N151 164

1958. 10. 8
岩田

Plasma の平衡の形についての一つの注意

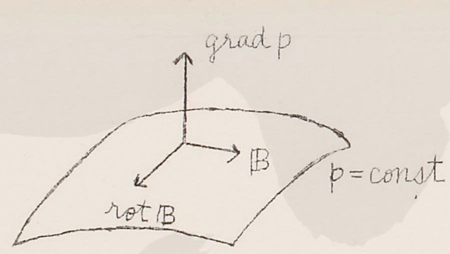
Plasma の平衡状態を定める方程式は

$$\mathbb{B} \times \mathrm{rot}\,\mathbb{B} = -\mathrm{grad}\, p$$

とかかれる。

この式から 二つのベクトル $\mathbb{B}$, $\mathrm{rot}\,\mathbb{B}$ はともに ベクトル $\mathrm{grad}\,p$ に垂直であることが分かる。

それゆえ $p = \mathrm{const}$ な曲面を考えれば $\mathrm{grad}\,p$ は それの法線であるから、$\mathbb{B}$, $\mathrm{rot}\,\mathbb{B}$ はともに この面上にある。



したがって、$p=\mathrm{const}$ な閉曲面があるとすれば、その面は磁力線によって織りだされているはずである。

もし、面上いたるところで

$$|\mathrm{grad}\,p| \neq 0,\ \infty$$

であれば、やはり

$$|\mathbb{B}| \neq 0,\ \infty$$

すなわち、面上で $\mathbb{B}$ の3成分が同時に 0 になることもないし、またどの成分も ∞ になることはない。したがって、この面上で 磁力線にそっての変位を考え、たとえば 次のようにとれば、

$$\frac{dx}{B_x} = \frac{dy}{B_y} = \frac{dz}{B_z} = dt$$

その変位は不動点をもたない。B_x, B_y, B_z が同時に 0 になることはないのだから、不動点は $B_x = B_y = B_z = 0$ をみたす点だけである。

したがって、この $p=const$ な閉曲面は不動点をもたない。

ところで不動点をもたない閉曲面は、*)

表裏のない場合	Klein の bottle
表裏のある場合	torus

しか存在しない。

plasma を confine するのには裏表のない入れものは困る。それゆえ plasma を閉じこめることのできる閉曲面は torus だけとなる。

先の条件をもう一度かけば

1) $p = const$ な面が閉曲面である

2) 面上で $|grad\, p| \neq 0,\ \infty$

そのときは閉曲面としては torus しか存在しない

*) Alexandroff, Hopf, Topologie 1, p532