NOTE-BOOK

Memoirs and Abstract

II

1931.

新しき時代へ

代表者たりし

学者 表示 論説。

表現ノ心得。

1: 大キナ見落シモ、云ヒ落シテハイケナイ。

2: ~~中略~~ 個々ノ心情、意見ヲ述ベルノハヨイ、情況ヲ書~~スベシ~~。シテ意見ノ明カニシ、限界ヲサシ~~示スベシ~~。然シテナケレバナラナイ。

3: 学術ノ論文ハ一般ノ事柄ヲ含ムカラ、成績ニカヽルノデ、~~見解~~ ~~論~~ 関係ヲ加ヘ（評価的）ソレヲ前ニ出シテハ、平凡ナモノデアルカラ 科学ノ真理ヲ、大キナ目的ト見テ居テイケナイ ソイツ~~ハ~~デアル。

4: 学者ノ文章ノ意義ヲ知ルコト、而シテ其ノ細シ、個々ヲ知ルト、総テノ論文ノ位置ニ大体~~ヲ示シテ~~カラ考ヘナケレバナラヌ。

特ニ学者ノ文章ガ書イテアル所ハ、ソウ誤解セラレ易イ所モ注意スベキデアル。

六月廿日. F.文

Zs. 69. 5-6 Heisenberg : Magnetostriktion

Ann. d. Phys. 9. Heft 4? Nordheim: Elektronen-theorie der Metalle.

Nature Lemaître ; The Beginning of the world.

Nature. p.523, 1931. Sen ; β-Transformation

p.522, 1931. Gheury de Bray : The Velocity of Light.

Zs. 64

S. 563 Ambarzumian u. Iwanenko: Zur Frage nach Vermeidung der unendlichen Selbstrückwirkung des Elektrons

S. 802 Kudar: Die β-Strahlung und das Energieprinzip.

S. 1. Pose: Über die diskreten Reichweitengruppen der H-Teilchen aus Aluminium I

S. 22. Beck: Zur Theorie der Atomzertrümmerung. I

Zs. 67 3-4
Pose. II,
Beck. II

Nature p 706, 1931 (Nr. 3210, 127)

Lemaître: The Beginning of the World
from the Point of View of Q. T.

Zs. f. Phys. 69, p.56, 1931.

Landau u. Peierls: Erweiterung des Unbestimmtheitsprinzips für die relat. Quantentheorie.

今迄ノ Quantenmechanik ニ於テハ voraussagbare Messungen ノ存在ガ根本的假定トナツテ居ル。即チ Materieteilchen, Lichtquanten ニ関スル總テノ Größe, 及 Feldgröße ニ就イテ考ヘラレテ居ル。~~一般ニ、場合ニ於テモ~~ カヽル voraussagbare Messungen ハ限定サル。例ヘバ Impuls ノ測定ニツイテハ之ガ時間的ニ Konstant デナイカラ、Messung ノ Dauer ヲ unendlich ニスレバ voraussagbare Messung ト考ヘラル。

ソノ他ノ例トシテハ Elektron ノ Ort ハ、ソノ Geschwindigkeit ガ非常ニ大キクナクテモ Ungenauigkeit ハ

$$\Delta q > \frac{h}{mc}$$

又 Feldstärke ニツイテハ之ハ statische ノ場合ニ於テノミ voraussagbare Messung ヲ得ラル。

又 Lichtquanten ノ Ort ハ Wellenlänge ニ比シテ大キイ範囲ニ於テシカ定マラナイ。

但シ ~~Meß~~ Raumgebiete ガ大キクナケレバナラヌ。

従ツテ q. M. ニハ Messung ノ出来ヌ量トナル。

以上ノ結果ヨリ考ヘレバ、正シイ rel. Quantentheorie ハ普通ノ Q.M. ノ意味ニ於ケル phys. Größen ト Messungen トヲ與ヘナイデアラウ。自由 System ヲ Apparat

ト Wechsel~~...~~Wirkung サセ、Apparat ニドンナ
変化ガオコルカヲ問フコトハ出来ル。併シ
此際ハソノ実験ノ結果ノ Wahrs. ヲ与ヘルデアラウ。
却テ、ソノ実験ノ結果ハ system ノ一ツノ Parameter
ニ対スル Wahrsch ト説明シテハナラヌ。∵
一定ノ結果ニ対スル Wahrs. ヲ 1. 他ノ値ニ対ス
ル Wahrs. ヲ 0 ニスル如キ実験ヲ行ヒ得ナイ
カラデアル。即チ prinzipiell ニ実験ノ Zeit-
dauer ヲ継続ニヨツテカヘルコトガ unmöglich ト
ナルデアラウ。

ノ Lebensdauer ハ一定ダカラ、Kern ノ Zustand ハ
~~同一デアルカナイカハシレナイノ~~ ニ

コノ考ヘハ rad. Kerne ~~ノ~~ β-Spektren ガ
kontinuierlich ナコトヲ説明シテ中止ガ認メラ
レル。∵ β-Teilchen ガモシ同ジ Energie ヲモ
ツテルナラバ、ソレハ voraussagbare Messung ト
見ラレルカラデアル。α-particle ノ場合ハ Mass
ガ大ダカラサシツカヘハナイ。(ソレハ丁度 Molecule
ノ場合 Atomkern ヲ klassisch ニ考ヘラレル
ト同様。)

phys. Zs. 32 Nr 1, S 34–37

Kudar: Über die Eigenschaften der Kern-elektronen

Nr 9. S. 374–377

Pokrowski: Versuch der Anwendung einiger thermodynamischer Gesetzmäßigkeiten zur Beschreibung von Erscheinungen in Atom~~spektra~~kernen

Boltzmann ノ統計ヲ Kern ニ適用シテ色々ノ現象ヲ説明シ、実験ト一致スルコトヲ示ス。

geschlossenen ノ physikalischen Gebilde ノ一ツノ Zustand ノ内デ Energiedichte ノ Schwankung ノ小サイ方即チ Raumverteilung ノ gleichmäßig ナ方ガ wahrscheinlicher デアル。

従ッテ $\frac{\partial W_1}{\partial M} < 0$

今 1 カラ 2 ニウツル Wahr. ヲ λ_{12} トスレバ、之ハ $W_2 - W_1$ ニ比例シ、Mass ノ変化ヲ ΔM トスレバ

(50)

$$\frac{\partial \lambda_{12}}{\partial(\Delta M_{12})} < 0 \qquad \Delta M_{12} < 0,$$

$$\text{or} \quad \frac{W_2 - W_1}{\Delta M_{12}} < 0; \quad \frac{\lambda_{12}}{\Delta M_{12}} < 0.$$

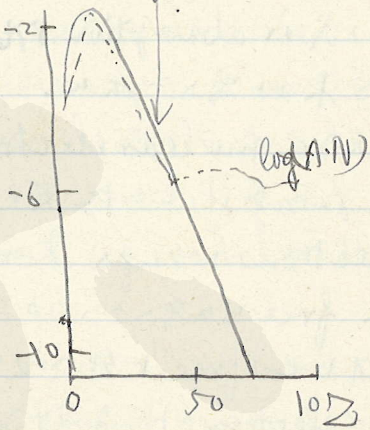
之ヲ proton ガ集ッテ nucleus ヲツクル場合ニ応用スレバ、

$$\log(A\cdot N) = -b\cdot\Delta H - p\cdot N \pm \text{const}$$

ナル関係ガ出テクル

但シ A ト N ハ Atomzahl. A ハソノ元素ノ abundance.

ΔH ハ之ノ原子ガ出来ル時ノ一ツノ proton ノ平均ノ masschange,



又 $\log\lambda = -c\cdot\Delta H \pm \text{const}$

ナル式ヲ導キ出サレル、

之ハ例ヘバ α-Teilchen ノ

Energy ト Zerfallkonst

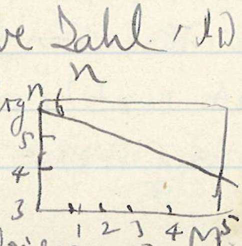
ノ関係ヲ表ハス

(Gamow ノ理論ノ時ニ

トシ、理論ト実験ノ abweichung ハ大キクナイ)

第一星ノ masse ト Stern ノ relative Zahl ノ関係ニ
M n
応用サレル

$$\log n = -bM \pm \text{const}$$



之モ実験ト一致スル、

(Jeans: Astronomy and Cosmogony, Cambridge 1928)

Nature p.594 Vol 127, 1932. Apr. 18.

Jeans: Origin of Cosmic Radiation

The frequency ν of radiation can be deduced from its absorption μ by means of the well-known formula of Klein and Nishina (Nature 122, p.398, Sept. 15, 1928.), which can be put in the form

$$\mu = \frac{2\pi N e^4}{m^2 c^4} f\left(\frac{h\nu}{mc^2}\right)$$

This gives frequencies which agree well with experiment up to the frequencies of the hardest γ-rays; beyond ~~which~~ this is impossible to test it.

