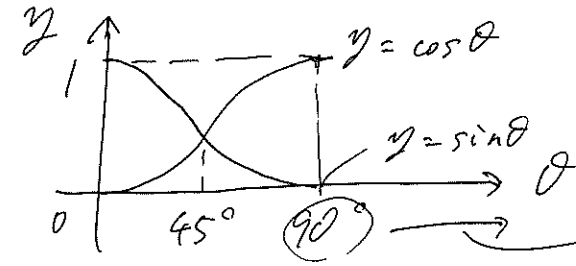


$$= \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \sqrt{3}$$

$\sin \theta$ と $\cos \theta$ のグラフ ($0 \leq \theta \leq 90^\circ$ まで)

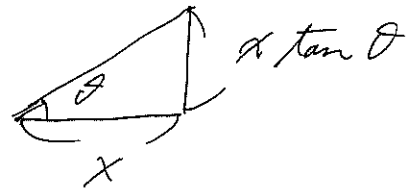
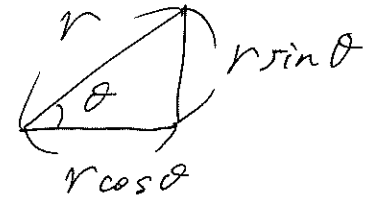


22 から 先は 来週に。

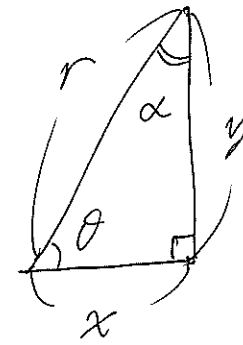
三角比の応用 (極座標)

覚えておくと便利

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ y = x \tan \theta \end{cases}$$



$90^\circ - \theta$ の三角比



$$\theta + \alpha + 90^\circ = 180^\circ \text{ より, } \alpha = 90^\circ - \theta.$$

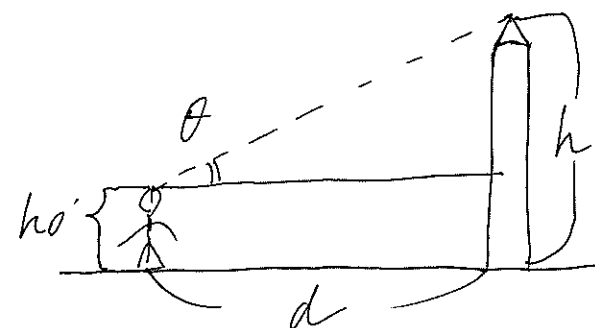
したがって、

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta = \frac{x}{r} \\ \cos \alpha &= \cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta = \frac{y}{r} \\ \tan \alpha &= \tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta} = \frac{x}{y} \end{aligned}$$

コタだけは覚える!!

高さの測定

仰角と対象への距離から高さがわかる。



$$h = h_o (\text{目線の位置}) + d \tan \theta$$

$$\text{例: } h_o = 160 \text{ cm} = 1.6 \text{ m,}$$

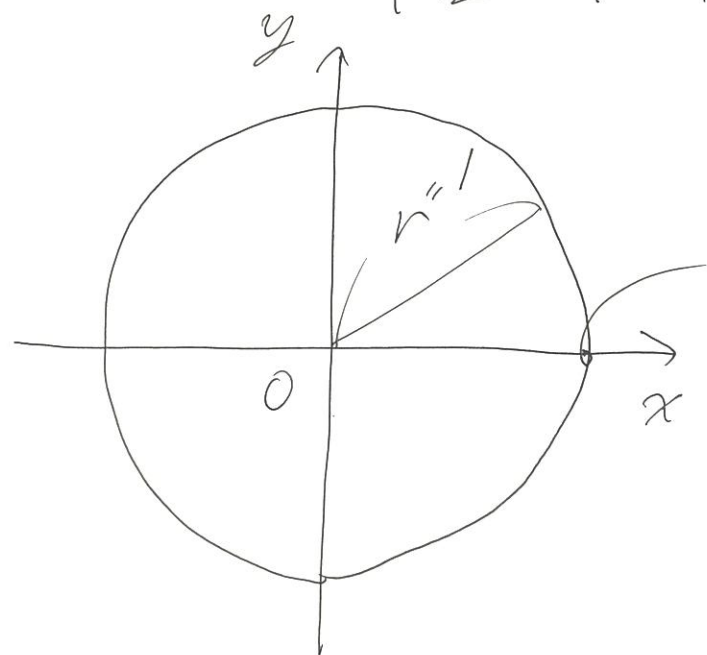
$$\theta = 30^\circ, d = 20 \text{ m だったと}$$

$$h = 1.6 + 20 \tan 30^\circ \approx 13.1 \text{ m}$$

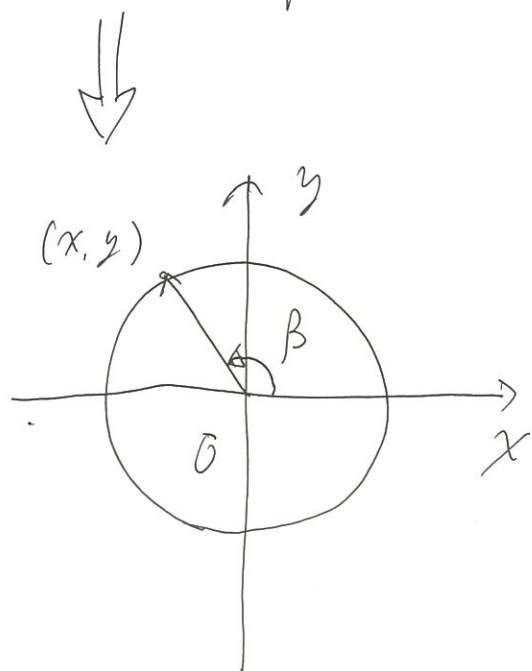
来週 やりたがは……。

90°より大きい角の三角比 → 単位円で定義

単位円…… xy平面上で、原点Oを中心とし、半径が1の円。



$\theta = 0^\circ$ のは (x, y) が $(1, 0)$ と決める。



$\theta = \beta$ だけ動径を②軸と見た円周上の点を $P(x, y)$ とする。

$$\sin \beta = \frac{y}{r} = y$$

$$\cos \beta = \frac{x}{r} = x$$

$$\tan \beta = \frac{y}{x}$$

<6/16, 2025> 基礎数I (1-5) ⑨用1-ト続き

1次不等式 → $x \geq 0$ の形に変形できるもの。
($> \leq > < ?$)

