Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University

素粒子の
時空記述 研究会

12月 20日, 21日, 22日
1971年

○ T. Takabayasi, Detailed Wave Equation and Dual Amplitude
PTP, Nov. & Dec. 1971

○ O. Hara, Origin of Ward-like Identity in Dual Resonance Model
PTP, Nov. 1971

○ T. Goto, Q.M. of one-dimensional mechanical continuum and subsidiary condition of DRM
PTP, Nov. 1971

○ S. Ishida, Ur-citon
PTP, Nov. & Dec, 1971

○ K. Kikuchi and K. Yamamoto
Finite Field Theory
PTP. Nov, 1971 (letter)

○ 山本義隆：不安定粒子と漸近場理論の現象論
(素研 44, No.3, Nov. 1971)

I. ひろがった粒子に関するいろいろなイメージ

1. 連続媒質としての素粒子から出発すると、
ある体積を持つ部分からなる、ひろがった粒子
構成部分のそれぞれの運動の全体。
同じく古典論といっても、従来の粒子の考え方と違ってくる

次に量子力学で N個の素粒子の集まりとしての系を扱うのに、配位空間 (configuration space) 3N次元の の中での波動関数を考えた。ψ
それらが全部同種の粒子であった場合には、配位空間の点の要素が区別されるべきだった。
しかし、同種粒子の場合には、統計的性質 (fermion か boson か) を考慮すべきことになった。そして例えば $N=2$ の場合
$\psi(x_1, x_2, t)$ と $\psi(x_2, x_1, t)$
という配位空間の2つの違った点 (x_1, x_2) と (x_2, x_1) における ψ の値は

$$\psi(x_1, x_2, t) = \pm\psi(x_2, x_1, t)$$

という制限条件で相互に結びつけられる。
しかし同時に、そういう場合を除いて第2量子化による系の記述と対応がつけられたのである。

こういう事情は、ひろがりをもつ粒子の集まりの場合にはどうなるか
ここで次の2つの考え方が出てくる。

(ii) 個々の粒子が はなれている
discrete に分布する

点 $(x^{(r)},\xi^{(r)})$ という領域から出発する。

(波動関数は それらの点の関数)
を, $(x^{(r)},\xi^{(r)})$ とする。
(素粒子 それぞれが 広がりをもった 空間, 時間から成る 領域とするならば ξ と一括して書いた内部変数のあらわし方になる)
これらが因果関係 とすると (素粒子の総てが 内部変数に関する 波動関数で きまるという立場 を取ると — それが 最後の立場 であるが —
素粒子としては, fermion と boson の区別しかない)
(あるいは para 統計によって, もっと細かく区別することもできる)
(あるいは, 一種の fermion だけでいう考え方 もありうる)

$$\psi(\cdots x^{(r)},\xi^{(r)}\cdots x^{(s)},\xi^{(s)}\cdots;t)$$
$$=\pm\psi(\cdots x^{(s)},\xi^{(s)}\cdots x^{(r)},\xi^{(r)}\cdots;t)$$

と{+ あるいは −} 第2量子化によって
$\psi(x,\xi,t)$, $\psi^{\dagger}(x,\xi,t)$

68. 3. 500

を

$$[\psi(X,\xi,t), \psi^\dagger(X',\xi',t)]_\pm = \delta(X\xi; X'\xi')$$

なる交換関係を満す演算子と見直すことに帰着している。

これは1966年の~~素粒子論~~ suppl. の に関する研究の論文で

$$[\psi(D,t), \psi^\dagger(D',t)]_\pm = V_{DD'}/\sqrt{V_D V_{D'}} \quad (1.2)$$

と置いたのとは少し違う。即ち(1.2)では D と D' ~~の中心~~ それぞれの中心 X, X' および内部変数 ξ, ξ' の値が違っていても、D と D' の間に overlapping がある限り必ずしも0でないのに対して、(1.1)の方は D, D' が完全に重なった場合にだけ必ずしも0でない。

(iii), (i)と少し違った考え方として、始めから空間領域を想定し、これを小さな部分に分け、各部分の中心 $X^{(r)}$ と中心に relative な、その小部分の中の各微小部分を指定する変数 $\xi^{(r)}$ によって、各小領域の電体について