此ノ式ハ absorption ガ総テ free electron (N per c.c.) カラ来ルト考ヘテ居ル. γ-radiation ノ場合ニハ全テノ extra nuclear electrons ノ period of oscillation ガ γ-ray ノソレニ比シ大ナル故 free ト見ラレルガ、nuclear electrons ノソレハ γ-ray ノソレニ comparable ナル故 free ト考ヘテハイカヌ。Cosmic Ray ノ場合ハ両方トモ free ト考ヘラレルカラ K-N ノ式デ N ハ全テノ electron ニトルベキデアル。(proton ノ方ハ質量ノ関係上問題ニナラヌカラ除イテヨイ)∴ H 以外ノ atom ノ absorbing power ハ殆ド重量ニ比例スル、水ノ場合ハ 80% デアル。

下ノ表ノ最後ノ行ハ Regener (Nature 127, p233 Feb 14, 1931) ノ発表シタ most penetrating ray ニツイテデアル。計算ト実験ハ誤差ノ範囲内デ一致スル。
ノalso　観測ノ

Process	$\frac{h\nu}{mc^2}$	Calc. μ Extranucl electrons	Calc. μ all electrons	Obs. μ
26 H → Fe	876	0.076	0.136	..
+ − → 0	1845	0.039	0.071	0.073
+ + − − → 0	3690	0.021	0.038	..
+ + + + − − − − → 0	7380	0.011	0.020	0.020

コノ結果ハ most pen. cosmic ray ハ He Atom 又ハ H Atom ノ annihilation ニ因ッテ生ズルコトヲ暗示スル。又 ++−− → 0 ノ場合ハナイコトヲ暗示スル。コレト atomic number ガ一ツ大ナル場合ハナイコトニナルガ。odd, even ノ atomic number ノ元素ノ存在ノ差ヤ、α-particles ガ radioactive subs カラ出テ来テモ protons ハ決シテ出テ来ナイコト。atomic weight 2 ノ元素ガナイコトナド又 nuclear physics ノ general spirit ト合致シテ居ルノデアル。

iron ノ synthesis デ生ズルモノヨリモズット hard ナルコトニ~~注~~スベシ heavy ナ element ノ synthesis ハソレガ rarer デアルガ故 rule out サレル。

上ノ二ツガ~~?~~ radiation ノ最モ fundamental ナモノデ他ノ constituent ハコレラノ softened or degenerated form デアルニスギヌト考ヘラレル。

(Fe ノ synthesis ノ事ハ Millikan Phys Rev. Feb 1931, 250 ニ記シテアル)

Naturwiss. S 830, 1931

Laue: Entstehung der Elemente und
kosmische Strahlung.

Hubble: Nat Acad. 15, 168 (1929)
de Sitter: 〃 16, 474 (1930)
Tolman: 〃 〃 320 (〃) 511, 582 (〃)
Einstein: Ber. Ber 1931, 235,
Laue: 〃 〃 123
Millikan and Cameron; Phys Rev. 37, 235, 1931.

Nature. p. 785, Vol 127, 1931

Geiger: Ultra-Penetrating Rays.

Zs. f. Phys. 69. S. 1–18. 1931

W. Elsasser: Zur relativistischen Wellenkinematik I. (所説ハWeyl 第二節ニ連絡シテヰル)

§1. Gruppentheoretisches

Kinematisch ナ Betrachtung ヲ anstellen スルタメニ feldfreier Raum ニオケル Bewegung ヲ考ヘテ見ル。System ヲ Beschreiben スル Wellenfunktion ハ N Partikel ノ Koord. x, y, … ノ Funktion デアル。此ノ Koord. ニ phys. ニ意味ヲ umfassend ナ Substitution ノ Gruppe G ヲ Operieren サセル ~~スルモノハ~~

1. Verrückungen
2. Drehungen } Lorentzgruppe
3. Bewegungen
4. Spiegelung
5. Vertauschung gleichartiger Partikel

之レ等ヲ全部集メタモノヲ Systemgruppe ト名ヅケル。

然ル時ハ Wellenfn. ノ性質トシテ G ノ Element G ニ対シ

$$\psi(Gx) = D\psi(x)$$

ナル linear Transformation ヲ定メ。D ハ G ノ Darstellung トシテ ~~...~~ Gruppe D ヲ形作ル。コノ場合ノ Darstellung ハ Strahldarstellung (in komplexen Raum) デ、

G ノ element ノ ~~a~~ ab = c ノ関係ニ対シ D ノ element ニハ

$$AB = \gamma C \qquad \gamma: \text{komplexer}$$

Zahlenfaktor vom Betrage 1, ガ存在スル。

一ツノ Operator ノ Eigenfunktion ハ Systemgruppe G ニ対シ。カヽル性質ヲ有スル故、之ヲ Hamiltonschen

若シアラバ之ニ對スル Eigenf. ハ唯一ツ
Eigenwert ニツキテハ 等シクカツ唯一ツ
ヂアル。
一ツノ Eigenfunktionen ニ於テ等シクナル。

Operator ト見テモヨイ。(?) ニハ之ガ成リ立タヌ)

ソコデ、Vertauschungsgruppe ハイカナル者ナルカ考ヘテミヨウ。

1-Körperproblem ヨリ考ヘル。

Lieschen Theorie der konti. Gruppe ニヨレバ、Infinitesimalgruppe ノ Element $1+\varepsilon F$ ヨリ

$$e^{\lambda F} = \lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\lambda F}{n}\right)^n$$

ガ multiplikative ニツクラレル。一般ニ n-parametrige ノ Infini. gruppe ハ linear Schar

$$G = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j F_j$$

ヨリ作ラレル endlichen Gruppenelement

$$X(\lambda_1 \cdots \lambda_n) = e^{\sum \lambda_j F_j} \qquad (*)$$

ニ上ト同様ニツクラレル。逆ニ alle ノ Gruppenelement ガ (*) ノ形デ表ハサレルトハ限ラヌ。$F_1 \cdots F_n$ ガ Gruppe ヲツクル notwendige Bed. ハ、$X^{-1}(1+\varepsilon F)X$ ガヤハリ $1+\varepsilon' F'$ ナル形デアラハサレネバナラヌコトダカラ、$X = 1+\delta G$ (infinitesimal) トスレバ、

$$(1-\delta G)(1+\varepsilon F)(1+\delta G) = 1+\varepsilon F+\varepsilon\delta(FG-GF)$$

トナリ、

$$e^{-\lambda G}(1+\varepsilon F)e^{\lambda G} = \lim_{n\to\infty}\left(1-\frac{\lambda G}{n}\right)^n(1+\varepsilon F)\left(1+\frac{\lambda G}{n}\right)^n$$

ノ lim ガ ε ニ就テ第一項ニ … ナル為ニハ εδ ヲフクム項ヲ考ヘネバナラヌカラ、従ッテ Kommutator $FG-GF$ ガ F ノ linear Schar デアラハサレネバナラヌ。

從ッテ $F_kF_l - F_lF_k = \sum^n c^j_{kl} F_j$

ガ成立スル。c^j_{kl} ヲ Strukturkonst ト云フ。之ガ同一ノ Gruppe 之ニ Isomorph ナル

Komplex Matrix ノ時ニハ unitäre Maßbestimmung

ガ出来ル。故ニ

$$\chi(\lambda_1 \cdots \lambda_n) = e^{i\sum\lambda_j F_j}$$

$$F_kF_l - F_lF_k = ih\sum c^j_{kl} F_j$$

カクシテ例ハ Drehgruppe ノ時之ノ ~~Angular Momentum~~ ~~Impulsmoment~~ Drehimpuls M. 之ニ Verrückungen (3 dimensional) ヲ加ヘレバ、p_x, p_y, p_z ガ加ハル。

$$M^2 = M_x^2 + M_y^2 + M_z^2$$

ハ M's ノ凡テト Vertauschbar デアリ、

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$$

ハ M's, p's ノ凡テト vertauschbar デアル。

例ヘバ Laplace ノ Operator ノ Eigenfkt ハ之ニ Gruppen ノ Element ヲ Ausüben スル時 Gruppen ノ irreduziblen Darstellung ニ従ッテ transformieren サレル。

又量子力学一般ニ phys. Größe ヲ考ヘルニハ Hilbertraum ニ於ケル Systemgruppe ノ ~~Unte~~ einparametrige Untergruppe ノ infinitesimalen erzeugenden Operator ト解釈シ、之ニハ Hilbertraum ニ於ケル Systemgruppe ノ Darstellung ノ Untergruppe ノ凡テノ Element ト Vertauschbar ナ Operator ト解釈スル。例ヘバ Hamiltonian Operator ハ