例 = 問題 3.12

(1) $2x - 3 \geq x + 1$ (x6)

数直線表示の表現

$x \geq 2$ → 数直線表示

連立不等式

→ 1次不等式が2つの場合

例 = 問題 3.13

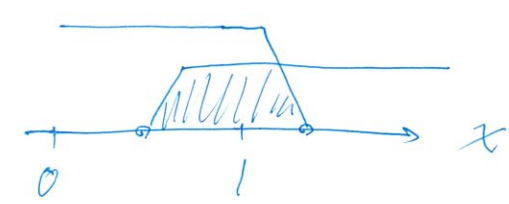
$$\begin{cases} 3x - 4 < 0 & \text{--- (1)} \\ -x < -2 & \text{--- (2)} \end{cases}$$

① $3x - 4 < 0$ → $x < \frac{4}{3}$

② $-x < -2$ → $x > 2$

① & ② より、

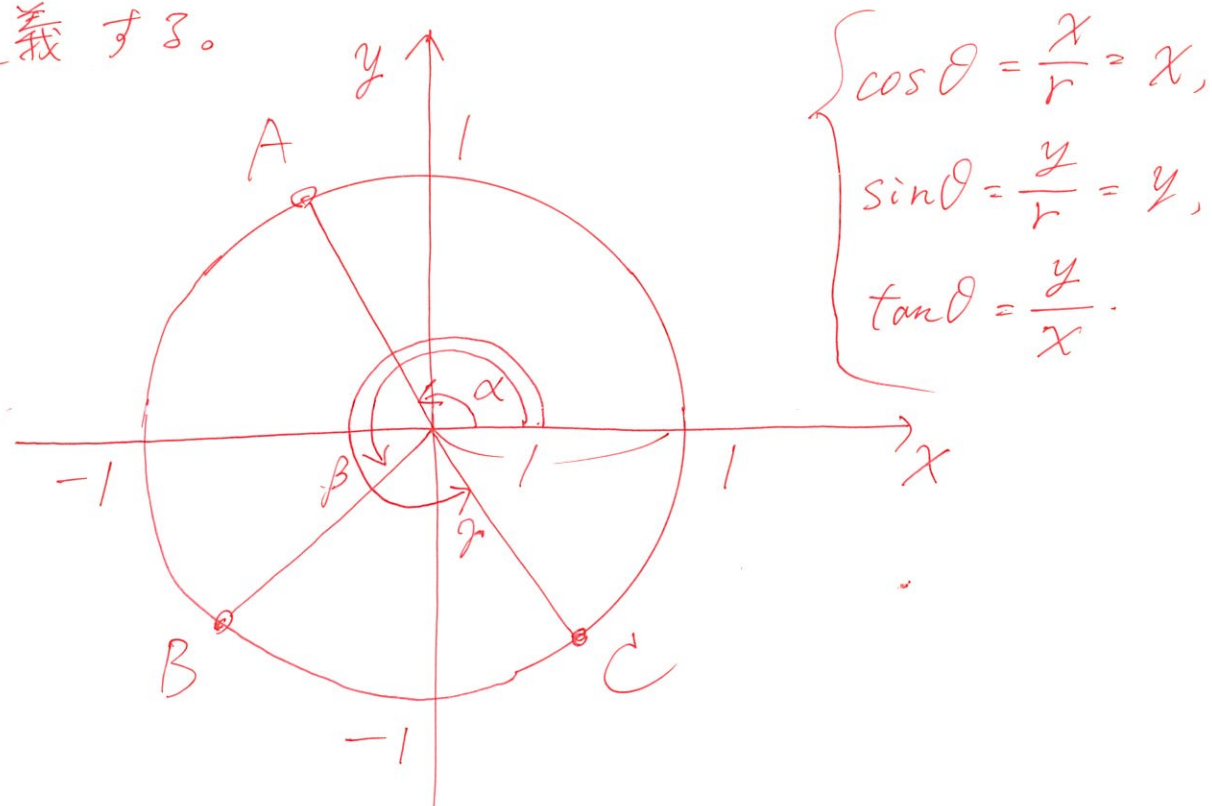
$$\frac{1}{2} < x < \frac{4}{3}$$



<6/18, 木, 2025> 基礎数Ⅱ (1-2) 10用ノート

三角比 ($\theta = 90^\circ \sim 360^\circ$) (p.134~135)

→ xy 平面上の単位円 (半径 $r=1$ の円) を用いて定義する。



$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{x}{r} = x, \\ \sin \theta = \frac{y}{r} = y, \\ \tan \theta = \frac{y}{x}. \end{cases}$$

例:

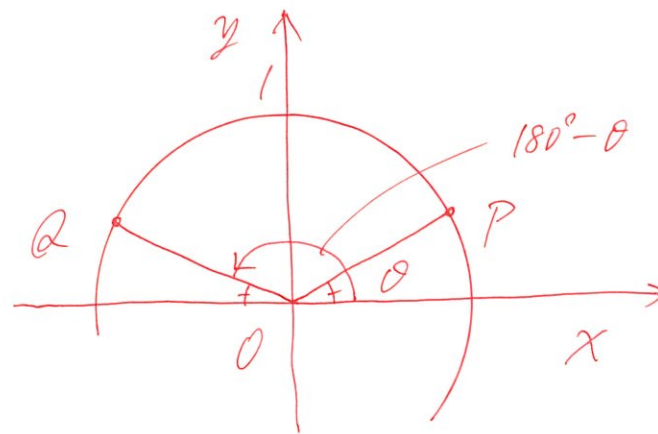
$\alpha =$

(1) $120^\circ \rightarrow A\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \begin{matrix} \cos 120^\circ = x = -\frac{1}{2} \\ \sin 120^\circ = y = +\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 120^\circ = \frac{y}{x} = -\sqrt{3} \end{matrix}$

(2) $\beta = 225^\circ \rightarrow B\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right) \rightarrow \begin{matrix} \cos 225^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sin 225^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \tan 225^\circ = 1 \end{matrix}$

