Elektrodynamik und Wellenmechanik
vom Standpunkt des Korrespondenzprinzips
von O. Klein.　Zs. 41, 407

Strahlungserscheinung ニ對スル Maxwell-Lorentz ノ理論ト波動力学 ~~ノ関係ヲ~~ Bohr ノ Korrespondenzprinzip ニヨリ簡單ニ結ビツケ ~~ルコト~~ ルノガ目的デアル.
又ハ Schrödinger ノ elektrische Dichte, Strom ニ對スル式ノ speziellen Relativitätstheorie ヘノ擴張デアル.

ココニハ一ツノ Elektron ノ場合ノミヲ考ヘル.

$-\varepsilon$: 電子ノ電荷.　μ: Ruhemasse.　t: Koordinate (x,y,z) ガノ System ニ固定セル時計デハカリシ時間

Potential ノ間ノ関係:　$\operatorname{div} A + \frac{1}{c}\frac{\partial V}{\partial t} = 0$

Elektron ノ運動ニ對スル Hamilton-Jacobi ノ Diff.gl.

$$\frac{1}{2\mu}\left\{\left(\operatorname{grad} S + \frac{\varepsilon}{c}A\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - \varepsilon V\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\mu c^2 = 0 \qquad (2)$$

コノ式ハ Wellenfläche ノ式ニ當ル.

Strahlengleichungen ハ

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial p_x}, \quad \frac{dy}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial p_y}, \quad \ldots, \quad \frac{dt}{d\tau} = \frac{\partial H}{\partial p_t}$$

$$\frac{dp_x}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial x}, \quad \ldots \quad \frac{dp_t}{d\tau} = -\frac{\partial H}{\partial t} \qquad (3)$$

$$H = \frac{1}{2\mu}\left\{\left(p_x + \frac{\varepsilon}{c}A_x\right)^2 + \left(p_y + \frac{\varepsilon}{c}A_y\right)^2 + \left(p_z + \frac{\varepsilon}{c}A_z\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(p_t - \varepsilon V\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\mu c^2$$

$$\therefore \quad p_x = \mu\frac{dx}{d\tau} - \frac{\varepsilon}{c}A_x \quad \text{etc} \qquad p_t = -\mu c^2\frac{dt}{d\tau} + \varepsilon V$$

$$\therefore \quad H = \frac{\mu}{2}\left\{\left(\frac{dx}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\tau}\right)^2 + \left(\frac{dz}{d\tau}\right)^2 - c^2\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2\right\} + \frac{1}{2}\mu c^2$$

トナリ.
$$d\tau = \sqrt{dt^2 - \frac{dx^2+dy^2+dz^2}{c^2}}$$

トオケバ即チ $d\tau$ ヲ Elektron ニ對スル Eigenzeit トスレバ
$$H = 0$$

トナル.

(2) ノ ~~Solution~~ ト云フカハリニ　（ p ノカハリニ $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial q}$ トオイテ）

$$-\frac{h^2}{4\pi^2}\Box\varphi + 2\frac{h}{2\pi i}\frac{\varepsilon}{c}\left[\left(A \operatorname{grad}\varphi\right) + \frac{V}{c}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right] + \left[\mu^2c^2 + \frac{\varepsilon^2}{c^2}\left(A^2 - V^2\right)\right]\varphi = 0$$

ヲトレ.　$\varphi = e^{\frac{2\pi i}{h}S}$
トオケバ.
$$\left(\operatorname{grad} S + \frac{\varepsilon}{c}A\right)^2 - \frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - \varepsilon V\right)^2 + \mu^2c^2 + \frac{h}{2\pi i}\Box S = 0 \quad \text{トナリ}$$

$$-\cancel{\tfrac{4\pi^2}{h^2}}\left(\operatorname{grad} S\right)^2 + \frac{h}{2\pi i}\Box S \pm$$

$h=0$ ニ於テハ H.J ノ Equation トナル。

$\varphi = \xi e^{-\frac{2\pi i}{h}\mu c^2 t}$ トオキ $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial \xi}{\partial t}$, $\varepsilon V\xi$, $\varepsilon|\mathbf{A}|\xi$ ヲ $\mu c^2 \xi$ ニ比シテ 1st order ノ量ト見做セバ．

$$\Delta\xi + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left\{\varepsilon V - \frac{h}{2\pi i}\left[\frac{\varepsilon}{\mu c}(\mathbf{A}\,\mathrm{grad}) + \frac{\partial}{\partial t}\right]\right\}\xi = 0$$

トナリ Schrödinger ノ Equation ト一致ス.

Lorentz ノ電子論ノ， 電磁場ハ

$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = 4\pi\rho$$
$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H} - \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{I} \qquad (14)$$

デアラハサレ， Maxwell ノ式ノ第二ノ組ハ

$$\mathbf{E} = -\left(\mathrm{grad}\,V + \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}\right) \qquad \mathbf{H} = \mathrm{rot}\,\mathbf{A}$$

トオクト満足サレルカラ 之デオキカヘラレル．

又(14)ヨリ
$$\mathrm{div}\,\mathbf{I} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \qquad (16)$$

即チ 電気ノ Conservation ガ云ヘル

今 Wellenmechanik ニ於テモ 之ニ相当スル式ヲ求メ~~ル~~ヤウ.

i ノカハリニ $-i$ ヲトルト (7) ハ

$$-\frac{h^2}{4\pi^2}\Box\psi - 2\frac{h}{2\pi i}\frac{\varepsilon}{c}\left[(\mathbf{A}\,\mathrm{grad}\,\psi) + \frac{V}{c}\frac{\partial\psi}{\partial t}\right] + \left[\mu^2c^2 + \frac{\varepsilon^2}{c^2}(\mathbf{A}^2 - V^2)\right]\psi = 0 \qquad (7a)$$

ψ ハ Special ニハ φ ト konjugate デアリウル.

$$\psi = \eta e^{\frac{2\pi i}{h}\mu c^2 t}$$

トオケバ，
$$\Delta\eta + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left\{\varepsilon V + \frac{h}{2\pi i}\left[\frac{\varepsilon}{\mu c}(\mathbf{A}\,\mathrm{grad}) + \frac{\partial}{\partial t}\right]\right\}\eta = 0$$

トナリ Schrödinger ノ今一方ノ式トナル.

(7)×ψ − (7a)×φ

$$\mathrm{div}\left\{\frac{h}{2\pi i}(\psi\,\mathrm{grad}\,\varphi - \varphi\,\mathrm{grad}\,\psi) + 2\frac{\varepsilon}{c}\mathbf{A}\varphi\psi\right\}$$
$$+ \frac{\partial}{\partial t}\left\{-\frac{h}{2\pi i}\frac{1}{c^2}\left(\psi\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \varphi\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) + \frac{2\varepsilon}{c^2}V\varphi\psi\right\} = 0$$

トナル.

