

輕粒子の理論

YHAL N47

量子電氣力学

1936

1935

電氣力学の由

湯川和清

I. Yukawa

TRADE **HANABISHI** MARK
(REGISTERED)

HANABISHI BRAND

FILE

NO. 77

新案特許既願

c032-080

Special Theory of Relativity

前章に述べた如く Lorentz の Electron Theory においては、静止 ether を假定するところから多くの現象を容易に説明し得たが、この ether に対する運動を仮定したところから Michelson 等の実験は、反して不成立の境に達した。

すなわち、静止 ether なるものを假定して、この ether に対する運動は如何なるべきかを求めようとしたところから、^{矛盾が生じた。}

そこで上に述べた如く、^{この矛盾を解決するために、} Michelson の実験を説明せねばならぬところから、

それはいかに最も要約的であり、むしろ、静止 ether の假定を捨て、絶対運動の存在を否定するところから、^{この矛盾を解決するために、} Michelson の実験を説明せねばならぬところから、

即ち二つの system があつて、それ等が互に相対運動している。その一つが静止し、いつに於て動いておるかを知らねばならぬところから、

classical dynamics 中の二つの系は、次の如く互に相対運動している。

一つの system における位置の coord. を x, y, z とし、^{上系の座標} 之に対して uniform velocity v で動いて居る system における位置の coord. を x', y', z' とする。

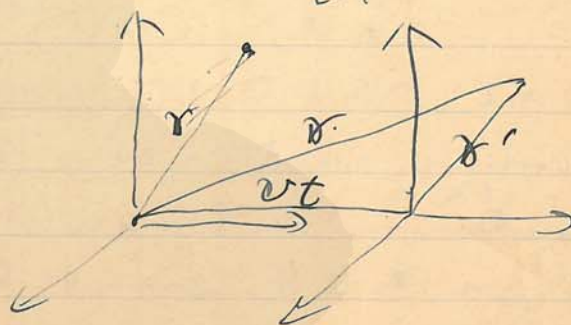
$t=0$ において両方の coord. syst の origin が一致したとすると、

$$x' = x - vt$$

である。

従つて Newton の equation of motion は 1st system において

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = - \frac{\partial V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots)}{\partial \mathbf{r}_i} = \text{grad}_i V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots)$$



h⁵ lxxpx.

$$V_{12} = V'_{12}, \dots$$

works. $V(x_1, \dots) = V(x_1', \dots)$

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = - \cancel{\sum_j} m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2}$$

$$= -\text{grad}_i V = -\text{grad}'_i V(r_{12}, r_{13}, \dots)$$

Ques. 3 $\sqrt{\text{2nd system}}$ equation of motion $\sqrt{\text{1st system}}$ $v/\bar{v} < 1$ Results.

classical dynamics & its relativity, principles
Newton's equation of motion & Galilei's Transforma-
tion & their invariant laws.

しかしこの問題をかきうに張る時、electromagnetic phenomenaに extend すると上の意味の relativity は成立しない。classical いうのはある system であり、光がその方向に - あるいは c の velocity で propagate するとすると $c+v$ となるが v の velocity v がある system であり、光の propagation の speed は方向によって異なるといふ、 $c+v$ 、 $c-v$ の velocity v の方向を v の方向の速度とすると $c+v$, $c-v$ となる。

2024から Michelson の実験が正しいのかどうか
absolute motion が 存在するかどうか.

Einsteins Michelson の実験の結果によつて、光の速度が媒質
を通じて変化しないことがわかった。

Einstein 12 = 9 5 2, 1905 12. Special Theory of Relativity 12.

先第一の Relativity of Principle は mechanical phenomena
"are" である。ある現象を apply する時に、 $\therefore$ absolute
motion を 知ることは不可能である。すなわち

「~~the~~ 現象は $\rightarrow$ の system と $\rightarrow$ の system に対して uniform
velocity v においてある system と比較して、 $\therefore$ 現象は
は全く同じである」といえる。

I. 現象は coord. system の uniform translation に対して
invariant である。

(First Postulate.)

次に 第二の Postulate として、

真空中の光の速度は $\rightarrow$ の system に対して c である。
この postulate は 次の二つの条件を combine したものである。

1) Ether theory ではない。光の速度は source の運動に indep.

2) I. postulate からすると、source が動くか observer が
動くかは $\rightarrow$ の system に対して v である、 $\therefore$ 両方から

source と observer の relativity velocity v によって
source が動くとしても、observer が動くとしても
同じ v 。 $\rightarrow$ の system に対して 光の速度が c である、
これは どの場合でも 光の速度が c であることを意味する。

この二つの Postulate を 仮定して、これから $\rightarrow$ の system
の速度を導く。

3

- H + C
 - 11月26日

§2. Lorentz Transformation

relativistic

さて Relativity Theory 上の二つの Postulate から ~~導出される~~
 導出。この場合 第一 coordinate system の uniform
 translation を如何に表現するかの問題である。

classical dynamics の Galilei Transf. の場合 適用出来ない。
 第一 system S に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。第二 system S' に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.

origin first coordinate system の origin から $t=0$ に出る光の
 wave front は

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0 \quad \text{the surface}$$

を表現する。

今 S' の origin は S に対して uniform velocity v で動く system
 (x', y', z') を考える。time $t=0$ において S の origin から
 出た光の波 front は

classical dynamics においては $t'=t$ である。time を変えず。
 $(t'=t)$ (しかし、上の relat. $\Rightarrow$ post relat の第二の postulate
 からすると $t' \neq t$ である。これは正しいのかどうか分からない)

第二の system S' に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.

今 S' の origin は S に対して uniform velocity v で動く system に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.

第二の system S' に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.

さて 第一の system S に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.
 を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel. を持つ。この二つの system に対して 光の速度 c の vel.

t' 系 wave front 是
 $x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = 0$.

(x', y', z', t') と (x, y, z, t) の関係は 非-linear
 である。 故に、

$$x' = \gamma(x - vt)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma(t - \alpha x)$$

assume γ and system u is wave front of A'

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = \gamma^2 (x - vt)^2 + y^2 + z^2 - c^2 \gamma^2 (t - \alpha x)^2 = 0$$

1st system u is wave front of A

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

is isotropic.

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2 = k(x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2) = 0$$

is isotropic. symmetry is there. $k=1$.

$$\therefore \gamma^2 - \gamma^2 \alpha^2 c^2 = 1$$

$$\gamma^2$$

$$c^2 \gamma'^2 - v^2 \gamma^2 = 1$$

$$\gamma^2 v = c^2 \gamma'^2 \alpha$$

$$\therefore \gamma^2 - \frac{\gamma^2 v^2}{c^2} = 1$$

$$\gamma^2 = \frac{\gamma^4}{c^2 + v^2 \gamma^2} = 1$$

$$c^2 \gamma'^2 = c^2 + v^2 \gamma^2$$

$$c^2 \gamma^2 + v^2 \gamma^4 - \gamma^4 v^2 = c^2 + v^2 \gamma^2$$

$$\gamma^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\gamma'^2 = \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

$$\alpha = \frac{v}{c^2}$$

$$v \rightarrow 0 \text{ a limit where } x' = x \text{ etc. a la } \gamma = \gamma' = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \quad x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

逆変換 $x, y, z, t \leftarrow x', y', z', t'$ の場合

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

2. Lorentz-transformation の場合 $\frac{v}{c} \ll 1$ の場合 Galilei Transf. に還元される。

Lorentz-transformation は $x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$ を不変にする。

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

これは invariant である。

2. 波動関数 $\varphi(x, y, z, t)$ に対する wave equation

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0$$

即ち、

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z'^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t'^2} = 0$$

1st system in (x, y, z) (1972 YHA), YITP Kyoto University

2nd system $\mathcal{V}$ $(x'_1, y'_1, z'_1, t'_1 = \frac{t_x - \frac{v}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}})$ $(x'_2, y'_2, z'_2, t'_2 = \frac{t_x - \frac{v}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}})$ 4

in transform 3418. 2418 electromag. wave a propag in
characteristic is equation 2450'3. 2 or invariant 2459
as 2458. #

(2) 与 u 正交的 v 的个数

④7. 上記より、一つの ~~control~~ system と 2つの z 軸に z velocity と z position system とがある。このとき、 z 軸の z 軸に z velocity と z position system とがある。このとき、 z 軸の z 軸に z velocity と z position system とがある。

(4) この場合 第一に注意せねばならぬ 2 つの system calls time or
- 値しかない 2 つの τ である。

1. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 2. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 3. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 4. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 5. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 6. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 7. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 8. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 9. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is
 10. 1st system is x_1' is, 2nd system is x_2' is

$$t_1^* = \frac{t_1' + \frac{v}{c^2} x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(b) 1. $x_1'' = \frac{x_1'(t) v_1'}{\sqrt{1 - v_1^2}}$ no γ

for $n \in \mathbb{N}$
 e Pol. in x . $\sum_{i=0}^n x^i \in \mathbb{N}[x]$ x_2 has n roots.

2nd system vlt.

$$t_2' = \frac{t_2' + \frac{v}{c} x_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

(421. $x_2' = \frac{x_1' + vt_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$)

$$\therefore t_2^* - t_1^* = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

~~ある系が~~ $\mathcal{S}$ 系 $\Rightarrow$ a system $\mathcal{S}$ がある t_1 $\rightarrow$ $t_1' - t_1$ 大
 びに t_2 $\Rightarrow$ a system $\mathcal{S}$ がある t_2

$$\frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

2. ~~the~~ $\text{Var}(t_2) = 0$.

次に、第1 system から $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ 第2 system の時計の経過時間

後又取 u_2, u_3 . 故 $\sim$ 是 Γ 上的良序上的关系

から与えられた座標系。

この系は静止した座標系 S に対して v の速さで x 軸方向に動く座標系 S' である。

(ii) 第二の点 P は S 系で (x_2, y_2, z_2) であり、 S' 系で (x'_2, y'_2, z'_2) である。

第一の点 P は S 系で (x_1, y_1, z_1) であり、 S' 系で (x'_1, y'_1, z'_1) である。

この二つの点 P は S 系で同時に起こる事象である。すなわち $t_1 = t_2$ である。

S' 系で観測された時刻 t'_1 と t'_2 は、

$$\left. \begin{aligned} x'_1 &= \frac{x_1 - vt_1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y'_1 &= y_1 \\ z'_1 &= z_1 \end{aligned} \right\}$$

S' 系で観測された時刻 t'_2 と t'_1 は、

$$\left. \begin{aligned} x'_2 &= \frac{x_2 - vt_2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y'_2 &= y_2 \\ z'_2 &= z_2 \end{aligned} \right\}$$

故に S' 系で観測された時刻差は

$$t'_2 - t'_1 = \frac{(x_2 - x_1) - v(t_2 - t_1)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

である。この式は、 S 系で観測された時刻差 $t_2 - t_1$ と、 S' 系で観測された時刻差 $t'_2 - t'_1$ の関係を示している。

この式は、 S 系で観測された時刻差 $t_2 - t_1$ と、 S' 系で観測された時刻差 $t'_2 - t'_1$ の関係を示している。これは Lorentz 変換の時間部分である。

1. Lorentz の変換と時間差。Lorentz の変換は、 S 系と S' 系の間で、 x 軸方向に v の速さで動く座標系 S' に対して、 S 系で観測された時刻差 $t_2 - t_1$ と、 S' 系で観測された時刻差 $t'_2 - t'_1$ の関係を示している。

速さ v の系 S と S' との間の相対速度 u は、

(iii) 第一に u は velocity u である。classical theory によると、
 Lorentz transf. による $u \rightarrow$ a system of relative velocity of
 light velocity c 以上になる $\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$ は imag. なる。故に、
 velocity c 以上になるものは存在しない。従って、
 第一に、 u は c より小さい velocity である。その中 u は他の
 物体の速度 v による c 以上になる velocity になることはない。その
 system から見た v の velocity は c 以上にならない。
 これは u なる velocity u (c より小さい) を c より小さい v とするからである。