(3) $\gamma = 300^\circ \rightarrow C\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \rightarrow \begin{matrix} \cos 300^\circ = \frac{1}{2} \\ \sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan 300^\circ = -\sqrt{3} \end{matrix}$

$180^\circ - \theta$ の三角比 (p.136)



$P(x, y)$ なら $Q(-x, y)$ である。

$180^\circ - \theta \rightarrow Q(-x, y)$

$\theta \rightarrow P(x, y)$

$$\rightarrow \cos(180^\circ - \theta) = -x = -\cos \theta$$

$$\sin(180^\circ - \theta) = y = \sin \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = \frac{y}{-x} = -\frac{y}{x} = -\tan \theta$$

三角比の相互関係 (p.137)

※ 以後, $\cos^2 \theta = (\cos \theta)^2$, $\sin^2 \theta = (\sin \theta)^2$, $\tan^2 \theta = (\tan \theta)^2$

などと表記する。

$$\left\{ \begin{array}{l} \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \\ \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \\ 1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta} \end{array} \right\} \text{が成り立つ。}$$

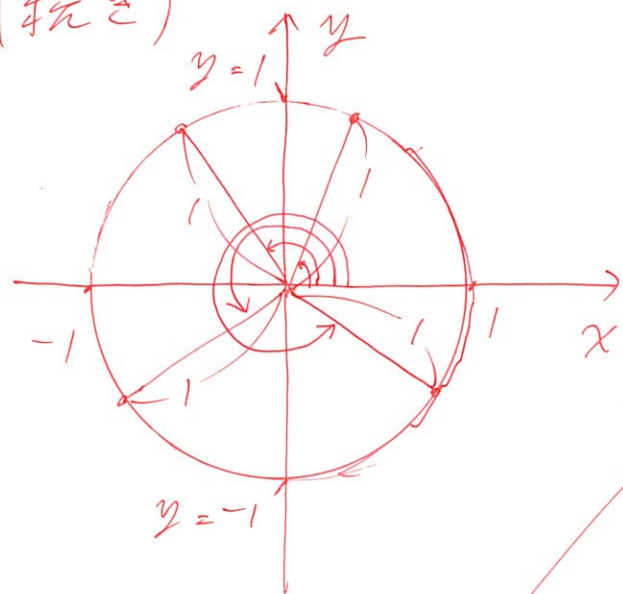
証明

まず $\cos \theta = x$, $\sin \theta = y$, $\tan \theta = \frac{y}{x}$ より、

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}, \text{ これは明らか。}$$

(続く)

(続き)



単位円上のある点で

$$x^2 + y^2 = 1$$

従って、

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

2の両辺を $\cos^2 \theta$ で割ると、

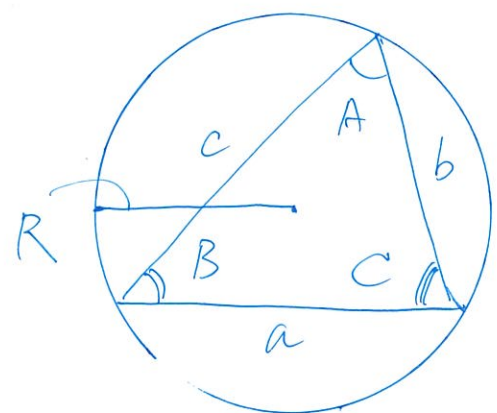
$$1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

2の2本は必ず
覚えるぞ!

$$1 + \tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

<6/26, 木, 2025> 1-2 基礎数学Ⅱ Ⅳ 用ノート

本日 → 正弦定理 (テキスト p. 139)



$\triangle ABC$ の外接円の半径を R とする。このとき、

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

証明: $\frac{a}{\sin A} = 2R$ のみ。 $\frac{b}{\sin B}$ や $\frac{c}{\sin C}$ は同じやり方で示せる。

$A \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 0^\circ < A < 90^\circ \text{ --- [1]} \\ A = 90^\circ \text{ --- [2]} \\ 90^\circ < A < 180^\circ \text{ --- [3]} \end{array} \right\}$ と場合分けする。

[1]

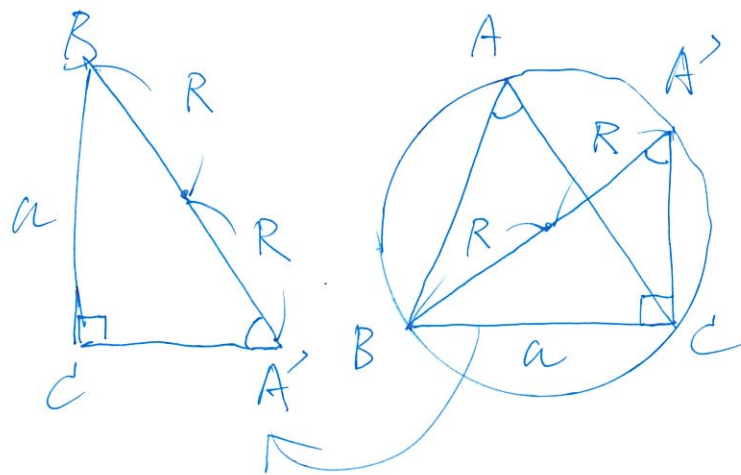
$\angle A' = \angle A$ (円周角)

