素粒子論研究

昭和十九年一月～

N 16

010
~
190

121
150

OLD

EDT020

文献

I、新粒子理論の概要（最近の物理学概観）

II、中間子理論の現状（極微の世界）

III、場の理論の基礎に就て（存在の理法）

IV、素粒子論の方法に就て（〃）

素粒子論に関する研究

研究問題

1. 素粒子論の基礎付けについて

① 変分原理の拡張.

座標変換 → 状態変換

$x \to x'$ → $\Psi \to \Psi'$

Lorentz変換 → ユニテール変換

Σx^2 : 不変 → $\Sigma \bar{\Psi}\Psi$: 不変

② k空間での表現

$a(k)$ 陰電子消滅 $E>0$, ~~陽電子~~

$b^*(k)$ 陽電子発生 $E>0$, → ψ

$b(k)$ 陽電子消滅 $E>0$

$a^*(k)$ 陰電子発生 $E>0$ → ψ^*

結合は次の $a^*a \quad b^*b$

$-b^*a \quad a^*b$

になる。従って相互作用は ψ, ψ^* だけでは

元来の Lagrange 函数の形で表わせない

③ 電子論の量子化

量子化されれば：意味有り

T III、§6. 参照.

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\delta$$

* $W(xx') = -i\hbar\,\delta^{h}(xtt')\,\delta(rr')$

$\frac{\partial}{\partial t'}$

$j_0(xx') = i\hbar\,\delta(tt')\,\mathrm{grad}'\delta(rr')$.

$= -i\hbar\,\mathrm{grad}\,\delta$

§1. ~~スピノル場~~ 電子系の量子化

$$L = \frac{W+eV}{c} - \alpha\left(p + \frac{e}{c}A\right) - \beta mc$$

$$\left.\begin{array}{l} L\rho = 0 \\ L_{\lambda\mu}^{\kappa\kappa}(xx')\rho_{\mu\nu}^{\kappa\ell}(x'x'') = 0 \ ^{*} \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$\rho_{\mu\nu}^{\kappa\ell}(x'x'') \simeq \tilde{\psi}_{\ell\nu}(x'')\psi_{\kappa\mu}(x') \qquad (\mu,\nu = 1,2,3,4)$$

$\simeq$ の意味は次の如し。

$$\psi_{\kappa\mu}(x') = \sum_{k\sigma} a(k\sigma) u_{\kappa\mu}^{k\sigma}(x') + \sum_{k\sigma} b^{*}(k\sigma)\tilde{v}_{\mu}^{k\sigma}(x')$$

但し、$u_{\mu}^{k\sigma}$ は $e^{-ik_0 t}$、$\tilde{v}_{\mu}^{k\sigma}$ は $e^{ik_0 t}$ なる時間因子を含む

$$\tilde{\psi}_{\nu}(x'') = \sum_{\ell\sigma\tau} a^{*}_{\ell}(\ell\sigma_\tau)\tilde{u}_{\nu}^{\ell\sigma}(x'') + \sum_{\ell\sigma\tau} b(\ell\sigma) v_{\mu\nu}^{\ell\sigma}(x'')$$

$$\tilde{\psi}_{\ell\nu}(x'')\psi_{\mu}(x') = \sum a^{*}_{\ell\sigma_\tau} a_{k\sigma_\tau}\tilde{u}_{k\nu}^{\ell\sigma_\tau}(x'') u_{k\mu}^{k\sigma}(x')$$
$$+ \sum b_{\ell\sigma_\tau} b^{*}_{k\sigma} v_{\mu\nu}^{\ell\sigma}(x'')\tilde{v}_{\mu}^{k\sigma}(x') + \cdots$$

であるが、量子化されたる場の演算行列に於ては

$$\tilde{\psi}_{\nu}(x'')\psi_{\mu}(x') \doteq \sum_{\substack{k\sigma \\ \ell\tau}} a^{*}_{\ell\sigma_\tau} a_{k\sigma}\tilde{u}_{k\nu}^{\ell\sigma_\tau}(x'') u_{\mu}^{k\sigma}(x')$$
$$+ \sum b^{*}_{k\sigma} b_{\ell\tau}\tilde{v}_{\mu}^{k\sigma}(x') v_{\nu}^{\ell\tau}(x'') \pm \cdots \qquad (+)$$

これは Iwanenko-Sokolow の方法に相当する。

† 通常の量子化の方法では

$$a^*(k\sigma)\,b^*(l\tau) + b^*(l\tau)\,a^*(k\sigma) = 0$$
$$= \cancel{\delta(kl)\,\delta_{\sigma\tau}}\ 0$$
$$a(l\tau)\,b(k\sigma) + b(k\sigma)\,a(l\tau) = 0 \qquad (a)$$

と仮定するから、順序が問題となるが、こゝでは

$$a^*(k\sigma)\,b^*(l\tau) - b^*(l\tau)\,a^*(k\sigma) = 0 \qquad (a')$$

etc

と仮定する。

~~この~~ (a) は x', x'' に関する~~独~~な場合の

$$(b)\ \begin{cases} \psi_k(x')\,\tilde{\psi}^*_l(x'') + \tilde{\psi}^*_l(x'')\,\psi_k(x') = \delta_{kl}\,\delta(x'x'') \\ \psi_k(x')\,\psi_l(x'') + \psi_l(x'')\,\psi_k(x') = 0 \end{cases}$$

etc

から出て来るのであるが、

此が ~~(a) から~~ (b) のごとき交換関係へ~~移ることはなく~~ は成立せず

~~又~~ $(x', x''$ を含)へ移ると、

もっと複雑なものになる。

**

$$\cancel{\delta\ \ } (H\rho) = \iint dv\,(H_{\lambda\mu}(xx')\,L\,(x'x))$$

$$H = W - Lc$$

のかく　＊の付いたものが常に付かないものの左側
に来る様に書きかへてよい。但し付いたもの同士
~~同~~付かないもの同士の順序は問題にしなくてよい！

(1)から直ちに

$$\rho L = 0$$

$$\rho_{\lambda\mu}(x x')\,L_{\mu\nu}(x' x'') = 0$$

が成立する。但しLを左からかける時には

W, p は　$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$, $-i\hbar\,\mathrm{grad}$ でなく

$$-i\hbar\frac{\partial}{\partial t},\quad i\hbar\,\mathrm{grad}$$

と見直すことは当然である。

この様な量子化法の特徴は
~~(1) 第0近似として量子は文字通り量子で、陽電子~~
陽電子と陰電子の対称性がよい具合なこと、それに伴って第0近似に於て
量子は文字通り量子で充満された多くの負エネルギーの陰電子を考へる必要がないこと。
である。
又全系の全エネルギーは

$$\bar{H} = \mathrm{Spur}_{量}(H\rho)$$

として与へられるが**、これは無数の負エネルギーの陰電子
に関係ある項の発散は自動的に無くなってゐる。

T Belinfante, Theory of Heavy Quanta (1939)

によれば、これは undor と呼ばれるものである。従って それは

(sym) 4 vector 6 vector

1又は pseudo 4 vector pseudo 6 vector

(antisym) pseudo 4 vector, scalar, pseudo-scalar

(又は 4 vector scalar, pseudoscalar)

~~† 式は又 次の如くも書ける~~

$$\cancel{\tilde{\psi}_\nu(x'')\psi_\mu(x') \cong \sum \tilde{u}^{l\tau}_{l}(x'')\, u^{k\sigma}_\mu(x')\, a^*_{l\tau} a_{k\sigma} \tilde{u}^{l\tau}_\nu(x'')}$$

$$\cancel{+ \sum \tilde{u}^{k\sigma}_\mu}$$

従って 行列 ρ
$\rho_{\mu\nu}(x'x'')$
は Lorentz 変換に対して Tensor (scalar, vector を含む)の如く変換される.†
従って之れ等の tensor が夫々これらは[illegible]の source となり得る.

以上の記述には誤りがあった. 以下訂正.
a と a^*, b と b^* の順序を換へる時には常に符号を変へて置かねばならぬ
従って(†)の代りに

$$\tilde\psi_\nu(x'')\psi_\mu(x') \cong \sum a^*_{l\tau} a_{k\sigma} \tilde u_\nu^{l\tau}(x'') u_\mu^{k\sigma}(x')$$

$$- \sum b^*_{k\sigma} b_{l\tau} \tilde v_\mu^{k\sigma}(x') v_\nu^{l\tau}(x'')$$

$$+ \; b_{l\tau} a_{k\sigma} v_\nu^{l\tau}(x'') u_\mu^{k\sigma}(x')$$

$$- \; b^*_{k\sigma} a^*_{l\sigma} \tilde v_\mu^{k\sigma}(x') \tilde u_\nu^{l\tau}(x'')$$

と置かねばならぬ
これを一般に

$$\rho_{\mu\nu}(x'x'') = u_\mu^{k\sigma}(x')\,\rho_{\sigma\tau}(k^-l^-)\,\tilde u_\nu^{l\tau}(x'')$$

$$+ \; \tilde v_\mu^{k\sigma}\,\rho_{\sigma\tau}(k^+l^+)\,v_\nu^{l\tau}(x'')$$

$$+ \; \cdots\; \rho_{\sigma\tau}(k^-l^+)\cdots \; + \; \cdots\; \rho_{\sigma\tau}(k^+l^-)\cdots$$

$$\dagger \quad \rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^-) = a^*_\sigma(k)\, a_\tau(\ell)$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^-)\, \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- \ell'^-)$$

$$- \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- \ell'^-)\, \rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^-)$$

$$= a^*_\sigma(k)\, a_\tau(\ell)\, a^*_{\sigma'}(k')\, a_{\tau'}(\ell')$$

$$- a^*_{\sigma'}(k')\, a_{\tau'}(\ell')\, a^*_{\sigma}(k)\, a_\tau(\ell)$$

$$= a^*_\sigma(k)\, a_{\tau'}(\ell')\, \delta_{\tau\sigma'}(\ell k')$$

$$- a^*_{\sigma'}(k')\, a_\tau(\ell)\, \delta_{\sigma\tau'}(k \ell')$$

$$= \rho_{\sigma\tau'}(k^- \ell'^-)\, \delta_{\tau\sigma'}(\ell^+ k'^+)$$

$$- \rho_{\sigma'\tau}(k'^- \ell^-)\, \delta_{\sigma\tau'}(k \ell')$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^+)\, \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- \ell'^+)$$

$$= b_{\ell\tau}\, a_{k\sigma}\, b_{k'\tau'}\, a_{\ell'\sigma'}$$

$$= \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- \ell'^+)\, \rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^+)$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^+)\, \rho_{\sigma'\tau'}(k'^+ \ell'^-)$$

$$= b_{\ell\tau}\, a_{k\sigma}\, a^*_{\ell'\tau'}\, b^*_{k'\sigma'}$$

$$= + b_{\ell\tau}\, b^*_{k\sigma'}\, \delta_{\sigma\tau'}(k \ell') - a_{k\sigma}\, a^*_{\ell'\tau'}\, \delta_{\tau\sigma'}(\ell k')$$

$$+ \rho_{\sigma'\tau'}(k'^+ \ell'^-)\, \rho_{\sigma\tau}(k^- \ell^+)$$

とおくことにすると．$\rho_{\sigma\tau}(k^- l^-)$ の~~固~~にかわりて
$\rho_{\sigma\sigma}(k^- k^-)$
の固有値は $(0, 1)$ であり．$\rho_{\sigma\tau}(k^+ l^+)$ の中で
$\rho_{\sigma\sigma}(k^+ k^+)$
の固有値は $(0, -1)$ である．*
そしてこれらのあいだの交換関係が成立する

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- l^-)\rho_{\sigma'\tau'}(k'^- l'^-) - \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- l'^-)\rho_{\sigma\tau}(k^- l^-)$$
$$= \rho_{\sigma\tau'}(k^- l'^-)\delta_{\tau\sigma'}(l k') - \rho_{\sigma'\tau}(k'^- l^-)\delta_{\sigma\tau'}(k l')$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^+ l^+)\rho_{\sigma'\tau'}(k'^+ l'^+) - \rho_{\sigma'\tau'}(k'^+ l'^+)\rho_{\sigma\tau}(k^+ l^+)$$
$$= -\rho_{\sigma\tau'}(k^+ l'^+)\delta_{\tau\sigma'}(l k') + \rho_{\sigma'\tau}(k'^+ l^+)\delta_{\sigma\tau'}(k l')$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- l^+)\rho_{\sigma'\tau'}(k'^- l'^+) - \rho_{\sigma'\tau'}(k'^- l'^+)\rho_{\sigma\tau}(k^- l^+) = 0$$

$$\rho_{\sigma\tau}(k^- l^+)\rho_{\sigma'\tau'}(k'^+ l'^-)$$
$$= \rho_{\sigma\tau'}(k^- l'^-)\delta_{\tau\sigma'}(l k') - \rho_{\tau\sigma'}(l^+ k'^+)\delta_{\sigma\tau'}(k l')$$

etc.

T $\gamma\gamma n$

$$\rho(kk)\rho(k'k') - \rho(k'k')\rho(kk)$$

$$= \rho(kk')\delta_{kk'} - \rho(kk')\delta_{kk'}$$

$$= 0$$

簡単のために $(\sigma\, k\, \xi)$ を一纏めにして k と書くことにする。又 $(\tau\, l\, \xi')$ 〃 〃 l と書くことにすると

$$\rho(kl)\rho(k'l') - \rho(k'l')\rho(kl)$$
$$= \{\rho(kl')\delta_{lk'} - \rho(lk')\delta_{kl'}\}\beta$$

$$\beta = \begin{cases} 1 & \text{for } \varepsilon_k = \varepsilon_l = \varepsilon_{k'} = \varepsilon_{l'} = (-) \\ -1 & \text{for } \quad〃 \quad〃 \quad = (+) \end{cases}$$

etc.