ハ凡テノ Gruppenelement ト vertauschbar ナモノデアル。

§2. Anwendung auf die Lorentzgruppe

x-achse ニ沿フ Bewegung ハ

$$t' = t\,\mathrm{Cos}\,\varphi + x\,\mathrm{Sin}\,\varphi, \quad y' = y$$

$$x' = t\,\mathrm{Sin}\,\varphi + x\,\mathrm{Cos}\,\varphi, \quad z' = z$$

デアラハサレ、ソノ場合ニハ Hilbertraum ノ hermitsche Operator トシテ

$$L_x = t p_x + x p_t \quad \text{同様ニ } L_y, L_z$$

ヲ得ル。之レト前ノ Operator M, L ノ間ニハ

$$\left.\begin{aligned} M_x M_y - M_y M_x &= i h M_z, \\ M_x L_y - L_y M_x &= i h L_z, \\ M_y L_x - L_x M_y &= -i h L_z, \\ L_x L_y - L_y L_x &= -i h M_z, \\ M_x L_x - L_x M_x &= 0 \end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{I})$$

ノ如キ関係アリ。

Lorentzgruppe ニハ Normalteiler ハナイ。何トナレバ X' 若 X ガ其他 Untergruppe ニ属スルトスレバ §1 デ述ベタ所ニヨリ (Untergruppe ノ Element F ニ対シ F) Gruppe ノ総テノ Element G ニ対シ FG − GF モ Untergruppe ニ属サネバナラヌガ、之ハ (I) ノ V.R. ニヨリ不可能デアル。

故ニ Lorentzgruppe ハ einfach デ、之ト isomorph ナモノハ凡テ Einstufig ニ isomorph デアル。
Lorentzgruppe ノ Darstellung ヲ求ムルニ上ノ Vertauschungsrel. カラ $L_x = i M_x$ ト置ケバヨイコトガワカル。

故ニ L_x, M ト Vertauschbar ナモノハ

$$(L,M)=L_xM_x+L_yM_y+L_zM_z$$

及び $M^2-L^2=(M,M)-(L,L)$ デアル

又 $L^2M^2-M^2L^2=0$.

§3. Wellengleichung.

M, L ヲ 特別ニ $m_x=yp_z-zp_y$, $l_x=tp_x+xp_t$ etc

ニナルト $(m,l)=0$.

又 $\Box=p_t^2-p_x^2-p_y^2-p_z^2$

ハ Gruppe ノ ganze Darstellung ト Vertauschbar デアル。

Koord ヲ t, r, ϑ, φ ニトル。サラニ

$t=s\,\mathrm{Cos}\,\omega$, $r=s\,\mathrm{Sin}\,\omega$ (Δ)

ニトルト、$-h^{-2}\Box=\frac{\partial^2}{\partial s^2}+\frac{3}{s}\frac{\partial}{\partial s}-\frac{h^{-2}}{s^2}(m^2-l^2)$

(Δ) ノ substitution ノ s, ω ノ ~~Real~~ reell ニ対シ Lichtkegel

ノ中ノ点ニ対応シテ居ル。

§4. Diracschen Gleichungen.

$\sigma_1=\begin{pmatrix}\sigma_1 & 0\\ 0 & \sigma_1\end{pmatrix}$ etc $\alpha=\begin{pmatrix}0 & \sigma_0\\ -\sigma_0 & 0\end{pmatrix}$, $\beta=\begin{pmatrix}0 & \sigma_0\\ \sigma_0 & 0\end{pmatrix}$, $\gamma=\begin{pmatrix}\sigma_0 & 0\\ 0 & -\sigma_0\end{pmatrix}$

トスル。 $1\leftrightarrow\Box$

$\gamma\leftrightarrow m^2-l^2$

及 $\left.\begin{matrix}\alpha, & \beta\sigma\\ \beta, & \alpha\sigma\end{matrix}\right\}\leftrightarrow p_t, p$

$\sigma, i\gamma\sigma\leftrightarrow m, l$

ナル對応ガ成立ツ。之等ハ linearly indep ナ16個ノ

Mr

Matrix ヲ。 m, l ノ V. R ト $\sigma, i\gamma\sigma$ ノソレトハ一致スル。

$$\nabla_\alpha = \alpha p_t + \rho(\sigma, p)$$
$$\nabla_\beta = \rho p_t \mp \alpha(\sigma, p)$$
$$\Lambda = (\sigma, m) + i\gamma(\sigma, l)$$

ナル Operator ヲ考ヘル。

$$\nabla_\alpha \nabla_\beta = -\nabla_\alpha \nabla_\beta = \gamma \Box$$
$$\Lambda(\Lambda + 2h) = m^2 - l^2.$$

Mit einem abstrakt durch seine Gruppe gegebenen System sind natürlich sehr verschiedene raumzeitliche Abläufe der Kontinuumsfunen verträglich。カヽル函数ハ此ノ一定ノ個々ノ individual Ablauf ヲ以テ system ノ記述ニ役立テナイ。Experiment ヲ行フ時ニハ観測装置ト測定系トニハ二ツノ独立シタ system ガ Wechselwirkung ヲ起シ、又再ビ独立シテ了フノデアル。ガ、ソノ二ツノ Prozeß ノ各々ノ Dichtefn. ニ依ッテ Prozeß ノ総ノソレヲ関フコトガ出来ル。又ハ一ツノ Teilsystem ノ Prozeß ノ各々ノ Dichtefn. ヲシテ他ノ系ノソレヲ関フコトガ出来ル。コノ際ハ Dichtefn. ニ Wahrs. Koef. ヲ附加スルコトニヨッテ得ラレル。statistische Aussage ヲ Dichtefn. ヲ以テ (erzeugende Operator ノ固有値ヲ介シテ) formulieren 出来ル限リニ於テ gruppentheo. Schema ヲ statistische Interpretation ニ関係サセルコトニ何ノ困難モナイ。

Naturwiss. S 376 Heft 18, 1931.

Rosenfeld u. Solomon: Zur Theorie der Hohlraumstrahlung

Landau-Peierls (Zs. 62, 188, 1930.) ニヨッテ

$$\sqrt{\Delta}\,\Phi = \int ik\,\varphi(\mathfrak{k})\,e^{i\mathfrak{k}\mathfrak{r}}\,d\Omega$$

$$\Phi = \int \varphi(\mathfrak{k})\,e^{i\mathfrak{k}\mathfrak{r}}\,d\Omega$$

$$d\Omega = dk_x dk_y dk_z$$

ナル Operatoren ヲ 導入スル. ~~Feldgröße F_α ニ対シ~~ ~~Komplexe~~

Strahlungsfeld ノ Lagrange-Funktion ガ

$$2L = \dot{F}_\alpha \frac{F_\alpha^\dagger}{\sqrt{\Delta}} - F_\alpha F_\alpha^\dagger, \quad \alpha = 1, 2, 3.$$

トナル. 但シ komplexe Feldgröße F_α ($F_\alpha^\dagger$) デアル. ($F_\alpha^\dagger$ ハ F_α ノ Hermitesche Konjugierte)

konj. Impulse ハ $P_\alpha = \frac{1}{2}\frac{F_\alpha^\dagger}{\sqrt{\Delta}}$

Hamilton Fn. ハ $H = \frac{1}{2} F_\alpha F_\alpha^\dagger$

トナリ. kanonischen Vertauschungsrelationen ハ

$$\begin{cases} \left[\frac{1}{2}\frac{F_\alpha^\dagger(\mathfrak{r})}{\sqrt{\Delta}}, F_\beta(\mathfrak{r}')\right] = \frac{hc}{2\pi i}\delta_{\alpha\beta}\delta(\mathfrak{r}-\mathfrak{r}') \\ \left[F_\alpha^\dagger(\mathfrak{r}), F_\beta^\dagger(\mathfrak{r}')\right] = \left[F_\alpha(\mathfrak{r}), F_\beta(\mathfrak{r}')\right] = 0, \end{cases}$$

トナリ. Feldgleichungen ハ 之ガ

$$\begin{cases} \dot{F}_\alpha = \sqrt{\Delta}\,F_\alpha \\ \dot{F}_\alpha^\dagger = -\sqrt{\Delta}\,F_\alpha^\dagger \end{cases}$$

之ニ更ニ Nebenbedingungen

$$\operatorname{div} F = \operatorname{div} F^\dagger = 0$$

ナカヘラスニハサウスル。

通例ノ Fourier Zerlegung ハ意味ヲ有タヌ。実際 endliche Gesamtenergie ヲ有タヌ。Einstein ノ Schwankungsformel モ意味ヲ与ヘラレヌ。

通常ノ Formulierung ト比較スルト,

$$\begin{cases} F = \bar{F} + \dfrac{\mathrm{rot}}{\sqrt{\Delta}} H \\ F^{\dagger} = \bar{F} - \dfrac{\mathrm{rot}}{\sqrt{\Delta}} H, \end{cases}$$

之ニ依テ Feldgl. V-R. der Div.gl. ハ H, P. ノト äquivalent デアル, 然シ之ニ依テ Hamilton-Fkt. ニハ Zusatzglied ガ加ハル。之ニ依テ Nullpunkts-energie ガ0トナル。

詳シイ結果ハ J. de Physique ニ出ル筈.