また

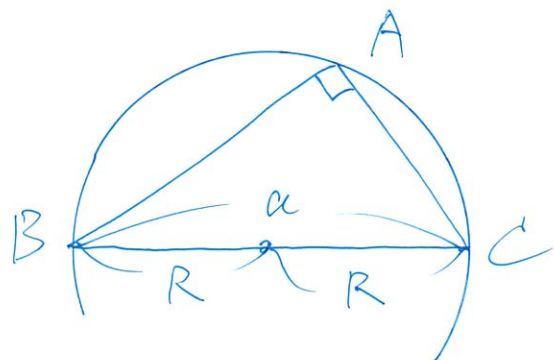
$\angle A'CB = 90^\circ$ となる。

$$2R \cdot \sin A' = a$$

$$\frac{a}{\sin A'} = \frac{a}{\sin A} = 2R$$



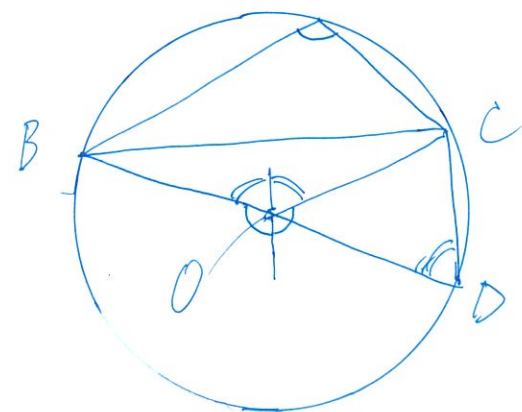
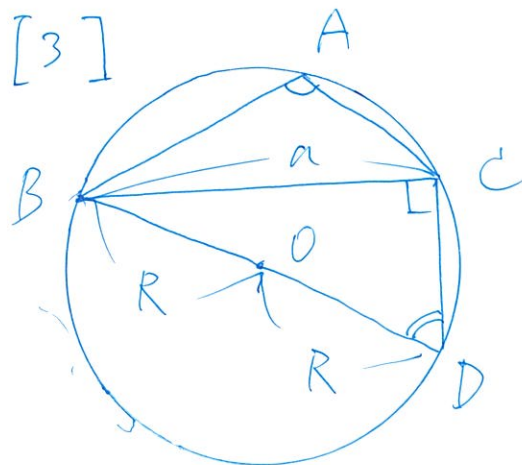
[2]



$$a = 2R \text{ \& } \sin A = \sin 90^\circ = 1$$

$$\rightarrow \frac{a}{\sin A} = 2R$$

[3]



$$2R \cdot \sin D = 2R \cdot \sin \angle BDC = a$$

では $\angle D = \angle BDC$ は?

→ 中心角 = 2 × 円周角 より、

$$2\angle A = \text{"B-O-C"} \text{ \& }$$

$$2\angle D = \text{"B-O-C"}, \text{ つまり}$$

$$2\angle A + 2\angle D = 360^\circ$$

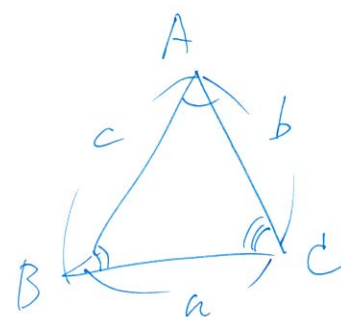
$$A + D = 180^\circ \rightarrow D = 180^\circ - A,$$

→ したがって $\sin(D) = \sin(180^\circ - A) = \sin A$ となる。

$$2R \cdot \sin D = 2R \cdot \sin A = a$$

$$\rightarrow \frac{a}{\sin A} = 2R$$

正弦定理の使い方



角 $\{A, B, C\}$ と辺 $\{a, b, c\}$ がある。

(1) 角ふたつと辺ひとつ

(2) 角ひとつと辺ふたつ

(1) または (2) が与えられれば、残る

角と辺もすべて求められる。(続く)

(続き) $\triangle ABC$ の外接円の半径 R も求められた。

~~例題~~ = 例題 5.4 (p.140)

例① $A = 45^\circ, C = 60^\circ, a = 4$

$$\rightarrow \frac{a}{\sin A} = \frac{4}{\sin 45^\circ} = \frac{c}{\sin C} = \frac{c}{\sin 60^\circ} = 2R,$$

$$\sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ より,}$$

$$c = \frac{4}{\sin 45^\circ} \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \underline{2\sqrt{6}},$$

$$R = \frac{1}{2} \frac{4}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{2} \frac{4 \cdot \sqrt{2}}{\cancel{\sqrt{2}}} = \underline{2\sqrt{2}}$$

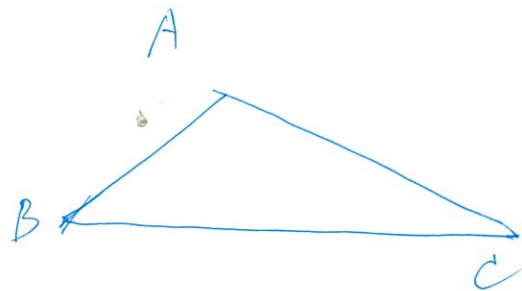
例② = 問 5.11 (p.140)

$A = 135^\circ, a = 4\sqrt{2}, b = 4, \sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$2R = \frac{a}{\sin 135^\circ} = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 8 \rightarrow \underline{R = 4}$$

$$\frac{b}{\sin B} = 2R, \rightarrow \sin B = \frac{b}{2R} = \frac{4}{2 \cdot 4} = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow B = 30^\circ, 150^\circ$, ただし $A = 135^\circ$ なら、三角形の内角が 180° であるから、 150° は $\times$ 。



$$\rightarrow \underline{B = 30^\circ}$$

$\rightarrow$ したがって、角 $C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 135^\circ - 30^\circ = 15^\circ$,

$$c = 2R \cdot \sin 15^\circ = 8 \cdot \sin 15^\circ$$

正弦定理の別形

$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

または、

$$a = 2R \cdot \sin A, b = 2R \cdot \sin B, c = 2R \cdot \sin C$$

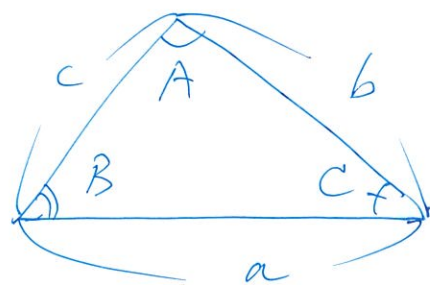
<7/3, 木, 2025> 1-2 基礎数学Ⅱ 図用ノート

余弦定理 (p. 141)

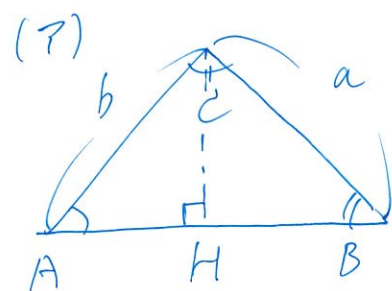
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