之ハ Continuity ノ Equation (16) ト同形デアルカラ $-\frac{\varepsilon}{2\mu}$ ヲカケテ

$$\rho = -\frac{\varepsilon}{2\mu c^2}\left\{-\frac{h}{2\pi i}\left(\psi\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \varphi\frac{\partial\psi}{\partial t}\right) + 2\varepsilon V\varphi\psi\right\}$$
$$\mathbf{I} = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\left\{\frac{h}{2\pi i}(\psi\,\mathrm{grad}\,\varphi - \varphi\,\mathrm{grad}\,\psi) + 2\frac{\varepsilon}{c}\mathbf{A}\varphi\psi\right\}$$

(Relativity Correction ヲ neglect スレバ Schrödinger ノ式

$$\rho = -\varepsilon\xi\eta$$
$$\mathbf{I} = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\left\{\frac{h}{2\pi i}(\eta\,\mathrm{grad}\,\xi - \xi\,\mathrm{grad}\,\eta)\right\}$$
トナル)

コノ式ノ $h=0$ ニ於ケル Grenze ヲ考ヘレバ （$\varphi = e^{\frac{2\pi i}{h}S}$ ナドトオケバ）

$$\rho = \frac{\varepsilon}{\mu c^2}\left(\frac{\partial S}{\partial t} - \varepsilon V\right)$$
$$\mathbf{I} = -\frac{\varepsilon}{\mu}\left(\mathrm{grad}\,S + \frac{\varepsilon}{c}\mathbf{A}\right)$$

(3)カラ $\frac{dx}{dt}$ ヲデオキカヘレバ

$$\left.\begin{aligned}\rho &= -\frac{\varepsilon}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\\ \mathbf{I} &= -\frac{\varepsilon v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\end{aligned}\right\}$$

classical ノ電子論ノ式ト類似ノ式トナル. (此ニ類似ハ Formal ノモノデアッテ wellenmech ナル電子ノモデルト classical ノ電子ノ~~Modell~~論トノ連続的ナ聯絡ハ未ダワカラヌ. Schrödinger ハ Wellenpaket ヲ考ヘルガ之デハ Elektron ノ Zusammenhalten ニ困ルラシイ. Teilchen ノ存在自身ヲ Quantenproblem ト考ヘル方ガ適当デアル)

statical ノ Field of force ヲ考ヘレバ (nichtentartetes System トス)
(7)(7a) ノ一般ノ Solution ハ個々ノ Eigenschwingung ノ lineare Komb. デアルカラ

$$\varphi = \sum_n \Phi_n e^{2\pi i T_n t} \qquad \psi = \sum_n \Psi_n e^{-2\pi i T_n t}$$

(conti. ナル Eigenwert ノ場合ハ考ヘテナイ)
(nicht-~~ρ=~~entartet デアルカラ. T_n ハ全テ異ナル)

$$\rho = \sum_n\sum_m \rho_{nm}$$
$$\mathbf{I} = \sum_n\sum_m \mathbf{I}_{nm} \qquad (28)$$
$$\rho_{nm} = -\frac{\varepsilon}{\mu c^2}\left[-\frac{h(T_n+T_m)}{2} + \varepsilon V\right]\Phi_n\Psi_m e^{2\pi i(T_n - T_m)t}$$
$$\mathbf{I}_{nm} = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\left\{\frac{h}{2\pi i}(\Psi_m\,\mathrm{grad}\,\Phi_n - \Phi_n\,\mathrm{grad}\,\Psi_m) + 2\frac{\varepsilon}{c}\Phi_n\Psi_m\right\} \times e^{2\pi i(T_n - T_m)t}$$

カヽル $\rho, \mathfrak{I}$ ニヨリ生ズル ~~Electric~~ Electromagnetic Field ヲ考フルニ einzigen Eigenschwingung ニ属スル static ノ Term ト二ツノ異ナル Eigenschwingung ニ属スル harmonic Oscillation 形ノ Term ヨリナル。ソノ其ノ Frequency

$$\nu = |T_n - T_m|$$

デ Kombinationsprinzip ヲ満足シテ居ル。
同時ニ Bohr ノ Frequenzbedingung ヲ満足サセル

$$E = -hT.$$

但シ

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \sum_n \rho_n , \quad \rho_n = \rho_{nn} + \sum_m^{E_m < E_n} (\rho_{mn} + \rho_{nm}) \\ \mathfrak{I} &= \sum_n \mathfrak{I}_n , \quad \mathfrak{I}_n = \mathfrak{I}_{nn} + \sum_m^{E_m < E_n} (\mathfrak{I}_{mn} + \mathfrak{I}_{nm}) \end{aligned}\right\}$$

コノ $\rho, \mathfrak{I}$ ハ Ψ_n ト $\bar{\Psi}_n$ トガ konjugat ナル故ニ reell トナル。
又コノ場合ニハ $\rho_{mn} + \rho_{nm}$, $\mathfrak{I}_{mn} + \mathfrak{I}_{nm}$ ガ個々ニ reell トナル
ρ_n, $\mathfrak{I}_n$ ナル Größe ハ n ノ Stationary state E_n カラノ spontanen Übergang ニ属スル Frequency ヲ示ス。
一ツノ Stationary state ニアル Atom ヨリ生ズル elektromag. Wirkung ヲ ρ_n, $\mathfrak{I}_n$ ヲ用ヒテ ~~beschreiben~~ アラハサウ。先 Dichte ρ_n ニ属スル
全 total charge ハ $-\varepsilon$ ニ等シイ。コノタメニハ (16) ニヨリテ ρ_{nm}, $\mathfrak{I}_{nm}$ 等ノ Größe ガ total charge ガ時間ニ independent トイフ條件ヲ満サネバナラヌ。(16) カラ
但

$$\frac{\partial}{\partial t}\int \rho\, dv = 0$$

$$\int \rho_{nm}\, dv = 0$$

トナルカラ。
デナケレバナラヌ
之ハ Relativity ヲ neglect すれば

$$\int \xi_n \eta_m\, dv = 0$$

トナル。
又

$$\int \rho_n\, dv = \int \rho_{nn}\, dv$$

故ニ

$$-\frac{1}{\mu c^2}\int (hT_n - \varepsilon V)\, \bar{\Psi}_n \Psi_n\, dv = 1$$

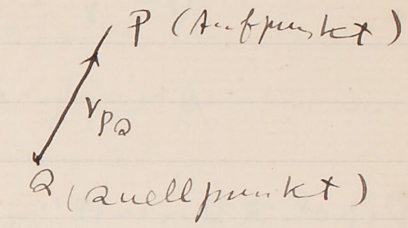
Relativität neglect すれば

$$\int \xi_n \eta_n\, dv = 1.$$

先一ツノ Atom ノ stationären Zustand ニ属スル statischen Feld ヲ考ヘテ見ル。
$\rho, \mathfrak{I}$ ガ time ニ関係シナイカラ

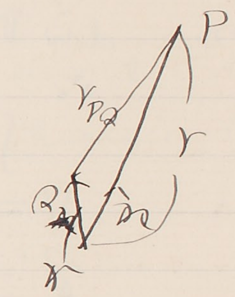
$$V = \int \frac{\rho\, dv}{r_{PQ}}$$

$$A = \frac{1}{c}\int \frac{\mathfrak{I}\, dv}{r_{PQ}}$$



ニヨリテ (14) ハナリタツ。
Elektron ノ作ル Kraftfeld ヲ zentral symmetrisch トセヨ。
~~又ハ Atom ノ中~~ ~~一~~ 全体ノ Atom ノ大キサノ程度
即 ~~Potenti~~ Atom ノ中心ヨリ r_{PQ} ニ比シテ小ナル球形ノ範囲内ノミガ Potential ニ対シ merkliche Beiträge ヲ加ヘルトセヨ。

$$\frac{1}{r_{PQ}} \doteqdot \frac{1}{r} + \frac{(\mathfrak{r}\mathfrak{x})}{r^2}$$



$$\therefore V = \frac{1}{r}\int \rho\, dv + \frac{1}{r^2}\int (\mathfrak{r}\cdot\mathfrak{x})\, \rho\, dv.$$

$$A = \frac{1}{cr}\int \mathfrak{I}\, dv + \frac{1}{cr^2}\int (\mathfrak{r}\mathfrak{x})\, \mathfrak{I}\, dv.$$