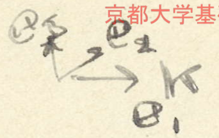
この他に $\rho(kk)$ の固有値が $(0, 1)$ 又は $(0, -1)$ の條件に對應して
$$\rho^2(kk) = \rho(kk)$$
が附加される。

即ち ψ, $\bar{\psi}$ を直接使ふことをやめて、上記の如き交換関係を満す
$\rho(kl)$
~~電子の~~ 量子論を以て出発すると云ふことになる。

ρ は電子の粒子的の状態を表はす二つの数 ~~に對して~~ を 行列 (合せ) とする、~~行列で~~ ある。 の二個の量の積

~~但し電子が外部からの作用のみで相互作用のない様な状態にある場合には ρ~~

その中で 非局所~~的~~項にある ρ(kk) はすべて
互ひに交換可能である 従つてそれ等を
結局相互作用に入つてきても差支ないのであつてか.
出来る.
即ち、色々系が独立である ということは、その他を
換言すれば 結合形式の中に 非局所系 ρ(kk)
のみしか入つて来ないことを意味する.
ρ(kl) の如き項はすべて 相互作用の中に
入れて了ふべきである.



$$\mathbf{E} = \sum_{\lambda=1}^{2} \mathbf{e}_{k\lambda} \left[E_{k\lambda} e^{i(\mathbf{k r} - kct)} + E^*_{k\lambda} e^{-i(\mathbf{k r} - kct)} \right]$$

$$\mathbf{H} = \sum \mathbf{e}_{k\lambda} \left[H_{k\lambda} e^{i(\mathbf{k r} - kct)} + H^*_{k\lambda} e^{-i(\mathbf{k r} - kct)} \right]$$

$$i\mathbf{k}\,\mathbf{e}_{k\lambda} \left[E_{k\lambda} e^{i(\mathbf{k r} - kct)} - E^*_{k\lambda} e^{-i(\mathbf{k r} - kct)} \right]$$

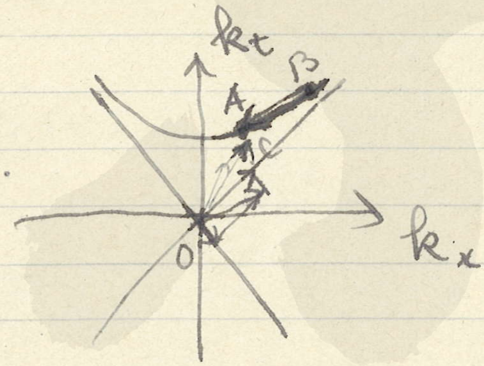
$$=$$

$$i[\mathbf{k}\,\mathbf{e}_{k\lambda}] \left[H_{k\lambda} e^{\cdots} + H^*_{k\lambda} e^{\cdots} \right]$$

$$= -ik \overset{\mathbf{e}_{k\lambda}}{\left[E_{k\lambda} e^{i(\mathbf{k r} - kct)} \cdots \right]}$$

$$ik\,\cancel{\mathbf{e}}_{k3}\, H_{k\lambda 2} = -ik E_{k3}$$

$$-ik\,\cancel{\mathbf{e}}_{k2}\, H_{k3} = -ik E_{k2}$$



第一図

静電場に相当する k-vector は空間的であるのに対して
電子の場又は陽子に相当する k-vector は時間的(又は
光錐上にある)である. [illegible]の[illegible]に相当する k-vector
は空間的である.

§2. 電子系と電磁場の相互作用

電磁場に対する電子の作用は

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{div}\,\mathbf{E} &= 4\pi\rho \\ \mathrm{curl}\,\mathbf{H} &= \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \mathbf{I} \end{aligned}\right\} \quad (m)$$

の如き偏微分方程式で表はされる。
しかるに ~~左辺を~~ 左辺に現はれる電磁場 E, H 右辺に現はれる電子密度 ρ, I を それぞれ 独立として Fourier 展開すると、左辺と右辺との一致は成立しない。
これは 自由電子が光子を吸収又は放出出来ないことを意味してゐる。(第一図参照)
換言すれば無制限に広い空間を自由に動く電子などを表はす函数としては (m)の如き左辺と右辺とは矛盾してゐるのである。この矛盾は

(i) 電磁場として $\propto x, y, z.$ $\quad x^2+y^2-2z^2,\ xy$

$$k^2 - k_0^2 ~~\neq 0~~ = 0$$

なる電磁場以外のものを考慮するか (これは在来の静電場等の場合に現はれてゐる)

(ii) ρ として束縛された電子の ~~それ~~ 空間の制限を考へるか (在来の電子の吸収、放出の計算はこれによる)

(iii) 両者を同時に考へるか?

(iv) $\rho \neq 0$ の範囲だけで (i)の如き電磁場を考へ、$\rho = 0$ の範囲では ~~電場~~ 在来の電磁場を ~~取る~~ 生ず。

或いは ~~外側では~~ $\rho \neq 0$ の範囲 ~~(r, θ, φ)~~ ならばその外で $e^{i(kr-k_0ct)}$ なる ~~自由の如きものの~~ Green 函数 の如き解の意義を認める

$$\frac{1}{r^{l+1}} Y_{l,m}(\theta,\varphi)\ ? \qquad \frac{e^{i(kr-k_0ct)}}{r} f(\theta,\phi)$$

(m)式のδの方向への一般化として前述のρの代りに量子化された密度行列

$$\rho\,(x\,x')\quad \text{又は}\quad \rho_{oc}(k\,l)$$

を取り、これに応じて E ~~及び~~, H 及び

$$E\,(x,x'),\qquad H\,(x,x')$$

の如き行列と見做す。

$$\cancel{\text{又は}\ E_x(k\,k')\qquad H_x(k\,k')}$$

そして $\rho_{oc}(k\,l)$ は勿論 δ_{kl}, E, H の要素は量子的な意味の函数 $E(x)$, $H(x)$ 一般化されたもの の代りに置き換えることができると考へる。

Wentzel, Paartheorie Helvetica 1942

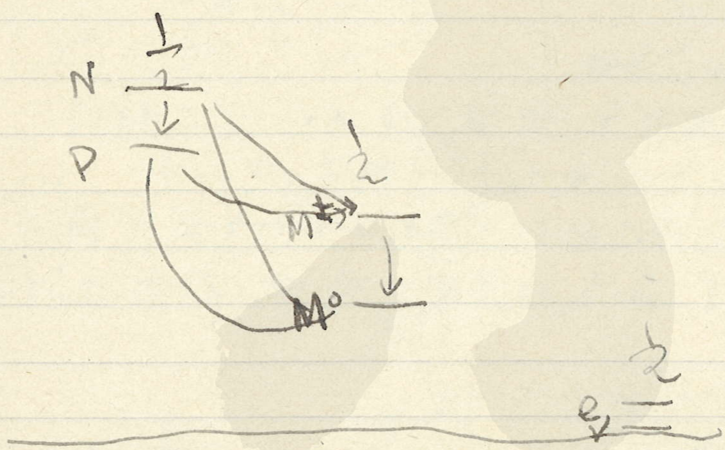
小野健一; β-論議

$N \to P + U^-$

$\nu + U^- \to e + U^0$ $\quad U^0 + P \to P$

谷川氏.

坂田氏.



§3. 素粒子の性質.

(中間子論の一展望)

Dirac粒子：　　~~核力~~? 異常磁気能率, 散乱

(1/2) 帯電粒子　　陽子(陰子)　中間子　　電子

　　中性粒子　　中性子　　中性中間子　　中性微子

β崩壊

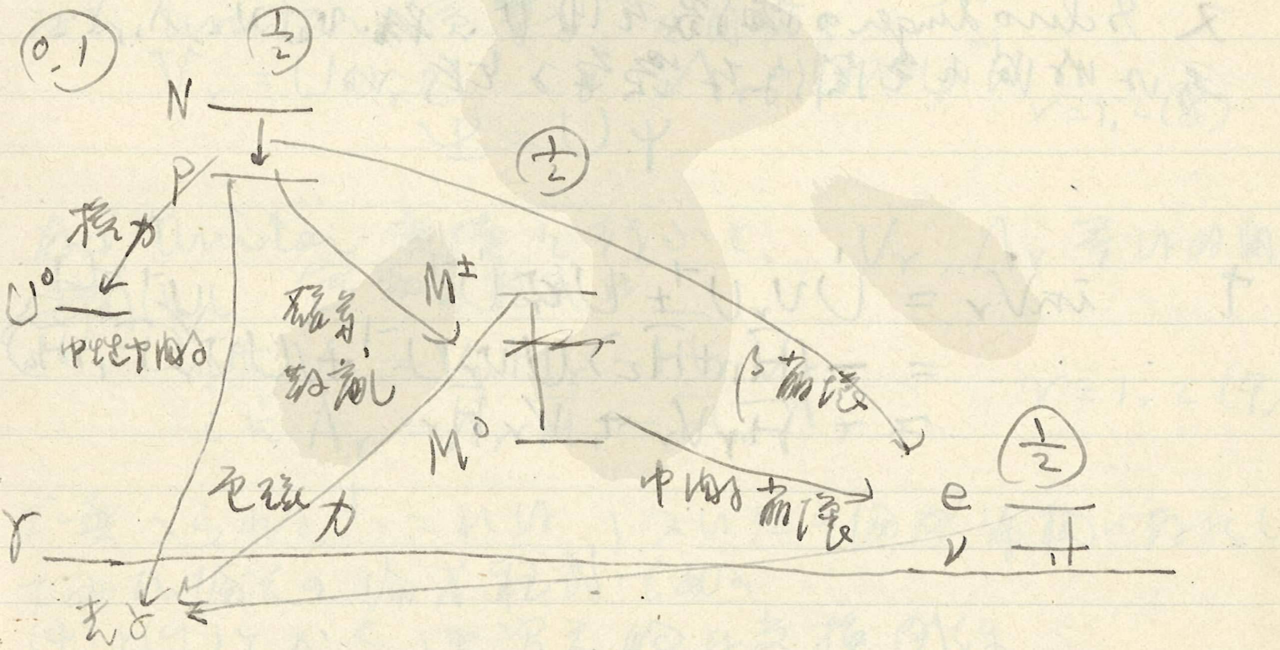
(0)

(1)　　核力?　　$\boxed{\text{中性中間子}}$　　$\boxed{\text{光子}}$

中間子崩壊

$$M^+ \to M^0 + P \to M^0 + [N] + e^+ + \nu$$

$$\quad + [N]$$



1) 朝永振一郎, 場の量子論の相対論的な定式化について (理研彙報, 22 (昭和十八年), 545)

* $$\bar{H}_{12} = \int H_{12}\, dx\, dy\, dz \qquad (6)$$
の中の H_{12} は scalar 量と仮定する.
又 Schrödinger の描像を用ひ、~~場~~ $v_1, v_2, \lambda_1, \lambda_2$ 等は時間に無関係な演算子と考へる

† $$i\hbar \dot{V}_r = \dot{U} v_r U^{-1} + U v_r \dot{U}^{-1}$$
$$= -(\bar{H}_1 + \bar{H}_2) U v_r U^{-1} + U v_r (\bar{H}_1 + \bar{H}_2)$$
$$= -\bar{H}_r V_r + V_r \bar{H}_r$$

素粒子の相対論的定式化.

§4. 素粒子論の方法.

場の素粒子論の形式を最大限度に相対論に適合せしめる試みとして最近色々な論文が現はれてゐる。(の超多時間理論により)

I) 先づ朝永氏[1]は二種の場 $(v_1\lambda_1)(v_2\lambda_2)$ に対する交換関係

$$
\left.\begin{aligned}
&[v_1(xyzt), v_2(x'y'z't)] = 0 \\
&[\lambda_1(xyzt), \lambda_2(x'y'z't)] = 0 \\
&[v_r(xyzt), \lambda_s(x'y'z't)] = i\hbar\,\delta(x-x')\delta(y-y')\delta(z-z')\delta_{rs}
\end{aligned}\right\} \quad (4)
$$

及び Schrödinger 式

$$
\left(\overline{H}_1 + \overline{H}_2 + \overline{H}_{12} + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\psi = 0 \qquad (5)
$$

を次の如く変形する(されるのである)*

$$
U = \exp\left\{\frac{i}{\hbar}(\overline{H}_1 + \overline{H}_2)t\right\} \qquad (7)
$$

なる unitär 演算子を用ひて

$$
V_r = U v_r U^{-1}, \quad \Lambda_r = U \lambda_r U^{-1} \qquad r = 1, 2 \quad (8)
$$

$$
\Psi = U\psi
$$

なる unitär 変換を行ふと. V_r, Λ_r 等は時間的に関係し 運動方程式は

$$
\left.\begin{aligned}
i\hbar\dot{V}_r &= V_r\overline{H}_r - \overline{H}_r V_r \\
i\hbar\dot{\Lambda}_r &= \Lambda_r\overline{H}_r - \overline{H}_r\Lambda_r
\end{aligned}\right. \qquad r = 1, 2 \quad (9)
$$

で与へられる。† これは1又は2の場が単独に存在してゐた場合の場の方程式である。

(4)と(9)とから四次元的な交換関係

$$
\left.\begin{aligned}
&[V_r(x) V_s(x')] = A_{rs}(x-x') \\
&[\Lambda_r(x), \Lambda_s(x')] = B_{rs}(x-x') \\
&[V_r(x), \Lambda_s(x')] = C_{rs}(x-x')
\end{aligned}\right\} \quad (10)
$$

~~* A_{rs}, B_{rs}, C_{rs} は四次元的 δ 函数~~

† $$D_{r}(xy) = \frac{1}{16\pi^3}\iiint\left\{\frac{e^{i(k_x x+\cdots+ck_r t)}}{ik_r} - \frac{e^{i(k_x x\cdots - ck_r t)}}{ik_r}\right\}dk_x\,dk_y\,dk_z$$

$$k_r = \sqrt{k^2+\kappa_r^2} \qquad r=1,2.$$

$$D(x)=0 \quad \text{for} \quad x^2+y^2+z^2-c^2t^2>0.$$

* $$U^{*}\left(\bar{H}_1+\bar{H}_2+\bar{H}_{12}+\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial C}\right)\Psi = 0$$

$$\left(\bar{H}_1+\bar{H}_2+U^{*}\bar{H}_{12}U^{-1}+\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial C}-(\bar{H}_1+\bar{H}_2)\right)U\psi = 0$$

†† 但し

$$\frac{\delta\Psi}{\delta t_{x_0y_0z_0}} = \lim_{\substack{\varepsilon\to 0\\ V_0\to 0}}\frac{\Psi[t_{xyz}+\varepsilon_{xyz}]-\Psi(t_{xyz})}{\iiint_{V_0}\varepsilon_{xyz}\,dx\,dy\,dz}$$

ε_{xyz} は $(x_0y_0z_0)$ 點の近傍 V_0 の中でのみ 0 と異る函数。

$$H_{12}(xyzt) \equiv H_{12}(V_r(xyz, t_{xyz}), \Lambda_r(\cdots))$$

一般に

$$F(P) \equiv F(xyzt) \equiv F(V_r(xyz\,t_{xyz}), \Lambda_r(\cdots))$$

と書く。

** $$\frac{\delta\Psi[C]}{\delta C_P} = \lim_{C\to C'}\frac{\Psi[C']-\Psi[C]}{d\omega}$$

(D)

但し

が得られる。)* A_{rs}, B_{rs}, C_{rs} 等は四次元的δ-函数及びその導函数の組合として表はし得る。†

これに対応して Ψ は

$$\left(\int H_{12}(V_r, \Lambda_x)\,dx\,dy\,dt + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi = 0 \qquad (14)$$

を満足する。*

然るにこれは Dirac の多時間理論の基本方程式

$$\left\{H_n(q_n\, p_n\, A(q_n t_n)) + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial t_n}\right\}\Psi(q_1 t_1 \cdots q_N t_N) = 0, \qquad (20)$$

$$n = 1, 2, \cdots N$$

と比較すると Ψ は

$$t_1\, t_2 \cdots t_N \to t_{xyz}$$

なる無限に多くの時間の汎函数と見做される。(20)に対応する式は(14)の代りに

$$\left(H_{12}(xyzt) + \frac{\hbar}{i}\frac{\delta}{\delta t_{xyz}}\right)\Psi = 0 \qquad (26)$$

なる汎函数に関する微分方程式となる。††

(26)を基礎方程式とすると、t_{xyz} を $(x\,y\,z)$ の一定の函数として

$$t = t_{xyz}$$

で定義される時空世界内の曲面 C を与へたとき、それが空間的 (raumartig) ならば この面上の P, P′ に対して

$$H_{12}(P)H_{12}(P') - H_{12}(P')H_{12}(P) = 0 \qquad (28)$$

であるから 積分可能で Ψ なる汎函数が存在する。これを Ψ[C] と書くことにすると、(26)は

$$\left\{H_{12}(P) + \frac{\hbar}{i}\frac{\delta}{\delta C_P}\right\}\Psi[C] = 0 \qquad (30)$$

とも書ける。**

2) Heisenberg, ZS. f. Phys. 110 (1938), 251.