の演算関数を $\psi(\cdots X^{(r)}, \xi^{(r)} \cdots t)$ と導いたとすると、(i)の仮定のように $X^{(r)}, \xi^{(r)}$ と $X^{(s)}, \xi^{(s)}$ の交換に対する ψ の対称性の問題の代わりに、隣りあう部分の運動の連続性に帰着する

十の形の制限がかかわる。

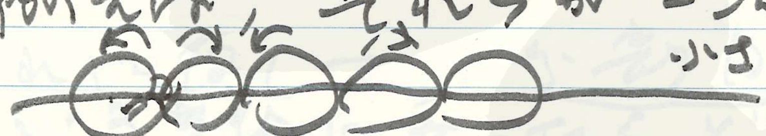
素粒子の集り合それも、もしも、この全体が古典力学的に剛体のようになっているならとすると、

$|X^{(1)} - X^{(2)}|$ は一定不変

という条件がつき、独立な変数の数は 3+3 を越えないことになり、これを第一近似とすると、この全体が古典力学的剛体になる。

さらにそういう constraint の下で動く小部分の discrete な集まりとしての連続体を想定するなら、やはり、隣りあう部分の回転に関する連続性の問題が重要になる。

例えば、それらが一次元的に接続した小さな球体からなる

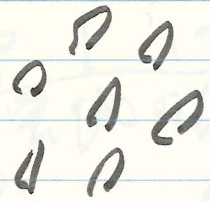


鎖のようなものを形成しているとすれば、隣り同士の球体の回転軸が逆で、回転速度が同じなら、slip すべりが起らないという意味の連続性が満たされることになる。

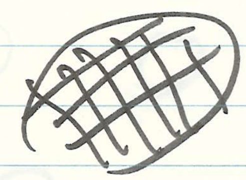
（これにさらに球体同士の入れかえに関する対称性（あるいは反対称性）という形で表示する制限をかえることもできる）

従って、球体の dimension を無限に小さくした極限で連続な無限に細い糸でなくて各点に一種の dipole 的な構造が内在することになる。

2、上述のように、



ひろがった粒子のある仕方での集まり（例えば linear chain ─ 次元的な鎖）（あるいは network ~~2次元的 網目構造~~ 多次元的）



を想定すると、それらの間の同等性 ~~が~~ すなわち連結性を考えることによって、空間が連続体の image からの離脱が起ってくる。

しかし、それらに共通して、"微小部分への分割を限りなく行ないうる"という前提の~~上に立っている~~を捨てることができる。

これに反して、分割自身に限界をおくという立場に立ったらどうなるか。それを最も端的に表現すると"素領域"をとる。そこでは個々の空間の"点"のかわりに ~~有限の~~ 閉曲面で囲まれた有限体積の"領域"が要素になり、それを
素領域 → 素粒子の描像
→ 粒子分子の対象

と見直してゆくと、次はそれをさらに ~~第二量子化する~~ すると、素領域の場の量子論になるわけであるが、~~その際~~ それと同時に相対論的な立場へ移行しようとすると、素領域論を4次元空間の中で考える方がよさそうに思えてくる。

（空間的に重なりあった）

（過去~~未来~~）

ここで「しかし」いくつかの新しい問題がでてくる。

第１は２つの素領域が重なっている〔空間の場合の過去として〕

~~なくても~~、たとえ中心がたがいに~~時間的~~空間的な関係におかれているなら、~~全部~~化されたものはたがいに素領域あるいは反素領域~~でなければ~~

~~えてよかろうが~~、時間的な関係におかれているなら

~~そういうことがいえ~~そうはならないと考え~~てよ~~てよ~~い~~

ところが２つの素領域が部分的に重なる場合まで含めると、そういう風に綺麗に割り切れない。

つまり、たとい中心がたがいに~~時~~空間的な方向にあっても部分的に重なる２つの素領域は、独立と考えてよいかどうか（換言すれば~~素~~素領域あるいは反素領域と考えてよいかどうか）

もうひとつの言葉でいうなら ある大きさ以上の有限の displacement によってへだてられた素領域同士がたがいに独立で、小部分に近い２つの素領域は、どちらか１方だけを独立なものと考え~~るべきだ、という~~方が適当であるということになる。

Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University

それに伴って、場の方程式なるものを
~~たがいに独立な四つの間の関係~~
内面的に —— これ table の内面へ入った
入った ~~場と空間的~~ 素領域の場を、あてはめて
ある素領域の場から
もとの場から空間的に —— table の
へだたった素領域の場と結びつけ
るものという作用素をとにするのが適当
になる。
つまり中心の座標に関して、差分方程
式の形を取って見たらどうか。
最も簡単な choice としては (21)

$$\exp\left(\lambda_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu}\right) \psi(x_\mu, \xi_\mu) = \bigcirc\, \psi(x, \xi)$$