Naturwiss. Heft 18, S. 360, 1931

de Sitter: Das sich ausdehnende Universum
(Übersetzung des im Januarheft der Scientia (1931)
veröffentlichen Aufsatzes)　　(Leiden)

1. 古典的ナ物理学ノ見方ニ於テハ、時間、空間ナドハ物理的実在ノ投影サレル背景ニ過ギヌト見ラレ、従ッテ時間空間ノ構造ハ物理的ニ重要デナイ。従来的ニ又ハ哲学的先験的ニ定ッテ決定サレテ居タ。所が相対性理論ニ於テハ時空ハ演劇ノ舞台デアルノミナラズ又俳優デモアリ。時間、空間、物質、Energie ノ間ノ関係ガ此ノ理論ノ方程式カラ決定サレルノデアルカラ。カヽル方程式ヲ満足スル Raumarten ノミガ許サレルコトナル。

種々ノ Raumarten ハ „Linienelement" ニヨリ決定サレ、Linienelement ノ係数ハ時空物Energie ノ関係ヲ定メル微分方程式カラ求メラレル。Einstein ハ „lambda" 所謂[illegible] kosmologische Konstante ヲ導入シタノデアルガ(ソノ物理的意味ハ他ノ grundkonstant トノ関係モマダ分カラヌ) ソノ結果ハ Raum ハ endlich トナリ。又之ヲ現実ノ世界 (Universum) ノ近似トシテ、物質ト Energie ガ空間ニ均等ニ配分サレテ居ルト仮定スルト可能ナ解ハ二ツシカナイ。即チ

A. Einsteinsche Welt (Statische)

B. de Sittersche Welt (leer)

(das leere Universum unter einer Bezeichnung, die persönliche Gründe mir verbieten anzugeben.)

Aニハ一定ノ Quantum Materie ガアリ、~~空間ノ大~~ Universum ノ大サハ Q.M. ノ大サニ関係シ、Universum ノ Radius ハ

Gesamtmasse ニ比例スル。從ッテ Materie ハ平衡ノ状態ニアリ systematischen Geschw ガアツテハナラヌ。

Bノ分ハ一ツモ Materie ヲ持タヌ、一ツノ Probekörper ト Beobachter ヲ入レルト、ソノ Partikel ハ Beobachter カラ遠ザカリツツ、速度ハ Beob. ト Probekör. ノ距離及ビ Universum ノ半径ニ関係スル。即チ、コノ場合ニハ syst. Geschw. ガ存在シ、Beob ト Prob トノ距離ガ Univ. ノ半径ニ比シテアマリ大キスギモ小サスギモセヌ限ハ、ソノ速度ハソノ距離ニ比例スル。

又、實際 Hubble, Shapley, Lundmark 等ノ観測ニヨレバ außergalaktischen Nebel (Spiralnebel, elliptische und unregelmäßige Nebel) ハ 略 ~~1800 ヨリ 8000 km/sec~~ 観測ノ限リニ於テ恐ロシイ程ノ速度デ遠ザカッテ行キツツ、大イサハ大体距離ニ比例スルコトガワカッタ。

一方 Materie ノ Dichte ヲ見ルニ Million Lichtjahr ノ Würfel ノ中ニ大体一ツノ galaktisches System ガアルニスギナイ。從ッテ 2000 Million Lichtjahr ノ半径ノ Universum 中ニハ凡ソ 80,000 Million ノ galaktischen Systeme ガ存在スルコトニナル。ソノ各々ガ 10,000 Million Sonne ノ Masse ヲ持ツトスルト、~~[illegible]~~ 全体ガ ~~[illegible]~~ 一様ニ分布シテ居ルトシテ、之ヲ H-Atom ノ Dampf ~~[illegible]~~ ニナツテ居ルトスルト、Kubikmeter 中ニ 10 乃至 12 ノ Atom ヲ含ムニスギナイ。Laboratorium デツクリ得ル最上ノ真空デモ Atom ノ Billion アリ

デアル。コノ Universum ハ atmosp. Luft ヨリ Billion 倍モ
leerer ナ Vakuum ヨリ更ニ Billion 倍 leer デアル。
即チコレヲ地上ニ於ケル比較デ考ヘテ見ルト。statische Universum ノ半径
ヲ 2000 百万光年トシテ其ノ gesamtmasse ヲ計算シテ
~~beoba~~ 観測スル ~~geschätzt~~ 推定シタ Dichte ニ比ベ 十倍
ノ Dichte ガ出テクル。現今ノ世界ハ leer デアルカラ、殆ンド
voll デアルトハイヘヌデアラウ。
其ニ我々ハ leer デアツテ又モ systematische Geschw
ヲモツタ Universum ヲ考ヘネバナラヌ。
3. Lemaître (Löwen) ガ三年前ニ発表シタ所ニヨレバ
Universum ハ ??? gleichgewichtzustand ニアツタトシテ
ハ宇宙ガ??ナルガ。 homogene, isotrop デアルガ
半径ガ時ト共ニ変ハルト仮定シテ。statisch ナモノガ
方程式ノ一ツノ Lösung トシテ出テクルガ gleichgewicht ハ labil
デ、Universum ハヒロガルカ縮マルカセネバナラヌ。
ソノ何レカハ ~~~~ 方程式カラハキマラヌガ、其ノ観測ガ、ヒロ
ガツテヰルコトヲ示ス。ソウスレバ又、速度ガ距離ニ比例
スルコトモワカル。最初ニ statische ナ Zustand ニアツタトスレバ
ソレカラ今ノヨウニ大キクヒロガツタ状態ガ、何年位
時間ヲ経過シタモノトナルデアラウ。ソレハ約百億 Billion
Jahr ニナル。

4. カクノ如キ世界ニ於テ ~~~~ 星雲ト銀河系ノ ~~~~

又ヒヨガ内ヘ行クカドウカハマダワカラヌガ。~~世界ノ大サ~~
~~ト~~銀河系ノ大サト~~ノ比ハ~~、~~銀河系ノト星~~、ノノ相互距離
トノ比ハ、銀河系ト(~~星~~相互ノ距離~~ト~~)($\frac{1}{40} \to \frac{1}{50}$)又ハ Proton or Electron
ノ大サト~~ノ~~ ($\frac{1}{10 \text{ million}}$) ノ相互距離ノ比 ($\frac{1}{10000}$ — $\frac{1}{100,000}$)
ニ比シテ非常ニ大デアルカラ、世界ガ尺テ一様ナコトニ
ナシテ、ソノ deviation ハイツマデモノコルコトナシ。

星カラ出テイルEnergieハドウナルノデアルカト云フ問題ハソノ新シイ
説明ヲ解決ガ出来ル。ソノEnergieハExpansionニ
費サレルノデアル。星ヲ出テ行クEnergieガRotverschie-
bungヲ受ケル。
最後ニExpansionノ原因ハ入ッテ来ナイ不可解ニ
Konstanteニ在ルモノデアル。

Weyl: Gruppentheorie und Quantenmechanik II Aufl.

S. 225

§12. Quantisierung der Maxwell-Diracschen Feldgleichungen.

Nat. Acad. Sci. 16 1930, p320.

Tolman: The Effect of the Annihilation of Matter on the Wave-Length of Light From the Nebulae

Line Element ノ general form ヲ
1. spatial spherical symmetry
2. uniform distribution of matter and radiation
3. past ト future time ニ関スル symmetry (principle of dynamical reversibility)

ナル線素ヲ ~~下ニ計算スルカ~~ スルト

$$ds^2 = -e^\mu(dx^2+dy^2+dz^2)+e^\nu dt^2$$

トナリ、 μ, ν ハ r, t ノ函数トナル。

次ニ 撰バレタ座標 x, y, z ニ於テ stationary ナ particle ハ イツマデモ stationary デアルトイフ仮定ヲ置ク

$$\frac{d^2x_\sigma}{ds^2}+\{\rho\sigma, \alpha\}\frac{dx_\rho}{ds}\frac{dx_\sigma}{ds}=0$$

ニ於テ

$\frac{dx}{ds}=0$ etc $\left(\frac{dt}{ds}\neq0\right)$ 故ニ

ν ハ t 丈ノ函数トナリ.　$e^\nu dt^2 = dt'^2$ トおく.

$$ds^2=-e^\mu(dx^2+\dots)+dt^2$$

又 $dV_0 = e^{3\mu/2}dx\,dy\,dz$ ノ時間的変化ハ場所ニ

ヨラヌト考ヘラレルカラ。

$$\frac{\partial^2\mu}{\partial r\partial t}=0 \quad \text{or} \quad \mu=f(r)+g(t)$$