この様にして全く特定の座標系に関係しない定式化が完成した。
(30)から導き出される一つの結果は

$$\Psi[C'] = \left\{1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}(P)\, d\omega\right\} \Psi[C] \quad (31)$$

これを繰返しますと

$$\Psi[C_2] = \prod_{C_1}^{C_2} \left\{1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}\, d\omega\right\} \Psi[C_1] \quad (32)$$

この形の関係式は既に Heisenberg[2)] によつて論ぜられたことがある。
新形式の理論とそれまでの理論との区別は、ある時刻に成立する法則（運動学的法則）と異なる時刻の間の関係を与へる法則（力学的法則）の二段階への分離の仕方を変へ、分離の仕方を改めて、
i) 相互作用がないときの法則（運動方程式及び交換関係）(9)(10) 物理量に関する
ii) 相互作用の法則(30)式（Ψに関する方程式）
としたことである。この仕方は相対論的不変性をもつてゐる。
iii)の類はカタストロフ的な現象しか含まないという意味で場の相互作用の概念に根本的な変革が要求されるであらう。

3) 渡辺慧. 力学の微汎函数表示
(科学 $\underline{14}$ (昭和19年) 102, 138)
同上. 場の力学と汎函数的微分方程式
(同上. 284)

$$* \quad \mathbf{L} = \int L \frac{\partial(x^\mu)}{\partial(\xi^\mu)}\, d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3$$

$$\dagger \quad \mathbf{H} = \sum \pi_\alpha u^\alpha_s - L \frac{\partial(x^\mu)}{\partial(\xi^\mu)} \qquad \pi_\alpha = \frac{\delta \mathbf{L}}{\delta u^\alpha_s}$$

$$\overline{\mathbf{H}} = \int \mathbf{H}\, d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3$$

4) Dirac, Phys. Zeits. ~~[illegible]~~ Sowj. $\underline{3}$ (1933), 64

II) 次に場の式は[3]) 変数として時間の代りに一般の線形変数 s を導入した。場の量 u^α に関する微分方程式が変分原理

$$\delta \int L(u^\alpha, u^\alpha_{x_\mu})\, dx^1 dx^2 dx^3 dx^0 = 0 \quad (4)$$

なる変分原理から導かれる場合には

$$x^\mu = x^\mu(\xi^1, \xi^2, \xi^3, \xi^0) \qquad \xi^0 = s$$

なる一般の座標変換を行へば微分方程式は

$$\frac{\delta L}{\delta u^\alpha} = \frac{\partial}{\partial s}\frac{\delta L}{\delta u^\alpha_s} \qquad (3)$$

と書ける*。或は又

$$\frac{\partial u^\alpha}{\partial s} = \frac{\delta H}{\delta \pi_\alpha}, \quad \frac{\partial \pi_\alpha}{\partial s} = -\frac{\delta H}{\delta u^\alpha}.$$

と正準形に書いてもよい。†

而して作用積分

$$W[u^\alpha(s_0), u^\alpha(s), s] = \int_{s_0}^{s} L\, ds \qquad (5)$$

は $\pi_\alpha(s) = \dfrac{\delta W}{\delta u^\alpha(s)}$; $-\pi_\alpha(s_0) = \dfrac{\delta W}{\delta u^\alpha(s_0)}$

により、s_0 における u, π の値と s に於けるそれとを結びつける正準変換の母函数であるが、それは明かに四次元的不変量である。W の中の積分を行ふ領域が閉曲面で囲まれておるならそれを任意に二部分に分け、(5)の左辺の中の変数を二部分に分けておけば、それに応じて両部分の間の関係が定まる。これは Dirac の場の量子化であるともいはれる。[4])

† ~~$D_{s=s}(x^1x^2x^3x^0)$ とは~~

$D_{s=s'}$ とは $D(x^1x^2x^3x^0)$ の変数 x^μ を ξ^μ に変へ、ξ^μ の所に $\xi'^\mu - \xi^\mu$ を書入れ、且つ $\xi^0 = \xi^{0\prime}$ と置くことを意味する。

これを繰返して

$$\varphi(s_2) = \prod \left(1 - \frac{i}{\hbar} \overline{H}_{12}\, ds\right) \varphi(s_1) \qquad (10)$$

** 即ち(10)の演算子を(11)の形に書いて時間的順序に積分したものと(10)とは異る。

以上の形式を量子化すると交換関係は

$$
(7)\left\{\begin{aligned}
&[u(\xi^1\xi^2\xi^3, s),\, u(\xi^{1\prime}\xi^{2\prime}\xi^{3\prime}, s)] = -4\pi i\hbar\, D_{s=s'}\\
&[u(\xi^1\xi^2\xi^3, s),\, \pi(\xi^{1\prime}, \xi^{2\prime}, \xi^{3\prime}, s)] = i\hbar\left(\frac{\partial D}{\partial s}\right)_{s=s'}
\end{aligned}\right.
$$

~~となる~~の如き形となる。† 又 Schrödinger 方程式は

$$
\left(\overline{\mathbf{H}} + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial s}\right)\psi = 0 \qquad (8)
$$

$$
\overline{\mathbf{H}} = \overline{\mathbf{H}}_0 + \overline{\mathbf{H}}_{12}
$$

の如く書け、相互作用 $\overline{\mathbf{H}}_{12}$ を分離する為には

$$
U = \exp(i\overline{\mathbf{H}}_0 s/\hbar)
$$

~~なる~~を使って unitär 変換により

$$
\left(\overline{\mathbf{H}}_{12} + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial s}\right)\varphi = 0 \qquad (9)
$$

~~と書ける~~。ここに現はれる演算子を s_1, s_2 に対する値を用いて、混合表示に書き換えれば、これが Dirac の一般変換函数に相当するものと考えられる。
$s=\mathrm{const}$ の面が空間的ならば Heisenberg に従って[2]

$$
\varphi(s_2) = \prod\left(1 - \frac{i}{\hbar}H_{12}\,dx^1dx^2dx^3dx^0\right)\varphi(s_1) \qquad (11)'
$$

の如く時間的順序に積み重ねて行ける。そしてそれは相対論的に不変であり φ の物理的内容も明瞭で、朝永氏の理論とも一致する。[1]
しかるに $s=\mathrm{const.}$ が必ずしも空間的ではないとすると、(11) を時間的順序に積重ねることが出来ない。**

† 那後、宮島は四次元空間内の三次元超曲面に張る空間に計量を導入し、S_1とS_2は絶対微分形式を取ればよいと云った。[5]

5) 宮島：学術講演（昭和19年1月）
「素粒子の相互作用について I」
（理研彙報 19年2月（23 27））

6) Heisenberg, ZS. f. Phys. <u>120</u> (1943) 513, 673.
(Die „beobachtbaren Größen" in der Theorie der Elementarteilchen I)

7) Stueckelberg, La Mécanique du point matériel en théorie de relativité et en théorie des quanta, Helv. Phys. Acta. XV. (1942) 23.

かゝる場合には

i)　$$\varphi(s_2) = \Pi\left(1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}\, d\xi^1 d\xi^2 d\xi^3 d\xi^0\right)\varphi(s_1) \quad (11)$$

$$= \Pi\left(1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}\, dx^1 \cdots dx^0\right)\varphi(s_1) \quad (11')$$

の方を基礎とするか、

ii) 又の $\varphi(s_2) = \Pi\left(1 - \frac{i}{\hbar}\bar{H}_{12}\, ds\right)\varphi(s_1)$ (10)

を基礎にするかである。これは観測の仕方に場合的意味を与えることになるが、相対論的不変性は失はれる。この演算子が一義的に定まるためには $s=s_1$ から $s=s_2$ までの中間の $s=\mathrm{const}$ の面を一義的に定める必要がある。

素粒子系に於ける普通の観測は $(s_2-s_1)\to\infty$ の極限と見る場合の

$$S = \lim_{s_2-s_1\to\infty} \Pi\left(1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}\, ds\right) \quad (12)$$

となり $s=t$ とすれば Heisenberg[6] の $S = e^{i\eta}$ (行列) と同一の性質を有することになる。

III) それよりも、Stueckelberg[2] 流の理論と同じく観測係数を導入して、量子力学を相対論的にすることを試みてみる?[7] 一般相対論によると静止質量 m, 電荷 e なる粒子が、重力場及び電磁場の作用の下に動く場合には

$$m\frac{dw^\mu}{ds} = -m\Gamma^\mu_{\alpha\beta} w^\alpha w^\beta + e F^{\mu\nu} w_\nu \quad (13)$$

的運動方程式が成立つ。但し

† $\dot{q}_\mu = g_{\mu\nu}\dot{q}^\nu$

$$\frac{d\dot{q}_\mu}{ds} = \frac{1}{2}\frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\mu}\dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta + e B_{\mu\nu}\dot{q}^\nu$$

* (1,3)の代りには

$$I_{mat} = m\int_{q'}^{q''} ds$$

$$w^\mu = \frac{dq^\mu}{ds}$$

$$ds = \pm\sqrt{-g_{\mu\nu}dq^\mu dq^\nu} \qquad dq^4 \gtrless 0 \quad (1.1)$$

従って $\quad w_\mu w^\mu = -1$

$$\left.\begin{aligned} B_{\mu\nu} &= \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x^\nu} \\ \Gamma^\mu_{\alpha\beta} &= \frac{1}{2} g^{\mu\lambda}\left(\frac{\partial g_{\lambda\alpha}}{\partial x^\beta} + \frac{\partial g_{\lambda\beta}}{\partial x^\alpha} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^\lambda}\right)\end{aligned}\right\} (1.5)$$

これに対して新方法では λ なる径数を導入し。

$\dot{q}^\mu = \frac{dq^\mu}{d\lambda}$ と書き (1,3)の代りに

$$\frac{d\dot{q}^\mu}{d\lambda} = -\Gamma^\mu_{\alpha\beta}\dot{q}^\alpha\dot{q}^\beta + e B^{\mu\nu}\dot{q}_\nu \qquad (2.1)$$

と置く!† この式は $\quad I = I_{mat} + I_{int}$

$$I_{mat} = \int_{\lambda'}^{\lambda''} d\lambda \frac{1}{2}\dot{q}_\mu \dot{q}^\mu$$

$$I_{int} = e\int_{\lambda'}^{\lambda''} dq^\mu \Phi_\mu$$

から導かれるのである。*

所で $\quad m^2 = -\dot{q}_\mu \dot{q}^\mu$

は(積分の)常数である。 そこで $d\lambda$ を[illegible]世界線に沿ふての[illegible]すると、

~~$dq^4 \gtrless 0$~~ $\dot{q}^4 \gtrless 0$ に従って $dq^4 \gtrless 0$

である。又 ds を $\dot{q}^4 \gtrless 0$ に従って

ただし $\{F, G\} = \dfrac{\partial F}{\partial p_\mu}\dfrac{\partial G}{\partial q^\mu} - \dfrac{\partial F}{\partial q^\mu}\dfrac{\partial G}{\partial p_\mu}$

$\{\pi_\mu, \pi_\nu\} = -eB_{\mu\nu}$ $\quad \{\pi_\mu, f(q)\} = \dfrac{\partial f}{\partial q^\mu}$

$$ds = \pm m\, d\lambda \qquad (2.5)$$

と定義する。但し $m = +\sqrt{m^2}$。これを(2.1)に代入すると(1.3)と同じになる。然し e の符号は $\pm$ のいずれでも取り得る。即ち (m, e) に対するものと $(m, -e)$ に対するものとが非常に類似して居て、同様に取扱はれてゐる。

(2.1)は

$$L = \frac{1}{2}\dot q_\mu \dot q^\mu + e\Phi_\mu \dot q^\mu \qquad (4.1)$$

なる Lagrange 函数を使へば

$$\delta\int L\, d\lambda = 0$$

なる変分原理によって得られる。そこで

$$p_\mu = \frac{\partial L}{\partial \dot q^\mu} = \dot q_\mu + e\Phi_\mu$$

を導入し、Hamilton 函数を

$$R(p, q) = -L + p_\mu \dot q^\mu = \frac{1}{2}\pi_\mu \pi^\mu$$

で定義すると、運動方程式は

$$\dot F = \{R, F\}$$

となる。† R の値は積分常数で $2R = -m^2$ に他ならぬ。そして $\pi^4 = \dot q^4$ の符号によって電荷の符号が定まる。

以上の形式を量子化すれば

$$\psi(q^1 q^2 q^3 q^4, \lambda) \equiv \psi(q, \lambda) \qquad (5.1)$$

なる確率振幅を導入し、

* $p_\mu = -i\hbar \dfrac{\partial}{\partial q^\mu}$

T Ψ は
$(\Psi, \Psi) = 1$
と規格化されておる.

$$\dot{\bar{F}} = \frac{\partial \bar{F}(\lambda)}{\partial \lambda} = \overline{\dot{F}}$$

$$\dot{F} = \frac{i}{\hbar}[R, F] = \{R, F\}$$

$$\left([R, F] = RF - FR \right)$$

8) 論文要旨. Stueckelberg理論の多体問題への拡張. (1943. 昭和19年)

* $\overset{(i)}{\pi}_\mu = \overset{(i)}{p}_\mu - e\overset{(i)}{\Phi}_\mu$

$\overset{(i)}{p}_\mu = \dfrac{\partial \overset{(i)}{q}_\mu}{\partial \overset{(i)}{\lambda}} + e\overset{(i)}{\Phi}_\mu$

$\overset{(i)}{R} = \dfrac{1}{2} \overset{(i)}{\pi}_\mu \overset{(i)}{\pi}^\mu$

$$R\psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\psi}{\partial\lambda} = i\hbar\psi \qquad (5,2)$$

を満すものとする*。そして、$F(p,q)$なるHermite的演算子の espérance mathématique として

$$\overline{F}(\lambda) = (\psi, F\psi) = \iiiint (dq)^4\, \psi^*(q,\lambda)\,(F\psi(q,\lambda)) \qquad (5,3)$$

で定義する。†

然るに[8]はこの理論を多体問題及び場の理論に形式的に拡張することを試みた。n個の粒子がある場合には $q^{(i)}_\mu$ ($\mu=1,2,3,4;\ i=1,2,\dots n$) なる座標を$n$個の径数 $\lambda^{(i)}$ ($i=1,2,\dots n$) の函数と見なし、運動方程式は

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial q^{(i)}_\mu}{\partial\lambda^{(j)}} &= \{R^{(j)}, q^{(i)}_\mu\} \\ \frac{\partial \pi^{(i)}_\mu}{\partial\lambda^{(j)}} &= \{R^{(j)}, \pi^{(i)}_\mu\} \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

で与へられる。* これが積分可能であるためには

$$\left.\begin{aligned} (q^{(i)}_\mu - q^{(j)}_\mu)(q^{(i)\mu} - q^{(j)\mu}) &> 0 \\ (q^{(i)}_\mu - x_\mu)(q^{(i)\mu} - x^\mu) &> 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

