Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University

素粒子論における時空の問題 (1)

湯川秀樹

January 31, 1961
芸術談話会講演.

I. Introduction — 過去と現在の orthodox の空間.

(N)(A) Newton: 絶対空間・絶対時間・エーテル
Mach: 批判.
(SP) Einstein I: 特殊相対性論 エーテルの否定
Minkowski 4次元世界
Q.F.T.: Lorentz invariance
Lorentz群の表現
Lorentz変換に対して1次変換を受ける量
→ 局所場 $\psi(x_\mu)$ → 量子化された局所場

(SP) 新自由度: Minkowski の4次元と独立な空間の導入
→ isospin space 3次元, 4次元
そこでの回転.
→ 内部空間という考えに, 素粒子が内部構造を持つ. → それは Minkowski 時空の中で考え得る? → 非局所場理論.

発散の問題: 無限大の自由度. → 自由場では困難は起らない. → 統計力学・Rayleigh-Jeans公式の困難 → h の導入による解決 (Planck)
無限大の自由度を持つ系と相互作用している系が, 前者に関係する議論, (~~…~~ Lorentz不変性における無限大の自己エネルギー)
→ 量子論的効果による発散. 中間状態で momentum-energy の大きなものからの寄与が無限に大きくなる. (form factor)
→(F) 場の source の広がりの導入 (古典電子論)
(相対論との両立性? Lorentz 不変性, ~~相互作用~~ 広がりのある体系の運動?)
→ cut-off (C) と subtraction (S)
→(C) Pauli-Villars, Feynmann cut-off
Wataghin, Heisenberg → compensation (C')

[illegible] factor

(S.D.) → (S) positron theory, Dirac, Heisenberg, Weisskopf, renormalization

form factor → self-cut-off

→ $\boxed{\text{indefinite metric}}$

(G.?) (G) → (F) Markov, 非局所場. (一般場の内容の記述)

→ (C), (F) Wataghin CMS での cut-off

(素粒子の ~~粒子の結合~~ の範囲を拡げると cut-off が違ってくるという paradox)

→ ~~結合に~~ (S, D, C) 結合によって cut-off の仕方が違う. (A V)

→ 内容物(場のあり方)によって時空構造が違ってくるという考え方.

(M) (G) Einstein II: $\boxed{\text{一般相対論}}$

物質分布による時空構造の規定 → 重力の記述 (曲率) → 統一場理論 (電磁場の幾何学化)

(M) ミクロな時空: マクロな時空とどう違うか? → 内容物及びそのあり方 (素粒子と素粒子系の結合) と入れ物 (ミクロな時空, あるいはそれを含む多次元空間) の相互規定 → Hilbert 空間と micro-physical space の相互規定.

→ (Q) 量子化された時空. → 時空座標を 4個の operator とみる (多次元空間内の)

Snyder, 1947 (A.I.)

→ translation → space-time displacement operator ($S = \exp(i\,ma \arctan(\eta_1/\eta_4))$: translation of ma in x-direction)

→ Finkelstein, Yang (6次元) 5+1

→ Tokuoka (素研, Vol 1, No. 3 の 2 (1949), p. 123 ~ 129) 6次元: 4+2 (A. II.)

$$A^2 = -\eta_0^2+\eta_1^2+\eta_2^2+\eta_3^2+\zeta^2-\eta^2$$

$\boxed{\text{reciprocity}}$ $\eta_j, \eta, \zeta \rightleftarrows \frac{\partial}{\partial \eta_j}, \eta, \zeta$ など

$\eta \rightleftarrows \zeta$

$\boxed{\text{non-local field eq.}}$

(マクロ空間と本質的に違い非連続的)　(3)

(M.G.): ミクロ空間は不連続性を持ち, かつ ~~物~~ ミクロ ~~物質~~ ~~物質及び~~ 系及び系の状態と相互に結合されている!!! という考え方

↑ group space (AⅢ,Ⅳ)
configuration space
space in which a point moves

↑ abstract object, motion
many particles
→ ~~continuous~~ matter

group space と operator space (AⅢ,Ⅳ)

Hilbert space との correlation

No. 5, 1959, 11, 20,000

A. I.

A. I. Hartland S. Snyder, Quantized Space-Time (P. R. 71 (1947), 38)

a) $$\eta^2 = -\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + \eta_4^2 \qquad (1)$$

回転体

$$x = ia\left(\eta_4 \frac{\partial}{\partial \eta_1} - \eta_1 \frac{\partial}{\partial \eta_4}\right)$$
$$y = ia\left(\eta_4 \frac{\partial}{\partial \eta_2} - \eta_2 \frac{\partial}{\partial \eta_4}\right)$$
$$z = ia\left(\eta_4 \frac{\partial}{\partial \eta_3} - \eta_3 \frac{\partial}{\partial \eta_4}\right)$$

$x' = ma$ etc
$m = 0, \pm 1, \cdots\cdots$

$$t = (ia/c)\left(\eta_4 \frac{\partial}{\partial \eta_0} + \eta_0 \frac{\partial}{\partial \eta_4}\right)$$