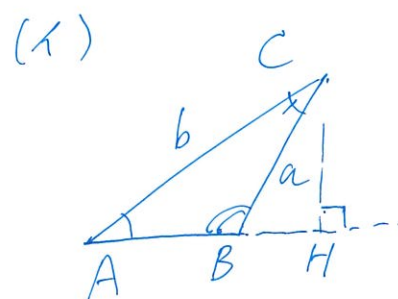


証明:



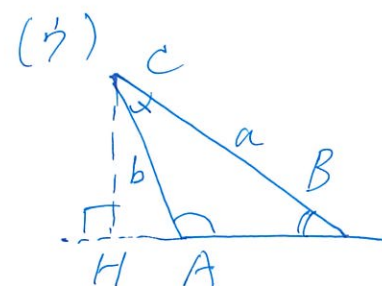
$$CH = b \sin A$$

$$BH = c - b \cos A$$



$$CH = b \sin A$$

$$BH = b \cos A - c$$



$$CH = b \sin A$$

$$BH = c - b \cos A$$

(1)(2) すべての場合で、 $\triangle BCH$ について、三平方の定理より、

$$a^2 = BC^2 = BH^2 + CH^2$$

$$= |c - b \cos A|^2 + (b \sin A)^2$$

~~$$= c^2 + b^2 - 2bc \cos A$$~~

$$= c^2 - 2bc \cos A + b^2 (\cos^2 A + \sin^2 A)$$

$$= b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \text{ 証明終。}$$

$\cos B, \cos C$ についての余弦定理も同様に証明できる。

→ ヲリット = 辺 2 本の長さ & 角一つの大きさを分かれば、他の情報をもつて式に求められる。

余弦定理の別形式 (p. 142)

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

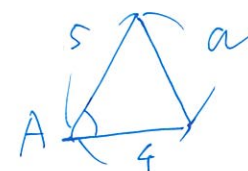
例 = 問 5.13 (p. 142)

(1) $b = 4, c = 5, A = 60^\circ \rightarrow a = \text{BC の長さ?}$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos 60^\circ$$

$$= 16 + 25 - 40 \cdot \frac{1}{2} = 21,$$

$$a = \sqrt{21}$$



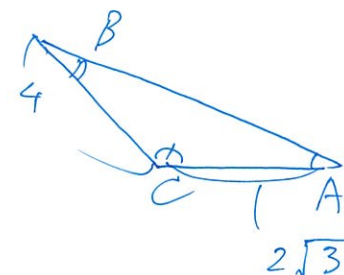
(2) $a = 4, b = 2\sqrt{3}, C = 150^\circ \rightarrow c = AB \text{ の長さ?}$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos 150^\circ$$

$$= 16 + 4 \cdot 3 - 16\sqrt{3} \cdot \frac{-\sqrt{3}}{2}$$

$$= 16 + 12 + 24 = 52$$

$$c = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$



例② = 問 5.14 (p. 142)

(1) $a = 8, b = 13, c = 7 \rightarrow \angle B \text{ は?}$

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{8^2 + 7^2 - 13^2}{2 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{64 + 49 - 169}{2 \cdot 56} = \frac{-56}{2 \cdot 56}$$

$$= -\frac{1}{2}, \text{ 且 } B \leq 180^\circ \text{ より, } B = 120^\circ$$

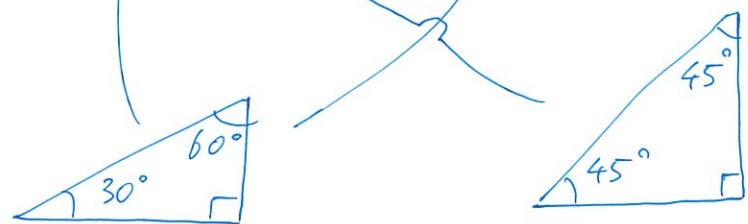
(2) $a = 3, b = \sqrt{2}, c = \sqrt{5} \rightarrow \angle C \text{ は?}$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = \frac{9 + 2 - 5}{2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2}} = \frac{6}{6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$= +\frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ 且 } C \leq 180^\circ \text{ より, } C = 45^\circ$$

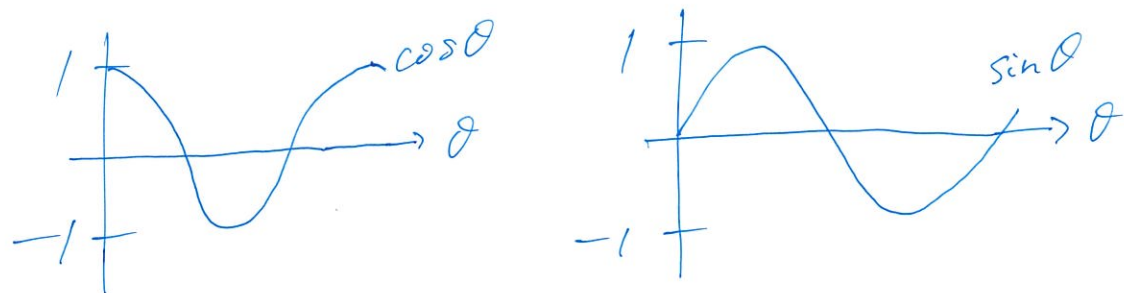
7集 for 三角関数

① $\pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$, 2の3つしか出ない。



② $\tan \theta$ は忘れてもいい。 $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$ じゃ毎回計算できる。