を満たさねばならぬ。それには $\psi(q^{(1)}\cdots q^{(n)}, \lambda^{(1)}\lambda^{(2)}\cdots\lambda^{(n)})$ なる波動函数を考へ

$$R^{(i)}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial\lambda^{(i)}} \qquad (3)$$

が成立つものとする。

の荷電の異なる粒子を一纏めにして表はし得る。
spin や統計の方はどうか。

而して

$$W(q^{(1)}_{\mu} \cdots q^{(n)}_{\mu}, \lambda^{(1)} \cdots \lambda^{(n)}) = |\Psi(\cdots ,)|^2 \qquad (4)$$

は諸函数が $\lambda^{(1)} \cdots \lambda^{(n)}$ の値を採る時、第1の粒子の座標の値が $q^{(1)}_{\mu}$ …… なる相対的確率を与へる。

$$\overline{W}(q^{(1)}_{\mu} \cdots q^{(n)}_{\mu}) = \int \cdots \int W(\cdots \lambda^{(1)} \cdots) d\lambda^{(1)} \cdots d\lambda^{(n)} \qquad (5)$$

は諸函数の全関係において …… なる相対確率を与へる。

積分可能の條件が満されてゐる限り

$$\frac{\partial R^{(i)}}{\partial \lambda^{(j)}} = \frac{i}{\hbar}[R^{(j)}, R^{(i)}] = 0$$

即ち $R^{(i)}$ は運動の恒数。従って

$$\varphi(q^{(1)}_{\mu} \cdots q^{(n)}_{\mu}) = \exp\left(-i \sum_i \frac{m^{(i)2}}{\hbar} \lambda^{(i)}\right) \psi(\cdots \lambda_i \cdots \lambda_n)$$

なる変換を行ふと (3) は

$$(R^{(i)} + m^{(i)2}) \varphi = 0 \qquad (6)$$

となり多時間理論の形式と一致する。

(場の理論に於ても、$u(x_\mu, \lambda)$ が

$$(R + m^2) u = i\hbar \frac{\partial u}{\partial \lambda} \qquad (8)$$

を満足するものとし、両辺を λ について積分し、両端で $u = 0$ なる條件を満足する様にすれば (6) の解 φ が得られる。)

Heisenberg-Pauli 流の場の量子化を行ふ時には

$$R \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial \lambda} \qquad (10)$$

* $$\iiiint_{\Omega} (dx)^4 \rho(x-x') f(x) = f(x') \quad x' \text{ in } \Omega$$
$$\text{or } 0 \quad \text{otherwise}$$

[illegible]

1) Dirac-Fock-Podolsky, Phys. Z. S. Sowj. 2 (1932), 468)

と同じ。

を採用する時は Lagrange 函数

$$\bar{L} = \int\cdots\int (dx)^4 \psi^* \left(i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial\lambda} - R\psi\right)$$

から、ψに共軛な

$$\psi^+ = \frac{\delta \bar{L}}{\delta \frac{\partial\psi}{\partial\lambda}} = i\hbar\psi^*$$

を定義する。交換関係は

$$[\psi^+(x,\lambda), \psi(x',\lambda)] = \frac{\hbar}{i}\delta(x-x') \qquad (11)$$

とする。*

量子化された場の Schrödinger 式は

$$\left(\bar{R} + \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial\lambda}\right)\Psi = 0 \qquad (12)$$

但し

$$\bar{R} = \int\cdots\int (dx)^4 \psi^* R \psi \qquad (13)$$

は場に伴ふ粒子の全部の質量を表はすが常数で λ から一定である。(12)と(13)とは H.P. と Dirac の多時間理論の関係に当る。従って $\lambda = \lambda^{(1)} = \cdots = \lambda^{(n)}$ と置く。両者はユニテール変換で相互に移り得る。~~而して~~

ψ(x,λ) を対角型にする表示では

$$W[\psi'(x),\lambda'] = |\Psi[\psi'(x),\lambda']|^2 \qquad (14)$$

は時刻 λ が λ' なる時、場の量が ψ'(x) なる函数形を持つ相対的確率。 ~~然し~~ 而して Stueckelberg 理論は普通の場の理論の形式に直接に含まれる。

* $\tilde{\Psi}\Psi = \int \left(\tilde{\Psi}\bar{R}\Psi - (\tilde{\Psi}\bar{R})\Psi \right) dx$

であるから． $\cancel{A\tilde{\Psi}}$ (14) は始めから矛盾
ではないか？

更に

$$\overline{W}[\psi'(x)] = \left|\int \Phi(\psi'(x), \lambda)\, d\lambda\right|^2$$

は λ に無関係に場の量 ~~ψ~~ ψ が ψ' なる函数形をとる確率を与へる。
但しこの場合 ψ'(x) の観測は ensemble に対して独立に無数回行はれるものと考へられる。この $\overline{W}$ が λ の経路 ~~取り方に~~ 選び方に無関係なることが証明される* ~~ことが必要である~~

10) Dirac, Quantum Mechanics 2 Aufl.
S. 197, (1935)

IV. Heisenberg は[6)] 従来の場の理論に於いても

観測可能な量として残すべきものは

1. 閉ざれた体系の定常状態を表はす(エネルギーの)離散的固有値、

2. 無限遠に於ける波動函数の漸近的な形(定常的漸近函数. 散乱, 吸収.)

の如きものと考へた,

これ等の二つの概念は独立ではない。何故かといへば

1.の固有値は無限遠での波動函数の性格から定まる。散乱の断面積等も同じく性格から定まる。

k空間では衝突の前後に於て

$$\sum k_i' = \sum k_i'' \qquad \sum k_i^{(0)'} = \sum k_i^{(0)''} \qquad (1)$$

の関係を得, 入射波は

$$\prod_i \delta(\vec{k}_i' - \vec{k}_i'') \times \delta\left(\sum k_i^{0'} - \sum k_i^{0''}\right)$$

散乱波は

$$\delta\left(\sum \vec{k}_i' - \sum \vec{k}_i''\right) \times \left\{ \frac{1}{\sum k_i^{0'} - \sum k_i^{0''}} + i\pi\delta\left(\sum k_i^{0'} - \sum k_i^{0''}\right) \right\}$$

の形をしてゐる.[10)]

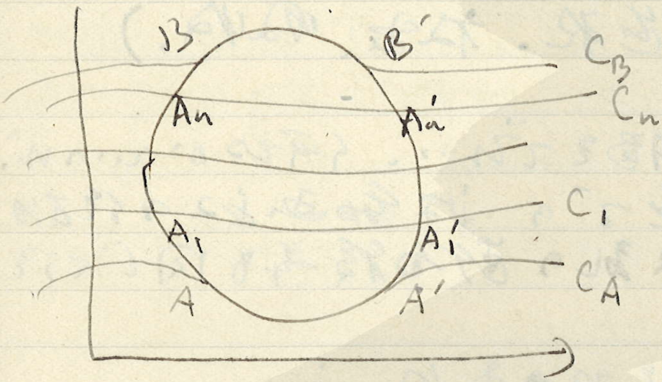
これを書き換へて

入射波は $\delta(\ \ )\,\delta_-(\ \ )\,\Delta$

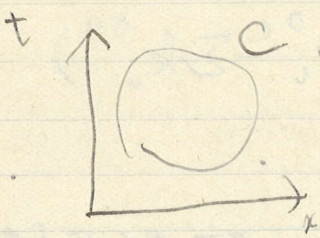
散乱波 $\delta(\ \ )\,\delta_+(\ \ )\,\underbrace{\{\Delta + R\}}_{S(\vec{k}_i', \vec{k}_i'')}$

の形と書ける.

11) 谷川安孝　実験的概念としての解釈を許す一般変換函数について
（科学．昭和十九年　　　）

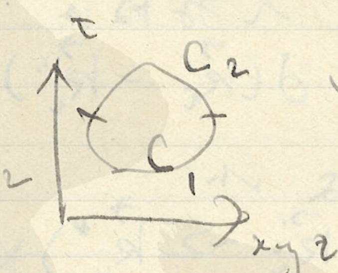


12) 谷川安孝．素粒子論の方法について



$\psi[v', C]$

$C = C_1 + C_2$



$\psi[v'C_2/v'C_1]$

T
$$T[C] = \lim_{n\to\infty} M_{v'(\widehat{BB'})}\, T[C_B; C_n]\, M_{v'(\widehat{A_nA_n'})}$$
$$\cdots\; T[C_2; C_1]\, M_{v'(\widehat{A_1A_1'})}\, T[C_1; C_A]\, M_{v'(\widehat{AA'})} \qquad (3)$$

$$T[C_s; C_{s-1}] = \prod_{C_{s-1}}^{C_s}\left(1 - \frac{i}{\hbar} H_{12}\, dw\right)$$

V. 実験的確率の問題

渡辺氏[11][12]は Dirac[4]の所謂一般変換函数 (generalized transformation function) に物理的意味を与へることに成功した。

今朝永氏[1]に従って任意閉曲面 ABB'A' の空間的部分 AA' を含む無限に拡がった空間的曲面 C_A を考へる。同様に BB' を含む C_B を考へ、この両面に n 個の空間的曲面 $C_1, C_2, \ldots C_n$ を挿む。

今曲面 AA' 上で力学的変数 $v(AA') \equiv (v_1, v_2, \ldots v_m)$ を測定して $v'(AA')$ といふ結果を与へる測定に相当した測定演算子を $M_{v'(AA')}$、同様に ~~$M_{v'(A}$~~ 閉曲面 A_sA_s' ($s=1, 2, \ldots n$) 上で $v(A_sA_s')$ を測定して $v'(A_sA_s')$ を得る測定に相当する演算子を $M_{v'(A_sA_s')}$ 等とすると、我々の求める一般変換函数、即ち閉曲面 $C = AA' + ABA'B' + BB'$ 上で場の分布が $v'(AA') + v'(ABA'B') + v'(BB')$ であることの実験的確率振幅は次の式で与へられてゐる。†

$$\Psi[v'(C)] = \int d\Omega_{C_B} [v'(C_B)|T[C]|v'(C_A)] \, d\Omega_{C_A}. \qquad (2)$$

但し $d\Omega_{C_B}, d\Omega_{C_A}$ の積分は曲面 C_B, C_A 上で許される凡ゆる場の状態について、混合表示の行列元素 $[v'(C_B)|T[C]|v'(C_A)]$ の和をとることを意味する。

素粒子論 理論懇談会　19.11.18

日大 第二工学部

荒木源太郎．核粒子の磁気能率に就て

$$(H_0+\lambda H')\psi=(E_A^{(0)}+\lambda E_1+\lambda^2 E_2+\cdots)\psi$$

$$\psi=\psi_A+\lambda\sum a_n\psi_n+\lambda^2\sum b_n\psi_n+\cdots$$

$$\lambda H'\psi_A+\lambda\sum a_n E_n^{(0)}\psi_n=\lambda E_1\psi_A+\lambda\sum_n a_n E_A^{(0)}\psi_n$$

$$\lambda^2\sum_n H' a_n\psi_n+\lambda^2\sum_n E_n^{(0)} b_n\psi_n=\lambda^2\cancel{\sum b_n E_2\psi_n}$$

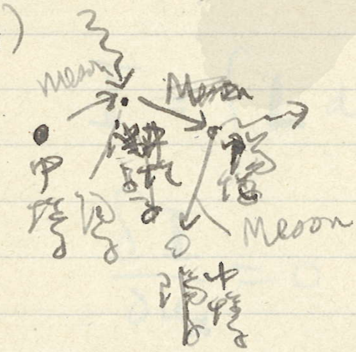
$$E_2\psi_A$$

$U_2,\ U_3$

尾崎正治：ベクトル中間子と核子の相互作用

小林・宮井　；核子の磁気能率

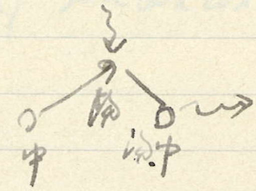
A)



~~4! 24~~

B)

C)



4! = 24 通り　　6　　C′)　6

D)　2

pseudoscalar meson

$$-4\pi i \frac{1}{3\pi\hbar c}\left(\frac{f_2 e}{\kappa}\right)^2 [e_0\, e_1]\sigma$$

electric moment : $N\vec{\sigma}$

$$4\pi i\, N^2 \quad [e_0 - e_1]\sigma$$

$$N = \frac{1}{\sqrt{3\pi\hbar c}}\ \frac{f_2 e}{\kappa}$$

3. 鈴木氏：γ線の内部転換

4. 武谷.

5. 荒勝 [illegible]. 放射性物質の[illegible]

[illegible]

第二日　19.11.29.

7. 梯垣宇作　素粒子の構造について（坂田氏代読）

$\overset{\circ}{\nabla}_4$

8 野田利章．一般変換函数に就て．

9. 汎函数論の方法に就て

$$y = f[x\{\xi\}] \quad ; \quad y \text{ が } x\{\xi\} \text{ の汎函数}$$

$$y(\eta) = f[x\{\xi\}; \eta]$$

$$y'(\eta, \zeta) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\delta\, f[x\{\xi\} - \varepsilon\delta\{\xi - \zeta\}]; \eta] - f[x\{\xi\}; \eta]}{\varepsilon} \quad ?$$

$$\varphi(x, y, y') = 0$$

$$\Phi[x\{\xi\}, y\{\eta\}, y'\{\xi, \sigma\}] = 0$$

$$\to \quad y = y\{x(\xi)\}$$

$$I = \int L\, ds = \int \mathfrak{L}(u^\alpha, u^\alpha_{x_\mu}, x^\mu)\, dx^1 dx^2 dx^3 dx^4$$

$$\frac{\delta I}{\delta u_\alpha} = 0 \qquad W[u^\alpha(C)]$$

9.5 内山龍雄君、正準変換について

9.75 伏見康治

$$\pi_\alpha = \frac{\partial L}{\partial u^\alpha_s} \qquad L \to H.$$

$$\downarrow$$

$$\det\left(\frac{\partial^2 L}{\partial u^\alpha_s \partial u^\beta_s}\right) \neq 0$$

$$\det\left(\frac{\partial^2 L}{\partial u^\alpha_s \partial u^\beta_s}\right) = 0 \ ; \ \text{Lichtkegel}$$

10. 谷川安孝；一般変換函数.

$$\det\left(\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^k}\left(\frac{\partial^2 L}{\partial u^\alpha_i \partial u^\beta_k}\right)\right) = 0.$$

$S = \text{const.}$: 不連続面.

$$\left(\frac{\partial S}{\partial x^i}\frac{\partial S}{\partial x^i}\right)^p = 0.$$

11. 宮島君　素粒子との相互作用について

Mieの理論

$$\varphi \qquad v_i + \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = 0$$

$$L \qquad \frac{\partial L}{\partial \varphi} = \sigma \qquad -\frac{\partial L}{\partial v_i} = V_i$$

$$\sigma = \frac{\partial V_i}{\partial x_i}$$

$$L(\varphi, v_i)$$

Born-Infeld の理論

$$L = b^2\sqrt{1-\frac{1}{b^2}\sum v_i^2} - b^2$$

Dirac, Bopp

D. $\quad T_{ik} - \dfrac{\partial K_{jik}}{\partial x_j}$

B. $\quad m_0 = \dfrac{1}{2}\dfrac{e^2}{4\pi}\kappa$

$$m_0 \dot{u}_i = -\frac{2}{3}\frac{e^2}{4\pi}(\ddot{u}_i - \dot{u}^2 u_i) \simeq e f^{e}_{ik} u_k$$

† Sovij. Hai Phys. 12.