ーノスデ christoffel ノ symbol ヲ計算。之カラ $G_{\mu\nu}$, G ヲツクルト G

$$G=-e^{-\mu}\left\{2\frac{\partial^2\mu}{\partial r^2}+\frac{4}{r}\frac{\partial\mu}{\partial r}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\mu}{\partial r}\right)^2\right\}+3\frac{\partial^2\mu}{\partial t^2}+3\left(\frac{\partial\mu}{\partial t}\right)^2$$

ソコデ $8\pi\rho_0 = G - 4\Lambda$. ニ入レルト、

$$e^{\mu} = \frac{g(t)}{\left(1+\frac{r^2}{4R^2}\right)^2}$$ トナル

∴ ~~此ノ~~ 此ノ場合ニ line element ハ

$$ds^2 = -\frac{e^{g(t)}}{\left(1+\frac{r^2}{4R^2}\right)^2}(dx^2+dy^2+dz^2)+dt^2,$$

g(t)ハ 一般ニ $g(t) = a+bt+ct^2+\cdots$

$a=0$ デアルカラ $b=2k$ ト才キ t^2以上ノ項ヲ neglect

スルト

$$ds^2 = -\frac{e^{2kt}}{(\quad)^2}(dx^2+\cdots)+dt^2$$

トナル

ソコデ $$8\pi\rho_0 = \frac{6}{R^2}e^{-2kt} - \frac{4}{R^2}$$

$$dV_0 = \frac{e^{3kt}}{\left(1+\frac{r^2}{R^2}\right)^3}dx\,dy\,dz$$

トナルカラ. x, y, z ノ given range ニアル matter ノ mass ハ

$$M = A\left\{\frac{6}{R^2}e^{kt} - \frac{4}{R^2}e^{3kt}\right\} \;?$$

従ッテ $t=0$ ニ於テ

$$-\left\{\frac{1}{M}\frac{dM}{dt}\right\}_{t=0} = 3k$$

即チ matter ハ大体ノ average rate デ k ダケ減リツヽアル

コトニナル

次ニ light velocity $\frac{dl}{dt} = e^{-kt}$ for $r/R \ll 1$

t_1 カラ t_2 ノ間ニ Δl ダケ travel スルトスレバ

$$\Delta l = \int_{t_1}^{t_2} e^{-kt} dt = \frac{1}{k}\left(e^{-kt_1} - e^{-kt_2}\right)$$

之ノ wave length 変化ハ,

$$\cancel{\lambda + \delta\lambda / \lambda} = e^{k(t_2 - t)}$$

$$\therefore\ k\Delta l \simeq \frac{\delta\lambda}{\lambda}.$$

Hubble, Humason ノ実験カラ (res. Nat. Acad **15**, 168 167, (1929)) 求メルト

$$k = 5.1 \times 10^{-10}\ (\text{year})^{-1}.$$

Jeans: Astronomy and Cosmogony, p125

ニヨルト $-\frac{1}{M}\frac{dM}{dt}$ ヲ求メ, star カラ求メタ k ヲ

計算スルト,

$$10^{-10}\ 位カラ\ 10^{-16}\ (\text{year})^{-1}$$

1 order ナイ。

~~r, line element ヲ~~ line element ハ　1918 p.448)

~~以上ノ関係ヲ~~ Einstein ノ ~~式~~ (Einstein Ber.Ber. 1917, p142)

$$ds^2 = -\frac{e^{2kt}}{\left(1+\frac{r^2}{4R^2}\right)^2}(dx^2+dy^2+dz^2) + dt^2$$

之ヲ transform スルト

$$= -\frac{1}{\left(1+\frac{r^2}{4R^2}\right)^2}(dx^2+dy^2+dz^2) + dt^2$$

de Sitter ノ式ハ (Monthly Notices, 1916-1917).

$$ds^2 = -\frac{dr^2}{1-\frac{r^2}{R^2}} - r^2 d\theta^2 - r^2 \sin^2\theta\, d\varphi^2 + \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)$$

(phil Mg. 5, 835 (1928))
Robertson (15, 822, 1929) : transf すると
$$ds^2 = -e^{2kt}(dx^2 + dy^2 + dz^2) + dt^2.$$

21内 (32頁) ニテ
Robertson : 15, 822, 1929
Tolman : 15, 297, 1929
Zwicky : 15, 773, 1929.

16

Tolman: More Complete Discussion of the Time-Dependence of the Non-Static Line Element for the Universe. p 409 Nat Acad 16.
" " : On the Estimation of Distance in a Curved Universe with a Non-Static Line Element p 511.
" " : Discussion of Various Treatments Which Have Been Given ~~the~~ to the Non Static Line Element for the Universe p 582

Lemaître: Ann Société Sci. Bruxelles, 47, Series A, 49 (1927)

Friedman: Zs. Phys. 10, 377, (1922).
Eddington : Monthly Notices 90, 668 (May 1930)
De Sitter : Bull. Astron. Inst of the Netherlands, 5, 211 (June 24, 1930).

Zs. f. Physik. Bd 69, 9–10 S 664

Rumer: Über die Nullpunktsenergie des Hohlraums.

$$\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial F}{\partial t} + HF = 0$$

$$H = c\mu_1 p_1 + c\mu_2 p_2 + c\mu_3 p_3$$

$$\mu_i\mu_k + \mu_k\mu_i = 2\delta_{ik}$$

$$F_0 = \frac{\partial\varphi_0}{\partial x_0} + \frac{\partial\varphi_1}{\partial x_1} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial x_2} + \frac{\partial\varphi_3}{\partial x_3} = 0$$

$$F_i = H_i + iE_i$$

$$(H - E)F = 0$$

$$\left.\begin{aligned} F &= \sum b_i F_i \\ F^\dagger &= \sum b_i^\dagger F_i^\dagger \end{aligned}\right\}$$

$$\int(E^2 + H^2)\,dv = \int F^\dagger F\,dv = \sum_i b_i^\dagger b_i$$

? $b_i^\dagger b_k - b_k b_i^\dagger = \delta_{ik}$ トセバ

Nullpunktenergie ハナクナル。

Hamiltonian ト Energie トガ チガツテクル。

S. 686

Gupta: Über den radioaktiven Zerfall nach den rel. Wellengleichungen.

Phys. Zs. 32 Jahrgang Nr 12. ~~1 15 J~~ 1931.
Kronig und Frisch: Kernmoment.
7月14日 中西へ注文

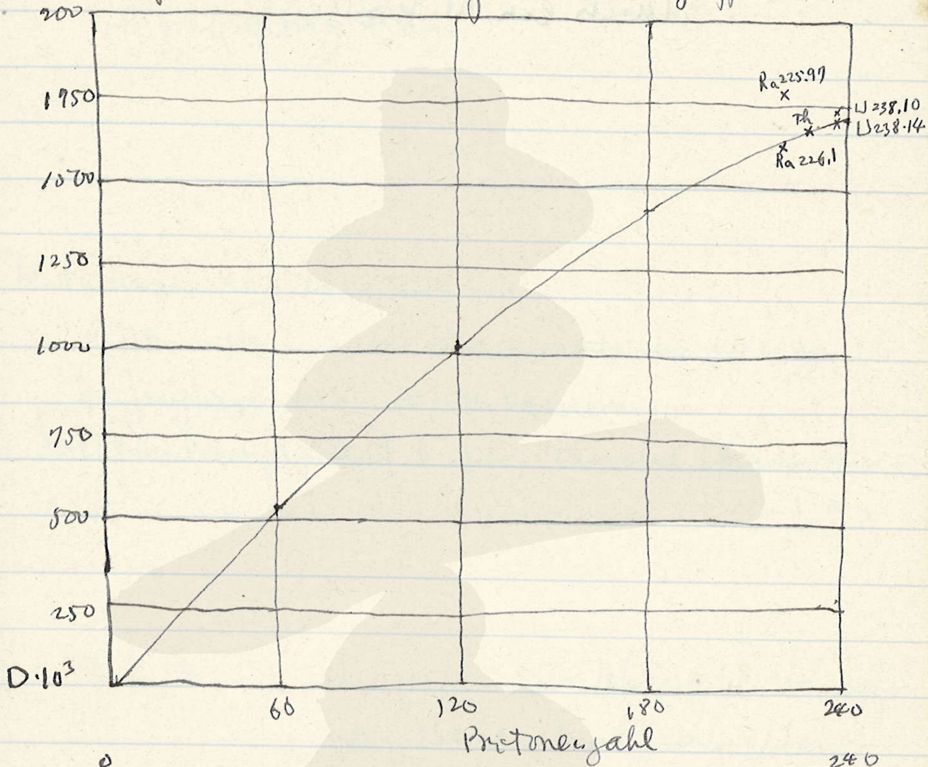
Proc. Roy. Soc. 115, 487, 1927
Aston: Bakerian Lecture: A New Mass-spectrograph and the Whole Number Rule.