第二に、速度 u は u である。後の velocity は u の system から見た
 速度 c 以下である。

これを導く。第一に system から見た 物体の time t は
 x, y, z とする。この velocity は

$$u_x = \frac{dx}{dt}, \quad u_y = \frac{dy}{dt}, \quad u_z = \frac{dz}{dt}$$

である。第二に velocity v である x' と t'

これは x' なる参照系 word. system S' なる system なる x'
 なる velocity v x' なる S' なる system なる x' なる
 物体の word x', y', z' とする。この system なる x'
 velocity は

$$u'_x = \frac{dx'}{dt'}, \quad u'_y = \frac{dy'}{dt'}, \quad u'_z = \frac{dz'}{dt'}$$

である。

第二に u は Lorentz Transf. による

$$\left. \begin{aligned} x'' &= \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y'' &= y' \\ z'' &= z' \\ t'' &= \frac{t' + \frac{v}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\}$$

である。

$$u_x = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{dt' + \frac{v}{c} dx'}$$

$$= \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

$$u_y = \frac{dy'}{dt' + \frac{v}{c} dx'} \cdot \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = \frac{u'_y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

$$u_z = \frac{u'_z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

この系から、ある system に属して $(v, 0, 0)$ の速度で運動する system に属して、 (u'_x, u'_y, u'_z) の速度で運動する粒子の、ある system に属して velocity (u_x, u_y, u_z) は cl. dyn の法則に従う。そして $(u'_x + v, u'_y, u'_z)$ ではなく、 $u = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$ の factor を用いる。

速度の合成 $u' = \sqrt{u'^2_x + u'^2_y + u'^2_z} < c$ $v < c$ ならば

の $u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$ は以下の式

$$u = \frac{\sqrt{u'^2 + 2u'_x v + v^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = \frac{\sqrt{u'^2 + (u'^2 - u'^2_x)(1 - \frac{v^2}{c^2}) + 2u'_x v + v^2}}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

$u', v \in (-c, c)$. u'_x は $-u'$ から u' までの範囲

$$\frac{\partial u}{\partial u'_x} = \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} (1 + \frac{u'_x v}{c^2})} - \frac{\frac{v}{c^2}}{(1 + \frac{u'_x v}{c^2})^2}$$

$$= \frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} (1 + \frac{u'_x v}{c^2})^2} \{ c^2 + u'_x v - u'^2 - 2u'_x v - v^2 \} = 0$$

or $u'_x v = c^2 - u'^2 - v^2$

$$\therefore u_{max} = \frac{c^2 - u'^2 - v^2}{c^2 (1 - \frac{u'^2 - v^2}{c^2})} = c \cdot \frac{1}{\sqrt{2 - \frac{u'^2 + v^2}{c^2}}}$$

$$u_x' = u' \cos \theta.$$

$$u = \frac{\sqrt{u'^2 + 2u'v \cos \theta + v^2}}{1 + \frac{u'v \cos \theta}{c^2}} = \frac{\sqrt{(u' \cos \theta + v)^2 + u'^2 \sin^2 \theta (1 - \frac{v^2}{c^2})}}{1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2}}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{-\frac{u'v \sin \theta}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2}}} + \frac{\sqrt{1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2}}}{(1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2})^2}$$

$$= \frac{-\frac{u'v \sin \theta}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2}}} \{ c^2 + u'v \cos \theta - u'^2 - 2u'v \cos \theta - v^2 \}$$

$$= 0$$

$$\therefore \sin \theta = 0. \quad \text{or} \quad u_x' = \pm u' \quad \begin{matrix} \text{max,} \\ \text{min.} \end{matrix}$$

$$\text{or} \quad \cos \theta = \frac{c^2 - u'^2 - v^2}{u'v}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \theta} = \frac{1}{(1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2})^2} \left\{ -(u' \cos \theta + v) \frac{u'v \sin \theta}{c^2} + u' \cos \theta \sin \theta \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \right\}$$

$$+ \frac{\sqrt{1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2}}}{(1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2})^2} \frac{u'v}{c^2} \sin \theta = 0.$$

$$\sin \theta = 0. \quad \text{or} \quad \frac{u'v \cos \theta (1 - \frac{v^2}{c^2}) - u'v \cos \theta}{(1 - \frac{u'v \cos \theta}{c^2})^2} = 0$$

$$\{ u'^2 \cos \theta (1 - \frac{v^2}{c^2}) - u'^2 \cos \theta \frac{u'v}{c^2} \} (1 + \frac{u'v \cos \theta}{c^2})$$

$$+ \{ (u' \cos \theta + v)^2 + u'^2 \sin^2 \theta (1 - \frac{v^2}{c^2}) \} \frac{u'v}{c^2}$$

$$= -u'v \left\{ \left(1 + \frac{u'v}{c^2} \cos \theta \right)^2 - \frac{u'^2}{c^2} - \frac{2u'v \cos \theta}{c^2} - \frac{v^2}{c^2} + \frac{u'^2 \sin^2 \theta}{c^2} \right\}$$

$$= -u'v \left\{ 1 + \frac{u'^2 v^2}{c^4} - \frac{u'^2}{c^2} - \frac{v^2}{c^2} \right\} = -u'v \left(1 - \frac{u'^2}{c^2} \right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

∴ $u'_x = u'$ or max, min vbs.

$$\therefore u_{\max/\min} = \frac{\pm u' \pm v}{1 \pm \frac{u'v}{c^2}} = c \left\{ 1 \mp \frac{(1 \mp \frac{u'}{c})(1 \mp \frac{v}{c})}{1 \pm \frac{u'v}{c^2}} \right\}$$

By v ~~$(c-u')(c-v)$~~ $1 \pm \frac{u'v}{c^2} \mp \frac{u'}{c} \mp \frac{v}{c} = (1 \mp \frac{u'}{c})(1 \mp \frac{v}{c})$

∴ $u', v < c$ の場合 $u' < c$ かつ $v < c$ である。

$$\left(\frac{\pm u' \pm v}{1 \pm \frac{u'v}{c^2}} - \frac{u' + v}{1 - \frac{u'v}{c^2}} \right) = \frac{(u' + v)(1 - \frac{u'v}{c^2}) + (u' - v)(1 + \frac{u'v}{c^2})}{() ()}$$

$$= \frac{2u'(1 - \frac{v^2}{c^2})}{() ()} > 0$$

∴ c より u velocity が c 以下であることが示された。

又 u', v の x -axis 方向に $u' \leq c$ と仮定する。

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{c + u'x}{1 + \frac{u'x}{c}}$$

$$= c$$

$$(u' = c, v \leq c) \quad u =$$

以上の velocity の addition は $u' \leq c$ かつ $v \leq c$ の場合である。

∴ u' の x -axis 方向に $u' \leq c$ と仮定する。

上 x -coord. axis の rotation θ による

$$u = \frac{u'_x}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} = \frac{\sqrt{u'^2 - \frac{(u'_y)^2}{c^2}} - \frac{u'_x v}{c^2} + 2u'_x v + v^2}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{u'v}{c^2}} + \frac{u'}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

$$u v = \frac{u'v + v^2}{1 + \frac{u'v}{c^2}} = \frac{(u' + v)v}{1 + \frac{u'v}{c^2}}$$

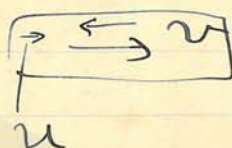
$$u u' =$$



1. velocity addition theorem から、Fizeau の実験
を説明できる。

例 水が v の velocity で動くとき、光の
propag. の velocity が $u' = \frac{c}{n}$ だとする。静止した observer から
見た velocity は

$$u = \frac{\frac{c}{n} \pm v}{1 \pm \frac{v}{nc}}$$



$\frac{v}{c}$ まで higher order を neglect すると

$$= (\frac{c}{n} \pm v)(1 \mp \frac{v}{nc}) \approx \frac{c}{n} \pm v$$

$$= \frac{c}{n} \pm v(1 - \frac{1}{n^2})$$

(但し、 $n \rightarrow 1$ のとき、 $u \rightarrow c$ となる。稀薄気体の場合、 $n \rightarrow 1$ となる。
 $u \rightarrow c$)

これより、Fizeau の実験は Lorentz の理論と一致する。

2. 4.1.1. coordinates uniform transformation は relativity
Lorentz transformation と一致する。Einstein の Postulate

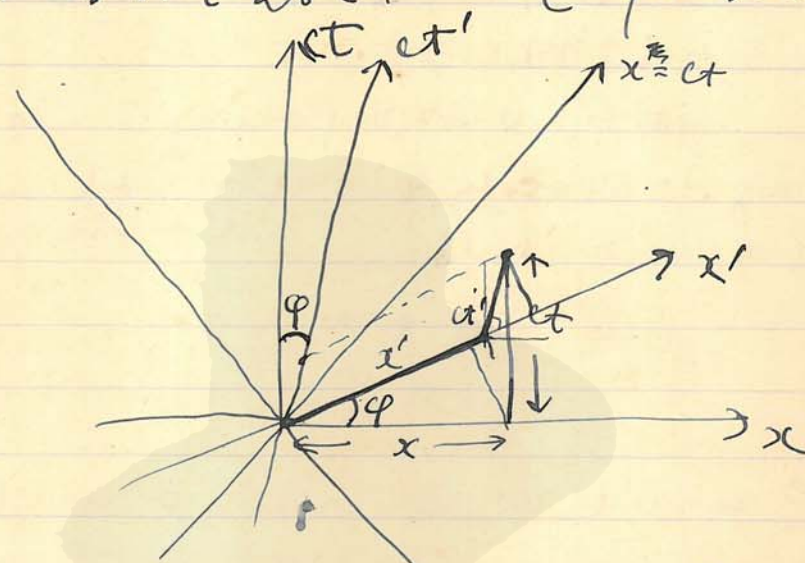
より
「natural law は Lorentz transformation により
invariant である」
と仮定する。

OAP の面積
 $\frac{1}{2}xy$
-
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

$$\frac{v}{c} = \rho \quad r \text{ far } r$$

$$x' = \frac{x - \beta(ct)}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$ct' = \frac{ct - \beta x}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$



B2 Hand. CP.