量子力学に於ける固有時.

Fock, Eigenzeit in Kl. und Qu. Mech.

I. 1) $L^0 = -mc^2\sqrt{1-\beta^2} - \frac{e}{c}(x'A_x + y'A_y + z'A_z) + e\Phi$

$\beta^2 = \frac{1}{c^2}(x'^2 + y'^2 + z'^2) \qquad x' = \frac{dx}{dt}$

$\tau = \int_{t_0}^{t} \sqrt{1-\beta^2}\, dt$

$S = \int_{t_0}^{t} L^0 dt = \int_0^{\tau} L^0 \left(\frac{dt}{d\tau}\right) d\tau$

2) $L = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - c^2\dot{t}^2) - \frac{1}{2}mc^2 - \frac{e}{c}(\dot{x}A_x + \cdots + \cdots) + e\dot{t}\Phi$

$S = \int_0^{\tau} L\, d\tau$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d}{d\tau}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}}\right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \\ \frac{d}{d\tau}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{t}}\right) - \frac{\partial L}{\partial t} = 0 \end{aligned}\right\}$$

$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - c^2\dot{t}^2 = \mathrm{const} = -c^2.$

3) Hamilton-Jacobi

$$\frac{\partial S}{\partial \tau} + \frac{1}{2m}\left[\left(\mathrm{grad}\, S + \frac{e}{c}A\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - e\Phi\right)^2 + m^2c^2\right] = 0.$$

$S(xyzt, x^0 y^0 z^0 t^0, \tau)$

$\frac{\partial S}{\partial \tau} = \mathrm{const.} = 0 \qquad \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 - c^2\dot{t}^2 = -c^2.$

$p_x = \frac{\partial S}{\partial x}, \quad p_t = \frac{\partial S}{\partial t} \qquad p_x^0 = -\frac{\partial S}{\partial x^0},$

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Lambda F = i\hbar \frac{\partial F}{\partial t}$$

$$\int_C \frac{\partial F}{\partial t} dt = F\Big|_C = 0$$

$$\Lambda F = e^{\frac{i}{\hbar}S} \Lambda' \cdot f$$

$$i\hbar \frac{\partial F}{\partial t} = e^{iS/\hbar} \left(i\hbar \frac{\partial f}{\partial t} - \frac{\partial S}{\partial t} f \right)$$

Λ' : Λ の中の $\left. \begin{array}{l} A \to A + \frac{c}{e} \operatorname{grad} S \\ \Phi \to \Phi - \frac{1}{e} \frac{\partial S}{\partial t} \end{array} \right\}$

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \dot{x} + \cdots + \frac{\partial f}{\partial t} \dot{t}$$

$$\dot{x} = \frac{1}{m} \left(\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{e}{c} A_x \right)$$

$$\dot{t} = -\frac{1}{mc^2} \left(\frac{\partial S}{\partial t} - e\Phi \right)$$

$S \to S^*(x\,y\,z\,t,\ x^0 y^0 z^0 t^0)$

II. Eigenzeit in der Diracgleichungen

$$\left\{(\alpha\, p) + mc\,\alpha_4 - \frac{1}{c} T\right\}\psi = 0$$

$$p = -i\hbar\,\mathrm{grad} + \frac{e}{c}A$$

$$T = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + e\Phi$$

Ψ $\qquad \psi = \left\{(\alpha\, p) + mc\,\alpha_4 + \frac{1}{c}T\right\}\Psi$

Ψ : 二次式の解. $\qquad \hbar^2 \Lambda\Psi = 0$

$$\Psi = \int_C F\,d\tau$$

$$S = \int_0^\tau L\,d\tau \qquad F = e^{i/\hbar S}\cdot f$$

$$\Psi = \int_C e^{i/\hbar S} f\,d\tau$$

$$2m\frac{df}{d\tau} + \left\{\Box S + \frac{e}{c}\left(\mathrm{div} A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)\right\} f$$

$$+ \frac{e}{c}\{i(\sigma\, H) + (\alpha\, E)\} f = i\hbar\Box f$$

W, K, B, $\qquad \hbar \to 0$

$$\rho = \det\left\|\frac{\partial^2 S}{\partial x\,\partial x^0}\right\| : \quad \frac{\partial\rho}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho\dot{x}) + \cdots + \frac{\partial}{\partial t}(\rho\dot{t}) = 0$$

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho\left[\frac{\partial}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial}{\partial z}\dot{z} + \frac{\partial}{\partial t}\dot{t}\right] = 0$$

$$\frac{d\rho^{\frac{1}{2}}}{d\tau} + \left\{\Box S + \frac{e}{c}\left(\mathrm{div} A + \frac{1}{c}\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)\right\}\rho^{1/2} = 0$$

$$Q = R\gamma(\xi) + R^* \delta(\xi)$$

$$\Psi = \int R\, \dot{\Psi}_0\, \gamma(\xi)\, dV + \int R^* \dot{\Psi}_0\, \delta(\xi)\, dV$$

$f = \rho^{\frac{1}{2}} f^0$ $\qquad \Lambda' f = 0 \rightarrow$

$\rightarrow 2m \frac{df^0}{d\tau} + \frac{e}{c}\{ i(\sigma \cdot \mathfrak{H}) + (\alpha \mathfrak{E}) \} f^0 = 0$

const. field. $f^0(\tau)$ $\qquad \square f = 0$

$\mathfrak{H}(xyzt)$, $\mathfrak{E}(xyzt)$

$x(\tau)\ y(\tau)\ z(\tau)\ t(\tau)$

$\Psi = \int \exp \frac{i}{\hbar} S \cdot f d\tau$

$\frac{\partial S}{\partial \tau} = 0$. Sattelpunktmechanik

初期値問題 $\quad \psi = \psi_0 \quad \tau = \tau_0$

$\Psi = 0 \qquad \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{ic}{\hbar}\psi_0 = \dot{\Psi}_0 \quad . \quad t = t_0$

$\Psi = \int Q \dot{\Psi}_0 dV \qquad dV = dx^0 dy^0 dz^0$

$Q(xyzt, x^0 y^0 z^0 t^0)$

$\dot{\Psi}_0 = \dot{\Psi}_0 (x_0 y_0 z_0 t_0)$

$\xi = c^2(t-t_0)^2 - (x-x_0)^2 - \cdots$

$$\left.\begin{array}{ll} \gamma(\xi) = 1 & \xi > 0 \\ \gamma(\xi) = 1/2 & \xi = 0 \\ \gamma(\xi) = 0 & \xi < 0 \end{array}\right\} \quad \frac{d\gamma}{d\xi} = \delta(\xi)$$

III Anwendung auf die Positronentheorie

1) Neumann, Mathematische Grundlagen der Q.M. (1932)

2) Dirac, Principles of Quantum Mechanics 2nd ed. (1935)

3) Birkhoff and Neumann, Logic of Quantum Mechanics; ~~1936~~ Ann. Math. 37 (1936), 823~843

4) Maeda, Mathematical Foundations of Q.M. J. Sci. Hirosima University A. 7 (1937), 191.

5) 前田文友, 演算子の表現に関する函数的基礎. 物理学論文集. 4 (昭和19年)

6) Temple, Physical Principles of the Quantum Theory, Proc. Roy. Soc. 138 (1932), 479

量子力学の数学的基礎

Dirac[2]の方法では δ-函数のごとき数学的に不適当な要素が入っており Neumann[1]は公理的論理的構成によって、この難点を除去したが、Diracの表現理論には適さない。応用出来ない。そこで Eigendifferential的考へを用いて、直接固有値を論ずることにより Diracの表現理論が数学的に厳密に構成されることを示し、且つDiracとNeumannの両方法を融合せしめんとするのが我々[4)5)]の方法の目標である。

Hilbert空間 $\mathfrak{H}$

公理 I. $\mathfrak{H}$は線形　ψ_1, ψ_2 : $\psi_1+\psi_2$

c, ψ : $c\psi$

公理 II.　ψ_1, ψ_2 :　内積 (ψ_1, ψ_2)

ノルム　$\|\psi\| = \sqrt{(\psi, \psi)}$

公理 III.　$\mathfrak{H}$は完備

$\lim_{m,n\to\infty}\|\psi_m-\psi_n\|=0$ を満足する列 $\{\psi_n\}$ があれば、常に $\lim_{n\to\infty}\|\psi_n-\psi\|=0$ となるごとき ψ が $\mathfrak{H}$の中に存在する。

例. (A) 数列の空間 : $\mathfrak{H}_A$

$\sum_{i=1}^{\infty}|x_i|^2$: 有限なる数列 $\{x_i\}=x$.

内積 $(x,y) \equiv \sum_i x_i \bar{y}_i$

一次演算子 α : $y=\alpha x$: $y_i=\sum_j \alpha_{ij} x_j$

(B) 函数の空間 : $\mathfrak{H}_B$

$\int_{-\infty}^{+\infty}|f(x)|^2 dx$ = 有限なる 複素可測函数の

内積 : $(f,g) \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\overline{g(x)}\,dx$

線形演算子の多くは　$g(x)=\int_{-\infty}^{+\infty} K(x,y) f(y)\,dy$

の如く 核 $K(x,y)$ を用いて 積分変換が出来る。

(C) 集合函数の空間: $\mathfrak{F}_C$

$\mathfrak{B}$ を空間 Ω に於ける一集合体とする。即ち
$U_i \in \mathfrak{B}$ $(i=1,2,\ldots)$ ならば
和 $U_1 \cup U_2 \cup \cdots \cup U_i \cup \cdots$ 及び積 $U_1 \cap U_2 \cap U_3 \cdots$
も $\mathfrak{B}$ に属し 又 $U, V \in \mathfrak{B}$, $U \geq V$ ならば
$U - V$ も $\mathfrak{B}$ に属する 又 $\mathfrak{B}$ は Ω 自身をも含む
ものとする。
$\Phi(U)$ が $\mathfrak{B}$ に於て定義せられた複素完全加法的
集合函数とする。即ち

$$U = U_1 \cup U_2 \cup \cdots \cup U_i \cup \cdots, \quad U_i \cap U_j = 0 \quad (i \neq j)$$

ならば

$$\Phi(U) = \Phi(U_1) + \Phi(U_2) + \cdots + \Phi(U_i) + \cdots$$

である。

今他に $\mathfrak{B}$ に於て定義せられた負ならざる完全加法的集合函数、即ち測度函数 $\sigma(U)$ があつて、
$\sigma(H)=0$ なる集合 H に対しては $\Phi(H)=0$ なるときは Φ は σ に関して全連続であるといふ。

$\Phi(U)$, $\Phi(U)$ が共に σ に関して全連続ならば
積分

$$\int_\Omega \frac{\Phi(dU)\overline{\Phi(dU)}}{\sigma(dU)}$$

を次の如く定義する。

Ω を $\Omega = U_1 \cup U_2 \cup \cdots$ 　$U_i \cap U_j = 0$ $(i \neq j)$
の如く分割するとき、和

$$\sum_i \frac{\Phi(U_i)\overline{\Phi(U_i)}}{\sigma(U_i)}$$

を与へ、Ωを限りなく細かい区劃に分割した極限を Φの積分で表はす。

$\int_\Omega \frac{|\Phi(dU)|^2}{\sigma(dU)}$ が有限になるが如き $\Phi(U)$ の全体を

$\mathfrak{H}_C$ として、$(\Phi, \Psi) = \int_\Omega \frac{\Phi(dU)\,\overline{\Psi(dU)}}{\sigma(dU)}$

とおけば $\mathfrak{H}_C$ は Hilbert 空間である。$\mathfrak{H}_C$ における全ての一次演算子は

$$\Phi(U) = \int_\Omega \frac{\Re(U, dU')\,\Phi(dU')}{\sigma(dU')}$$

の如く核 $\Re(U, U')$ を用ひて表示される。
例へば恒等演算子の核は
$$\Re(U, U') = \sigma(U \cap U')$$

演算子の表現。
ξの離散固有値の全体 (ξ', ξ'', …) を Ω にて表はし、Ωのすべての部分集合から成る一集合体を B にて表はす。Ωの一つの部分集合 U に対し

$$\mathfrak{M}_U = \mathfrak{M}_{\xi_1} \vee \mathfrak{M}_{\xi_2} \vee \cdots$$

と定義する。但し $\mathfrak{M}_{\xi_1}, \mathfrak{M}_{\xi_2}, \cdots$ を含む最小の閉線形部分空間とする。しからば $\mathfrak{M}_U$ は

(α₁) $U_1 \cap U_2 = 0$ なら $\mathfrak{M}_{U_1} \perp \mathfrak{M}_{U_2}$

(α₂) $U = U_1 \cup \cdots \cup U_i \cup \cdots$　$U_i \cap U_j = 0$
ならば $\mathfrak{M}_U = \mathfrak{M}_{U_1} \vee \cdots \vee \mathfrak{M}_{U_i} \vee \cdots$

(α₃) $\mathfrak{M}_\Omega = \mathfrak{H}$

即ち ξ を除外とする演算子 $\{M_\xi\}$ の代りに集合 U を除外とする演算子 $\{M_U\}$ を用ひることが出来る。
次に Ω を実数の全体とし、B として Ω に於ける集合体（例へば可測集合の全体）を考へ、B に属する集合 U を除外とし、條件 $(\alpha_1), (\alpha_2), (\alpha_3)$ を満足する射影演算子の族 $\{M_U\}$ を考へ、これを ξ のスペクトル分解と名づける。
M_U への射影演算子を $E(U)$ とすると これを単位分解といふ。即ち

$$\xi\psi = \int_\Omega \lambda E(dU)\psi$$

が任意の Hermite 演算子 ξ に対して成立する。

$$(U'|) = (\psi, \psi(U'))$$

$$\psi = \int_\Omega \frac{\psi(dU')(dU'|)}{\sigma(dU')}$$

$$(U'|\alpha|U'') = (\alpha\psi(U''), \psi(U'))$$

$$(U'|\xi|U'') = \int_{U' \cap U''} \lambda\sigma(dU)$$

$$(V'|) = (\psi, \psi(V'))$$

$$= \int_\Omega \frac{(V'/dU')(dU'|)}{\sigma(dU')}$$

$$(V'/U') = (\psi(U'), \psi(V'))$$

$$(E(U)\psi, \psi(U')) = (\psi, E(U)\psi(U'))$$
$$= (\psi, \psi(U \wedge U')) = (U \wedge U'/)$$
$$\|E(U)\psi\|^2 = \int_{\Omega} \frac{|(U \wedge dU'/)|^2}{\sigma(dU')}$$
$$= \int_{U} \frac{|(dU'/)|^2}{\sigma(dU')} = P(U)$$

$P(U)$は確率の性格をもつ。即ち
$$P(\Omega) = 1,$$
$$P(U) = P(U_1) + \cdots + P(U_i) + \cdots$$
$$U = U_1 \vee \cdots \vee U_i \vee \cdots, \quad U_i \wedge U_j = 0 \ (i \neq j)$$