なる形が考えられるが、λ_μを定めると、但しこれは x_μ の Lorentz 変換に対して不変性 ~~にはなっていない~~.
になっていない。しかして λ_μ を constant vector に意味を持たせようとすると λ_μ が timelike vector であるとすると、$(0, 0, 0, \lambda_0)$ となるような座標系が ether に対して静止した絶対静止座標系になる。
絶対静止エーテルを運動にもっていくためには、λ_μ のかわりに素領域内部に関する vector 演算子を導入する必要がある。

(41) (p.17)

宮沢 Suppl. (1968) の論文では
素領域の形 ~~=~~ ellipsoid の主軸の方向
orientation, α (4つの)
を表わす tetrad e_μ^α を使えば

$$\exp\left(\sum \lambda_\alpha e_\mu^\alpha \frac{\partial}{\partial x_\mu}\right)\psi(x_\mu; e_\mu^\alpha, \xi_\alpha)$$
$$= U\psi(x_\mu; e_\mu^\alpha, \xi_\alpha) \qquad (2.2)$$

になる形が考えられる。そして、λ_α として
たとえば (0, 0, 0, l_0) とおいてよい。
これは別に絶対 ether を導入しなければ
ならない。

ところで (2.2) が ~~$l_0 \to 0$ の極限で~~
波動方程式的な性格をもつ。つまり
特定の方向の波を主として含むもの
には e_μ^α のような新 vector (これ
は ~~素力学的な~~ 空間的な量の素領域?
時間的な)
の orientation を表わす c ある vector)
で困る。
なぜかといえば、ψ は 4次元空間内の
$\sum_\alpha \lambda_\alpha e_\mu^\alpha$
で specify される方向に ~~(A→)~~ periodic
な性質を示すからである。~~$e_\mu^\alpha e_\nu^\alpha$~~
そこで次の step として、e_μ^α から
e_μ^α による q-数への翻訳が望まれ
て来る。(Suppl. 41 (1968), p.182)

($l_0 \to 0$ の極限で wave eq. にならない。)

68. 3. 500

Suppl. 41 (1968), p.19 の
e_μ^a は (7.7) で定義されている量であって、spinor 函数 $u_\alpha, u_\alpha^\dagger$ と その canonical conjugate operator $\pi_\alpha, \pi_\alpha^\dagger$ の bilinear combination である。
こうとれば、すぐ分かるが

$$e_\mu^4 e_\nu^4 \rightarrow \frac{1}{2}(\gamma_\mu\gamma_\nu+\gamma_\nu\gamma_\mu) \rightarrow \delta_{\mu\nu}$$

により、

$$e_\mu^a e_\nu^a \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\nu}\Psi = \frac{\partial^2}{\partial x_\mu \partial x_\mu}\Psi$$

になる。

3. 第2量子化の手続きとしては、Suppl. 41 (1968), p.38 以下参照 では従来の3次元的量子化を考えた。しかし、4次元形式にひっかかった手続きをはぶいて簡略しているのであるから、時間的推展と空間的相関とを、分けて考えない。従って 4次元量子化の方法の方がより適当であると思われる。

つまり、(2.2) あるいは、その中の e_μ^a を e_μ^α でおきかえた場の方程式は、結局は 出発点 constraint or supplementary condition と考えられる

中間の時空の δ^4 の analogy で

それにして ~~素領~~ それぞれの場の量 ψ 等の交換関係を、素領域が overlap ~~あれば~~ しなければ可換あるいは反可換とする。

* 場の量の階層と関連して
前の extra solution を場の量のために利用できるのではないか。

* 相互作用の問題
~~素領域理論の~~ 中間状態 では 最も naive な形 Suppl. 41 (1968), p.20
で示されたような invariant ~~形~~ な形の相互作用

$$g\iiint V(D,D',D'')\,\psi^\dagger(D)\,\psi(D')\,\psi(D'')\,dD\,dD'\,dD''$$

に従えば、(言い換えれば) 2つの領域の ~~重~~ overlap した部分が
第3の ~~領~~ 領域と overlap
する部分の体積で 相互作用の強さが規定される。