~~$$\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \cosh \varphi.$$~~

~~$$x' = x \cosh \varphi - (ct) \sinh \varphi$$
$$y_{ct}' = -x \sinh \varphi + (ct) \cosh \varphi$$~~

$$1 - \tan^2 \varphi =$$

$$1 - \frac{\cancel{\cos 2\varphi}}{\cos 2\varphi} = \frac{\cancel{\cos 2\varphi}}{\cos 2\varphi} = \frac{\frac{1}{2} \cos(2\varphi) - 1}{\cos 2\varphi}$$

$ct' = 0$ vs x' -axis is $ct - \beta x = 0$ in K
 and it is the x' -axis, $\therefore \tan \phi = \beta$ in K and ϕ is the angle between x -axis and x' -axis. In K' the ct' -axis is $ct - \beta x = 0$, vs time axis x and ϕ is the angle between ct' -axis and x -axis. In K' the x' -axis is $ct - \beta x = 0$, vs ct' -axis.

for $x' = (x, t)$ has $\underline{t} \leq t$ and $x' \in \text{coord } \mathcal{H}_A(x', t')$ and $y' \in \text{coord } \mathcal{H}_A(y', t')$

$$x' = x$$

$$x \cos \varphi + ct \sin \varphi = x'' + ct'' \sin 2\varphi$$

$$-\sin 2\varphi \quad x \sin \varphi + ct \cos \varphi = x'' \sin 2\varphi + ct''$$

$$x \cos \varphi (1 - 2 \sin^2 \varphi) + y \sin \varphi (1 - 2 \cos^2 \varphi)$$

$$\cos \alpha = x' \cos^2 \varphi.$$

$$x' = \sqrt{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi} x'' = \frac{x \cos \varphi + \beta c t \sin \varphi}{1 - 2 \sin^2 \varphi - (\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi)} = \frac{x - \beta c t}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

$$\alpha' = \sqrt{\cos^2 \theta + \sin^2 \theta} \quad \alpha'' =$$

もしも W が W の W なら W は W の W である。
 したがって W は W の W である。

new coord. system の
 unit vector W は W の W である。
 $\therefore \overline{OP}^2 = (\overline{OP} \cos \varphi)^2 + (\overline{OP} \sin \varphi)^2$
 $= (\overline{OP} \cos \varphi)^2 - (\overline{OP} \sin \varphi)^2$
 $+ 2 \overline{OP}^2 \sin^2 \varphi$
 $= 1 + 2 \overline{OP}^2 \sin^2 \varphi$

$$\therefore \overline{OP} = \frac{1}{\sqrt{\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi}}$$

もし W が W の W であるならば W は W の W である。
 one vars. W は light cone である。

もし W が W の W であるならば W は W の W である。
 special or Lorentz Transformation である。
 coordinate, time の W の linear transformation である。

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2$$

is invariant under this transformation である。

もし W が W の W であるならば W は W の W である。

$$x = x_1, \quad y = y_1, \quad z = x_2, \quad ict = x_4$$

もし W が W の W であるならば W は W の W である。

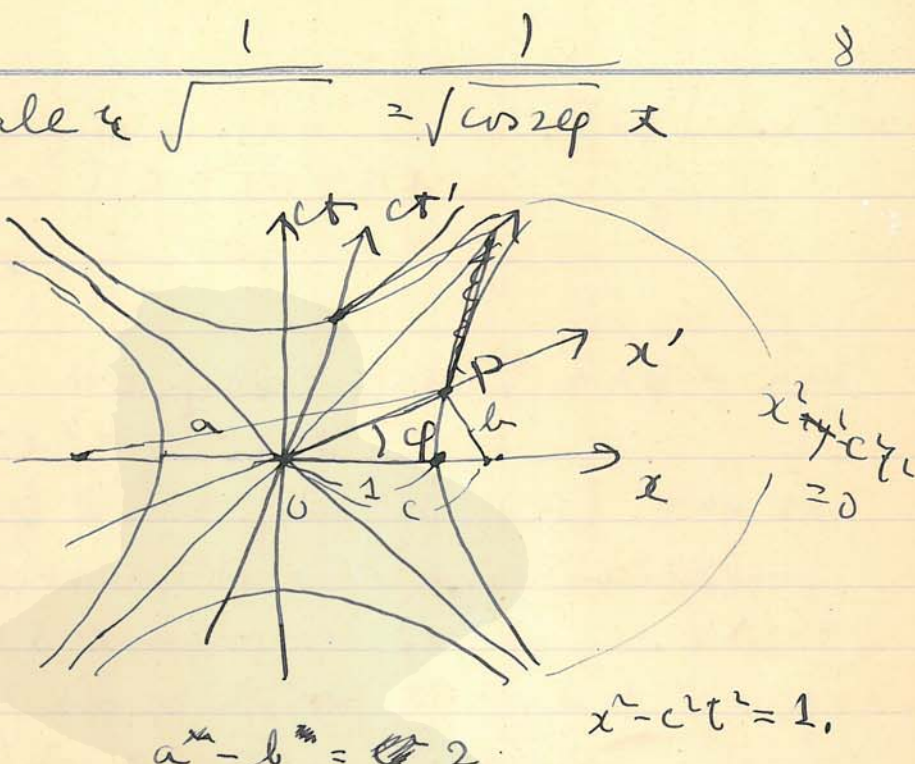
For linear transform である

$$x_i = \sum_k a_{ik} x_k$$

もし W が W の W であるならば W は W の W である。

$$= a_{ik} x_k$$

もし W が W の W であるならば W は W の W である。



より、 x

$$x^2 y^2 + z^2 - (x^2 + y^2 + z^2) = \sum_i x_i^2 = x_i x_i$$

また、 α の Lorentz Transf. x は

$$x_i x_i = x'_i x'_i \quad (x_1, x_2, x_3, x_4)$$

は 4次元 linear Transf. x の 4次元 Euclidean space x の rectangular coord. (x_1, x_2, x_3, x_4) の coord.

より、 $x_i x_i$ は origin x の 4次元 x である。また Lorentz Transf. は origin x を fix. x は x の 4次元 x である。この Transf. x は、 x の 4次元 x の rotation x x である。

$$x_i x_i = x'_i x'_i \quad \text{より } x_i x_i = a_{ik} x_k a_{il} x_l = x_k x_l \cdot a_{ik} a_{il}$$

$$\text{より、} \quad a_{ik} a_{il} = \delta_{kl} \quad \delta_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{if } k=l \\ 0, & \text{if } k \neq l \end{cases}$$

is orthogonal Transf. x は x の 4次元 x である。

より x は

$$x'_i = a_{ik} x_k$$

$$\text{より、} \quad x'_i x'_i = a_{ik} a_{il} x_k x_l$$

$$\therefore a_{ik} a_{il} = \delta_{kl}$$

$$\text{より } (\det |a_{ik}|)^2 = \det |a_{ik} a_{il}| = 1$$

$$\therefore |a_{ik}| = \pm 1$$

また a_{ik} は x の 4次元 x である。より $a_{ik} = a_{ki}$

$$a_{ik} = a_{ki}$$

is known a_{ik} is the 4×4 matrix. $x_i = x'_k a_{ki}$

Lorentz transformation is also a linear transf. $x_i = x'_k a_{ki}$
 and a_{ik} is the inverse of a_{ki} .
 Identical a_{ik} is the same as a_{ki} . (Lorentz group)
 Then Lorentz transf. is a group $G(3,1)$.
 For v $\det = 1$ is a subgroup $S(3,1)$.

is a special Lorentz transf. is

$$a_{ik} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix} \quad \det = 1.$$

又通常の space の rotation と Lorentz transf. の generalization.
 $x_4 = x'_4$ $\sum_{i=1}^3 x_i^2 = \sum_{i=1}^3 x_i'^2$ $\therefore x_i x_i = x_i' x_i'$

§3. Four Dimensional Vectors

物理量は Lorentz transf. に対して invariant である。物理量は Lorentz transf. に対して invariant である。
 Relativity の 1st postulate is that physical law is Lorentz transformation invariant.
 物理法則は Lorentz transformation に対して invariant である。
 physical law is Lorentz transformation invariant.
 physical law is Lorentz transformation invariant.
 physical law is Lorentz transformation invariant.
 physical law is Lorentz transformation invariant.

あるものは linear transform であることが知られる。

これは 3 次元 physical 空間に 4 次元の rotation を
与える linear transform である。

第一は scalar 空間の trans. によって知られる。

例として、 $\vec{r}$ の 4 次元空間の distance

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) \quad (y_1, y_2, y_3, y_4)$$

$$l = \sqrt{(x_i - y_i)(x_i - y_i)}$$

4 次元空間

第 2 次元 4 次元の coord. (x_1, x_2, x_3, x_4) に対する
transform として

$$(x'_i = a_{ik} x_k)$$

Four vector (Vierervektor)

vector の addition は $(A_i), (B_i)$ の和 C_i とする

$$A_i + B_i = C_i \quad i = 1, 2, 3, 4$$

vector と vector の scalar product

$$A_i B_i$$

(これは scalar である)。

$$A_i B_i = a_{ik} A_k \cdot a_{il} B_l$$

$$= \delta_{kl} A_k B_l = A_k B_k$$

vector の absolute value (Betrag)

$$\sqrt{A_i A_i}$$

これは $A_i A_i$ は必ず positive である。

例として、 $x_i - y_i$ の vector の

$$\text{Betrag} \text{ の場合、 } x_i \rightarrow (x_1, y_1, z_1, ct_1) \quad y_i \rightarrow (x_2, y_2, z_2, ct_2)$$

$$(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2$$

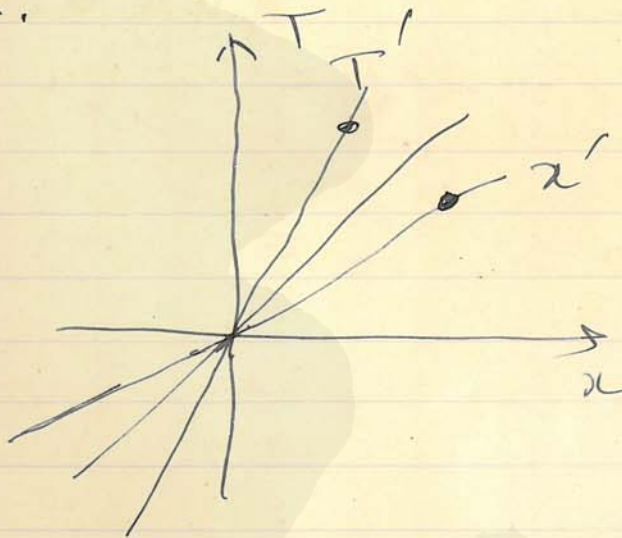
$$= r_{12}^2 - c^2 (t_2 - t_1)^2$$

もし $t_2 - t_1 < r_{12}/c$ ならば positive.

$t_2 - t_1 > r_{12}/c$ ならば neg.

あの場合には (x, y, z, t) から t_1 の時刻迄の軌跡を
おしても t_2 の時刻には (x, y, z, t_2) 迄には行かない
この意味で $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2 - c^2 \Delta t^2$ は $\Delta s^2 > 0$
Raumartig (space-like) の場合には Lorentz Transf
は Δs^2 を変えずに coord. syst. の Transf がある。 ~~also~~
 Δs^2 を 0 となる Δt と Δx がある。

この意味で $\Delta s^2 = 0$
光の軌跡は Raumartig,
space-like.
逆の場合には $\Delta s^2 < 0$
空間の同一点で time が
異なる Δs^2 の Transf
がある。 この意味で
Zeitartig, space-like
ではない。



一般に Δs^2 の vector の absolute value が real
なら, space-like, pure imag. なら time-
like である。

$\Delta s^2 = 0$ の vector の例として, Four velocity (Vierergeschwindigkeit)
運動の速度の velocity vector は four vector である
特殊 Lorentz. Transf. がある。

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{u'_x v}{c^2}} \quad \text{etc}$$

transf. 1. に対して $u'_x \dots$ が決まる。

3 particle と 1 個の clock を考え、 Δs^2 の間隔

の間隔を τ とするとき、 $\Delta s^2 = c^2 \tau^2$ は proper time

(Eigenzeit) と呼ばれる coord. の derivative を与える。
for time

$$V_i = \frac{dx_i}{dc}$$

より

$$dt = \frac{dc}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2}$$

$$\therefore V_1 = \frac{dx}{dt} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{u_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$V_2 = \frac{u_y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$V_3 = \frac{u_z}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$V_4 = ic \frac{dt}{dc} = \frac{ic}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\begin{aligned} \text{より, } cdc &= \sqrt{(cdt)^2 - (dx)^2 - (dy)^2 - (dz)^2} \\ &= \sqrt{-(dx_i \cdot dx_i)} \end{aligned}$$

より dx_i は x_i と t の four vector であり、
absolute value $\sqrt{dx_i \cdot dx_i}$ は scalar.

$\therefore V_i$ は four vector であり、
relativity における velocity u_x, u_y, u_z は four
velocity V_i である。

次に $\mathbb{R}^n$ 上の ϕ の gradient の vector 場.
 ϕ は x_i の skalar 関数.
 $d\phi = \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dx_i$

これは $\mathbb{R}^n$ の coord. syst. での表現
 $= \frac{\partial \phi}{\partial x_i} dx_i$

次に $\mathbb{R}^n$ 上の ϕ の gradient は four vector
 $= \frac{\partial \phi}{\partial x_i} a_{ik} dx_k$

これは $\mathbb{R}^n$ の displacement dx_i による変換に従う.
 $\frac{\partial \phi}{\partial x_i} = a_{ik} \frac{\partial \phi}{\partial x_k}$

次に skalar 関数の gradient は four vector
 $\left(\frac{\partial \phi}{\partial x_i} \right)$

次に A_i は vector 場.
 $\frac{\partial A_i}{\partial x_i}$

is invariant. これは four dimensional divergence.
 $\sum_i \frac{\partial A_i}{\partial x_i}$

is invariant.