集合函数の空間 $\mathfrak{H}_C$ において U が集合Ωの部分と同一の性質によって決定されることとなりて、それが函数の集合であるという性格は保っていない。かくて物理的のUの全体が Boole 代数になっているのである。しかし形式論理の命題は Boole 代数を作るから、上の表現法は矛盾なく解釈しなおすことができる。

一つの観測①が与へられれば、その観測の結果がかくかくであると~~いう~~いう命題をその観測の固有命題と名づける。一つの観測に~~対して~~関しては、固有命題の全体は Boole 代数であるとする。即ち形式論理が成立するものとする。例えば一つの粒子の位置を測定する場合において、その固有命題は「粒子の位置が U の範囲にある」なる形である。すると U_1 の中にある、という命題と U_2 の中にあるとい

小命題の論理和は "$U_1 \vee U_2$ のもいある"。論理積は "$U_1 \wedge U_2$ のもいある" といふ小命題とする。小命題がBoole代数をなしてゐる。

$U \in \mathfrak{B}$ とする時、観測 O の結果 U が見出されるべき状態を代表する ψ の全体を $\mathfrak{M}_U$ とすると、重畳の原理により $\mathfrak{M}_U$ は線形部分空間を作る。U の否定命題を U' とおくときは $\mathfrak{M}_{U'}$ に直交する ψ によって代表される状態では U' は偽、即ち U は真である 故に $\psi \in \mathfrak{M}_U$. 即ち $\mathfrak{M}_U$ は線形部分空間 $\mathfrak{M}_{U'}$ に直交する ψ の全体からなる。$\mathfrak{M}_U$ は閉じてゐる。

$\mathfrak{M}_U$ ($U \in \mathfrak{B}$) は (a_1)(a_2)(a_3) を満足する。即ち観測 O にはその観測の固有命題を添字とするスペクトル分解 $\{\mathfrak{M}_U\}$ が対応する。

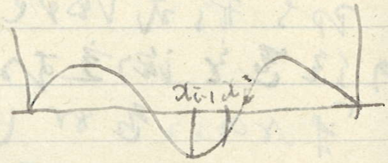
換言すれば表現の基底となる直交系の添字として固有値でなしに固有値の集合を考へるべきであるが、この固有値の集合はそれぞれの観測の固有命題と置き換へ得るのである。

○素粒子論への応用の可能性

$$\Phi(U) = \sum \Phi(U_i)$$

$$\Phi(U_i) = \frac{1}{x_i - x_{i-1}} \int_{x_{i-1}}^{x_i} e^{ikx} dx$$

$$= \frac{e^{ikx_i} - e^{ikx_{i-1}}}{ik(x_i - x_{i-1})}$$



$$\lim_{(x_i - x_{i-1}) \to 0} \Phi(U_i) = e^{ikx_i}$$

集合の領域の極限の場合を極限にすると切断図形が出て来る。

Dirac; Classical theory of radiating electrons
(Proc. Roy. Soc. A. 167 (1938), 148)

局所場の概念の素粒子論への応用.

(1) E.C.G. Stueckelberg, Un principe qui relie la théorie de relativité et la théorie des quanta
(Helvetica Physica Acta 16 (1943), 173)

Tnotion

相対論と量子論を結びつける一つの原理

最近 Stueckelberg(1) は、相対論と量子論を含め次のような意味の ~~相対~~ principe de relativité から出てくる結果であると主張している。

即ち 微視的な量子力学をいひ表はすのには、« système de référence $\vec{x}, t$ » « axes spinoriels u_A » « potentiels électromagnétiques $\vec{A}, \Phi$ » 等のような概念が必要であるが、自然は これ等の概念は観測され得ない relatives ということを原理に置く。

~~即ち~~ 詳しくいへば

1° Einstein の相対~~論による~~性原理は、如何なる観測も二つの système de référence $\vec{x}, t$ (x^μ) を区別することが出来ない様な (covariantな) 形を法則に賦与する。

これを拡げ

2° 如何なる観測も二つのスピン軸系 ~~二つの軸系~~ を区別し得ない

3° 電磁ポテンシャルの二つの系を区別し得ない (systèmes de jauge)

を追加する。これ等の諸原理を仮定すると次のような結論が出てくる。

1° signal の伝はる速さ v の観測は常に $v \leq c$ なる値を与へる。而して —— Maxwell 場の場合のように、全ての paquet d'ondes が c で進む場合がある。かくして c が première constante universelle である。

2° スピン場 u_A (spineurs de 1er ordre et de tout ordre impair) —— fréquence $\omega_{\vec{k}}$ —— の中に含まれる全勢力 $H_{\vec{k}}$ の観測は必ず

$$H_{\vec{k}} = N_{\vec{k}} h \omega_{\vec{k}} \quad (N_{\vec{k}} = 0, 1)$$

ける結果を要へる。

3°. scalar 又は tensor 場（伝和之的の spineur）φ_a に含まれる énergie H_Φ（このは u_A に於へされる）の級別は

$$H_{\bar{k}} = N_{\bar{k}}\, h\omega_{\bar{k}} \qquad N_{\bar{k}} = 0, 1, 2, \cdots$$

ける結果を要へる。かくて h が第二の普遍常数となる。

4°. $\varphi_a^{(max)}$ で結つれ全ての結果が c で得られる場合には、$u_{\bar{A}}$ の bilinéaire な grandeur として charge électrique e_U が存在しこれが保存される。そして

$$e_{\bar{k}} = \pm N_{\bar{k}}\, e \quad (N_{\bar{k}} = 0, 1\ \ )$$

が結について成立する。

5°. champ chargé $u_{\bar{A}}$, champ ordinaire u_A 及び champ tensoriel $\varphi_{\bar{a}}$ の間には相互作用があり、$\varphi_{\bar{a}}$ が Maxwell 場 $\varphi_a^{(max)}$ に作用し、$\varphi_{\bar{a}}$ が又 la charge électrique e_Φ を持つことになる。

$\varphi_{\bar{a}}$ の場の charge は

$$e_{\bar{k}} = \pm N_{\bar{k}}\, e \qquad N_{\bar{k}} = 0, 1, 2, \cdots$$

となる。かくして e が第三の普遍常数となる

6°. $\varphi_{\bar{a}}$ なる champ の状態は $u(x)_{\bar{A}}$ 又は $\varphi(x)_{\bar{a}}$ なる凡ての場の成分の~~粒~~離れた値を禁止するし、此の longueur fondamentale μ^{-1} の大いさの程度の領域に亘り平均値だけしか知り得ないことになる。この事は絶対常数に於ても同様である。« self énergie » は u_A の場合（électrons）を仮想すれば

$$e^2\mu \lesssim H_0 = h\varkappa c = m_{el}c^2$$

となる。その他 $\varphi_{\bar{a}}$ なる quanta の mass M_{mes} は

$$m_{el} \cong \frac{e^2}{c^2}\mu = \frac{e^2}{hc} M_{mes}$$

(3) La q, Helv. phys. Acta <u>15</u> (1942), 327.
p. 328 lire Z^2 et Z à la place de Z^4 et Z^2.

T espace physique

* le plan spinoriel

TT réalité physique

相互関係を持つ。これは荒木の théorie classique de électron(2) と同じ結果である。かくして u' が第四の意義をもつてゐる。

以上の議論への根拠は次の如し、電場 $\vec{E}$ の三つの成分 E_i $(i=1,2,3)$ は grandeurs observables である。今これ等を測る appareil ~~をもつて~~ によつて同じ場所で一方は E_i を、一方は他の成分 E_i' を測つたとする。そして別の理由から état électrique $\vec{E}$ が二回の観測で同一であつたことを知つてゐるとし、E_i と E_i' の関係から appareil が或る軸のまはり回転したことを認め得るのである。例へば x_3 軸のまはりの回転ならば両者の関係は

$$\left.\begin{aligned} E_1 &= E_1' \cos\vartheta + E_2' \sin\vartheta \\ E_2 &= -E_1' \sin\vartheta + E_2' \cos\vartheta \\ E_3 &= E_3' \end{aligned}\right\} \quad (0,1)$$

である。角 $\vartheta = 2\pi$ ならば appareil は元の位置に復る故、回転を認めることは出来ぬ。($\because E_i = E_i'$)

然るに電子の場合には u_A $(A=1,3,5,7)$ なる四成分の grandeurs spinorielles があり

$$\begin{aligned} u_1 &= u_1' \cos\chi + u_3' \sin\chi \\ u_3 &= -u_1' \sin\chi + u_3' \cos\chi \end{aligned} \qquad (0,2)$$

なる変換が要請される。但し appareil は物理的空間で x_3 軸のまはりに $\vartheta = 2\chi$ だけ回転したものとする。(0,2) は スピノル空間* に於ける $\chi = \vartheta/2$ なる角の回転を表はす。若しも u_A を測り得る装置ありとせば物理的空間に於ける $\vartheta = 2\pi$ の回転を知り得ることになる。しかるに $\vartheta = 2\pi$ なる回転は如何なる物理的意味

† ~~(0.0)~~, (0.1) に於て π の代りに任意の有限の値をとってもよい。

にも対応しない點.

スピノルの他に、電荷を表はすものとしては

$$u = u_1 + i u_2$$

なる複素量が必要である. jauge の変換

$$\left.\begin{aligned}\vec{A} &= \vec{A}' + \frac{h}{e}\,\mathrm{grad}\,\chi \\ \Phi &= \Phi' - \frac{h}{e}\,\partial_t \chi\end{aligned}\right\} \qquad (0.3)$$

には

$$\left.\begin{aligned}u_1 &= u_1' \cos\chi + u_2' \sin\chi \\ u_2 &= -u_1' \sin\chi + u_2' \cos\chi\end{aligned}\right\} \qquad (0.4)$$

が対応する. これは ~~com~~ plan complexe (1, 2) での廻転を意味する. この際電場

$$\vec{E} = -\partial_t \vec{A} - \mathrm{grad}\,\Phi \qquad (0.5)$$
$$\vec{B} = \mathrm{rot}\,\vec{A}$$

高さは順を追ふより

は不変である. 故に若し同じ場所で一方は u_A 一方は $u_{A'}$ ($A=1,2$) と測ったとすると、— état matériel ($u^*_A u_A$ 等で表される) などの物理的状態が同じなら — $u_A, u_{A'}$ の差から $\Phi, \vec{A}$ と $\Phi', \vec{A}'$ の差を知り得ることになる. しかしこれは ~~これは~~ 物理的意味 (の観測は何もの) にも対応して居ないのである.

これ等の不合理な点を除くには

1° 各点の スピノル平面 (A, B) の中の角 χ は

$$\Delta\chi(\vec{x}, t) \geq \pi \qquad (0.6)$$

にそれ程精確には測れぬ.*

2° 複素平面 (1, 2) での角 $\chi(\vec{x}, t)$ が $\vec{x}\,t$ で 精確に測れるならば、その近傍では

$$\Delta\chi(\vec{x} + d\vec{x},\ t + dt) \geq \pi \qquad (0.7)$$

にそれ程精確には測れぬ†

principe d'incertitude

といふ制限をされねばならぬ必要がある。

$$\cancel{\Delta u(v)_A \; \Delta u(v')_B}$$

こゝでは

$$\Delta u(v)_A \; \Delta u(v')_B \gtrsim 2\pi \, | \gamma(u(v)_A, u(v')_B) | \qquad (0.8)$$

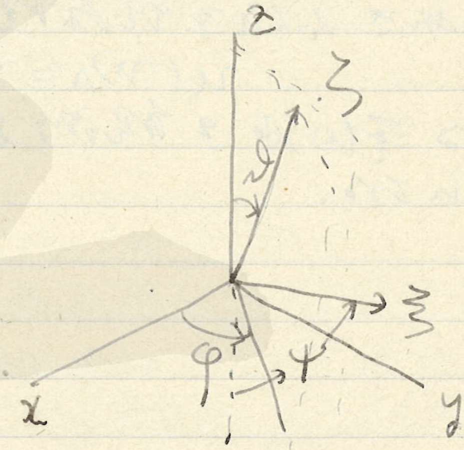
のごとき不確定性原理を援用しよう。これによって

$$u(v)_A = v^{-1} \int_v (d\vec{x})^3 \, u(\vec{x}, t)_A \qquad (0.9)$$

なる平均値の観測精度 $\Delta u(v)_A$ が制限されることになる。

u)

M. Fierz, Über die Wechselwirkung zweier Nukleonen in der Mesontheorie, Helv. 17 (1944) 181.



$$\left.\begin{aligned}
(j,m|d_1+id_2|j,m-1) &= \sqrt{(j+m)(j-m+1)} \\
(j,m|d_1-id_2|j,m+1) &= \sqrt{(j+m+1)(j-m)} \\
(j,m|d_3|j\,m) &= m
\end{aligned}\right\}$$

$h_3 : n$ $\qquad\qquad j \geqq m, n \geqq -j$

$$\sum_k (d_k + d_k')^2 = J(J+1)$$

$$\sum_k (h_k + h_k')^2 = K(K+1)$$

重陽子問題

核粒子がスピン、電荷の大きさ及配位空間をもつ粒子といふ仮定の下に相互作用を論ぜずる[1]。非相対論的近似を取る。

$$H = \frac{1}{2M}(p^2 + p'^2) + \frac{\varepsilon}{2}(d_k^2 + d_k'^2)$$
$$+ V(r)\Omega$$

$$\Omega(\vartheta\varphi\psi;\vartheta'\varphi'\psi')$$

$$d_3 = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi}$$

$$d_1 \pm i d_2 = e^{\pm i\varphi}\left(\pm\frac{\partial}{\partial\vartheta} + i\,\mathrm{cotg}\,\vartheta\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{1}{i}\frac{1}{\sin\vartheta}\frac{\partial}{\partial\psi}\right)$$

$$\sum_k d_k^2 \equiv \sum_k h_k^2 = j(j+1)$$

$$\Omega = \sum x_{ik}x_{ik}'$$

$$(x_{ik}) \equiv \begin{pmatrix} x_{22} & x_{21} & x_{23} \\ -x_{12} & -x_{11} & -x_{13} \\ x_{32} & x_{31} & x_{33} \end{pmatrix}$$

$$[d_1 d_2] = i d_3 \qquad [h_1 h_2] = i h_3$$
$$[d_i h_k] = 0$$

$$[d_1\ x_{k2}] = [x_{k1}\ d_2] = i x_{k3}$$

$$[h_1\ x_{2k}] = [x_{1k}\ h_2] = i x_{3k}$$

$$\sum x_{il}x_{kl} = \sum x_{li}x_{lk} = \delta_{ik}$$

$$H = \frac{1}{2M}(p^2 + p'^2) + \frac{\varepsilon}{2}\{j(j+1) + j'(j'+1)\}$$
$$+ V(r)(JKjj'|\Omega|JK\bar{j}\bar{j}')$$

$$(jm|x_k|j\bar{m}) = A_{jj}\,(jm|d_k|j\bar{m})$$

$$(jm|x_k|j-1,\bar{m}) = A_{j,j+1}\,(jm|b_k|j-1,\bar{m})$$

etc

(2) M. Fierz und G. Wentzel. Zum Deutronproblem. I. Helv. Phys. Acta 17 (1944), 215