$t' =$ conti. $(-\infty, +\infty)$

b) Lorentz transf. $\eta_4 =$ fix, (1)をinvariantにする

c) Infinitesimal elements of Lorentz transf.:

$$L_x = i\hbar\left(\eta_3 \frac{\partial}{\partial \eta_2} - \eta_2 \frac{\partial}{\partial \eta_3}\right)$$
etc.
$$M_x = i\hbar\left(\eta_0 \frac{\partial}{\partial \eta_1} + \eta_1 \frac{\partial}{\partial \eta_0}\right)$$
etc

d) 45-commutators:

$$[x, y] = (ia^2/\hbar) L_x \quad \text{etc}$$
$$[t, x] = (ia^2/\hbar) M_x \quad \text{etc}$$

e) Energy-momentum operators (displacement operators)

$$p_x = (\hbar/a)(\eta_1/\eta_4) \quad \cdots \quad p_t = (\hbar c/a)(\eta_0/\eta_4)$$
$$L_x = y p_z - z p_y \quad \text{etc.}$$
$$M_x = \frac{1}{c} x p_t + c t p_x \quad \text{etc.}$$
$$[x, p_x] = i\hbar[1 + (a/\hbar)^2 p_x^2] \quad \text{etc}$$
$$[t, p_t] = i\hbar[1 - (a/\hbar)^2 p_t^2] \quad \text{etc}$$
$$[x, p_y] = [y, p_x] = i\hbar (a/\hbar)^2 p_x p_y \quad \text{etc.}$$
$$[x, p_t] = c^2 [p_x, t] = i\hbar (a/\hbar)^2 p_x p_t \quad \text{etc}$$

(f) $$x = i\hbar\left[\frac{\partial}{\partial p_x} + \left(\frac{a}{\hbar}\right)^2 p_x \left(p_\mu \frac{\partial}{\partial p_\mu}\right)\right]$$

volume element of group space: $$d\tau = \frac{\hbar \, dp_x \cdots dp_t}{ac\left(p_x^2 + \cdots + \left(\frac{\hbar}{a}\right)^2 - \left(\frac{p_t}{c}\right)^2\right)^{5/2}}$$
(group which leave (1) invariant)

続閲.

(A. II)

~~論文要旨~~

主論文　Snyder の時空 の Reciprocal な拡張について

(素研 Vol. 1, No. 3 の 2 (1949)
p. 23~29)

R. J. Finkelstein, P.R. 75 (1948), 1079

C. N. Yang, P.R. 72 (1947), 874

Yang　$A^2 = -\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + \xi^2 + \underline{\eta^2}$

15 の infinitesimal rotation

座標 x_j, 運動量 p_j　角運動量 M_{ij}, L_{ij}　$(M)^2 = (L)^2$
(4)　(4)　(3 + 3 ~~+ 4~~ ~~= (8)~~) = (6)
及び 量 (1)　~~(8)~~

Tokuoka　$A^2 = -\eta_0^2 + \eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2 + \xi^2 \underline{- \eta^2}$

$x_j = i\lambda\left(\xi \frac{\partial}{\partial \eta_j} - \eta_j \frac{\partial}{\partial \xi}\right)$　$p_j = i\frac{\hbar}{R}\left(\eta \frac{\partial}{\partial \eta_j} + \eta_j \frac{\partial}{\partial \eta}\right)$

$x_0 = i\lambda\left(\xi \frac{\partial}{\partial \eta_0} + \eta_0 \frac{\partial}{\partial \xi}\right)$　$p_0 = i\frac{\hbar}{R}\left(\eta \frac{\partial}{\partial \eta_0} - \eta_0 \frac{\partial}{\partial \eta}\right)$

$L_{jk} = i\hbar\left(\eta_k \frac{\partial}{\partial \eta_j} - \eta_j \frac{\partial}{\partial \eta_k}\right)$　$M_{0l} = i\hbar\left(\eta_0 \frac{\partial}{\partial \eta_l} + \eta_l \frac{\partial}{\partial \eta_0}\right)$

(裏へ)

$\xi = i\left(\zeta \frac{\partial}{\partial \eta} + \eta \frac{\partial}{\partial \zeta}\right)$　　　すべて Hermitian

$\lambda \sim 10^{-13}\,\mathrm{cm}$, $R \sim 10^{27}\,\mathrm{cm}$

reciprocity: $\underbrace{\eta \rightleftarrows \zeta .}_{}$

$\eta_j, \eta, \zeta \to \frac{\partial}{\partial \eta_j}, \frac{\partial}{\partial \eta}, \frac{\partial}{\partial \zeta}$　でもよい

x_j, p_0 : $m\frac{\hbar}{R}$　　$m = 0$ or $\pm 1, \pm 2, \dots$

x_0, p_j : $(-\infty, +\infty)$

Lorentz invariant. (ζ, η は A^2 と不変にする為)

$\left[\frac{x_j}{\lambda}, \frac{x_k}{\lambda}\right] = \frac{1}{\hbar} L_{kl}$

etc

$[x_\mu, p^\nu] = i\hbar \frac{\lambda}{R} \xi \delta_{\mu\nu}$

基礎方程式: $[\xi, U] = 0 \Rightarrow \xi$: c-number

これと　$[p_\mu [p^\mu, U]] + m^2 c^2 U = 0$

とから

$[x_\mu [p^\mu, U]] = [p_\mu [x^\mu, U]] = 0$

$[x_\mu, [x^\mu, U]] = \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \lambda^2 R^2 U$