Electric Moment ハ

$$\mathbb{D} = \int \mathfrak{x}\rho\, dv$$

$$\therefore A = \left[\frac{\mathfrak{r}}{2cr^2}\int [\mathfrak{I}\mathfrak{x}]\, dv\right]$$

之ハ Magnet ノ Vektorpotential デアル
其ノ magnetic moment ハ

$$\mathbb{B} = \frac{1}{2c}\int [\mathfrak{x}\,\mathfrak{I}]\, dv. \qquad (35)$$

従ッテ

$$\mathbb{H} = \mathrm{rot}\, A$$

$$= -\mathrm{grad}\, \frac{(\mathfrak{r}\cdot\mathbb{B})}{r^2}.$$

次ニ Übergangsprozess ニ相当スル Strahlungsfeld ヲ考ヘテ見ル。

$$\left.\begin{aligned} \rho &= \rho_0 e^{2\pi i\nu t} \\ \mathfrak{I} &= \mathfrak{I}_0 e^{2\pi i\nu t} \end{aligned}\right\}$$

ρ_0, Π_0: time ヲフクマヌ.　ν: Übergang ニ関スル Frequenz
(14) ハ retardierte Potentiale ヲ以テ表サレル (但シ $\frac{1}{r}$ ノ項ノミヲ考フ)

$$V = \frac{1}{r} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} \int \rho_0 e^{\frac{2\pi i\nu}{c}(\mathfrak{n}\mathfrak{r})} dv$$

$$A = \frac{1}{cr} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} \int \Pi_0 e^{\frac{2\pi i\nu}{c}(\mathfrak{n}\mathfrak{r})} dv.$$

Dipol 丈考ヘル時ハ
A デハ $e^{\frac{2\pi i\nu}{c}(\mathfrak{n}\mathfrak{r})}$ ハ 1
V デハ 〃 $1+\frac{2\pi i\nu}{c}(\mathfrak{n}\mathfrak{r})$
デオキカヘル.

Konti.Gl. ヨリ.　$\mathrm{div}\, \Pi_0 + 2\pi i\nu \rho_0 = 0$

$\therefore$ $\int \rho_0 dv = 0$

$$\int \Pi_0 dv = 2\pi i \int \mathfrak{r} \rho_0 dv.$$

従ッテ

$$V = \frac{2\pi i\nu}{cr} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} \int (\mathfrak{n}\mathfrak{r}) \rho_0 dv$$

$$A = \frac{2\pi i\nu}{cr} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} \int \mathfrak{r} \rho_0 dv.$$

$\frac{1}{r}$ ノ term 丈考ヘルト

$$\mathbb{E} = -\frac{2\pi i\nu}{c}(A - \mathfrak{n}V)$$

$$\mathbb{H} = -\frac{2\pi i\nu}{c}[\mathfrak{n} A]$$

$$\mathbb{D}_0 = \int \mathfrak{r} \rho_0 dv$$

トオケバ.

$$\mathbb{E} = \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} [\mathbb{D}_0 - (\mathfrak{n}\mathbb{D}_0)\mathfrak{n}]$$

$$\mathbb{H} = \frac{4\pi^2\nu^2}{c^2 r} e^{2\pi i\nu(t-r/c)} [\mathfrak{n}\mathbb{D}_0]$$

之ハ方向 $\mathfrak{n}$ ノ Kugel welle デアル.
$\mathbb{E}, \mathbb{H}, \mathfrak{n}$
ハ互ニ垂直デ,　$|\mathbb{E}| = |\mathbb{H}|$.
(コヽニ
n ヨリ m ($E_n \gtrless E_m$) ノ Übergang ニ関スル Feld ハ $\mathbb{E}+\bar{\mathbb{E}}$, $\mathbb{H}+\bar{\mathbb{H}}$ デ表サレル)

其ノ Frequency ハ $\frac{E_n - E_m}{h}$, $\mathbb{D}_0$ ハ

$$\mathbb{D}_{nm} = \int \mathfrak{r} \rho_{nm} dv$$

ノ Amplitude デアル.
$\mathbb{D}_{mn}$ ト共ニ　$\mathbb{D}_{nm} + \mathbb{D}_{mn}$ ハ Übergang ニ関スル electric Moment トイフベシ.

§4. 原子構造論ヨリノ例.

Elektron ガ zentralsymmetrischen Feld ニ動イテ居ル時ハ, 其 stationären Zustände ヲ決定スルモノハ 二ツノ Q.Z. n, k 丈デアル. Polar coord ヲトルト Eigenfunktion Ψ ハ

$$\Psi = X(r)\, Y(\vartheta, \alpha) \qquad (43)$$

コヽニ　$\Delta^* Y + \lambda Y = 0$　　Δ^*: 2 dimensional ノ unit sphere ノ上ニ於ケル Laplace ノ Operator.

其ノ Eigenwert ハ $k(k+1)$ デ

$$Y_{k,m} = e^{im\alpha} P_{k,m}(\cos\vartheta) \qquad (45)$$

$$P_{k,m} = \sqrt{1-s^2}\, \frac{d^m}{ds^m} P_k(s)$$

$$P_k(s) = \frac{1}{2^k k!} \frac{d^k}{ds^k}(s^2-1)^k$$: Legendre ノ Polynom

Polarachse ノ方向ノ Strahlung ノ Amplitude $\mathbb{D}_0$ ノ component ハ

$$\int r \cos\vartheta\, \rho_0 dv$$

(43) ヨリ コノ Integral ハ r ニ就テノ Integral ト ϑ, α ニ就テノ $\int$ ニワカレル. 前者ハ一般ニ 0 デナイ. ~~故~~ Zentralfeld ノ如何ニヨッテ異ナルモ, 後者ハ其ノ Zentralsystem ニ共通デ 特別ノ場合ニハ 0 ト異ナリ k ノ Auswahlregel ヲ与ヘル.

bei (25)

$$\rho_0 = F(r)\, Y'(\vartheta, \alpha)\, Y''(\vartheta, \alpha)$$

従ッテ ϑ, α ニ就テノ Integral ハ

$$\int_0^{2\pi} e^{i(m'-m'')} d\alpha \int_{-1}^{+1} s P_{k'm'}(s) P_{k'',m''}(s) ds, \qquad (s = \cos\vartheta)$$

コレガ 0 トナラヌ為ニハ先 $m' = m''$ デナケレバナラヌ.　次ニ

$$\int_{-1}^{+1} s P_{k'm}(s) P_{k''m}(s) ds$$

$$= \frac{k'-m+1}{2k'+1} \int_{-1}^{+1} P_{k''m} P_{k'+1,m} ds + \frac{k'+m}{2k'+1} \int_{-1}^{+1} P_{k''m} P_{k'-1,m} dv.$$

(∵ $s P_{km} = \frac{k-m+1}{2k+1} P_{k+1,m} + \frac{k+m}{2k+1} P_{k-1,m}$)