(3) F. Coester, Helv. Phys. 17 (1944), 35.
Über die Stabilität schwerer Kerne in der Mesonentheorie

(4) G. Wentzel, Zum Deutronproblem: II, ibid. 17 (1944), 252

$$d + d' = D$$
$$h + h' = H$$
$$D^2 = J(J+1), \quad H^2 = K(K+1)$$
$$D_3 = M, \quad H_3 = N$$

Isobaren-Energie

$$H^I = \frac{\varepsilon}{2}|\vec{P}|^2 + \text{const.}$$
$$|\vec{P}|^2 = j(j+1) \quad j = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$$
$$\left(\quad H^I = \frac{\varepsilon}{2}\{(j+\tfrac{1}{2})^2 - 1\} \right)$$

$n + \frac{1}{2}$: Ladungszahl

n : Spinquantenzahl

$V(r) \mathrel{\Omega}$ $\quad\quad V(r) > 0$ (9)

(1) M. Fierz, Zur Theorie magnetisch geladener Teilchen (Helv. Phys. Acta XVII (1943) 27)

Dirac (1931):

$$p = n \frac{\hbar c}{2e} \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

磁荷をもった粒子の理論(1)

古典論

$$\mathrm{rot}\,\mathfrak{E} + \frac{1}{c}\dot{\mathfrak{H}} = -\frac{4\pi}{c}\mathfrak{m}$$

$$\mathrm{div}\,\mathfrak{H} = 4\pi m$$

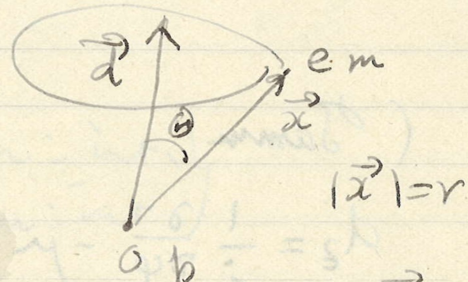
$\int m\,dv$: pseudoscalar

$$\mu = \frac{ep}{\hbar c} \qquad \mu = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1, \cdots$$

$$p = \frac{137}{2} e \cdot 2\mu$$

$$\frac{p^2}{r_0} = \frac{e^2}{r_0}\left(\frac{137}{2}\right)^2$$

$$m\ddot{\vec{x}} = \frac{ep}{c r^3}[\dot{\vec{x}}\,\vec{x}]$$

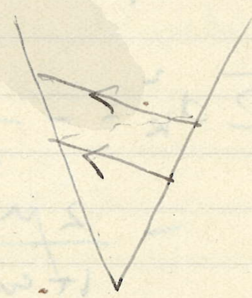


$$v = \text{const.}$$

$$\vec{d} = m[\vec{x}\,\dot{\vec{x}}] - \frac{ep}{c}\frac{\vec{x}}{r} = \text{const} \qquad \vec{H} = \frac{p\vec{x}}{r^3}$$

$$(\vec{d}, \vec{x}) = -\frac{ep}{c}\, r$$

$$\cos\Theta = -\frac{ep}{c} = \text{const}$$

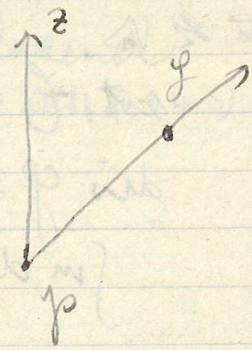


$$([\dot{\vec{x}}\cdot\vec{x}])^2 = \text{const.}$$

(~~量子論~~)

$$\left(|\vec{J}| = -\frac{ep}{c} = \mu\hbar \qquad \mu = 0, \pm\frac{1}{2}, \pm 1, \cdots\right)$$

単子極.



$$\left.\begin{aligned} A_x &= -\frac{p}{r}\,\frac{y}{r+z} \\ A_y &= +\frac{p}{r}\,\frac{x}{r+z} \\ A_z &= 0 \end{aligned}\right\}$$

$$\vec{d} = m[\vec{x}, \dot{\vec{x}}] - \frac{ep}{c}\frac{\vec{x}}{r}$$

$$\Delta\psi + \left\{\frac{2\mu}{r^2(1+\cos\theta)}\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{\mu^2}{r^2}\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right\}\psi = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

(Tamm,)

$$d_z = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi} - \mu \qquad \mu = \frac{ep}{\hbar c}$$

$$d_x \pm i d_y = e^{\pm i\varphi}\left(\pm\frac{\partial}{\partial\theta} + i\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi} - \frac{\mu\sin\theta}{1+\cos\theta}\right)$$

$$\sum d_k^2 = -\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\right) - \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2} - \frac{2\mu}{1+\cos\theta}\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\varphi} + \frac{\mu^2(1-\cos\theta)}{1+\cos\theta} + \mu^2$$

$$\frac{1}{r}\frac{\partial^2(r\psi)}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2}\left\{\sum d_k^2 - \mu^2\right\}\psi = -\frac{2mE}{\hbar^2}\psi$$

$$\psi = R(r)\,Y_m(\cos\theta)\,e^{i(m+\mu)\varphi}$$

$$(1-x^2)Y_m'' - 2xY_m' - \frac{\mu^2+m^2+2\mu m x}{1-x^2}Y_m + \lambda Y_m = 0$$

$d_x + i d_y$:　([illegible])

$$\sqrt{1-x^2}\left(\frac{d}{dx} + \frac{mx+\mu}{1-x^2}\right)Y_m = Y_{m+1}$$

$$Y' + fY = e^{-\int f dx}\cdot\frac{d}{dx}\left(e^{\int f dx}\cdot Y\right)$$

$$Y_{m+1} = (1-x^2)^{\frac{m+1}{2}}\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{\mu/2}\frac{d}{dx}\left\{\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{\mu/2}(1-x^2)^{-\frac{m}{2}}Y_m\right\}$$

$$\int_{-1}^{+1}|Y_m|^2 dx = \text{有限}$$

$m+\mu = \text{integer}$

$\left.\begin{array}{l} m: \text{half int.} \\ \mu: \text{half int} \end{array}\right\}$　　$\left.\begin{array}{l} m: \text{int} \\ \mu: \text{int} \end{array}\right\}$

(1) G. Wentzel, Zur Vektormesontheorie
Helv. Phys. Acta 16 (1943), 551

	τ_3	σ_3
$\gamma\lambda_0 = \gamma(-y_1, -y_2, -y_3)$	$+1$	$+1$
$\gamma\lambda_1 = \gamma(-y_1, +y_2, +y_3)$	$+1$	-1
$\lambda_2 = (+y_1, -y_2, +y_3)$	-1	$+1$
$\lambda_3 = (+y_1, +y_2, -y_3)$	-1	-1

(*) U_1, U_2, U_3

$$U_i(x) = \frac{1}{\eta}\frac{\partial \delta_a(x)}{\partial x_i} \qquad (i = 1, 2, 3)$$

$$\eta^2 = \frac{1}{3}\int dx\, \delta_a(x)(-\Delta)\delta_a(x)$$

$$\eta \sim a^{-\frac{5}{2}}$$

$$\int dx\, \delta_a(x)\, \mathrm{rot}_1 \vec{\psi}_\rho = -\eta \int dx (U_2 \psi_{3\rho} - U_3 \psi_{2\rho})$$

$$= -\eta(q_{23\rho} - q_{32\rho})$$

べクトル中間子論 (1)

$\vec{\psi}_\rho(x)$　$\rho = 1, 2, 3$

$\psi_{k\rho}$　$k = 1, 2, 3$

$$H^0 = \frac{1}{2}\sum \int dx \left\{ |\vec{\pi}_\rho|^2 + \frac{1}{\mu^2}(\mathrm{div}\,\pi_\rho)^2 + \mu^2 |\vec{\psi}_\rho|^2 + |\mathrm{rot}\,\vec{\psi}_\rho|^2 \right\}$$

$\delta_a(x)$: Formfunktion

$|x|$:　$\int dx\, \delta_a(x) = 1.$

$$H = H^0 + H' + H''$$

$$H' = \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{i\rho} \sigma_i \tau_\rho \int dx\, \delta_a(x)\, \mathrm{rot}_i \vec{\psi}_\rho$$

$$- f \sum_\rho \tau_\rho \int dx\, \delta_a(x)\, \mathrm{div}\, \vec{\psi}_\rho$$

$$S^* H' S = -\gamma \{ y_1 \tau_3 + y_2 \sigma_3 + y_3 \sigma_3 \tau_3 \}$$

$y_n \geq 0$　$(-E + H)\Gamma = 0$

$$H^0 - \gamma \sum y_n = K.$$

$$(-E + (S^* K S)_{00}) F_0' = 0 \quad (*)$$

$U_s(x)$: $s = 1, 2, \ldots \infty$

$$\int dx\, U_s(x) U_r(x) = \delta_{rs}$$

$$\sum_s U_s(x) U_s(x') = \delta(x - x')$$

$$\psi_{k\rho} = \sum_s U_s\, q_{sk\rho}$$

$$\pi_{k\rho} = \sum_s U_s\, p_{sk\rho}$$

$$H^0(p, q) = \frac{1}{2} \sum_{r,s}^{\infty} \sum_{k\rho} \left(\qquad \right)$$

$$a_{(i}b_{k)} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_i b_k + a_k b_i)$$

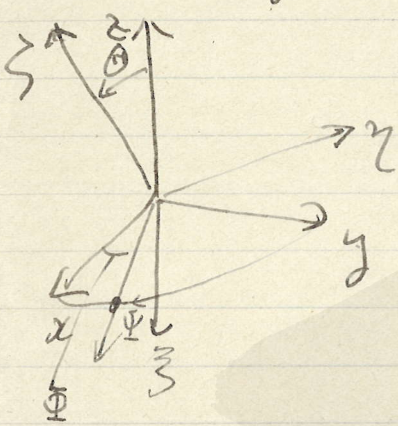
$$a_{[i}b_{k]} = \frac{1}{\sqrt{2}}(a_i b_k - a_k b_i)$$

$$H' = \eta \left\{ \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_{\rho} \tau_\rho \left[\sigma_1 (q_{23\rho} - q_{32\rho}) + \sigma_2 \cdots \cdots \right] \right.$$

Harmonische Schwingung の場合

$|q| \gg a$ für $a\mu \ll 1$.

$q^2 \gg a^5 \mu^3$ für $a\mu \gg 1$.



$$S_n = \cos \Theta \cos \Phi \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi$$

$\cdots$

$\cdots$

$$K_0 = \frac{1}{4g^2\eta^2 D} \sum_n P_n^2 + \frac{1}{2} \sum_\rho \pi_{\rho\sigma}^2 + \frac{1}{4} \sum_{\rho<\sigma} \dot{\pi}_{\rho\sigma}^2 + \text{const.}$$

$$H^I = \frac{1}{4g^2\eta^2 D} \left\{ \frac{1}{\sin \Theta} P_\Theta \sin \Theta P_\Theta + \frac{P_\Phi^2 - 2 \cos \Theta P_\Phi P_\Psi + P_\Psi^2}{\sin^2 \Theta} \right\}$$

symmetrical top.

$g, f \neq 0$, Isobarenergie

$$E^{\mathrm{II}}_{kj} = \frac{1}{2\Gamma^2}\left\{\frac{k(k+1)}{1+\alpha} + \frac{j(j+1)}{1+\beta}\right\}$$

素粒子の固有力と自己エネルギー

小林稔

古典理論に於る種々の難点を合理的に解決し、多方面に見事な收獲を見た現在の量子力學も場の理論に於ては乗越え難い障碍に逢着してかなり久しく足踏みをしてゐる。この困難が量子力學の範圍内で解決されるものであるか或は理論自身の新しい飛躍が必要であるかは簡單に断定し難いが、その原因を出來るだけ明確に究め素粒子に対する廣い意味での模型の變更によつてどの程度まで解決し得るかを追求して見ることも理論の現段階において要求される仕事の一つであらう。

さて、場の理論或は素粒子論に於て難点と言はれてゐる多くの問題の中で、素粒子に対する波動函数の時空的性質、素粒子間の交互作用の選び方及計算方法に依つて救はれる可能性のあるものを除けば結局本質的な難点は素粒子がその周りの場と作用し合ふことに依つて生ずるエネルギーの内で所謂自己エネルギーの部分が発散すると言ふ点に帰着するやうに思はれる。同様な困難は古典論に於ても素粒子が作る自分自身の場のエネルギーが発散すると言ふ形で現れてゐたのであつて Dirac は彼の古典論的電子論に於て、斯様な場のエネルギーの内で不必要な部分を引去ることに依つて自分自身の場の有限な反作用即ち固有力を正しく與へる方法を提出してゐる。

ところが、量子論においてはかやうな発散は交互作用の場合に限らず只一種の素粒子場においても起るのであつて**粒子**がボース統計に従ふ場合には場の零点エネルギーの總和が発散し、フェルミ統計に従ふ場合には負状態に満ちてゐる粒子のエネルギーの總和が発散してゐる。而して、かやうな発散と自己エネルギーの問題とは一見無関係の様であるが、共に量子化された波動函数が交換不可能であるといふ点に起因してゐることに注意す[illegible]局同じ種類のものであつて、ことが推察される。こゝで、自己エネルギーの困難が既に古典電子論においても現れてゐたことは不合理のやうであるが、これは靜電氣的なエネルギーが量子論に於ても古典論と同じ形で分離されるといふ偶然の理由に依るものであると言つてよいであらう。従つて素粒子の自己エネルギー発散の問題は本質的には量子論的のものであると考へられる。

ところで、フェルミ統計に従ふ素粒子場の總エネルギーに対する負状態からの無限大の零點を相対論的共變な形で取去る試みは Dirac に依つて始められた所謂陽電子論に依つて一應の解決に達して居り、同様な手段でボーズ粒子場の零点エネルギーを取去ることの可能性は Weisskopf に依つて示されてゐる。こゝで一應の解決と言つた意味は無限大から無限大を引去ると言ふ數學的に不満足な手段を用ひず最初から無限大が現れないやうな本當の理論が背後にかくされてゐるやうに思はれるからである。

さて、以上の推論から斯様な手段を自己エネルギーに適用して如何なる結果を得るかを吟味することが問題になつて來るのであるが、それには一つの素粒子場に他の素粒子が現れた場合に總エネルギーがどれだけ變るかを量子論的な形で求めることが必要である。ところで、例へば場がボーズ統計に従ふ場合にはそれは場と等價な無限個の各調和振動子のエネルギーの變化の總和として與へられ、その形は場のハミルトン函数から交互作用の項を消去して再び調和振動子に直すやうな場の量の一次變換で求められる。**同様**な方法は場がフェルミ統計に従ふ場合にも適用し得る。かやうにして分離された項が自己エネルギーに相當するのであつて、場の中に入れられた素粒子の波動函数のみを含み、場の影響は單に発散する積分として係数に現れるのみである、ここでも勵起されてゐない状態のエネルギーの變化が自己エネルギーの原因になることから見てそれが量子力學特有のものであるといへやう。