③ $\cos \theta$ & $\sin \theta$ は $-1 \sim 1$ の値のみ。

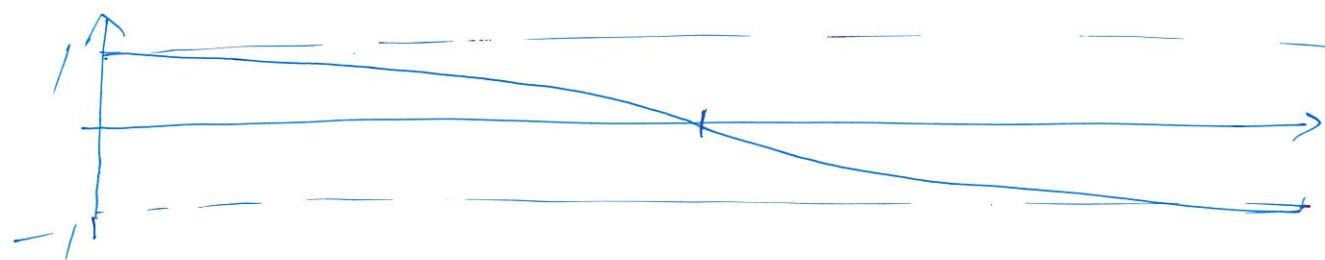
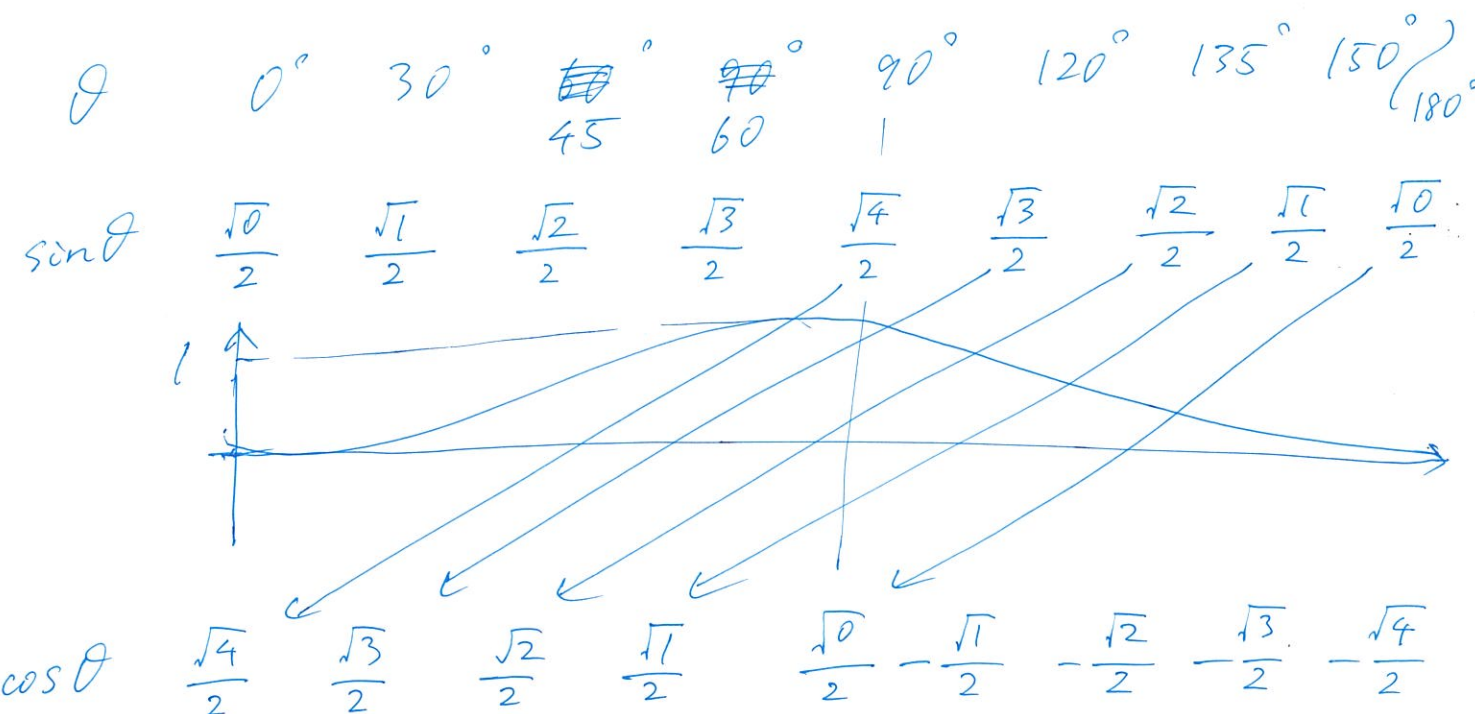


→ 例えば $\cos A = \sqrt{3} > 1$ とかになったとき、
自分が見えちゃってる。

④ $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$ は神公式。

⑤ 正弦定理 & 余弦定理は神定理。

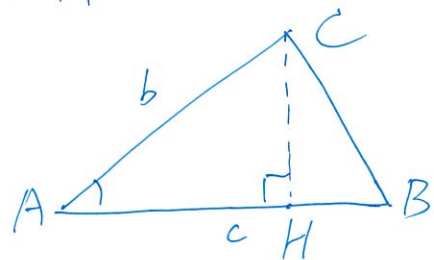
①' $\sin \theta / \cos \theta = \pm \frac{\sqrt{N}}{2}$, $N = 0, 1, 2, 3, 4$ だけ!



<7/11, 金, 2025> 1-2 基礎数学Ⅱ 図用ノート

三角形の面積

(i) $A < 90^\circ$ のとき

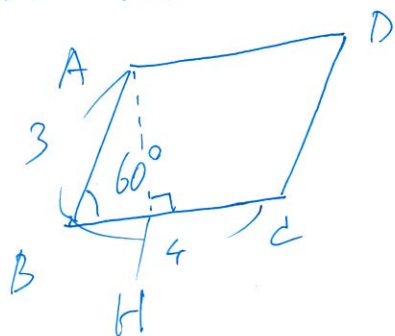


$$CH = b \sin A$$

どちらでも $CH = b \sin A$ なので、面積 $S = \frac{1}{2} c \cdot b \sin A$
~~△ABC~~ $\angle B$ & ac , $\angle C$ & ab についても同様。

$$\rightarrow S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$$

例 = 問 5.16



$$S = 3 \cdot 4 \cdot \sin 60^\circ = 4 \cdot (3 \sin 60^\circ) \\ = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 6\sqrt{3}$$

三角比を使う定理・公式 (復習)

① 正弦定理: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

② 余弦定理: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$, $\angle B$ - ac と $\angle C$ - ab についても同様。

③ 面積: $S = \frac{1}{2} bc \sin A$, $\angle B$ - ac と $\angle C$ - ab についても同様。

④ $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$

例 = 問 5.17

$\triangle ABC$, $a=5$, $b=7$, $c=9$

(1) $\cos A$ は? $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$
 $\rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{49 + 81 - 25}{2 \cdot 63}$

$$= \frac{105}{2 \cdot 63} = \frac{15}{2 \cdot 9} = \frac{5}{6}$$

(2) $\sin A$ は?