次に $\mathbb{R}^n$ 上の vector A_i, B_i の product は $\mathbb{R}^n$ の
 scheme による変換.

$$\begin{pmatrix} A_1 B_1 & A_1 B_2 & A_1 B_3 & A_1 B_4 \\ A_2 B_1 & & & \\ A_3 B_1 & & & \\ A_4 B_1 & & & \end{pmatrix}$$

2c T_{ik} $i, k = 1, 2, 3, 4$ $i, k \in \{1, 2, 3, 4\}$.

例.
$$T_{ik} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & \dots \\ T_{21} & & \\ & & \end{pmatrix}$$

for coord. transf. $u \rightarrow v$. T_{ik} is a linear map

$$T'_{ik} = A_i^j B_k^l = a_{ij} A_j^k a_{kl} B_l^m$$

$$= a_{ij} a_{kl} T_{jl}$$

かゝる $chem$ $u \rightarrow v$ transf. T_{ik} is a Tensor
of rank 2. (2nd rank)

Tensor $p \cdot r$

$$T_{ik} = T_{ki}$$

in which $u \rightarrow v$ transf. T_{ik} is a symmetric Tensor

$$T_{ik} = -T_{ki}$$

$$T_{ii} = 0$$

for $u \rightarrow v$ anti-symmetric Tensor $u \rightarrow v$.

of symmetry $u \rightarrow v$ transf. $u \rightarrow v$ is $u \rightarrow v$.

$$T'_{ik} \pm T'_{ki} = a_{ij} a_{kl} T_{jl}$$

$$T'_{ki} = a_{kl} a_{ij} T_{lj}$$

$$T'_{ik} \pm T'_{ki} = a_{ij} a_{kl} (T_{jl} \pm T_{lj})$$

anti-symmetric Tensor $p \cdot r$ is independent of $u \rightarrow v$

$$T_{12} T_{34} T_{41}, T_{14} T_{24} T_{34}$$

of $u \rightarrow v$. (for $u \rightarrow v$ $T_{ik} = A_i B_k - A_k B_i$ of $u \rightarrow v$).

3. is $u \rightarrow v$ vector product $u \rightarrow v$. $u \rightarrow v$ is four

vector である。 Six Vector (Aster Sechsevektor)
 four dimensional の rotation の operator である。
 2 個の A_i の vector である

$$T_{ik} = \frac{\partial A_k}{\partial x_i} - \frac{\partial A_i}{\partial x_k}$$

3 個の A_i の Sechsevektor である。

$$T'_{ik} = a_{ij} a_{kl} \frac{\partial A_j}{\partial x_l} - a_{ij} a_{kl} \frac{\partial A_l}{\partial x_j}$$

$$= a_{ij} a_{kl} \cdot T_{jl}$$

これは Lorentz transform である。 4 次元の transform である。 2 個の vector である。
 12 個の T_{ik} の relativity の object である。 vector or
 tensor である。 物理的 object である。 vector or tensor
 の 12 個の T_{ik} である。 relativity の postulate
 の 12 個の T_{ik} である。

2 個の system である。 A_i である。

$$A_i = B_i = 0$$

この vector equation である。 $A_i = B_i = 0$ である。
 2 個の system である。

$$A_i - B_i = a_{ij} (A_j - B_j)$$

$$= 0$$

この 12 個の T_{ik} の式である。

12 個の equation である。 A_i である。
 A_i tensor である。

2nd rank である tensor, vector である。 A_i である。
 2nd rank である tensor である。

mechanics of a particle Chapter XIV

Eq. of motion Relativistic Dynamics

特殊相対性理論の相対性理論の4元ベクトル
 運動方程式は、相対性理論の4元ベクトル
 の方程式として表わされる。

ニュートンのeq. は、速度ベクトル $\vec{v}$ の4元ベクトル
 として、その成分は4元ベクトル

$$v_i = \frac{dx_i}{dc}$$

を以て、2次元空間の加速度ベクトル $\vec{a}$ の
 成分は4元ベクトル

$$a_i = \frac{dv_i}{dc}$$

$$\begin{aligned} \text{e.g. } a_1 &= \frac{dv_1}{dt} = \frac{dt}{dc} \frac{d}{dt} \\ &= \frac{d}{dt} \left\{ \frac{u_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right\} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \end{aligned}$$

etc

$$a_4 = ic \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

力 $\vec{F}$ の4元ベクトル F_i を導入する。ニュートンのeq. of motion

$$m_0 \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{F}$$

m_0 : particle mass

の成分は、vector eq.

$$m_0 a_i = m_0 \frac{dv_i}{dc} = F_i$$

あるいは、特殊相対性理論の相対性理論の4元ベクトル

の成分は、vector eq. の成分として表わされる。

$$m_0 \frac{d}{dt} \left\{ \frac{u_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right\} = F_x \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

©2022 YHAL YITP Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室
920410

2nd relativity nth equation of motion is.

$$F_1 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, F_2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}, F_3 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

१०८

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = F$$

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$
[illegible]

2. a four vector eq. of 7.4 の complex 化を試す。

$$ic m_0 \frac{d}{dt} \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} = K_4 \sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

いふ。
すなわち

$$v_i m_0 \frac{dv_i}{dt} = v_i F_i$$

$$\text{すなわち } \frac{1}{2} \times m_0 \frac{d}{dt} v_i v_i = v_i F_i$$

$$v_i v_i = \frac{u^2}{1-\frac{u^2}{c^2}} - \frac{c^2}{1-\frac{u^2}{c^2}} = -c^2$$

$$\therefore v_i F_i = 0.$$

$$\therefore \text{すなわち } \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right) = - \frac{u F}{1-\frac{u^2}{c^2}}$$

すなわち

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \right\} = F u.$$

これは 粒子の持つ energy の equation である。

すなわち 粒子の持つ energy の equation である。この式は energy equation である。

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$u \ll c \text{ とすると } E = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 u^2$$

すなわち rest mass の particle は $m_0 c^2$ の energy を持つ。

class. 3rd proper energy $\epsilon_{\text{proper}} = E_0$.

1) Inertia of Energy (Trägheit der Energie)

is four vector

$$J_{\mu} = m_0 v_{\mu}$$

space comp is momentum vector

$$G_{\mu} p_{\mu} = \frac{m_0 u_{\mu}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

is also 1. time comp. $\epsilon_{\text{time comp}}$

$$\frac{i}{c} E = \frac{i m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

is also 2. energy ϵ_{energy} of $\frac{i}{c}$ (is 2nd).

$$J_{\mu} J_{\mu} = -m_0^2 c^2$$

$$\text{or } G_{\mu} \frac{E^2}{c^2} = -m_0^2 c^2 = -\frac{E_0^2}{c^2}$$

$G_{\mu} = 0$ is coord. in rest. energy E_0 is. E_0 is $G_{\mu} = 0$, energy
 $G_{\mu} = 0$ is coord. in rest. E_0 is $G_{\mu} = 0$, energy
- also velocity v is coord. system is transf. to $G_{\mu} = 0$ is E_0 is.

is also - 2nd energy $\epsilon_{\text{momentum}}$ is four vector is.

is $\rightarrow$ system ϵ_{system} is. ϵ_{system} is rest mass coord.
system material $\epsilon_{\text{material}}$ is. material system $\epsilon_{\text{material}}$ is motion
a coord. is E_0 is energy of
radiation $\epsilon_{\text{radiation}}$ is $\epsilon_{\text{radiation}}$ is $\epsilon_{\text{radiation}}$ is
spherically symmetric $\epsilon_{\text{symmetric}}$ is. $\epsilon_{\text{symmetric}}$ is material
system's momentum is change is ϵ_{change} is ϵ_{change} is.

2. E_0 is energy & momentum is 0 rest.

For. 2. is a system. ~~the~~ material particle system or K frame.

1. is velocity u to x axis.

2. system transform to x radiation is E .

$$\frac{E_0 u}{c \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

material system γ
 is v to x axis, mass M is
 $M_0, M_0' & \gamma$

is momentum x to x axis.

Momentum conservation law is (momentum is x axis)

$$\frac{M_0 u}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{M_0' u'}{\sqrt{1 - \frac{u'^2}{c^2}}} + \frac{E_0 u}{c^2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore M_0' = M_0 - E_0/c^2$$

is γ material system or radiation x is E_0 is energy x to x axis. proper mass or E_0/c^2 is x axis. is E_0 is energy is E_0/c^2 is inertia mass x to x axis.

Energy is Einstein is E_0 is energy is E_0/c^2 is inertia mass x to x axis.

is x axis. material particle equation is x axis.

matter or continuous is distribute is dynamics x axis.

○ dynamics of continuous medium

classical theory of dynamics is material particle in the
 rigid body or rigid body system. relativity
 mechanics is rigid body system. ~~relativity~~
 is finite system. body of the disturbance is
 finite. ~~relativity~~ is finite system. ~~relativity~~
 is finite. ~~relativity~~ is rigid body or rigid body of the
 system.

stress is continuous matter distribution

classical dynamics is

$$(t_{ij}) = \begin{pmatrix} t_{xx} & t_{xy} & t_{xz} \\ t_{yx} & t_{yy} & t_{yz} \\ t_{zx} & t_{zy} & t_{zz} \end{pmatrix}$$

as tensor of the stress. t_{ij} is j -axis normal
 unit surface to the i -value of the stress is
 the force of i -component of the stress.

For action & reaction or equal and opposite is
 the j -value of the stress is the force of
 a i -comp. is $-t_{ij}$ is the force of the stress.

For (xyz) of the volume is the resultant
 force is

$$f_x dv = \left(\frac{\partial t_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial t_{xz}}{\partial z} \right) dv$$

$$\text{or } f_i dv = \sum_j \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} dv$$

stress is the matter momentum $g dv$ is

ex. 1, equation of motion is

$$\frac{d}{dt}(g_i \delta v) = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \delta v$$

ex. 1. $\frac{d}{dt}$ is the time derivative of matter in the time derivative of the

is

$$\frac{d}{dt}(g_i \delta v) = \frac{dg_i}{dt} \delta v + g_i \frac{d}{dt}(\delta v)$$

$$\frac{dg_i}{dt} = \frac{\partial g_i}{\partial t} + u_x \frac{\partial g_i}{\partial x} + u_y \frac{\partial g_i}{\partial y} + u_z \frac{\partial g_i}{\partial z}$$

$$= \frac{\partial g_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial g_i}{\partial x_j}$$

ex. 1. u is the velocity of matter, $\delta v = \delta x \delta y \delta z$



$$\frac{d}{dt}(\delta v) = \frac{d}{dt}(\delta x \delta y \delta z) = \frac{d}{dt}(\delta x) \delta y \delta z + \dots$$

$$\left(\frac{d}{dt}(x + \delta x) - \frac{d}{dt}x \right) \delta y \delta z + \dots$$

$$= \frac{d}{dt} \{ u_x(x + \delta x) - u_x(x) \} \delta y \delta z + \dots$$

$$= \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \delta v$$

$$= \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta v$$

$\therefore$ eq. of motion is

$$\left(\frac{\partial g_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial g_i}{\partial x_j} + g_j \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \delta v = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j} \delta v$$

$$\text{or } \frac{\partial g_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (g_i u_j) = \frac{\partial t_{ij}}{\partial x_j}$$

ex. 2. this eq. of motion is the system of equations

momentum conservation of fluid is

if mass conservation of fluid is equation of continuity

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial g_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial g_x}{\partial x} + \frac{\partial g_y}{\partial y} + \frac{\partial g_z}{\partial z} = 0$$

$$\text{or } \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial g_j}{\partial x_j} = 0$$

if $\rho \sim \rho_0$, $\therefore$ mass flow density is momentum

$$\frac{d(\rho u_j)}{dt} = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0.$$

$$\rho u_j = g_j$$

$\therefore$ is a relativistic fourdimensional expression

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - T_{ij} \quad i, j = 1, 2, 3.$$

$$T_{ij} = \rho u_i u_j - T_{ij}$$

$$T_{i4} = ic g_i = ic \rho u_i$$

$$T_{4j} = ic g_j = ic \rho u_j$$

$$T_{44} = -\rho c^2$$

and

$$T_{ij} = T_{ji} \quad i, j = 1, 2, 3, 4$$

eq. of motion or eq. of conti.