次に斯様にして得られる項を元のハミルトン函数から引去つたものを新しくハミルトン函数として用ひることにすれば陽電子理論と同様に自己エネルギーに対する一應の解決になるのではないかと思はれる。実際の計算としては交互作用のない場合の系のエネルギーを対角線的にする表示をとり、交互作用及び自己エネルギーの項を対角線的、非対角線的要素に含めて聯立方程式を作ればよいのであつて、斯様にすることに依つて、場の反作用迄を含めた今迄の高次の計算に於て不必要であつた項は自動的に落ちてしまひ、交互作用の形の如何に拘らず常に收斂する結果が得られるのではなからうかと思つてゐる。

以上は実際問題に就て確めることなしに希望的豫測を述べたのみであり、又一般論としても矛盾を含んでゐるかも知れないが、兎に角現在の理論の範圍内に於て一應進んで見る道ではないかと思つてゐる。尚自己エネルギーの発散を避ける直接的な手段として通常所謂切断の方法が採られてゐるが、これは素粒子模型として有限の擴りを考へることに他ならず、相対論的に不満足なものである。それに対して自己エネルギーを引去る方法はその点では有利であるが、斯様な方法もやはり廣い意味では模型の變更といへるのであつて Dirac の古典的電子論においても電子半径が現れて來たやうに量子論的素粒子論においてもやはり異なる点模型を採用してゐるとは言へないことが示されるであらう。

最後に、自己エネルギーに関係した問題として、核粒子の磁氣能率に対する中間子理論について一言述べよう。この理論では磁氣能率を磁場内におかれた核粒子の自己エネルギーの變化を中間子理論に従つて求めることによつて算出するのであるが以上に述べた如く**中間**子場のエネルギーの變化を引去る際に電磁場内に於ては相対論的要求から引去る項が磁場に関係することになり、今迄核粒子の磁氣能率に帰せられて居たエネルギーの變化の発散する積分は全部引去られる項に含まれてしまふことが判る。

然し乍ら斯様な種類の計算に依つて引去る方法が何か有限な影響を残す例が示されゝば、陽電子理論に於る變極の問題と同様に理論の當否を実験的に確める方法が少くとも原理的に與へられるであらう。（筆者は京大理・助教授）

二十、二、廿一
大阪新聞

基礎理論物理學

物理學基礎理論 超多時間理論の展望

動員下、高尚な慰安の數時間 湯川氏に於ける時空世界の圓の問題と朝永氏によるその解決

伏見康治

この十一月の半ば千葉の東大第二工學部に於いて、學術研究會議の物理基礎理論の班の會があつた。その時の模様の、自儘な報告を書いて、責を果すこととしよう。

その會で十近くの論文發表があつたが、いづれも言ひ合せたやうに唯一つの問題に打ち込んである。それは、湯川教授が數年來色々の機會に論ぜられた時空世界の圓の問題、その朝永教授による解釋の問題である。湯川氏のまるといふのは吾々の間では愛稱となつてゐるが、説明を必要としよう。物理學は時間空間を事象を載せる枠と考へてそれを土臺として物を語るのである。空間は三次元が本來であるが、面倒であるから、一次元の空間を考へ、その座標Xを横にとる。縱軸には時間をとる。すると、黑板の上に描ける時空世界の模型ができる。吾々はどこでいつ或る現象が起るかを黑板の上の一點に記入する、ところで此の時空黑板は模型であつて殘念なことには、本當の時空の大切な性格を攫えてゐない。時空(少くもその二次元斷面)の連續體としての性格は黑板に寫されてゐるが、幾何學が違ふ。換言すれば距離の概念が、吾々の慣れた黑板のものと、時空のものとで大變に違ふ。普通の黑板の上では、その二點を結ぶ線分は何センチと測り得るものであるが、時空黑板ではそんなことをしても何の物理的意義もない。吾々は黑板の上に時間軸を置くことによつて、動く現象を固定した、時間を空間化した。これは便利なことには違ひないが、併しそうしても時間空間の本質的な差異は當然殘されてゐるのである。時空黑板の上の斜めの線は、例へば或る小物體の一樣等速運動を示してゐる。併し、アインシュタインの特殊相對律(それを吾々は遵奉してゐるのであるが)の立場では、超光速の實在の運動はないから、斜めの直線が運動を表はしてゐるのは、その直線の傾きが時間軸から餘り離れない場合に限り若し直線が水平の空間軸に近く寢てゐる場合には、運動ではなく、同時的な並列を表はしてゐる。そのやうな直線上の二點は、實在の運動では、時間的に一方から他方へと移り得るやうなものではなく、互ひに空間的の位置にあると呼ばれてゐる。實際相對律によれば、そのやうな二點は適當な運動座標系に移れば同時となり得るのである。これに對して適當な座標系に於いて時間的前後關係に置かれる二點を互ひに時間的位置にあると呼ぶ。此のやうな特異な幾何學の時空黑板の上に、今や湯川氏は圓を描かれた。此の圓は普通の幾何の圓と全く違つた意味をもつものであることを知らなければならない。

次に、吾々は量子論の立場に觸れやう、量子論は最も尖鋭に現象論的性格を帶びてゐて、觀測可能の量の間の關係のみを問題とする。特に、觀測に於いて互ひに擾亂を及ぼす一對の量の「同時的」賦値を原理的に拒否する。括弧した同時的といふ言葉は、吾々の意識の上に並置的にといふ意味であつて、必ずしも時空黑板の同一水平線上にあることを意味しない。「同時」觀測不能の量の一般例は、或る量とその時間的變化の速さを表はす量の對で與へられる。蓋し、速さの概念は時間的前後關係にある量の二つの値に關するもので、時間的に前なる量の測定は當然、時間的に後にある量の測定に擾亂を與へるに違ひないからである。扨て、量子論は先づ非相對律的に(といふのは、相對律で許す自由な等速運動座標系への變換の可能性を無視して)一つの特定の座標系に依據して、組織立てられたのであつて、吾々は時空黑板の上の一水平線上に分布する或る量の値から出發して、それより上方にある他の水平線上の量の値を問題とした。これはニュートン力學以來の法則の形式であつて、時間の始めの狀態を與へて時間の終りの狀態を問ふといふのが、現在も守られてゐる範形である。量子論では此の設問に對する答は二重の意味で確率的とならざるを得ない。第一に初期條件が半分不足してゐるから(質點力學で言へば、位置を與へて速さを與へてゐない。上述の如く此の二つは排斥する量の對であつて、二つの數値を「同時」に與へることが不能である。)第二に、初期値と終期値とが互ひに擾亂し合ふ量の組であるから併し乍ら、量子論は此の確率的不定さを全面的に許すわけでなく、重疊の原理の支配下にある波動函數なるものを媒介として確率を計算する。波動函數は初期値Aと終期値Ωとを含む(A, Ω)なる形の函數で、Aを與へた時のΩなる値の確率はその絕對値の平方である。函數(A, Ω)そのものは確率的要素なしに、因果律的に算出される。

以上は從來の量子論の形式であるが、湯川氏にとつては、その非相對律的性格が物足りなかつた。時空黑板の上に、いつも水平線を引くのは、融通性のない話である。一つの水平線から他の水平線に移る、時間はすべての空間點を一樣に進行してゐる。その形式は正にニュートン的であつて、その相對律的不變性が確められるにしても、それはすべての法則が不變の形に必ず書けるといふことを實證するやうなぎごちなさに於てである。又AならばΩといふ條件確率の形式に不滿がある。(函數A, Ω)はA, Ωを「同時的」に與へるアプリォリ確率と考へたい理由がある。そこで、時空黑板の上に一つの歪んだ閉曲線が描かれる。これが湯川氏のまるである。その周邊の量の値を同時的に與へるやうなアプリォリ確率があるに違ひない。水平線から解放された勝手なまるは、特定の座標系に依存しない、全く相對律的思想の産物である。

かゝる夢に、形式を與へたのが朝永氏の超多時間理論である。超といふ形容詞があるのは有限多時間理論の形式が質點系力學の場合に先例があるのを擴張したからである。こゝではもつと判り易い渡邊慧博士の一般觀測パラメタの理論をスケッチしよう。渡邊氏は自分と同學時代にこんな思想を語つてくれたことがある。時間とは何であるか、それは過去の全體が未來の領域を蝕んで行く過程である。そのフロントが現在である。此のフロントは時空黑板の水平線である必要はない。海岸の打寄せる波のやうに、彎曲した曲線が、又絶えずその形を崩し乍ら進んで行く姿であつてよい。すべての新しい思想は若人のものである。渡邊氏が三十何歳の今日、數學的形式に載せた此の考想は、十年前ベルグソンの持續の思想に影響された若人の夢の實現に過ぎない。現在の量子論の形式は、何らの改變を必要とすることなく(その改變をこそ寧ろ湯川氏は希望したのだらうのに)此の曲つたフロントを持つ蠶蝕の過程を記述するやうに變へることができる。唯々その際、一つのフロントの上のどの二點をとつても常に互ひに空間的位置にあることを必要とする。それを破れば吾々は互ひに擾亂し合ふ一對の量を「同時」に考察するといふ量子論のタブーを冒すこととならう。湯川氏の全く筆勢に任せた圓は、吾々の現在の枠の内には收らないやうである。そのアプリォリ確率に關する考想は恐らく破棄さるべきものであらう。そして現在の刹那の水平構造が上の意味で保たれる限りに於ては、吾々は現實の生活に於いて獨逸の戰局と太平洋の戰局とを異なる時間水平で考へる必要は、少くもラヂォの發信と受信との時間間隔の許容内でないことゝなる。

× × ×

殘る問題は、寧ろ此の戰局の緊迫下で、こんな呑氣な討論に時間を潰すことが許されるか否かにある。果して、會の終りに班長朝永氏は、出席されてゐた仁科學研委員に對して此の質問を發した。その答は、此の人の圓滿な人格を反映するものであつて、特にお傳へする必要はあるまい。唯々自分は次のことを述べて置けばよい。湯川氏は學研内に急設されたロケット班に參加されてゐる。朝永氏は電波兵器の研究に各方面から引張り凧である。渡邊氏はヂアイロの研究に沒頭してゐる。基礎理論の數時間は、慣れない研究に動員された人々の、高尚な僅かな慰安の時間であつたと。

(筆者は理學部教授物理學教室)

(大 昭二〇・三・十五 帝大新聞)

1) Stueckelberg, Un modèle de l'électron ponctuel II. (Helv. Phys. Acta. ~~17~~ (~~1944~~), 3)

(// , Un nouveau modèle de l'électron ponctuel , 14 (1941), 51)

點電子の模型に就て(1)

§1. 古典的模型

densité d'énergie-impulsion

$$T^{\mu\nu}(x) \equiv T^{\mu\nu}(\varphi(x)) = T^{\nu\mu}$$

$$\partial_\nu T^{\mu\nu}(\vec{x}, t) = F^\mu(\vec{x}, t)$$

$$p^\mu(t) = \int (dx)^3\, T^{\mu 4}(\vec{x}, t)$$

force sur la particule

$$f^\mu(t) = \int (dx)^3\, F^\mu(\vec{x}, t)$$

$$v(\vec{q})$$

$$\varphi = \varphi^{(ret)} + \varphi^{(inc)}$$

$$\varphi^{(ret)} = \varphi^{(sym)} + \varphi^{(rad)}$$

$$\varphi^{(sym)} = \frac{1}{2}\left(\varphi^{(ret)} + \varphi^{(av)}\right)$$

$$\varphi^{(rad)} = \frac{1}{2}\left(\varphi^{(ret)} - \varphi^{(av)}\right)$$

$$T^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}(\cdot\cdot) + T^{\mu\nu}(sym)$$

$$F^{\mu} = F^{\mu}(\cdot\cdot) + F^{\mu}(sym)$$

$T^{\mu\nu}(sym)$, $F^\mu(sym)$ ne $\varphi^{(inc)} + \varphi^{(rad)}$
ne dépend (Φ..,

Φ : le champ fonctionnel

$f^\mu(t) = 0$: équation de mouvement de la singularité

$$\underbrace{m\eta\ddot{\vec{q}}}_{m\eta\left(-\frac{d^2}{dt^2}\right)} - m\lambda_0 \dddot{\vec{q}} = f^{(inc)}(t).$$

$m\ddot{q} = f^{(0)} \times$ fonction de prémonition

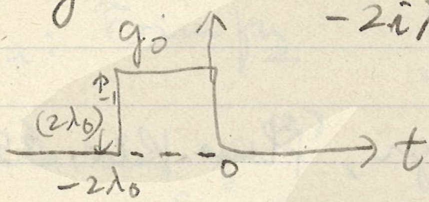
a) Le modèle de Dirac. $\eta = 1$

$$\left.\begin{array}{l} t<0:\ g_0(t) = \lambda_0^{-1} e^{t/\lambda_0} \\ t>0:\ g_0(t) = 0 \end{array}\right\}$$

b) Le modèle quantique

$$\eta(\omega^2) = \frac{1}{2}(\lambda_0\omega \sin 2\lambda_0\omega)(\sin\lambda_0\omega)^{-2}$$

$$2\pi g_0(\omega) = \frac{e^{-2i\lambda_0\omega} - 1}{-2i\lambda_0\omega}$$



§2. 輻射の散乱

$$dQ' = \frac{dA^{(rad)}}{2\pi |T^{(i)}|} = d\Omega' (3\lambda_0)^2 \frac{(\cos\vartheta')^2}{\eta(\omega^2)^2 + \lambda_0^2\omega^2}$$

§3. 分散、線の幅、

§4. 模型の一般的性質、

$$\Psi(T) = S(T)\,\psi(-T)$$

§5. 量子論的模型における因果性。

§6. 量子化

(1) Coester, 前出.

(2) Oppenheimer & Schwinger, Phys. Rev. 60, 150, (1941),

(3) Møller-Rosenfeld, 〃
Schwinger, 〃

~~重~~ 中間子論に於ける重い核の安定性[1]

核子、静止、個数 N.
+ 中性 擬スカラー論.

$$H = H^0 + H'$$

$$H^0 = \frac{1}{2}\int dx\,(\pi^2 + |\mathrm{grad}\,\psi|^2 + \mu^2\psi^2)$$

$$H' = \sum_{\nu=0}^{N-1} H^{(\nu)}$$

$$H^{(\nu)} = -\frac{g}{\mu}\sum_{i=1}^{3}\sigma_i^{(\nu)}\int dx\,\delta_a(x - x^{(\nu)})\frac{\partial\psi}{\partial x_i}$$

δ_a: Formfunktion $\quad \int dx\,\delta_a(x) = 1.$

Protonradius a[2]

$$\frac{1}{a} = \int dx \int dx' \frac{\delta_a(x)\delta_a(x')}{|x - x'|}$$

a) Neutrale Pseudoskalartheorie
b) Symmetrische Pseudoskalartheorie
c) Symmetrische Vektortheorie
d) Mischung von (b) und (c)[3]

† 素粒子理論発展/他の新方向
(20. 5. 19)

荒木：核粒子の磁気能率†

i) 坂田理論：　中　重　軽

ii) 1. 例

中間
中　重 → 軽
中

$N \to P + U^-$　　$\nu + U^- \to e + U^0$　　$U^0 + P \to P$

iii) 重　陽子　　中間子　　軽電子

中性子　　中性中間子　　重　中性微子

$N \to P + U^- + U^0$

$\nu + U^- \to e + U'^0$

$P + U^{0'} + U^0 \to N$

小野健一：中間子論の一つの形態
(93 参照)