$$\cos^2 A + \sin^2 A = 1 \rightarrow \sin^2 A = \sqrt{1 - \frac{25}{36}} = \sqrt{\frac{11}{36}} \\ = \frac{\sqrt{11}}{6}$$

(3) 面積 S は? $S = \frac{1}{2} bc \sin A$

$$= \frac{1}{2} 7 \cdot 9 \cdot \frac{\sqrt{11}}{6} = \frac{21\sqrt{11}}{4}$$

(4)

外接円の半径 R は? $\frac{a}{\sin A} = 2R$

$$\rightarrow R = \frac{1}{2} \frac{a}{\sin A} = \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{\sqrt{11}} = \frac{15\sqrt{11}}{11}$$

△22の公式 (p. 145)

$\rightarrow$ 3辺の長さ a, b, c から面積 S が直接求まる。

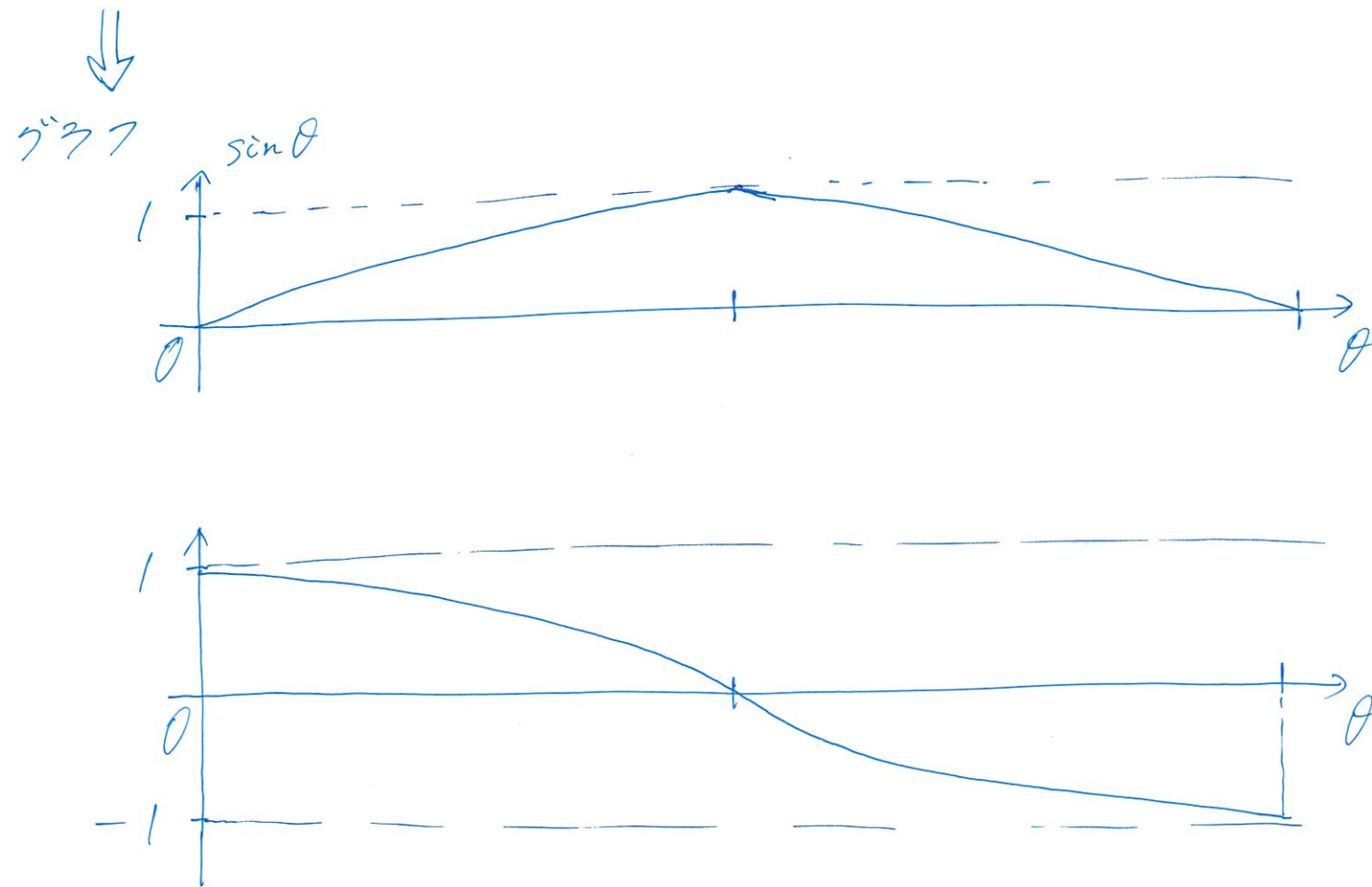
$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad \text{where } s = \frac{a+b+c}{2}$$

証明は省略、詳しくはテキスト p. 145 を。

$\rightarrow$ ピタゴラスの定理や正弦定理と同じく、毎回証明無しで用いよう!

(77) $\sin \theta$ と $\cos \theta$ で覚えるべき値
 $\rightarrow \pm \frac{\sqrt{N}}{2}$, $N = 1, 2, 3, 4$ だけ!

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135° 145°	150°	180°
$\sin \theta$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$-\frac{\sqrt{1}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{4}}{2}$



次回のおわり = 弧度法

角度の単位 $\rightarrow$ これまでは $^\circ$ (度)、しかし、今更で
 いったんお別れ!

これから rad (ラジアン) で!