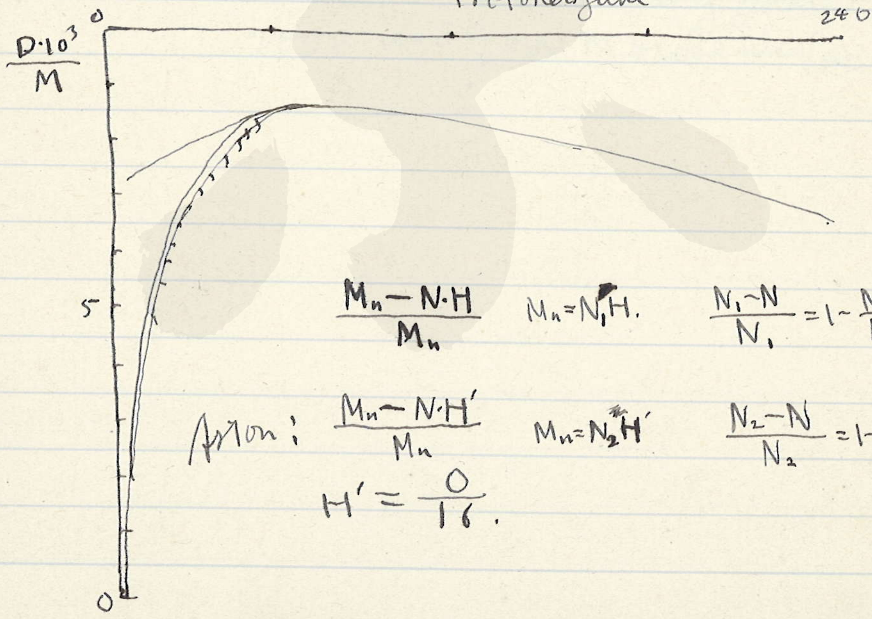
Zs. f. Phys. 50, 555, 1928
Strum: Massendefekt und charakteristische Kerngrößen

Elemente +	Atommasse im Vergleich mit Wasserstoff A	Massendefekt $D \cdot 10^3$		A	$D \cdot 10^3$
He	3,9713	28,7			
Li^6	5,9654	34.6	Ar^{80}	39.662	338
Li^7	6,9579	42.1	Ni^{58}	57.495	505
B^{10}	9.9362	63.8	As	74,356	644
B^{11}	10,926	74.0	Kr^{78}	77,324	636
C	11,9109	89.1	$Br^{78\ 79?}$	78,320	670
N	13.8999	100.1	Kr^{80}	79.309	691
O	15.8765	123.5	Kr^{81}	80.301	699
F	18.8553	146.7	Kr^{82}	81,294	706
Ne^{20}	19.8460	154.0	Kr^{83}	82,287	713
Ne^{22}	21.8349	165.1	Kr^{84}	83,280	720
P	30.7433	256.7	Kr^{86}	85.266	734
Cl^{35}	34.713	287	J	125,952	1048
Ar^{36}	35.698	302	Sn^{120}	118,986	1014
Cl^{37}	36,695	305	Xe^{134}	132,895	1105
			Hg	198.472	1528

Wiener Berichte 138, 431, 1929

Meyer: Zur Darstellung der Packungseffekte der Atome





$$\frac{M_n - N\cdot H}{M_n} \qquad M_n = N_1 H. \qquad \frac{N_1 - N}{N_1} = 1 - \frac{N}{N_1}$$

Aston: $$\frac{M_n - N\cdot H'}{M_n} \qquad M_n = N_2 H' \qquad \frac{N_2 - N}{N_2} = 1 - \frac{N}{N_2}$$

$$H' = \frac{O}{16}.$$

Zs. 70 1-2, S 114.

Weizsäcker: Ortsbestimmung eines Elektrons durch ein Mikroskop

Nature Vol 127, No 3214, p. 859

L. H. G. : The Nature and Origin of Ultra-Penetrating Rays.

Naturwiss Heft 26, S. 573

Pokrowski : Über eine periodische Gesetzmäßigkeit bei Atomkernen.

Istopenhäufigkeit ト periodische Charakter アルコトヲ示シ、Atomvolumen ニ於イテ之ヲ示シテヰル。

S. 574　Kolhörster : Der Absorptionskoef der Höhenstrahlung zwischen 2000 und 9000 m Höhe über Meer.

Zs. 56 p. 751-777

W. Bothe u. W. Kolhörster: Das Wesen der Höhenstrahlung.

Proc. Roy. Soc. 819. p.331 Vol 132.

Discussion on Ultra-Penetrating Rays.

Nat. Acad. 17, Nr 7. p. 430

El mg fields derived from non-commutative potentials. Cassen

Zs. f. Phys. 70 7–8 S. 454

Rosenfeld: Zur Kritik der Diracschen Strahlungstherie

July 18, 1931 No 3220 Vol 128.

Jeans: The Annihilation of Matter*.

Zs. 71, H. 1-2 S. 26
Mandel: Über dynamische (g. theoretische) Erweiterung des Rel. Prinz.

Phys. Zs. Nr 16, 32 Jahrgang
Kunier: Der gegenwärtige Stand der Diracschen Theorie des Elektrons

Zs 71. 3-4 S. 162
Solomon: Nullpunktsenergie der Strahlung
und Q.T. der Gravitation

Nullpunktenergie ヲモツ iS Feldgleichung
(Rosenfeld und Solomon: Naturwis. 19, 376)
ヲ解イテモ gravitationsenergie ハ unendlich
∴ Schwierlichkeit ハ Nullpunktenergie
(或ヒハ Selbstenergie) ヨリムシロ
Wechselwirkung ノ項ガ残ッテ居ルコトニアル

S. 273
Rosenfeld: Zur korres. Behandlung
der Linienbreite

Ann. d. Phys. S. 273 Band 9. (Heft 3), 1931

Über Elementarakte mit zwei Quantensprüngen von Maria Göppert-Mayer

Einleitung

§ 1. Das Zusammenwirken zweier Lichtquanten in einem Elementarakt

§ 2. 〃 〃 〃 von Licht und Stoß in 〃 〃 〃

10月14日 Pro. Roy. Soc. Vol 133. Nr 821. p.60.

Quantised singularity in the electromagnetic field. by P. A. M. Dirac.

(Tamm: Zs. f. Phys. 71, s141)

$$\frac{hc}{e\mu_0} = 2 \qquad \frac{hc}{e^2} = 137 \qquad \Big\} \quad \mu_0 = \frac{137}{2} e$$

$$\psi = e^{i\gamma}\varphi \qquad H\psi = e^{i\gamma}(H + \underbrace{\hbar \,\mathrm{grad}}_{(\text{[illegible]})}\, \gamma)\psi$$

Wave function ハ arbitrary ナ phase ヲモツテヰル。~~全~~ 二点ニ於ケルソノ差ガ[illegible] physicalニ意味ヲ持ツテヰナイ、~~X~~ 之ヲ一般化シテ 非常ニ近イ二点ニツイテ 其ガ一定デ closed curve ヲ描イテ元ニモドツテ来テ phaseハ元ニカヘルトハ限ラナイ。~~之~~ 之ノ為ニ

$$|\int \varphi_m \psi_n dv|^2 \qquad (\varphi_m ハ共軛ノ\tilde{\psi}_n)$$

ノ絶対値ガ invariant デアル様ニ制限スレバ コノ ψ's ノ phase ノ加ハリ方ハ 一定トシテ扱ハナケレバナラヌ。

次ニ ~~wave eq~~ ニ於テ phase ~~ヲ以テ~~ ノ自由性ヲ許スト、nodal singularity ガ生ジソノ結果

$$\mu = \frac{1}{2} n \frac{hc}{e}$$

ナル magnetic pole ヲ許サネバナラヌ。之ガ存在シナケレバ、結果ノ potential A ヨリ[illegible] [illegible] field ハ[illegible]。

Nature vol 128 p.