P_{km} ノ Orthogonalität ヨリ

$$k'-k''=\pm 1$$

ニカギリ $\mathfrak{D}_0$ ガ 0 トナラヌ。 Nebenquantenzahl k

Achse ニハドノ方向ヲトッテモヨイカラ Bohr ガ Korrespondenzprincip カラ出シタ Auswahlregel ト一致ス。

axialsymmetrischen System ニツイテ先ヅ Relativity ヲ neglect シテ Magnetic Moment ヲ出サウ。

$$\Psi = e^{im\alpha}\,\Theta(z,a) \qquad (51)$$

Stromvektor ハ A ニ depend スル term ヲ neglect スレバ

$$\mathfrak{I} = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\frac{h}{2\pi i}(\bar{\Psi}\,\mathrm{grad}\,\Psi - \Psi\,\mathrm{grad}\,\bar{\Psi})$$

$$\int \Psi\bar{\Psi}\,dv = 1 \qquad \Psi, \bar{\Psi}: \text{conjugate, relativity ハハブク。}$$

magnetic Moment ガ z direction ニアルハ明カデアルカラ $\frac{1}{2}[r\mathfrak{I}]$ ノ z-comp 丈ヲ計算スレバ

$$a\mathfrak{I}_\alpha = -\frac{\varepsilon}{2\mu}\frac{h}{2\pi i}\left(\bar{\Psi}\frac{\partial\Psi}{\partial\alpha} - \Psi\frac{\partial\bar{\Psi}}{\partial\alpha}\right)$$

$$= -\frac{\varepsilon h}{2\pi\mu}\, m\, \Psi\bar{\Psi} \qquad \text{bei (51)}$$

$$\therefore \quad \mathfrak{B}_z = -m\frac{\varepsilon h}{4\pi\mu c} \qquad \text{nach ~~bei~~ (35'), (53)} \qquad (54)$$

m ノ正負即チ
z-Achse ノ pos oder neg. Umlaufung um die z-achse ニ entsprechen シテ magnetic moment ハ z-achse ノ neg od pos. Richtung ヲトル。
(之ハ Elektron ノ charge ガ negative ナルニ由ル) 其ノ大サハ ~~Bol~~ Bohr ノ Magneton ノ m 倍ナリ

次ニ (m', m'') ノ übergang ニ関スル elektric Moment ノ z-Komponente ハ
$\int_0^{2\pi} e^{i(m'-m'')\alpha}\,d\alpha$
ナル Faktor ヲ含ム。之ハ m' = m'' ノ時ノ外 0 デナイ。∴ Lichtwelle ノ polarisation ノ方向ガ z-Achse ノ方向ニナッテル m'=m'' ノ時丈 Anteil ヲ含ム。

又 z-Achse ニ垂直ナ $\mathfrak{D}_0$ ノ Component ハ
$\int_0^{2\pi} e^{i(m'-m''\pm 1)\alpha}\,d\alpha$
ノ Faktor ヲ含ムカラ $m'-m''=\pm 1$ ノ時ニ Strahlung ガ出ル (pol ノ方向ガ z ニ ⊥ ナル)
カクシテ Q.Z. m ニ関スル Auswahl- und Polarisationsregeln ヲ得タ。

次ニ axialsymmetric ナ electrostatic Field ニ Electron ガ動ク時ニ、~~Ach~~ Achse ノ方向ニ弱イ homogeneous ナ Magnetic field ガ apply サレル時ハ

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}[\mathfrak{H}\, r].$$

zylindrischen Koordinaten デハ (A grad) ハ $\frac{1}{2}|\mathfrak{H}|\frac{\partial}{\partial\alpha}$ トナル。
electrostatic Potential V ハ t ヤ α ニ independent デアルカラ

$$\alpha' = \alpha - \frac{\varepsilon|\mathfrak{H}|}{2\mu c}t$$

ナル variable ヲ用ヰレバ (|H| ノ 2nd order 以上ヲ neglect シテ) nichtrelat. Wellengleichung (11) ヨリ Magnetfeld ノナイ場合ニナル。即チ Larmor ノ Theorem ニ相当シテ $\frac{\varepsilon|\mathfrak{H}|}{2\mu c}\frac{\partial}{\partial\alpha}+\frac{\partial}{\partial t}$ ヲ $\frac{\partial}{\partial t}$ ヲオキカヘラレルカラ

$$\Delta'\xi + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left(\varepsilon V - \frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t}\right)\xi = 0$$

Δ' ハ Δ ノ中ノ α ヲ α' デオキカヘタモノ。
solution ハ $\xi = \Theta(z,a)\,e^{-\frac{2\pi i}{h}Et + im\alpha'}$
E ハ Magnetfeld ノナイ時ノ Atom ノ Energie (Ruheenergie des Elektrons = 0)

$$\text{or} \quad \xi = \Theta(z,a)\,e^{-\frac{2\pi i}{h}\left(E + m\frac{\varepsilon|\mathfrak{H}|}{4\pi\mu c}\right)t + im\alpha}$$

即チ Energie ガ $m\frac{\varepsilon|\mathfrak{H}|}{4\pi\mu c}$ 丈カハッタ。之ト m ニ関スル Auswahlregeln カラ normal Zeemaneffekt ガ出ル

Zentral symm. System ニ schwache konstantes Magnetfeld ガカカッテ居ル Axialsymm. Feld デハ Eigenfunktion ハ 1st Approx. トシテ (43)(45) デ与ヘラレル (Achse ノ方向ガ magnetfeld)
ソノ場合 m_{Max} ハ K デ与ヘラレル 即チ Relativity ヲ neglect スレバ K ガハ Zentralsym. Field ニ於ケル mag. Moment ノ ~~Max~~ Bohr ノ Magneton ノ数ヲ与ヘル。但シ Richtung ガ entartung ノタメ willkürlich ナノデアル。

§5. Störung eines Atoms durch äussere Kräfte.

Stationärzustand ニアル Atom ニ schwache ~~elektrostatische~~ Kraft feld ガ作用セル場合 (relativity ヲ neglect ス). ungestörten Atom ノ feld ハ Elektrostatisch ニ

$$\Delta\xi + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left(-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon V_0\right)\xi = 0 \qquad (57)$$

Eigenlösung ハ $\xi_n = u_n e^{-\frac{2\pi i}{h}E_n t}$. (58)

nichtentartet トス. $\eta_n = u_n e^{\frac{2\pi i}{h}E_n t}$

störende Kraftfeld ノ potentiale ヲ $\sigma V, \sigma A$ トス. Lösung ヲ $\xi_n + \sigma f_n$ ノ形トセバ (11) ハ

$$\Delta f_n + \frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left(-\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial t} + \varepsilon V_0\right)f_n = -\frac{8\pi^2\mu}{h^2}\left[\varepsilon V - \frac{h}{2\pi i}\frac{\varepsilon}{\mu c}(A\,\mathrm{grad})\right]\xi_n$$

$$f_n = \sum_s f_{ns}\xi_s, \quad V\xi_n = \sum V_{ns}\xi_s, \quad -\frac{h}{2\pi i}(A\,\mathrm{grad}\,\xi_n) = \sum_s A_{ns}\xi_s$$

mit $V_{ns} = \int V\xi_n\eta_s\,dv$ und $A_{ns} = -\frac{h}{2\pi i}\int(A\,\mathrm{grad}\,\xi_n)\eta_s\,dv$

f_{ns}, V_{ns}, A_{ns} ハ Zeit ノ函数

トシ $-\frac{h}{2\pi i}\frac{df_{ns}}{dt} = \varepsilon V_{ns} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns}$ (62)

Störung ガ static ノ時ニハ V_{ns} ト A_{ns} ハ Zeitfaktor トシテ $e^{-\frac{2\pi i}{h}(E_n-E_s)t}$ ヲフクム.

$$\therefore\ f_{ns} = -\frac{\varepsilon V_{ns} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns}}{E_n - E_s}, \quad (s \neq n)$$

$$f_{nn} = \frac{2\pi i}{h}\left(\varepsilon V_{nn} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{nn}\right)t$$

$$\therefore\ \xi_n + \sigma f_n = \left[1 + \sigma\frac{2\pi i}{h}\left(\varepsilon V_{nn} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{nn}\right)t\right]\xi_n - \sigma\sum_{s\neq n}\frac{\varepsilon V_{ns} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns}}{E_n - E_s}\xi_s$$

1st approximation ヲ考ヘレバ

(64) $$\xi_n + \sigma f_n = e^{\frac{2\pi i}{h}\sigma\left(\varepsilon V_{nn} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{nn}\right)t}\left[\xi_n - \sigma\sum_{s\neq n}\frac{\varepsilon V_{ns} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns}}{E_n - E_s}\xi_s\right]$$

[ ] ノ Ausdruck ハ Zeit ヲ $e^{-\frac{2\pi i}{h}E_n t}$ ナル因子トシテフクム.