変換: $360^\circ = 2\pi \text{ rad}$

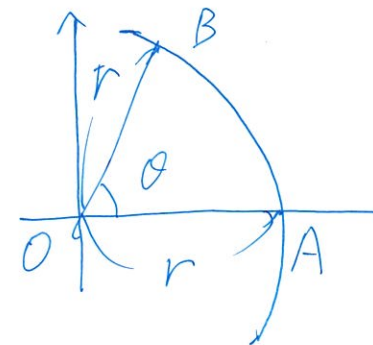
$180^\circ = \pi \text{ rad}$

$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}$

~~90°~~ $= \frac{\pi}{2} \text{ rad}$

以後、 rad は
 省略する。

便利な性質: 角と弧長の関係



$\widehat{AB} = r \frac{\theta [^\circ]}{360^\circ}$ (度数法)

$\widehat{AB} = 2\pi r \frac{\theta [\text{rad}]}{2\pi [\text{rad}]}$ (弧度法)
 $= r\theta$

$\rightarrow$ $\pm$ 扇形の面積



$S = \pi r^2 \frac{\theta [^\circ]}{360^\circ}$ (度数法)

$S = \pi r^2 \frac{\theta [\text{rad}]}{2\pi [\text{rad}]} = \frac{1}{2} r^2 \theta$ (弧度法)

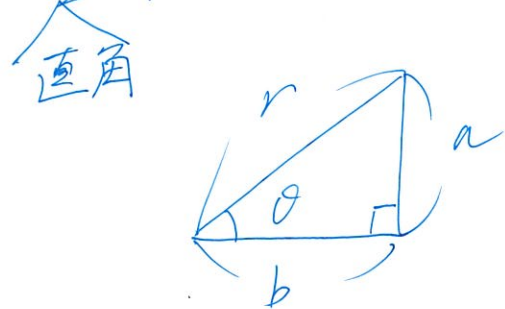
$2\pi \frac{\theta [^\circ]}{360^\circ} = 2\pi \frac{\theta [\text{rad}]}{2\pi [\text{rad}]}$

<7/18, 金, 2025> 1-2 基礎数学II 14 用ノート

連絡 → 期末テスト、弧度法(ラジアン) & $\angle$ の公式は入りません!

今日 → 期末前の復習

✓ 三角形を用いた $\sin, \cos, \tan$ の定義

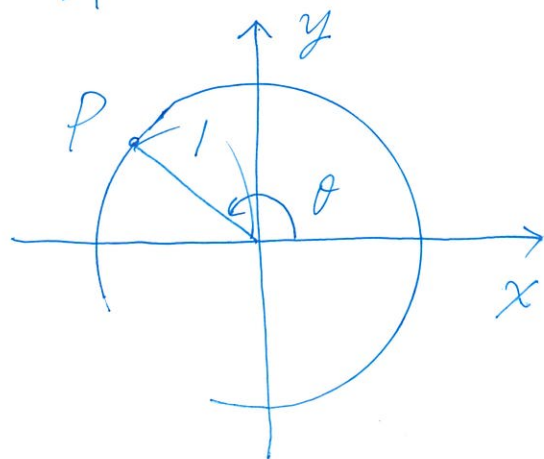


$$\cos \theta = \frac{b}{r}$$

$$\sin \theta = \frac{a}{r}$$

$$\tan \theta = \frac{a}{b} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

✓ 単位円を用いた $\sin, \cos, \tan$ の定義 (p.134)



$P = P(x, y)$ のとき、 $r = 1$ より、

$$\cos \theta = \frac{x}{r} = x,$$

$$\sin \theta = \frac{y}{r} = y,$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

✓ $\theta = 0^\circ \sim 180^\circ$ までの $\sin$ と $\cos \rightarrow \pm \frac{\sqrt{N}}{2}$, $N = 0 \sim 4$.

θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \theta$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$-\frac{\sqrt{1}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{4}}{2}$

✓ 相互関係 → 覚えてくれ! (p.137)

$$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$$

$$\tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$

✓ $90^\circ - \theta$ の三角比 (p.133)

$$\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$$

$$\cos(90^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta} \left(= \frac{\sin(90^\circ - \theta)}{\cos(90^\circ - \theta)} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right)$$

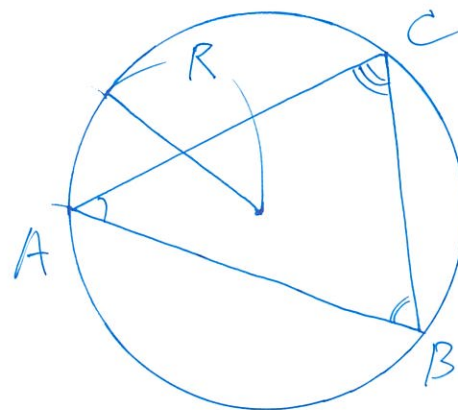
✓ $180^\circ - \theta$ の三角比 (p.136)

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta$$

$$\tan(180^\circ - \theta) = -\tan \theta$$

✓ 正弦定理 (p.139)

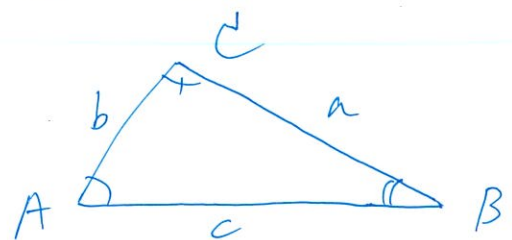


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$



$$\sin A = \frac{a}{2R}, \sin B = \frac{b}{2R}, \sin C = \frac{c}{2R}$$

✓ 余弦定理 (p. 141)



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

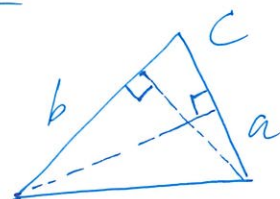
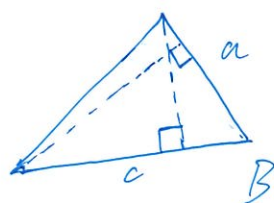
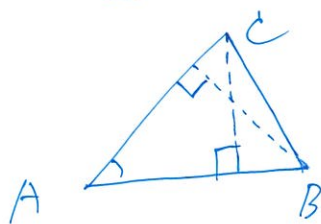
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad \cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}, \quad \cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

✓ 三角形の面積 (p. 143)

$$S = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} ac \sin B = \frac{1}{2} ab \sin C$$



✓ その他の便利㊦㊦

・ $|\sin \theta| \leq 1$, $|\cos \theta| \leq 1$. 必ずこれと違う値が

出たらど2かどミスをしている。

・ 三角形の角 A, B, C を答えるときは、 $A + B + C = 180^\circ$ の条件から、解の2意味を行う。

<7/22, 火, 2025> 3-I 解析学 15 用ノート

→ 内容は無し、試験前のまとめ！

<7/23, 水, 2025> ³⁻M2 代数・カ ~~14~~ 15 用ノート

→ 問題 14 の解説で終わり！

R7 年度・前期

授業終了！！