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

$$\text{or } \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

and

energy density

is the classical dynamics ~~the~~ stress, momentum, ^{density} energy
 流体力学の transformation については、式は次の通り、
 運動方程式、

そのうち、momentum density は

$$g_x = \frac{u}{c^2} \frac{p^{(0)}_x + p^{(0)}_{xx} u}{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad g_y = -\frac{u}{c^2} \frac{t_{xy}^{(0)}}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$g_z = -\frac{u}{c^2} \frac{t_{xz}^{(0)}}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

density は

$$\rho = \frac{p^{(0)} - p^{(0)}_{xx} u^2/c^4}{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

これは relativistic theory mech. における continuous
 medium moving body の momentum は velocity u に
 比例する。この body の stress の t_{ij} は u に dependent しない。
 運動方程式の component は t_{ij} と g_i と ρ とで表される。
 したがって、velocity u が c に近づくとき、stress t_{ij} は
 Newton の力学からの deviation が生じる。
 以上、この文は出来さうもないところまで。

以下

上の書き方は element material body の場合、

これは eq. of motion と eq. of conti. である。これは
 finite volume における ρ と g_i と t_{ij} との関係 (space & finite volume)
 finite volume の total mass は m と ρ と g_i と eq. of conti. は

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= \iiint \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = - \iiint \text{div } g \cdot dV \\ &= - \iint g \cdot d\mathbf{f} \end{aligned}$$

isolated system & $\bar{g}$. boundary & ∂V . matter of $\bar{g}$
 $m = \text{const.}$ total mass is constant.
 fixed volume & $\bar{g}$ total mass resultant momentum
 & $G_{\alpha\beta}$.

$$\frac{dG_{\alpha\beta}}{dt} = \iiint \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial t} dv = - \iiint \left\{ \frac{\partial}{\partial x} (g_{\alpha\beta} u_x - t_{\alpha x}) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial y} (g_{\alpha\beta} u_y - t_{\alpha y}) + \frac{\partial}{\partial z} (g_{\alpha\beta} u_z - t_{\alpha z}) \right\} dv$$

isolated system ~~is not~~ ^{total} momentum is const.

1. Field Equations

Chapter XVI Relativistic Electrodynamics

§1. rel. dynamics は $(\vec{E}, \vec{B})$ と t . 今 electrodynamics は relativistic & invariant 形式に formulate せよ.

これには $\vec{E}$ と $\vec{B}$ の field equation が必要. これは Maxwell の理論で Lorentz の理論で $(\vec{E}, \vec{B})$ の potential $V, \vec{A}$ の Lagrangian.

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) V = -4\pi\rho$$

$$\left(\Delta - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) \vec{A} = -\frac{4\pi}{c} \rho \vec{v}$$

$$\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$$

これの $\vec{A}$ から electric charge の continuity の式

$$\text{div } (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

が得られる.

ここで $x_1 = x, x_2 = y, x_3 = z, x_4 = ic\tau$ とすると上の式は

$$\sum_i \frac{\partial^2 V}{\partial x_i^2} = -4\pi\rho$$

$$\sum_i \frac{\partial^2 A_i}{\partial x_i^2} = -\frac{4\pi\rho v}{c}$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial x_1} + \frac{\partial A_2}{\partial x_2} + \frac{\partial A_3}{\partial x_3} + \frac{\partial (iV)}{\partial x_4} = 0$$

ここで $A_i \Phi_i = A_1, \Phi_2 = A_2, \Phi_3 = A_3, \Phi_4 = iV$.

これを Φ_i と A_i の式に

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j \partial x_j} = -\frac{4\pi}{c} S_{ij}, \quad S_{11} = \rho v_x, S_{22} = \rho v_y, S_{33} = \rho v_z, S_{44} = ic\rho.$$

これと上の式は

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x_j \partial x_j} = -\frac{4\pi S_{ij}}{c}$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x_i} = 0$$

と得られる.

故に vector potential & scalar potential s_i は 4-
four vector である。また four potential (Vierpotential)
と書く。故に current density & charge density s_i は
 s_i は four vector である。また four current (Vierstrom)
と書く。field equation は s_i の vector である vector
equation である。

即ち $\sum \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x_i^2}$ は operator は coord. Transf. に対して
invariant である。また $\sum \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x_i^2}$ は vector の $\square$ Transf. 1.

又 $\sum \frac{\partial^2 \Phi_i}{\partial x_i^2}$ は invariant である。故に s_i の $\square$ Transf. 1.
この $\square$ Transf. 1. の式が成立する。

故に four current s_i は s_i である。

3-つの coord system (x_i, y_i, z_i) である。change を静止系と
1. 別の coord system x_i である。velocity v は x -方向に
進む。

故に s_i の coord system である。current density は 0

$$\therefore s_1^{(0)} = s_2^{(0)} = s_3^{(0)} = 0.$$

charge density ρ_0 である

$$s_4^{(0)} = i\rho_0 c$$

よって x_i -system へ transform すると

$$s_1 = \frac{s_1^{(0)} - i\beta s_4^{(0)}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$s_2 = s_2^{(0)}$$

$$s_3 = s_3^{(0)}$$

$$s_4 = \frac{s_4^{(0)} + i\beta s_1^{(0)}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

where

$$s_1 = \frac{\rho_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$s_2 = s_3 = 0.$$

$$s_4 = i\rho_0 c \sqrt{1-\beta^2}$$

1. I change the system's Q & T & W .

$$\therefore p \, dv = p_0 \, dv^{(0)}$$

二 18 九 18

2 1/2

$$\vec{H} = \text{curl } \vec{A} \quad \vec{E} = -\text{grad } \phi - \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$$

$$\left. \begin{aligned} H_x &= \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_3} \\ H_y &= \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_1} \\ H_z &= \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_2} \end{aligned} \right\} \left. \begin{aligned} E_x &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_1} - \frac{\partial \Phi_1}{\partial x_4} \right) \\ E_y &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_2} - \frac{\partial \Phi_2}{\partial x_4} \right) \\ E_z &= i \left(\frac{\partial \Phi_4}{\partial x_3} - \frac{\partial \Phi_3}{\partial x_4} \right) \end{aligned} \right\}$$
$$T_{\mu\nu} = \frac{\partial \Phi_\nu}{\partial x^\mu} - \frac{\partial \Phi_\mu}{\partial x^\nu}$$

$$\text{Ex 1. } \bar{F}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -i E_x \\ -H_z & 0 & H_x & -i E_y \\ H_y & -H_x & 0 & -i E_z \\ i E_x & i E_y & i E_z & 0 \end{pmatrix}$$

これから三次元の世界 E, H は 3 成分の vector になる。4 成分
になる。電磁場の 4 成分の tensor の component になる。この 2
world. Transf して 2 成分が 4 成分になる。

2 成分の tensor $T_{\mu\nu}$ の tensor $T'_{\mu\nu}$ の transforms.
$$T'_{11} = \frac{T_{11} + i\beta(T_{14} + T_{41}) - \beta^2 T_{44}}{1 - \beta^2}$$

etc

$$T'_{\mu\nu} = a_{ij} a_{kl} T_{jl}$$

$$(a_{ij}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix}$$

$$T'_{12} = \frac{T_{12} + i\beta T_{42}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

etc

anti-sym. である。

$$T'_{12} = \frac{T_{12} - i\beta T_{24}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$T'_{14} = T_{14}$$

$$T'_{13} = \frac{T_{13} - i\beta T_{34}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$T'_{24} = \frac{T_{24} + i\beta T_{12}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$T'_{23} = T_{23}$$

$$T'_{34} = \frac{T_{34} + i\beta T_{13}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\begin{aligned} H'_x &= H_x, & E'_x &= E_x, \\ H'_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(H_y + \beta E_z) & E'_y &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(E_y - \beta H_z) \\ H'_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(H_z - \beta E_y) & E'_z &= \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}(E_z + \beta H_y) \end{aligned}$$

この時 electron 静止系 S' 中の electric field
は (E'_x, E'_y, E'_z) である。この velocity β により S 系中の
mag. electric field は (E_x, E_y, E_z) となる。
($E_x, \frac{E_y}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{E_z}{\sqrt{1-\beta^2}}$) となる。このとき $(0, \frac{-\beta E_z}{\sqrt{1-\beta^2}}, \frac{+\beta E_y}{\sqrt{1-\beta^2}})$

the magnetic field がある。

これは Lorentz の変換により出てくる結果である。この場合
は電磁場のテンソル特性を示している。すなわち relativity の
electromagnetic field の tensor character は
following is.

すなわち Maxwell の field equation は

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi \rho \mathbf{v}}{c} \\ \text{div } \mathbf{E} &= 4\pi \rho \end{aligned}$$

の tensor equation になる。

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\nu} = \frac{4\pi S_\mu}{c}$$

である。

このとき、

$$\text{curl } \mathbf{H} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\text{div } \mathbf{H} = 0$$

は

$$\frac{\partial T_{\mu\lambda}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial T_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} + \frac{\partial T_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = 0.$$

$(3, 4, 1), (4, 1, 2), (1, 2, 3)$ ~~are not~~ are maxwell's
equations.

= ねり の 式 は potential n 図 の 式 かう

$$T_{\mu\nu} = \frac{\partial \mathcal{L}_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial \mathcal{L}_\nu}{\partial x^\mu}$$

$$y \sim x^2 \text{ として } \frac{1}{2} \frac{dy}{dx} = x.$$

④ Maxwell の方程式からは、このようにして、このようにして
が求まる。 Potential を用いて、あの A を求むことができる。

$\dagger = 9 =$ is a equation of 1st. tensor ^{$-1/2, 2$} equat. in 2D & 2D
2D & 2D & 3D & 4D & 5D. $x'_i = a_{ik} x_k$ $x_m = a_{km} x'_k$

$$\frac{\partial \bar{F}_{ijk}}{\partial x_k} = a_{pij} a_{kl} \frac{\partial \bar{F}_{ijk}}{\partial x_m} a_{km}$$

$$= a_{ij} \frac{\partial F_{jl}}{\partial x_l} \quad \text{vector.}$$

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x'_l} = a_{ij} a_{km} \frac{\partial T_{jm}}{\partial x_m} a_{ln}$$

$$\frac{\partial T'_{kl}}{\partial x_i} \sum_l \frac{\partial F_{ik}}{\partial x_l} = a_{km} a_{ln} \frac{\partial T_{mn}}{\partial x_i} a_{ij}$$

$$\Sigma = a_{ij} a_{km} a_{ln} \cdot \Sigma$$

Sensor of the third rank

225 f : density of force (Kraftdichte)

$$f_z = \frac{1}{c} \{ \rho v_x H_y - \rho v_y H_x + i \rho c (-i E_z) \}$$

$$f_{\mu} = \frac{1}{c} \bar{T}_{\mu\nu} S_{\nu}$$

第 4 9 component

$$f_4 = \frac{1}{c} (s_1 T_{41} + s_2 T_{42} + s_3 T_{43}) = \frac{i\rho}{c} (v_E)$$

$$\text{or} \quad = \frac{1}{c} (25 f)$$

故 $\frac{1}{c}$ 的 factor 在流形 M 的切向丛 TM 的纤维上存在一个
意义。 $\rightarrow$ 切向丛 TM 的纤维

$\vec{A}$ is vector.
 m Lorentz force $\propto \frac{\text{Energy}}{\text{Energy}}$ $\frac{\text{Energy}}{c \vec{A}}$ $\propto \vec{A} \sim \sqrt{\epsilon_0} \text{ m/s}$
 vector in $\vec{A}$.