∴ コノ solution ハ gestörte Atom ノ Eigenfunktion ト考ヘラレ. 而 $\xi_n + \sigma f_n$ ガ orthogonality ノ條件ヲ満スコトモ容易ニ證セラル

(64)ヨリ $\gamma_n = -\sigma\left(\varepsilon V_{nn} + \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{nn}\right)$

ニヨッテ n ノ Zustand ノ Energie 増加ヲ知リ得.

之ハカクカケル.

$$\gamma_n = -\sigma\varepsilon\int V\xi_n\eta_n\,dv + \sigma\frac{\varepsilon}{\mu c}\frac{h}{2\pi i}\int(A\,\mathrm{grad}\,\xi_n)\eta_n\,dv$$
$$= \sigma\int V\rho_{nn}\,dv - \frac{\sigma}{c}\int(A\,I_{nn})\,dv.$$

Bohr ノ ~~ｓ~~ periodizitätssystem ニ於ケル Störungen ノ Theorie ノ結果ト一致ス.

1st term ハ ρ_{nn} ナル Dichte ニヨッテ störende elektrostatische Feld ノタメニ生ズル potentielle Energie, ~~I_{nn}~~ 第二項ハ Atom ノ magnetfeld ト störende Magnetfeld ノ Wechselwirkungsenergie ノ符号ヲ変ジタモノ.

(第二項ヲ変ヘルト次ノ如クナル

$$-\frac{\sigma}{4\pi}\int(A\,\mathrm{rot}\,H_n)\,dv$$

H_n: I_{nn} ニ属スル mag. Feldvektor

$$= -\frac{\sigma}{4\pi}\int(\mathrm{rot}\,A\cdot H_n)\,dv$$
$$= -\frac{1}{4\pi}\int(H\,H_n)\,dv$$

H ハ σA ニ属スル Feldvektor.

我々ノ System ノ magnetic Energy ハ

$$\frac{1}{8\pi}\int(H + H_n)^2 dv = \frac{1}{8\pi}\int H^2 dv + \frac{1}{4\pi}\int(H\,H_n)\,dv + \frac{1}{8\pi}\int H_n^2 dv$$

中ノ項ハ Wechselwirkung ヲ示スハズ)

Störendefeld ガ homogen ナラバ. Atom ノ中ニテ elektrostatic Potential $\sigma V = 0$ ノ点トトレバ.

$$\sigma V = -(E\,r) \qquad E\text{: elek. Feldvektor des störende Kraftfeldes}$$
$$\sigma A = \frac{1}{2}[H\,r]$$
$$\therefore\ \gamma_n = -E\int r\,\rho_{nn}\,dv - \frac{1}{2c}\int[H\,r]\,I_{nn}\,dv$$
$$\gamma_n = -(E\,D_n) - (H\cdot B_n)$$

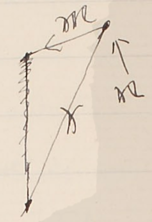
D_n, B_n: n ナル Zustand ニ属スル El. Mg. Moment.

アル stationary state ニアル Atom ハ energie ノ関係ニ於テ Dipol vom Moment D_n, Magnet vom Moment B_n ノ如クニ verhalten スル.

コノ式デ magnetfeld ガ Achse ニ ∥el ノ時ニハ (54) ニヨッテ normal Zeemann Effekt ノ場合ノ Energie ノ Ausdruck ヲ得.

§6. Wechselwirkung zwischen Strahlung und freien Elektronen.

Elektron ガ Atomkern ヨリノ距離ガ Licht ノ Wellenlänge ニ比シテ非常ニ大ナル距離ニアル時ハ freie Elektronen ト考ヘラレル場合ニハ



$$-\frac{h^2}{4\pi^2}\Box\varphi+\mu^2c^2\varphi=0$$

frei ト考ヘラレル gebiete ノ Volumen ガ v デアル時ハ Wellenfunktionen ハ

$$\varphi=\frac{1}{\sqrt{v}}e^{\frac{2\pi i}{h}[-Et+(\mathfrak{M}\mathfrak{r})]}\qquad \psi=\frac{1}{\sqrt{v}}e^{-\frac{2\pi i}{h}[-Et+(\mathfrak{M}\mathfrak{r})]}$$

$\mathfrak{r}$ ハ gebiete ノ中ノ一点ヨリノ距離。　E, $\mathfrak{M}$: Energie, Impuls.

E, $\mathfrak{M}$ ノ間ニハ

(85) $$\mathfrak{M}^2-E^2/c^2+\mu^2c^2=0$$

ノ関係アリ、之ハ Relativität ニ於ル普通ノ関係デアル。

Elektron ニ ebene monochromatische Licht ~~ガ~~ welle ガ来ル時ハ其ノ Potential ハ

$$\sigma\mathfrak{A}=\sigma\left[\mathfrak{C}e^{2\pi i\nu(t-\frac{(\mathfrak{n}\mathfrak{r})}{c})}+\bar{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu(t-\frac{(\mathfrak{n}\mathfrak{r})}{c})}\right],\quad \sigma V=0$$

σ: kleinen konstanten Parameter　　$\mathfrak{n}$: Strahlungsrichtung

コノ Lichtwelle ノ Wirkung ハ 1st approximation トシテ Wellenfunktion ガ $\varphi+\sigma f$ トナル
セル。

Störungsgleichung ハ (7) ヨリハ

$$-\frac{h^2}{4\pi^2}\Box f+\mu^2c^2f=-2\frac{h}{2\pi i}\frac{\varepsilon}{c}\left[\mathfrak{C}e^{2\pi i\nu(t-\frac{(\mathfrak{n}\mathfrak{r})}{c})}+\bar{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu(t-\frac{(\mathfrak{n}\mathfrak{r})}{c})}\right]\operatorname{grad}\varphi$$

コノ Gleichung ノ Solution ハ

$$f=\frac{\varepsilon\mathfrak{M}}{\sqrt{v}\,h\nu[E/c-(\mathfrak{M}\mathfrak{n})]}\left[\mathfrak{C}e^{\frac{2\pi i}{h}\{-(E-h\nu)t+(\mathfrak{M}-\mathfrak{n}\frac{h\nu}{c})\mathfrak{r}\}}+\bar{\mathfrak{C}}e^{\frac{2\pi i}{h}\{-(E+h\nu)t+(\mathfrak{M}+\mathfrak{n}\frac{h\nu}{c})\mathfrak{r}\}}\right]$$