Fowler: Quantumtheoretical model of the nucleus

Schrödinger: Zur Q. D. des Elektrons

Ber. Ber. 1931, S 6~~4~~3.

$$A\psi_+^n = c_{nm}\psi_+^m + d_{nm}\psi_-^{n'}$$
$$A\psi_-^n = c'_{nm}\psi_+^m + d'_{nm}\psi_-^{m'}$$

$$A(\psi_+^n + \psi_-^n) = (\psi_+^{n'} + \psi_-^{n''}) + (\psi_-^{n'} + \psi_+^{n''})$$

$$A\{\sum a_n \psi_+^n + \sum b_n \psi_-^n\}$$
$$= \{a_n c_{nm}\psi_+^m + b_n d_{nm}\psi_-^m\}$$
$$+ \{a_n c'_{nm}\psi_+^m + b_n d'_{nm}\psi_-^m\}$$

$$C_1 = HA \mp AH \qquad E_i A_{ik} \mp A_{ik} E_k$$
$$C_2 = H(HA \mp AH) \mp (HA \mp AH)H$$
$$E_i(A_{ik} \mp A_{ik}E_k) \mp (\qquad)E_k$$
$$C_n = \qquad \to (E_i \mp E_k)^n A_{ik}$$

$$\alpha_k = cH^{-1}p_k + (\alpha_k - cH^{-1}p_k)$$

gerade　　　ungerade

$$x_k = \left\{x_k - \frac{c\kappa}{2}H^{-1}\eta_k\right\} + \frac{c\kappa}{2}H^{-1}\eta_k$$
$$\xi_k = \frac{c\kappa}{2}H^{-1}\eta_k$$
$$\xi_k^2 = \frac{h^2c^2}{16\pi^2}H^{-2}(1 - c^2H^{-2}p_k^2)$$

Eigenwert $\xi_k^2 \leq \left(\frac{h}{4\pi mc}\right)^2 \backsim 10^{-11}$ cm

$$(12)\ \begin{cases} G = H - \frac{e^2}{2}\left(r^{-1} + \left\{\sum_{k=1}^{3}(x_k - 2\xi_k)^2\right\}^{-\frac{1}{2}}\right) \\ U = -\frac{e^2}{2}\left(r^{-1} - \left\{\qquad\right\}^{-\frac{1}{2}}\right) \\ K = H - \frac{e^2}{r} = G + U \end{cases}$$

$$U \Big/ \frac{e^2}{2r} \sim \frac{2(\xi\kappa)}{(r)} \sim \frac{h}{2\pi mc} \cdot \frac{4\pi^2 me^2}{h^2} = \frac{2\pi e^2}{hc} = f$$

Termenergie

innersten Wasserstoffbahn

故ニ = Feinstruktur / Termwert ∽ f^2.

故ニ ungerade Operator ニヨル Störung ノ 2te Ordnung

ナル f^2 デアル。且 Gesamtenergie ハ mc^2 ト、ヨリ

ノ差ヘ零ニナルモノデアル。Ordnung ノ f^4 トナル ($\equiv$ mal Termwert)

natürliche Linienbreite (f^3 mal Termwert)

デアル。

phys. 28. 32-Jahrgang Nr. 19

Zs. f. Phys. 70 (1931), 454,

Rosenfeld: Zur Kritik der Diracschen Strahlungstheorie

25. 71. (3-4) S. 141, 1931

Die verallgemeinerten Kugelfunktionen und die Wellenfunktionen eines Elektrons im Felde eines Magnetpoles. Von Ig. Tamm in Moskau, zurzeit in Cambridge (Eingegangen am 26. Juni 1931.)

Dirac ハ嘗テ quantenmechanisch ニ magnetischer Pole ノ存在ヲ許サレ、ソノ stärke ハ

$$\mu = n\mu_0 \quad ; \quad \mu_0 = \frac{ch}{4\pi e} \qquad (1)$$

ニ制限サレル。ruhende Magnetpole ノ Feld ノ Elektron ノ Wellengl. ハ nicht integrierbare Phase ヲ除去スルト

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r} r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\overset{*}{\Delta}\psi + \frac{8\pi^2 m}{h^2}E\psi = 0, \qquad (2)$$

但シ

$$\overset{*}{\Delta}\psi = \frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\sin\Theta\frac{\partial\psi}{\partial\Theta} + \frac{1}{\sin^2\Theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\varphi^2} + \frac{in}{1+\cos\Theta}\frac{\partial\psi}{\partial\varphi} - \frac{n^2}{4}\frac{(1-\cos\Theta)}{(1+\cos\Theta)}\psi \qquad (3)$$

トナル。magnetpol ヲ Koord.-Ursprung ニトル。

(4) $\psi = R(r)\,Y(\Theta,\varphi)$; $Y(\Theta,\varphi) = P(\Theta)e^{im\varphi}$

トオケバ、m: ganzzahlig

$$\frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{2}{r}\frac{\partial R}{\partial r} + \left(k^2 - \frac{\lambda}{r^2}\right)R = 0, \qquad (5)$$

$$\frac{1}{\sin\Theta}\frac{\partial}{\partial\Theta}\sin\Theta\frac{\partial P}{\partial\Theta} + \left[\lambda - \frac{m^2}{\sin^2\Theta} - \frac{nm}{1+\cos\Theta} - \frac{n^2(1-\cos\Theta)}{4(1+\cos\Theta)}\right]P = 0, \qquad (6)$$

λ: Eigenwert von (6), $k = \sqrt{\frac{8\pi^2 mE}{h^2}} = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi}{L}$. (7)

L: E ニ対スル Broglie-波長 (im feldfreien Raume)

(3) ノ Eigenfkt. ヲ一般化シ V.K.F. ト名ヅケルトスル。

n=0 ノ場合普通ノ K.F. トナル

(b) ノ Eigenwert ハ

$$\lambda = l(l+s+M+1) + \frac{(s+M)(1+M)+nm}{2} \quad (15)$$

デ与ヘラレル。 $|n+m| = s,\ |m| = M$

$$\text{or} \quad = p(p+1+n) + \frac{n}{2} \quad (16)$$

コノ Eigenwert ニ属スル V.K.F. ノ数ハ $2p+n+1$ (18)

$x = \cos \Theta$ トスルト (21)

$$P(\Theta) = {}^nP_l^m(x) = \left(\frac{1+x}{2}\right)^{\frac{s}{2}} \left(\frac{1-x}{2}\right)^{\frac{M}{2}} {}^nV_l^m(x), \quad (22)$$

$${}^nV_l^m(x) = \frac{1}{2^l (l+s)!} \left(\frac{\partial}{\partial x}\right)^{l+s+M} (x-1)^{l+s}(x+1)^{l+M}. \quad (23)$$

$$Y \to {}^nY_l^m(\Theta,\varphi) = \left(\cos\frac{\Theta}{2}\right)^s \left(\sin\frac{\Theta}{2}\right)^M e^{im\varphi}\, {}^nV_l^m(\cos\Theta). \quad (24)$$

vollständige Wellenfn ハ

$$\psi' = e^{i\beta_n}\psi = e^{i\beta_n} R(r)\, {}^nY_l^m(\Theta,\varphi) \quad (25)$$

β_n : nicht integrierbare Phase デ geschlossene Kurve ヲマハッタ時ノ変化ハ $r=0$ ノ点カラ Kurve ヲ見ル立体角ニ比例スル。 ソコデ Kurve ガ ~~Θ~~ $\Theta=0$ or $\Theta=\pi$ ノ点ニ収縮スルト β_n ノ変化ハ 0 or $2\pi n$ トナル。故ニ β_n ハ $\Theta=\pi$ ノ Strahl 上デ singulär.

一般ニ、ニツノ Knotenlinie ガ superpose シテヰル。

一ツハ $|m|$-fach デ Polarachse ニ沿ツテ $-\infty \to +\infty$

他ハ $|(n+m) - m| = n$-fach デ $\Theta=\pi$ ノ Strahl デ Magnet-pol ニ終ッテヰル。

nモ0ノ時ニハ(3)ハDrehinvariantデナイ。∵ Polarachseヲ auszeichnenシテヰルカラ。

コノ場合ニハK, Γノ均等ノ $^0Y_p^{m}(\Theta,\varphi) = \sum_{u=-p}^{p} c_u \, {}^0Y_p^u(\Theta',\varphi')$ (26)

1ツハニ $^nY_p^m(\Theta,\varphi) = e^{in\chi}\sum_{u=-(p+n)}^{p} c_u \, {}^nY_p^u(\Theta',\varphi')$ (27)

ガ成立。

但シPhase $\chi(\Theta,\varphi,\Theta',\varphi')$ ハ n, p, m ニ関係。

故ニHermitisch-quadratische Ausdruck ~~ニ対シテ~~ハ drehinvariant.

$$^n\tilde{Y}_{p'}^{m'}(\Theta,\varphi)\,{}^nY_p^m(\Theta,\varphi) = \sum_{u,v=-(p+n)}^{p} \tilde{c}_v c_u \, \tilde{Y}_{p'}^v(\Theta',\varphi') \times {}^nY_p^u(\Theta',\varphi') \qquad (27')$$

∴ Q.M.ニ於テハ(27)ノ如キdrehinvariantデ充分デ(26)ノ如キハüberflüssig.