rest system (2u) / 2 charge & rest u (2u)

$$f_{\nu}^{(0)} s_{\nu}^{(0)} = 0 \quad \therefore f \cdot s_1^{(0)} = s_2^{(0)} = s_3^{(0)} = 0, f_4^{(0)} \neq 0$$

2nd invariant case; if 2 coord. system use

$$f_v s_v = 0.$$

density is.

$$f_{av}^{(6)} = \rho^{(0)} E^{(0)} dv^{(0)} \quad f_4^{(6)} = 0$$

~~2-408r~~, ~~2-408r~~ - x-fls u v velocity 2-408r
system as 2 fls.

$$\cancel{f_x} E_x^{(0)} = E_x$$

$$E_y^{\text{co}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (E_y - \frac{v}{c} H_z)$$

$$\frac{E_z^{(0)}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} (E_z + \frac{v}{c} H_y)$$

$$f_k^{(0)} = \frac{f^{(0)}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} E_x$$

$$f_y'' = \frac{p^{(0)}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} E_v$$

4. four dimensional force density の式を次のように示す

$$f_m = \frac{1}{c} \sum_{\nu} T_{\mu\nu} s_{\nu}$$

field eqn for ϵ $\frac{1}{\epsilon} S_V = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \bar{r}_{V\lambda}}{\partial x_\lambda}$

$$\therefore f_{\mu} = \frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu} \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_{\lambda}}$$

$$= \frac{1}{4\pi} \frac{\partial T_{\mu\nu} T_{\mu\lambda}}{\partial x_\lambda} - \frac{1}{4\pi} \frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} \bar{T}_{\nu\lambda}$$

W. W. W.

$$\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} T_{\nu\lambda} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial T_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} T_{\nu\lambda} + T_{\lambda\nu} \frac{\partial T_{\mu\lambda}}{\partial x^\nu} \right)$$

Maxwell の 3-12, 13 (7)

$$\frac{\partial F_{\mu\nu}}{\partial x_\lambda} + \frac{\partial F_{\lambda\mu}}{\partial x_\nu} = - \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu}.$$

∴ 2nd order

$$\frac{1}{8\pi} F_{\nu\lambda} \frac{\partial F_{\nu\lambda}}{\partial x_\mu} = \frac{1}{16\pi} \frac{\partial}{\partial x_\mu} F_{\nu\lambda} \cdot F_{\nu\lambda}.$$

$$\therefore f_\mu = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial}{\partial x_\lambda} (F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda}) + \frac{1}{16\pi} \frac{\partial}{\partial x_\mu} (F_{\nu\lambda} \cdot F_{\nu\lambda})$$

from

$$T_{\mu\lambda} = \frac{1}{4\pi} F_{\mu\nu} F_{\nu\lambda} + \frac{1}{16\pi} \delta_{\mu\lambda} F_{\nu\kappa} F_{\nu\kappa}$$

etc.

$$f_\mu = \frac{\partial T_{\mu\lambda}}{\partial x_\lambda}$$

from 3-12, 13.

3-dimensional stress tensor in 3D. $\mu, \lambda = 1, 2, 3$

Ans.

$$T_{11} = T_{xx} = \frac{1}{4\pi} (E_x^2 + H_x^2 - \frac{1}{2} (E^2 + H^2))$$

$$\therefore \frac{F_{14} F_{41} + F_{12} F_{21} + F_{13} F_{31}}{E_x^2 - H_x^2 - H^2} = 2 \quad \therefore F_{\nu\kappa} \cdot F_{\nu\kappa} = 2 (H^2 - E^2)$$

$$T_{12} = T_{xy} = T_{yx} = \frac{1}{4\pi} (E_x E_y + H_x H_y) \quad \text{etc}$$

$$T_{22} = \dots$$

2nd Maxwell or Lorentz's stress tensor in 3D.

$$T_{14} = \frac{1}{4\pi} \left\{ \begin{matrix} H_x & -iE_y & +H_y & iE_x \\ F_{12} & F_{21} & +F_{13} & F_{31} \end{matrix} \right\} = \frac{-ic}{4\pi} [E H]_x$$

$$T_{41} = T_{14} \quad \text{etc.}$$

$$T_{44} = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$$

222. Poynting Vector: $S = \frac{c}{4\pi} [E \times H]$
 energy density: $W = \frac{1}{8\pi} (E^2 + H^2)$
 momentum density: $g = \frac{1}{4\pi c} [E \times H]$

223. 224.

$$T_{\mu\nu}^{(1)} = \begin{pmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} & -icg_x \\ & \ddots & \ddots & \\ & & & \\ -\frac{i}{c}S_x & & & W \end{pmatrix}$$

225.

charge of the system is zero $\rho = 0 \therefore f_\mu = 0$.
 $\therefore \frac{\delta T_{\mu\nu}}{\delta x_\nu} = 0$.

226.

227. 228.

$$\frac{\partial g_x}{\partial t} = \frac{\partial T_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} \text{ etc.}$$

229.

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\text{div } S$$

230. 231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400.

Maxwell's theory is a theory of electromagnetic field and momentum etc. is a theory of momentum etc.

231. 232. 233. 234. 235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243. 244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255. 256. 257. 258. 259. 260. 261. 262. 263. 264. 265. 266. 267. 268. 269. 270. 271. 272. 273. 274. 275. 276. 277. 278. 279. 280. 281. 282. 283. 284. 285. 286. 287. 288. 289. 290. 291. 292. 293. 294. 295. 296. 297. 298. 299. 300. 301. 302. 303. 304. 305. 306. 307. 308. 309. 310. 311. 312. 313. 314. 315. 316. 317. 318. 319. 320. 321. 322. 323. 324. 325. 326. 327. 328. 329. 330. 331. 332. 333. 334. 335. 336. 337. 338. 339. 340. 341. 342. 343. 344. 345. 346. 347. 348. 349. 350. 351. 352. 353. 354. 355. 356. 357. 358. 359. 360. 361. 362. 363. 364. 365. 366. 367. 368. 369. 370. 371. 372. 373. 374. 375. 376. 377. 378. 379. 380. 381. 382. 383. 384. 385. 386. 387. 388. 389. 390. 391. 392. 393. 394. 395. 396. 397. 398. 399. 400.

232. S is energy flow etc. is a theory of momentum etc.

233. $S = cg$

large
matter is not so small momentum density ϵ & $\mathbf{g}$ is not so small.
2nd, $G_4 = i c \rho$ is matter density ρ - (four vector)
in $\mathbf{v}$.

equation of motion & equation of continuity is
$$\frac{d}{dt}(G_i \delta v) = f_i \delta v$$

1st is this:

T_{ij} is Energy-Momentum Tensor.

$$G_{\pi} = p_{\pi}$$

$$T_{ij}^{(2)} = \begin{pmatrix} \rho u_x^2 & \rho u_x u_y & \rho u_x u_z & i c \rho u_x \\ \rho u_y u_x & \rho u_y^2 & \rho u_y u_z & i c \rho u_y \\ \rho u_z u_x & \rho u_z u_y & \rho u_z^2 & i c \rho u_z \\ i c \rho u_x & i c \rho u_y & i c \rho u_z & - p c \end{pmatrix}$$

introduce δv .

$$\frac{\partial T_{ij}^{(2)}}{\partial x_j} \delta v$$

2nd, ρ is ρ

$$\frac{\partial T_{ij}^{(1)}}{\partial x_j} \delta v$$

3rd,

then

$$T_{ij} = T_{ij}^{(2)} - T_{ij}^{(1)}$$

4th,

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial x_j} = 0$$

2nd
electromagnetic field & ρ is charged matter
eq. of motion & differential form is this.

2. It is ^{a continuous} medium & has eq. of motion & govts it.

matter & field の distribution を 100% まで 4 次元で
与える。 $\tilde{\rho} = \rho$

$$G_x = \frac{\bar{q}_x}{c} \iiint T_{14} dV$$

$$G_y = \frac{\bar{r} \dot{I}}{c} \iiint T_{24} dV$$

$$G_{30} = \frac{\hbar \dot{n}}{c} \iiint T_{34} dV$$

$$\frac{\dot{E}}{c} U = \frac{\dot{E}}{c} \iint T_{44} dV$$

12. four vectors ^{2 k's.} or component 2's.

$\therefore A_i \nabla_i \in \mathbb{R}^3$ a four vector v
is a 20 unit, 2 divergence

$$\frac{\partial A_i}{\partial x_i} = 0$$

no the value of $\frac{\partial x_i}{\partial \alpha}$ for $\alpha \in \mathbb{R}$ & $\alpha \in \mathbb{R}$. Let α finite (four dim) region
wrt. α . $\int_{\partial A_i} \frac{\partial x_i}{\partial \alpha} d\alpha = \int_A \frac{\partial x_i}{\partial \alpha} d\alpha = 0$

$$\int \frac{\partial A_i}{\partial x_i} \cdot dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 = \int A_n df = 0$$

2. 证明: 设 Γ 为 $\mathbb{R}^n$ 中的 boundary 上的点集, 则 Γ 的测度为 0.

$\mathcal{R}_1$ is region $x_1 \geq 1$, $x_4 = \text{const}$ in $\mathcal{V}$, $x_4' = \text{const}$

$\in$ boundary $\in \{1, 2, 3, 4\}$. $\{1, 2, 3, 4\}$ boundary $\in \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$

$(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3 \mid x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \rightarrow \text{circles}$
 0 when, 88%.

$$\int A_4 dx_1 dx_2 dx_3 = \int A_4' dx_1' dx_2' dx_3'$$

$\therefore \int A_4 dx_1 dx_2 dx_3$ is invariant.

$x \in V$. a_i is set of unit vectors e_i ,

$$A_i = T_{ij} a_j$$

the vector is the value of A_i at x .

$$\therefore \int T_{4j} a_j dx_1 dx_2 dx_3 \\ = a_j \int T_{4j} dx_1 dx_2 dx_3$$

is invariant. $\therefore$ is a vector T_{4j} is a vector.

$$\int T_{4j} dx_1 dx_2 dx_3$$

is a vector T_{4j} is a vector, $\therefore$ matter of T_{4j} is a vector.