又 (7a) ヨリ $\psi+\sigma g$ トオケバ solution ハ

$$g=\frac{1}{\sqrt{v}\,h\nu}\frac{\varepsilon\mathfrak{M}}{[E/c-(\mathfrak{M}\mathfrak{n})]}\left[\bar{\mathfrak{C}}e^{-\frac{2\pi i}{h}\{-(E-h\nu)t+(\mathfrak{M}-\mathfrak{n}\frac{h\nu}{c})\mathfrak{r}\}}+\mathfrak{C}e^{-\frac{2\pi i}{h}\{-(E+h\nu)t+(\mathfrak{M}+\mathfrak{n}\frac{h\nu}{c})\mathfrak{r}\}}\right]$$

Streustrahlung ノ Ermittlung ニハ Dichteausdruck ヲツクレバヨイ。
System ノアル Anfangszustand ニ属スル

コレデハ intensity ノ問題ハ考ヘズ Beobachtungsrichtung ト Frequenz ノ関係

ニヨリ論ズルコトニセン。

φ ノカハリニ $\varphi+\sigma f$、ψ ノカハリニ $\psi+\sigma\psi$ ヲイレテ Dichteausdruck ヲツクレバ

(89) $$\rho=-\frac{\varepsilon}{2\mu c^2}\left\{-\frac{h}{2\pi i}\left[\psi'\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\varphi\frac{\partial\psi'}{\partial t}+\sigma\left(\psi'\frac{\partial f}{\partial t}-f\frac{\partial\psi'}{\partial t}+g'\frac{\partial\varphi}{\partial t}-\varphi\frac{\partial g'}{\partial t}\right)\right]\right\}$$

コノ Ausdruck ハ考ヘラレテヰル二ツノ一方ノ Zustand カラ出発シテヰル二ツノ Übergangsmöglichkeit ヲアラハシテヰル

即チ、　$E=E'+h\nu$,　$E'=E+h\nu$　ノ二ツノ Frequenz ガ出テヰル

之ハ Energie E ナル Zustand カラノ Übergang ト E' ノ Energie ノ Zustand カラノ Übergang ニ相当シテ居ル。　E ヲ Anfangszustand ト考ヘレバ

$E=E'+h\nu$ ノミヲ考ヘレバヨイ。

コノ ρ ノ Ausdruck ハ

$$a\,e^{2\pi i\{\omega t+(\mathfrak{s}\mathfrak{r})\}}$$

ノ Form ヲ取ツテヰル。　a, ω, $\mathfrak{s}$: konst.

Elektron ノ存在スル gebiet ノ Dimension ニ比シテ festen Punkt ト Aufpunkt ノ距離ガ大ナル時ハ Potential ハ (38) ヨリ

$$\frac{a}{r}e^{2\pi i\omega(t-r/c)}\int e^{2\pi i(\mathfrak{s}+\frac{\omega\mathfrak{n}'}{c})\mathfrak{r}}\,dv$$

ナル形デ表ハサレル。　$\mathfrak{n}'$ ハ Beobachtungsrichtung.

コノ $\int$ ハ $\mathfrak{s}$, ω ノ定マレル時 exponent ノ $\mathfrak{r}$ ノ係数ガ非常ニ小ナル時ニ ~~Null~~ merkliche Beiträge ヲ与ヘル。

即チ　　$$\mathfrak{n}'=-\frac{c}{\omega}\mathfrak{s}.$$

ニ正キ方向ニデアル

or　$c^2\mathfrak{s}^2=\omega^2$

次ニ (89) ヨリ先 ungestörte Elektron ニ属スル Glied ヲ考ヘレバ

$$\omega=\frac{E-E'}{h},\qquad \mathfrak{s}=-\frac{\mathfrak{M}-\mathfrak{M}'}{h}$$

$$\therefore\quad c^2(\mathfrak{M}-\mathfrak{M}')^2=(E-E')^2$$

(85) ヨリ　$\mathfrak{M}'=\mathfrak{M}$,　$E'=E$

ノトキニ限ルナル。即チ frei Elektron ハ Strahlung ヲ出スコトハ出来ヌ。

次ニ Störungsglieder ニ対シテハ

$$\omega = \frac{E-E'}{h}+\nu \quad , \quad s = -\frac{1}{h}\left(\mathfrak{M}-\mathfrak{M}'+n\frac{h\nu}{c}\right)$$

従ッテ $$\mathfrak{M}+n\frac{h\nu}{c} = \mathfrak{M}'+n'\frac{h\nu'}{c}$$

$$E+h\nu = E'+h\nu'$$

トナル。之ハ Compton, Debye ニヨッテ求メラレタ Primären und sekundären Lichtes ノ Freq. ト Richtung ヲアラハスコトニナル。

即チ Comptoneffekt ノ Darstellung ハ Gitterreflexion ノ理論ト一致スルニテアル。

之ノ korrespondenzmäßigen Deutung ニヨリ Einstein ガ photoelektrische Elektron ニ就テ Lichtquantenhypothese ヨリ得タ einfallender und gestreuter Strahlung ノ Richtung ノ関係 (Geiger-Bothe ニヨッテ Compton 証明サレル) モ又自然ニ求メラル。

§5 continued.

störende Kraftfeld ノ Atom ヨリ出ル Strahlung ニ於ケル Einfluß ~~作用~~ ヲ述ベルニハ

二ツノ stationären Zuständen ニ於ケル el. moment ハ

$$D_{n'n''}+\sigma\delta_{n'n''} = -e\int r\,(\xi_{n'}+\sigma f_{n'})(\eta_{n''}+\sigma g_{n''})\,dv$$

(64) ヨリ Störung ニ基ヅク moment ハ

$$\sigma\delta_{n'n''} = -\sigma\sum\left[\frac{\left(eV_{n's}+\frac{e}{\mu c}A_{n's}\right)D_{sn''}}{E_{n'}-E_s}+\frac{\left(e\bar{V}_{n''s}-\frac{e}{\mu c}\bar{A}_{n''s}\right)D_{n's}}{E_{n''}-E_s}\right]$$

特ニ Feld ガ homogen ナ electrostatic ノ時ニハ

$$\sigma e V_{ns} = (\mathfrak{E}\,D_{ns}) \qquad A_{ns}=0.$$

(69) $$\therefore \sigma\delta_{n'n''} = -\sum\left[\frac{(\mathfrak{E}\,D_{n's})D_{sn''}}{E_{n'}-E_s}+\frac{(\mathfrak{E}\,D_{sn''})D_{n's}}{E_{n''}-E_s}\right]$$

之ノ ausdrück ハ 一ツノ transition ニ於ケル radiation intensity ノ変化ニ直接関係スル。例ヘバ Bohr ガ Korresp. Princip カラ出シタ elektrischen Feld ノタメニ Serienspektren ニ於テ新シキ Kombinations-linien ノ出現ニ当ル。

実際 (69) ニアラハレル Frequenz ハ ungestörte Atom ニ於ケル Spektrallinien ノ Frequenz ノ Summe und Differenz デアル。

尚又 formula ハ $n'=n''$ ノ時ニハ elektrische Kraft ニヨリ induce サレタ elektrische Moment ヲアタフ。

zeitlich ニ変ハル Störungsfeld ノ場合ヲ考ヘ、特ニ Atom ニヨル Licht-zerstreuung ヲ論ジテ見ヨウ。

monochromatic wave ノ scalar potential ハ 0 ト取リ得ラレル。

elektrische Vektor der Lichtwelle ハ

$$\mathfrak{E} = -\frac{\sigma}{c}\frac{\partial A}{\partial t}.$$

A ハ任意ノ点デ時間平均ガ 0 ニナル様ニトラナケレバナラヌ。

$\mathfrak{E}$ ハ $\frac{\sigma A}{\lambda}$ ノ order デアル (λ: 波長) λ ハ Licht ノ場合ハ atom-dimension ニ比シテ非常ニ長イ。~~electric~~ 原子ノ径モ波長ノ位モ等シイカラ

$\sigma|A|$ ハ $\lambda|\mathfrak{E}|$ ノ order ; A ノ場所ニヨル変化ハ無視シテ Atom ノ Mittelpunkt

此ノ値ヲ (62) ニ入レルト，

從ッテ
$$A = \mathfrak{C}e^{2\pi i\nu t} + \overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu t}$$

$\mathfrak{C}$, $\overline{\mathfrak{C}}$: const. conjugate complex.

$$\therefore\ \mathfrak{E} = -\sigma\frac{2\pi i\nu}{c}\left(\mathfrak{C}e^{2\pi i\nu t} - \overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu t}\right)$$

$$\frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns} = \frac{1}{c}\int(A\,\mathfrak{I}_{ns})dv = \frac{1}{c}\int\left(\mathfrak{C}e^{2\pi i\nu t} + \overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu t}\right)\mathring{\mathfrak{I}}_{ns}e^{-\frac{2\pi i}{h}(E_n-E_s)t}dv$$

$\mathring{\mathfrak{I}}_{ns}$: $\mathfrak{I}_{ns}$ ノ Amplitude

$$= -2\pi i\frac{E_n-E_s}{ch}\int\nu\left(\mathfrak{C}e^{2\pi i\nu t} + \overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i\nu t}\right)\mathring{\rho}_{ns}e^{-\frac{2\pi i}{h}(E_n-E_s)t}dv$$

or

or
$$\frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns} = -2\pi i\frac{\nu_{ns}}{c}\left[(\mathfrak{C}\mathring{\mathfrak{D}}_{ns})e^{-2\pi(\nu_{ns}-\nu)t} + (\overline{\mathfrak{C}}\mathring{\mathfrak{D}}_{ns})e^{-2\pi i(\nu_{ns}+\nu)t}\right],$$

(62) ハ
$$\frac{h}{2\pi i}\frac{df_{ns}}{dt} = \frac{\varepsilon}{\mu c}A_{ns}$$

Resonanz ノ場合ヲ除ケバ，即チ ν ガ ν_{ns} ト異ナル時ハ
$$f_{ns} = \frac{2\pi i}{hc}\nu_{ns}\left(\frac{\mathfrak{C}e^{-2\pi i(\nu_{ns}-\nu)t}}{\nu_{ns}-\nu} + \frac{\overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i(\nu_{ns}+\nu)t}}{\nu_{ns}+\nu}\right)\mathring{\mathfrak{D}}_{ns}$$

$$\cancel{g_n}\ f_n = \frac{2\pi i}{hc}\sum_s\nu_{ns}\left(\frac{\mathfrak{C}e^{-2\pi i(\nu_{ns}-\nu)t}}{\nu_{ns}-\nu} + \frac{\overline{\mathfrak{C}}e^{-2\pi i(\nu_{ns}+\nu)t}}{\nu_{ns}+\nu}\right)\times\mathring{\mathfrak{D}}_{ns}\xi_s$$

$$g_n = -\frac{2\pi i}{hc}\sum_s\nu_{ns}\left(\frac{\overline{\mathfrak{C}}e^{2\pi i(\nu_{ns}-\nu)t}}{\nu_{ns}-\nu} + \frac{\mathfrak{C}e^{2\pi i(\nu_{ns}+\nu)t}}{\nu_{ns}+\nu}\right)\times\mathring{\mathfrak{D}}_{ns}\eta_s$$

Atom ノ äußeren Wirkung ヲ考ヘルニハ Dichte ヲ f_n ト σP_n トスレバ
$$P_n = P_{nn} + \sum_{m}^{E_m < E_n \pm h\nu}(P_{nm} + P_{mn})$$

(78)
$$P_{nm} = \xi_n g_m + \eta_m f_n$$

(78) ヨリ P_{nn} ハ harmonic oscillation デ frequency ハ einfallende Lichte ノ夫ト一致ス，即チ kohärenten Streustrahlung デ普通ノ Dispersion ノ説明ニ angenommen サル。

他ノ Terms ハ Spektralfrequenz ト einfallende Lichte ノ Frequenz ノ Summe Differenz ヲナス Term ナリ 之レ K-H ノ nicht kohärente Streustrahlung ナリ。

Sur la possibilité de mettre en accord la théorie électromagnétique avec la nouvelle mécanique ondulatoire.

Note de Louis de Broglie　　C. R. 184, p81, 1927

La mécanique ondulatoire admet l'existence dans tous les phénomènes physiques d'une grandeur périodique obéissant à une équation de propagation qui, pour le cas simple d'un point matériel placé en dehors de tout champ, s'écrit

(1)
$$\Delta u - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{4\pi^2}{c^2}\nu_0^2 u.$$

Dans une Note récente[1], M. Bateman a montré que les fonctions génératrice du champ électromagnétique permettant de définir les potentiels par les relations

(2)
$$a_x = \frac{1}{2}\left[\theta_1\frac{\partial\theta_2}{\partial x} - \theta_2\frac{\partial\theta_1}{\partial x}\right] \cdots \qquad \psi = \frac{-1}{2c}\left[\theta_1\frac{\partial\theta_2}{\partial t} - \theta_2\frac{\partial\theta_1}{\partial t}\right]$$

doivent sans doute toutes deux être assimilées à la fonction u. Dans le cas simple où l'équation (1) est valable, la relation de Lorentz entre les potentiels se trouve alors vérifiée.

Si l'on relie comme d'habitude les champs aux potentiels, on a

(3)
$$h_x = -\frac{\partial\psi}{\partial x} - \frac{1}{c}\frac{\partial a_x}{\partial t} = \frac{1}{c}\frac{\partial(\theta_1,\theta_2)}{\partial(x,t)} \cdots$$
$$H_x = \mathrm{rot}_x a = \frac{\partial(\theta_1,\theta_2)}{\partial(y,z)} \cdots$$

De ces définitions découle le premier groupe des équations de Maxwell, c'est-à-dire celui qui donne la divergence de H et le rotationelle de h.

Envisageons une charge ponctuelle isolée à symétrie sphérique et choisissons un système de référence galiléen dont elle occupe l'origine.

Les fonctions θ solutions de (1) devrons être de la forme
$$\left(\frac{A}{r} + B\right)\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\ 2\pi\nu_0 t$$

A titre d'exemple simple posons
$$\theta_1 = \frac{A}{r}\cos 2\pi\nu_0 t \qquad \theta_2 = B\sin 2\pi\nu_0 t$$

Par (2) et (3) on obtient alors
$$\begin{cases}\vec{a} = -\frac{AB}{4}\,\mathrm{grad}\left(\frac{1}{r}\right)\sin 4\pi\nu_0 t \\ \vec{H} = 0\end{cases} \qquad \psi = -\frac{\pi\nu_0}{c}\frac{AB}{r} = \frac{K}{r}$$
$$\vec{h} = -K\,\mathrm{grad}\left(\frac{1}{r}\right)\cancel{\sin}\left[1 + \cos 4\pi\nu_0 t\right]$$

(1) Nature 118.