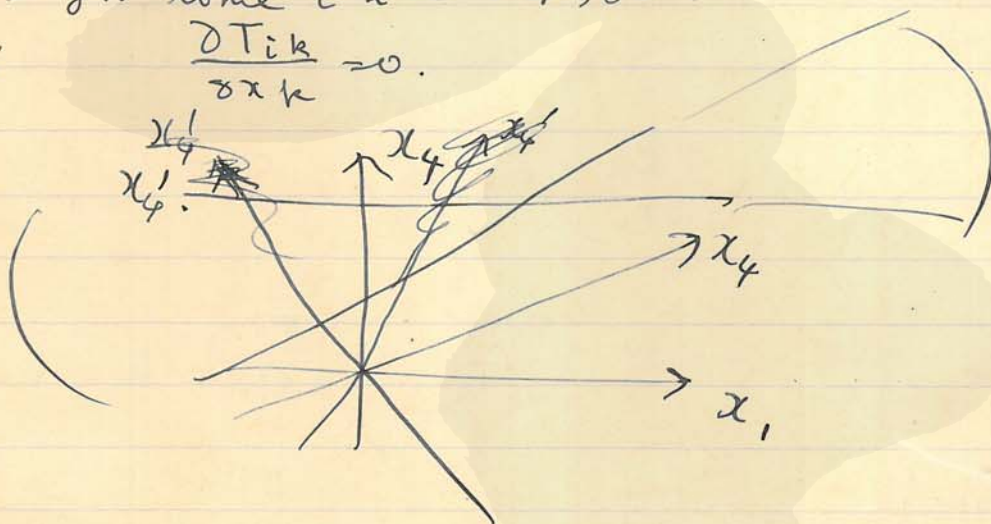
$$\frac{1}{c} \int S_x dV, \quad \frac{i}{c} \int W dV$$

is four vector T_{4j} is a vector.

$$\int g dV, \quad \frac{i}{c} \int W dV$$

is a vector T_{4j} is a vector, $\therefore$ matter of T_{4j} is a vector.

$$\frac{\partial T_{ik}}{\partial x_k} = 0.$$



2. Equation of Motion for the Electron

For electron in this equation of motion is γ . rel. motion

rel. mass $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ $\beta = \frac{v}{c}$

rel. eq. of motion is

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-\beta^2}} \right) = -e (E + \frac{v}{c} H)$$

is Lorentz 4 dim. vector μ -
four dimensional vector.

$$\frac{d}{d\tau} m_0 v_i =$$

$$v_1 = \frac{u_x}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$v_2 = \dots$$

$$v_4 = \frac{ic}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\frac{d}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \frac{d}{dt}$$

$$E_x + \frac{u_y}{c} H_z - \frac{u_z}{c} H_y = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} \{ F_{14} v_4 + F_{12} v_2 + F_{13} v_3 \} = \frac{1}{c\sqrt{1-\frac{u^2}{c^2}}} F_{1k} v_k$$

$$\therefore m_0 \frac{dv_i}{d\tau} = -\frac{e}{c} F_{ik} v_k$$

is vector equation γ γ 1, 2, 3 comp. is equation of motion i . 4-component is energy of i -th.

$$F_{ik} = \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_k}$$

is μ .

$$m_0 \frac{dv_i}{d\tau} = -\frac{e}{c} \left(\frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_k} \right) v_k.$$

is μ is μ .

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial x_k} v_k = \frac{\partial \Phi_i}{\partial x_k} \frac{dx_k}{d\tau} = \frac{d\Phi_i}{d\tau}$$

$$\therefore \frac{d}{d\tau} (m_0 v_i - \frac{e}{c} \Phi_i) = \frac{e}{c} \frac{\partial \Phi_k}{\partial x_i} v_k$$

Let $x_i \Delta v_i v_i$ and,

$$L(x_i v_i) = \frac{1}{2} m_0 v_k v_k - \frac{e}{c} v_k \Phi_k$$

$$= v_k \left(\frac{1}{2} m_0 v_k - \frac{e}{c} \Phi_k \right)$$

introduce τ . Let

$$\frac{d}{d\tau} \left(\frac{\partial L}{\partial v_i} \right) = \frac{\partial L}{\partial x_i}$$

is L is a four dimensional Lagrange equation τ is. L is a four dimensional Lagrange function x_i and v_i . L is a scalar function τ is.

Let $p_i = \frac{\partial L}{\partial v_i}$ and τ is $m_0 v_i - \frac{e}{c} \Phi_i$ is

four vector τ is. τ is four momentum τ is.

Let v_i is $x_i p_i$ a function τ is.

Let $m_0 v_i = p_i + \frac{e}{c} \Phi_i$ is τ is τ is a Hamilton function is analogous a function

$$H'(x_i, p_i) = p_i v_i - L$$

introduce τ .

$$= \frac{1}{2m_0} \sum_k (p_k + \frac{e}{c} \Phi_k)^2$$

Let

$$\frac{\partial H'}{\partial x_i} = p_k \frac{\partial v_i}{\partial x_i} - \frac{\partial L}{\partial x_i} - \frac{\partial L}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial x_i} = - \frac{\partial L}{\partial x_i} = - \frac{dp_i}{d\tau}$$

$$\frac{\partial H'}{\partial p_i} = v_i + p_k \frac{\partial v_k}{\partial p_i} - \frac{\partial L}{\partial v_k} \frac{\partial v_k}{\partial p_i} = v_i = \frac{dx_i}{d\tau}$$

the Hamilton & canonical eq. is analogous to

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial H'}{\partial p_i} \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial H'}{\partial x_i}$$

or for us.

$$H' = \frac{1}{2m_0} \sum_k (p_k + \frac{e}{c} \Phi_k)^2 = \frac{1}{2m_0} \sum_k (m_0 v_k)^2$$

$$= \frac{m_0}{2} v_k v_k = \frac{m_0 c^2}{2}$$

$$\therefore v_k v_k = \frac{u^2 - c^2}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = -c^2$$

$$\therefore \sum_k (p_k + \frac{e}{c} \Phi_k)^2 + m_0^2 c^2 = 0$$

the same as before. But now x_i, p_i is not independent

the same as before. But now x_i, p_i is not independent
the same as before. But now x_i, p_i is not independent
the same as before. But now x_i, p_i is not independent

$$\frac{\partial H'}{\partial x_k} = 0 \quad \text{the same as before.} \quad H' = \frac{m_0 c^2}{2} \quad \text{etc.}$$

$$\frac{\partial H'}{\partial x_k} + \frac{\partial H'}{\partial p_4} \frac{\partial p_4}{\partial x_k} = 0 \quad \frac{\partial H'}{\partial p_i} + \frac{\partial H'}{\partial p_4} \frac{\partial p_4}{\partial p_i} = 0 \quad \text{etc.}$$

$$\text{for } x. \quad \frac{dx_1}{dt} = \frac{\partial H'}{\partial p_1} = -\frac{\partial p_4}{\partial p_1}$$

$$\text{or } \frac{dx}{dt} = \frac{\partial (-ic p_4)}{\partial p_i} \quad \text{etc.}$$

$$\frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial (-ic p_4)}{\partial x_i} \quad \text{etc.}$$

$$\text{etc.} \quad p_1, p_2, p_3 = p. \quad -ic p_4 = H \quad \text{etc.}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= + \frac{\partial H}{\partial p_x} \text{ etc} \\ \frac{dp_x}{dt} &= - \frac{\partial H}{\partial x} \text{ etc} \end{aligned} \right\}$$

for canonical eq. in 4-dim. Hamiltonian is

$$H = -ic p_4$$

in 4-dim. space. 2nd order differential eq. in 4-dim. space. A, V are given.

$$\begin{aligned} (p + \frac{e}{c} A)^2 + (\frac{iH}{c} + \frac{e}{c} iV)^2 + m_0^2 c^2 &= 0, \\ -(\frac{H}{c} + \frac{e}{c} V)^2 + m_0^2 c^2 &= 0. \end{aligned}$$

$$\therefore H = -eV + c \sqrt{m_0^2 c^2 + (p + \frac{e}{c} A)^2}$$

この方程式の右辺は time と共に変化する。field or time と共に変化する。

は H は energy であるが、右辺から + 符号をとり、

電子の速度の関数として表す。(電子の速度は常に Hamiltonian を使う。)

electron's velocity の関数として表す。右辺の中は、右辺の項の和の関数として

(2) 式から expand して第一項をとり、

$$H \approx m_0 c^2 - eV + \frac{1}{2m_0} (p + \frac{e}{c} A)^2$$

non-rel
これから eq. of motion $m_0 \dot{v} = -e(E + (\frac{1}{c} \nabla H))$ が得られる。

2/10
= 11/10

Energy and Momentum of the Electron

Maxwell Lorentz の理論より. matter の momentum は conserve 1st. matter の momentum と Polarizing vector $\vec{r}$ と $\vec{r}$ の field の momentum と $\vec{r} = \frac{[\vec{E} \times \vec{H}]}{4\pi c}$ と conserve 2nd. matter の field の momentum は $\frac{[\vec{E} \times \vec{H}]}{4\pi c}$ である.

momentum ~~is not~~ ^{is} ~~the~~ ^{the} ~~total~~ ^{total} momentum. $\frac{1}{2}$ electron の $\vec{r}$ の ~~mass~~ ^{momentum} は electromagnetic mass である. Lorentz の model における electromagnetic momentum は

$$G' = \frac{4}{3} \frac{U_0}{c^2} \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

である. U_0 は v の velocity v の electron の field の energy である.

rel. の U_0 は energy は $\frac{U_0}{c^2}$ の inertia mass と $\frac{1}{2}$ の momentum は.

$$G = \frac{U_0}{c^2} \frac{v}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

と $\frac{4}{3}$ の factor は $\frac{1}{2}$ である.

この問題は Lorentz の model である. it is not.

for the matter distribution of finite size and

$$G_{12} = -\frac{i}{c} \iiint T_{12} dV \text{ etc}$$

$$\frac{i}{c} U = -\frac{i}{c} \iiint T_{44} dV$$

is four vector $\epsilon_{\mu\nu}$. $\vec{r}$

$$G = -\frac{i}{c} \iiint +ic g_{\mu\nu} dV = \iiint g dV$$

10

is field & total momentum $\vec{E} \times \vec{B}$, i.e., electron's velocity v is zero
velocity $v = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{c^2}{v} \right)$.
 $\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{c^2}{v} \right) = v$
electron's velocity v is system velocity.

2. T_{ik} is tensor & transform $(T_{ik})^{F_0}$

$$G_T = -\frac{i}{c} \iiint T_{14} dV \quad \text{etc}$$

$\frac{1}{2} \text{a Tik} \rightarrow \text{tik}$
 $\frac{1}{2} \text{it} \rightarrow \text{it}$

7/2/21

$$G_{Tx} = \frac{v}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} \iiint (T_{44}^{(0)} - T_{11}^{(0)}) dV_0$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \iiint (T_{44}^{(0)} - \beta^2 T_{ii}^{(0)}) dV_0$$

$$(\therefore T_{14} = \frac{-ip (T_{44}^{(0)} - T_{11}^{(0)})}{1 - \beta^2} \text{ etc})$$

$$\int T_{44}^{(0)} dV_0 = U_0 \quad \int T_{11}^{(0)} dV_0 = \frac{1}{4\pi} \int \left(E^{(0)2} - \frac{1}{2} E^{(0)2} \right) dV_0 = -\frac{1}{3} U_0$$

$$\therefore U = \frac{U_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right)$$

$$G_x = \frac{4}{3} \frac{U_0 v}{c^2 \sqrt{1 - \beta^2}} \quad G_y = G_z = 0$$

2. 此. 也即 $\frac{4}{3}$ 的 factor $\rightarrow$ ∞ .
(Born 近似)

§3

Electrodynamics of Moving Medium

Maxwell の理論, 及び Lorentz の理論が成り立つのは
moving medium に対して electromagnetic
phenomena が成り立つことである。

しかし, Relativity によってこの関係が成り立たない。

この矛盾を解決するために, medium が静止している場合
には Maxwell の理論が成り立つことである。我々は relativity
を用いて同一の field equation を採用する。

それによって moving medium の場合の場を求めよう。
まず medium に対して静止している場合の場を求めよう。
これは electrodynamics の基本となる。この electrodynamics
を用いて medium 中の electron の運動を記述しよう。

Relativity によって, 我々の field quantity は
vector or tensor として扱われる。medium
が uniformly 運動している場合, field equation は
Lorentz transformation を用いて静止している場合の
field equation と変換される。Minkowski である。

(Göttingen Nachr. 1908, 53)

Maxwell の field equation は

$$\left. \begin{aligned} \text{curl } H^{(0)} &= \frac{1}{c} \frac{\partial D^{(0)}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} J^{(0)} & \text{div } D^{(0)} &= 4\pi \rho^{(0)} \\ \text{curl } E^{(0)} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial B^{(0)}}{\partial t} & \text{div } H^{(0)} &= 0 \end{aligned} \right\}$$

これらは field equations は relativity によって
field tensor equation として記述される。
この場合 E と H は antisym. tensor

$$(\bar{r}_{ik})^* = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & 0 \end{pmatrix}$$

$$F_{ik}^* = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & 0 \end{pmatrix}$$