Si le phénomène étudié évolue très peu pendent la durée de la période $\frac{1}{\nu_0}$, il suffit de prendre les valeurs moyennes et l'on retrouve alors les expressions classique des potentiels et des champs autour d'une charge ponctuelle immobile.

Il se pourrait donc fort bien que les valeurs classiques des potentiels et des champs soient seulement les valeurs moyennes de grandeurs réelles. Le deuxieme groupe de équations de Maxwell et la théorie de la distributions des énergies dans le champ qui en résulte ne seraient alors applicables qu'aux phenomènes macroscopiques évoluant assez lentement et seraient inexactes pour ceux dont la durée est de l'ordre de la période des fonctions génératrices. L'idée de Bateman pourrait donc conduire à expliquer à la fois les succès et les échecs de la théorie Maxwell-Lorenz et permettre de la corriger en la mettant en accord avec la nouvelle mécanique.

Enfin signalons qu'il parait possible de relier les idées précédentes à la théorie de l'Univers à cinq dimensions (Kaluza, Kramers, Klein) et de définir les quinze g_{ik} de cet Univers au moyen de la seules fonctions θ_2 en considérant θ_2 comme la dérivée de θ_1 par rapport à la cinquième et nouvelle variable x^0.

En tout cas, la remarque de M. Bateman paraît susceptible de permettre la définition des grandeurs oscillantes introduites par la mécanique ondulatoire en fonction des grandeurs reliées à la théorie électromagnétique et par là, elle présente une grande importance pour la développement de la nouvelle mécanique.

A Possible Connexion between the Wave-Theory of Matter and Electro-Magnetism.

by Bateman   Nature 118. p. 839

In ~~the~~ de Broglie's theory a particle of matter travelling with velocity v has associated with it a phase-wave travelling with velocity c^2/v. It seems that this theory may have some connexion with Sir J. J. Thomson's theory of moving lines of forces if we interpret v as a velocity of the electric line and c^2/v as the velocity of the magnetic line.

In this theory, as I understand it, a possible velocity v for a line of electric forces satisfies the equation

$$H = \frac{1}{c}[v \times E] \qquad E, H : \text{El and Mg force}$$

A possible velocity w for a line of magnetic force is, on the other hand, given by the equation

$$E = -\frac{1}{c}[w \times H]$$

Eliminating H and making use of the equation $(w \cdot E) = 0$ we find that

$$(v \cdot w) = c^2$$

When v and w are in the same direction, this equation gives $w = c^2/v$. In the later developments of Thomson's theory (see for example, H. Bateman, Phil. Mag. vol 34 (1917), p. 405), expression of the type

$$H_x = \frac{\partial(\psi, \tau)}{\partial(y, z)}, \quad E_x = \frac{1}{c}\frac{\partial(\psi, \tau)}{\partial(x, t)}$$

are adopted for the components of E and H and the equation of a moving line of magnetic force are

$$\psi = \text{constant}, \quad \tau = \text{constant}.$$

Adopting also expressions of types

$$A_x = \frac{1}{2}\left(\psi\frac{\partial\tau}{\partial x} - \tau\frac{\partial\psi}{\partial x}\right) \quad \cdots \quad \Phi = -\frac{1}{2c}\left(\psi\frac{\partial\tau}{\partial t} - \tau\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)$$

for the potentials, we remark that if ψ and τ both satisfy de Broglie's equation

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \frac{m^2c^2}{k^2}\psi, \quad k = \frac{h}{2\pi}$$

then we have the usual relation

$$\frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}+\frac{1}{c}\frac{\partial \Phi}{\partial t}=0$$

If we assume simply (P. A. M. Dirac, Proc. Roy. Soc. vol 112 p. 670)

$$\psi=e^{i\frac{E}{\hbar c^2}(vx-c^2t)}f_1(y,z),\quad \tau=e^{-i\frac{E}{\hbar c^2}(vx-c^2t)}f_2(y,z),$$

$$E=mc^2\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

the electromagnetic field turns out to be independent of the time, but according to the above rules the lines of magnetic force can be regarded as moving with ~~electric force~~ velocity c^2/v parallel to the axis of x, and the lines of electric force with v velocity in the same direction. If our function ψ can be regarded as a constant multiple of Schrödinger's ψ and τ as its imaginary conjugate, then, whenever we have an expression such as

$$\psi=\sum A_n e^{2\pi i\nu_n\left(t-\frac{x}{c}\right)}$$

the only frequencies which appear in the el. mg. field are the differences $\nu_n-\nu_m$ of the fundamental frequencies. We are not bound, however, to make ψ and τ conjugate complex quantities. If, for example, we put

$$\psi=\frac{\hbar c}{Er}e^{\frac{iEt}{\hbar}},\quad \tau=ie^{-\frac{iEt}{\hbar}},$$

where r is the distance from the origin, both ψ and τ satisfy de Broglie's equation and we have

$$E_x=-\frac{ex}{r^3},\quad \cdots$$

$$H_x=0\quad \cdots$$

The field is thus that of a simple el. pole.

§5 続キ。

$\nu_{nm}+\nu$, $\nu_{nm}-\nu$ ノ Frequenz n, m ノ Zustand ノ一ツガ或ル他ノ Übergang デナク、イヅレノ Zustand カラノ Übergang カ、

$\nu_{nm}+\nu$, $\nu_{nm}-\nu$ ノ正負ニヨリテ定マル。

Atom ガ n ノ State ニアル時入射光ニヨツテ生ズル Radiation ハ

$$\sigma\delta_n=\sigma\int\rho P_n dv$$

即チ入射光ニヨル elektrische Momente ノ変化ヲ知レバヨイ

~~即チ~~

$$\delta_n=\delta_{nn}+\sum_m^{E_m\lessgtr E_n\pm h\nu}\delta_{nm}+\delta_{mn}$$

$$\delta_{nm}=\int\rho P_{nm}dv=\sum_s\left(f_{ns}D_{sm}+g_{ms}D_{ns}\right)$$

$$\text{or}\quad =\frac{2\pi i}{hc}\sum_s\Bigg\{\left[\nu_{ns}\frac{(\mathfrak{E}\mathfrak{D}_{ns})\mathring{\mathfrak{D}}_{sm}}{\nu_{ns}-\nu}-\nu_{ms}\frac{(\mathfrak{E}\mathring{\mathfrak{D}}_{sm})\mathfrak{D}_{ns}}{\nu_{ms}+\nu}\right]\times e^{-2\pi i(\nu_{nm}-\nu)t}$$

$$(82)\qquad +\left[\nu_{ns}\frac{(\overline{\mathfrak{E}}\mathfrak{D}_{ns})\mathring{\mathfrak{D}}_{sm}}{\nu_{ns}+\nu}-\nu_{ms}\frac{(\overline{\mathfrak{E}}\mathring{\mathfrak{D}}_{sm})\mathfrak{D}_{ns}}{\nu_{ms}-\nu}\right]e^{-2\pi i(\nu_{nm}+\nu)t}\Bigg\}$$

其ノ Ableitung ハ Schrödinger ノ方法ハ形式的ニハ正確ニ近ク

其ノ式ハ(82)ニアラハレヌ nicht kohärent ナ Glieder ナリ。

$\sigma\delta_n$ ノ Ausdruck ハ K-H ト一致ス。∴ Schrödinger ノ

考ヘハ wegfallen スル。

(82)デ $n=m$ デ $\nu=0$ ノ Grenze static field.

$n\neq m$ ノ時 Kombin. Linien ノ auftreten ヲアラハス。