$F_{ik}^* = F_{ik}$
 $F_{ik}^* = i F_{ik}$
 $F_{ik}^* = i F_{ik}$

電場と磁場のテンソル $H, D; E, B$
 4つのベクトルからなる。電場と磁場はそれぞれ $U(1)$ gauge
 理論から得られる。電場は $U(1)$ gauge, 磁場は $U(1)$ gauge
 から得られる。電場は $U(1)$ gauge, 磁場は $U(1)$ gauge

$$(H_{ik}) = \begin{pmatrix} 0 & H_z & -H_y & -iD_x \\ -H_z & 0 & H_x & -iD_y \\ H_y & -H_x & 0 & -iD_z \\ iD_x & iD_y & iD_z & 0 \end{pmatrix}$$

$$(F_{ik}) = \begin{pmatrix} 0 & E_z & -E_y & iB_x \\ -E_z & 0 & E_x & iB_y \\ E_y & -E_x & 0 & iB_z \\ -iB_x & -iB_y & -iB_z & 0 \end{pmatrix}$$

電場と磁場のテンソル F_{ik} は $U(1)$ gauge 理論から得られる。

$$\frac{\partial H_{ik}}{\partial x_k} = \frac{4\pi}{c} S_i$$

$$\frac{\partial F_{ik}}{\partial x_k} = \frac{\partial F_{ki}}{\partial x_i} + \frac{\partial F_{ei}}{\partial x_k} = 0$$

電場と磁場のテンソル F_{ik} は $U(1)$ gauge 理論から得られる。

また、 ω と ω' は ω と ω' の関係。

3 medium of x -axis v velocity v である。 ω -system
と ω' -system は v 速度で x -axis の方向に動く。
わけである。 ω と ω' は、

$$x_i = a_{ik} x_k^{(0)}$$

とある。 $(a_{ik}) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & -\frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{i\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{pmatrix}$

また、 $H_{ik} = a_{ij} a_{kl} F_{jk}^{(0)}$ である。

また、 ω と ω' の関係は、

$$\begin{cases} D_x = D_x^{(0)} \\ D_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (D_y^{(0)} + \beta H_z^{(0)}) \\ D_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (D_z^{(0)} - \beta H_y^{(0)}) \end{cases} \quad \begin{cases} H_x = H_x^{(0)} \\ H_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (H_y^{(0)} - \beta D_z^{(0)}) \\ H_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (H_z^{(0)} + \beta D_y^{(0)}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_x = E_x^{(0)} \\ E_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_y^{(0)} + \beta B_z^{(0)}) \\ E_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (E_z^{(0)} - \beta B_y^{(0)}) \end{cases} \quad \begin{cases} B_x = B_x^{(0)} \\ B_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (B_y^{(0)} - \beta E_z^{(0)}) \\ B_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (B_z^{(0)} + \beta E_y^{(0)}) \end{cases}$$

medium moving with velocity $v \ll c$ の場合.

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}^{(0)} - \left[\frac{v}{c} \mathbf{H}^{(0)} \right], \quad \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(0)} + \left[\frac{v}{c} \mathbf{D}^{(0)} \right]$$

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}^{(0)} + \frac{v}{c} \mathbf{F}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(0)} - \left[\frac{v}{c} \mathbf{B}^{(0)} \right], \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}^{(0)} + \left[\frac{v}{c} \mathbf{E}^{(0)} \right]$$

ある静止 charge (density $\rho^{(0)}$) による force の density は

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E}$$

24 four dimension における.

$$f_i = \frac{1}{c} \sum_k F_{ik} S_k$$

vers. ある charge 密度 ρ と current density $\mathbf{I}$ による force density は

$$\mathbf{f} = \rho \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{I} \mathbf{B}]$$

vers. 24 Maxwell の方程式の結果として - 導出.

ある field eq. の場合.

$$\frac{\partial H_{ik}}{\partial x_i \partial x_k} = \frac{4\pi}{c} \frac{\partial S_i}{\partial x_i} = 0$$

$$(\because \frac{\partial H_{ik}}{\partial x_i \partial x_k} = - \frac{\partial H_{ki}}{\partial x_i \partial x_k} = - \frac{\partial H_{ik}}{\partial x_k \partial x_i} = 0.)$$

$$\text{or} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div } \mathbf{I} = 0$$

これは coordinate system における charge の conservation の式が成り立つ。

∴ charge & current is conduction current & convection current a superposition of the 3rd & 4th.

for this system the convection current is 0. Vol.

matter conduction $\propto \frac{1}{A} \propto \frac{1}{r^2}$ (free electron 1/2 str 9)

matter & ρ_s is charge density $\rho_s = 0.2 \text{ nC/m}^3$, $z = 8$

$\rho^{(0)} \propto \rho \propto x^{-3/2}$. $\propto \frac{1}{x^{3/2}}$ is velocity v matter $\propto \frac{1}{x^{3/2}}$ is velocity.

change & current as four vector & it is its. ~~its its its~~

σ charge density $\vec{v}$ current density is $\neq$ is

$\frac{\rho^{(0)}}{\sqrt{1-\rho^2}}, (\frac{\rho^{(0)}v}{\sqrt{1-\rho^2}}, 0, 0)$ in the z direction
current & z dir.

5.2.12.5 27.5 子 n 形式的 n ~~electron~~ ^{more} field equation & deduce (can, medium a 物理的 is 物理的 图 12.7.15 物理的)

BとH; DとEの間に存在せぬからぬ。

контракт. Говоры и Идентификация

$$H = B = 4\pi M$$

$$\mathbb{R} \setminus \mathbb{D} = \mathbb{E} + 4\pi \mathbb{D}$$

Let us introduce the vector P_M . It follows from

atomic & electric & magnetic is dipole moment & density
 原子、電氣、磁氣の双極子モーメントと密度。

あゆ

$$L(M_{ik}) = \begin{pmatrix} 0 & M_z & -M_y & iP_x \\ -M_z & 0 & 0 & iP_y \\ M_y & -M_x & 0 & iP_z \\ -iP_x & -iP_y & -iP_z & 0 \end{pmatrix}$$

31
13

は→の tensor を与える。

∴上の図は、 $\vec{r}$ から

$$\vec{H}_{ik} = \vec{F}_{ik}$$

$$4\pi M_{ik} = \vec{F}_{ik} - \vec{H}_{ik}$$

である。

2. Moment Tensor とは、(Momententensor)

3. medium が静止しているときの moment を $\vec{P}^{(0)}$, $\vec{M}^{(0)}$ とする。

2. $\vec{v}$ の velocity $\vec{v}$ がある場合、 $\vec{P}$ と $\vec{M}$ の tensor moment は、 $(\vec{E}, \vec{H})$ の tensor になる。

$$P_x = P_x^{(0)}$$

$$P_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (P_y^{(0)} - \beta M_z^{(0)})$$

$$P_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (P_z^{(0)} + \beta M_y^{(0)})$$

$$M_x = M_x^{(0)}$$

$$M_y = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (M_y^{(0)} + \beta P_z^{(0)})$$

$$M_z = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} (M_z^{(0)} - \beta P_y^{(0)})$$

である。

2. $\vec{v}$ があるとき、静止している $\vec{P}$ の electric に polarize して

$\vec{v}$ magnetize して、 $\vec{M}$ の matter は $\vec{P}$ の electric に polarize

magnetize して、 $(\vec{E}, \vec{H})$ の tensor になる。

又 $\vec{E}$ の magnetize して、 $\vec{M}$ の electric に polarize して、 $(\vec{E}, \vec{H})$ の tensor になる。

$v \ll c$ の場合、

$$\vec{P} = \vec{P}^{(0)} + \left[\frac{\vec{v}}{c} \vec{M}^{(0)} \right]$$

$$\vec{M} = \vec{M}^{(0)} - \left[\frac{\vec{v}}{c} \vec{P}^{(0)} \right]$$

二つとも

field equation
と、 $\vec{E}$ と $\vec{H}$ と、

$$\text{curl } \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{I}$$

etc

in a medium.

$$\text{curl}(\mathbf{B} - 4\pi \mathbf{M}) = \frac{1}{c} \frac{\partial (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P})}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \mathbf{I}, \quad \text{div} \mathbf{B} = 4\pi \rho \quad (\mathbf{E} + 4\pi \mathbf{P})$$

$$\text{curl} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \text{div} \mathbf{B} = 0$$

or ~~$\text{curl} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$~~

今 medium 中 is rest system 中 is rest system 中 is rest system.

electric polarization $\mathbf{P}$ magnetic polarization $\mathbf{M}$ is 0

transverse. medium is in velocity $\mathbf{v}$ 中 is rest system

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}^{(0)}, \quad \mathbf{M} = -\left[\frac{\mathbf{v}}{c} \mathbf{P}^{(0)}\right] = \frac{1}{c} [\mathbf{P}^{(0)} \mathbf{v}] = \frac{1}{c} [\mathbf{P} \mathbf{v}]$$

transverse, $\mathbf{E}$ is

$$\begin{cases} \text{curl} \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\rho \mathbf{v} + \mathbf{I} + \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} + \text{curl} [\mathbf{P} \mathbf{v}]) \\ \text{div} \mathbf{E} = 4\pi (\rho - \text{div} \mathbf{P}) \\ \text{curl} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \text{div} \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

transverse.

in magnetise (in body) a medium in rest system

a eq. in rest system. 2nd is rest system 中 is rest system.

Relativity 2nd is rest system 中 is rest system. 一般に 中 is rest system. 2nd is rest system 中 is rest system.

中 is rest system 中 is rest system. 一般に 中 is rest system. 2nd is rest system 中 is rest system.

中 is rest system 中 is rest system. 一般に 中 is rest system. 2nd is rest system 中 is rest system.

取之如, 求(2) 電磁波のエネルギーの密度 (エネルギー) (単位: J/m³)

Quantum Electrodynamics (Q.E.D.) ✓

Heisenberg - Pauli $\rightarrow$ 2 besten.

15.1 2.1.1 现在仍物部以不竟在乙部。

Point Charge vs electric field & energy

2nd classical theory 2nd & 2nd 2nd 2nd electron 9

在 1922 年 12 月 15 日， H_2 和 H^+ 的碰撞截面， $\sigma_{\text{H}_2\text{H}^+}$ 为 10^{-16} cm²

~~i. the system is in (2, 2)~~

2. 证明: 在 $\mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{D}$ 上, $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{3}$ 均不是代数元.

1. 2nd charges on finite of electron in qss classical

eq. of motion & Hamilton formalism

例 2. 正則系は Hamilton の phase field のある部分領域

$$\chi^2 \approx 4.12 \approx 4.12 \approx 4.12$$

① 電磁場の material system system と opt. Lagrange or Hamilton
reduce 1-3. の Lagrange & 2 節の field of $\mathbb{R}^n$

[illegible]

解法 せんじしん、これよりおおよそ $\frac{1}{10}$ と、 $\frac{1}{10}$ は $\frac{1}{10}$ の $\frac{1}{10}$ に

Maxwell's relation for the dielectric medium in the $\vec{E}$ field

points have α -stress $\propto D \propto \frac{1}{\sqrt{2}} r$ infinity α -stress

E.g. for π at π finite τ $\rightarrow \infty$ $\rightarrow$ $\frac{1}{\sqrt{\tau}}$ change in

continuous & discrete (cs. & ds.).

transmission charge distribution's electron structure system is
different. γ point singularity is a solution to the
field eq. of the electron structure. This is the
Born (Jupfeld) of the unified theory of the electron structure.
The electron structure is a solution to the field eq. of the electron structure.
The electron structure is a solution to the field eq. of the electron structure.

the electromagnetic theory & general relativity
of the electron structure is a refinement (generalization) of the electron structure
the geometrical meaning is a refinement (generalization) of the electron structure
the electron structure is a refinement (generalization) of the electron structure.