(27)ハ $\Delta^* f = -\lambda f$ ∴ $f' = e^{-in\chi} f$ ヲ入レルト

$$\Delta^{*\prime} f' = \frac{1}{\sin\Theta'}\frac{\partial}{\partial\Theta'}\sin\Theta'\frac{\partial f'}{\partial\Theta'} + etc \cdots$$

$$= -\lambda f'$$

トナルコトハ明カデアル。

実際計算スルト

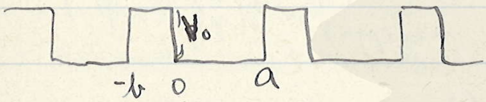
$$\mathrm{tg}\,\chi = \frac{\sin\varphi'}{\mathrm{ctg}\frac{\Theta_0}{2}\,\mathrm{ctg}\frac{\Theta'}{2}+\cos\varphi'}$$

但シ Θ_0 ハ polarachse 間ノ角。

Kronig and Penney ; Pro. Roy. Soc. 130 p. 499

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \kappa^2 [W - V(x)]\psi = 0$$

$$\psi = u(x) e^{i\alpha x} \qquad \alpha = \frac{2\pi K}{L}$$



$$\rho = \kappa\sqrt{W}$$

$$\gamma = \kappa\sqrt{W - V_0}$$

$$\frac{d\psi}{dx} = \frac{du}{dx} e^{i\alpha x} + i\alpha u e^{i\alpha x}$$

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{d^2u}{dx^2} e^{i\alpha x} - \alpha^2 u e^{i\alpha x} + 2i\alpha\frac{du}{dx} e^{i\alpha x}$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 2i\alpha\frac{du}{dx} - (\alpha^2 - \rho^2) u = 0.$$

$$u = A e^{-i(\alpha-\rho)x} + B e^{-i(\alpha+\rho)x} \quad (0, a)$$

$$u = C e^{-i(\alpha-\gamma)x} + D e^{-i(\alpha+\gamma)x} \quad (-b, 0)$$

$x = 0$; $A + B = C + D$

$x = a$; $-b$; $A e^{-i(\alpha-\rho)a} + B e^{-i(\alpha+\rho)a}$

$$= C e^{+i(\alpha-\gamma)b} + D e^{+i(\alpha+\gamma)b}$$

$x = 0$: $-A(\alpha-\rho) - B(\alpha+\rho) = C(\alpha-\gamma) - D(\alpha+\gamma)$

$x = a$: $-(\alpha-\rho) A e^{-i(\alpha-\rho)a} - B(\alpha+\rho) e^{-i(\alpha+\rho)a}$

$$= -(\alpha-\gamma) A e^{i(\alpha-\gamma)b} - B(\alpha+\gamma) e^{+i(\alpha+\gamma)b}$$

| | =

$$\alpha = 0 \quad \left|\quad\right| = \begin{vmatrix} -2i\sin\beta a & e^{-i\gamma b} - e^{i\beta a} & 2i\sin\gamma b \\ 2\beta & \beta - \gamma & 2\gamma \\ 2\beta\cos\beta a & \beta e^{i\beta a} - \gamma e^{-i\gamma b} & 2\gamma\cos\gamma b \end{vmatrix}$$

$$= 4 \begin{vmatrix} -i\sin\beta a & i(\sin\beta a + \sin\gamma b) + e^{-i\gamma b} - e^{i\beta a} & \frac{i\sin\gamma b}{\gamma} \\ 2\beta & 0 & \\ \beta\cos\beta a & \beta(e^{i\beta a} - \cos\beta a) - \gamma(e^{-i\gamma b} - \cos\gamma b) & \gamma\cos\gamma b \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} -i\sin\beta a & \cos\gamma b - \cos\beta a & \frac{i\sin\gamma b}{\gamma} \\ \beta & 0 & \\ \beta\cos\beta a & i\beta\sin\beta a + i\gamma\sin\gamma b & \gamma\cos\gamma b \end{vmatrix}$$

$$= -\gamma\sin\beta a(\beta\sin\beta a + \gamma\sin\gamma b) - \beta\gamma\cos\gamma b(\cos\gamma b - \cos\beta a)$$

$$+ \beta\gamma\cos\beta a(\cos\gamma b - \cos\beta a)$$

$$- \beta^2\sin\gamma b(\beta\sin\beta a + \gamma\sin\gamma b)$$

$$= -(\gamma^2 \cancel{\ } + \beta^2)\sin\gamma b\,\sin\beta a$$

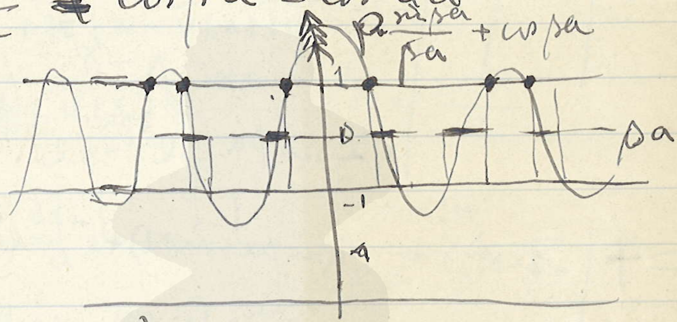
$$-2\gamma\beta \cancel{\cos} = 0,$$

$$\kappa^2\{2W - V_0\}\sin\gamma b\sin\beta a$$

$\frac{-\gamma^2+\rho^2}{2\rho\gamma} \sin\gamma b \sin\rho a + \cos\gamma b \cos\rho a$

$= \cos\alpha(a+b)$

$$P\frac{\sin\rho a}{\rho a} + \cos\rho a = \cos\alpha a$$



$$W = \sum \frac{n^2 h^2}{8ma^2} =$$

$$W = \sum_{x,y,z} \frac{n_x^2 h^2}{8m a_x^2} = \frac{h^2}{8ma^2}(0,1,2,3,4,5\ldots) \quad \text{cubic}$$

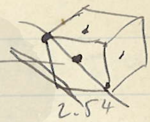
$\alpha = 0$; $n=1$: singlet

$n=2$: doublet

$n=3$: doublet

. .

. .



Cu. Ni (Handbuch 24, 331)

a_w 3.597 3.54

d 2.54 2.50

$n=7$ 49

$\frac{40}{d^2} = 6!!$

$d^2 = 6.45$

$$\frac{300}{e} \times \frac{h^2}{8ma_w^2} \doteq 40/a_w^2$$

$$= \frac{300 \times 6.5 \times 6.5 \times 10^{-54}}{8 \times 4.8 \times 10^{-10} \times 9 \times 10^{-28} \times a_w \times 10^{-16}} = \frac{3\cancel{00} \times 6.5 \times 6.5}{4.8 \times 9 \times a_w}$$

$\frac{3}{8} = 4.$

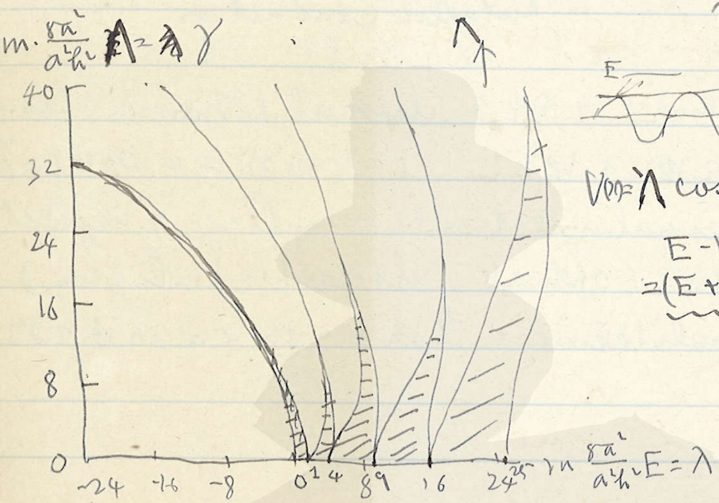
254
254
1016
1270
508
84.51

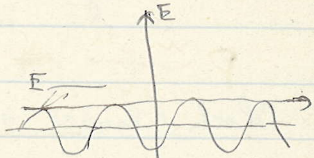
6.5
6.5
325
390
42.25

48
9
432

Ann. d. Phys. 86, 319, 1928

Strutt: Zur Wellenmechanik des Atomgitters



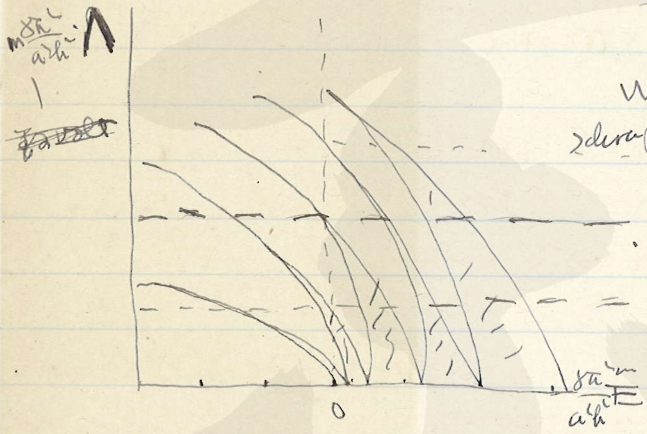


$V(x) = \Lambda \cos 2ax + \Lambda.$

$E - V(x)$
$= \underbrace{(E+\Lambda)} + \Lambda \cos 2ax$

$\rightarrow E+\Lambda$.

weiß : reele μ
schraffiert : imaginäre μ.



$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2}{h^2} m \left(E - V(x)\right)\psi = 0,$$

$$V(x) = -\Lambda \cos 2ax$$

$$\psi = \alpha e^{\mu y} \Phi(y) + \beta e^{-\mu y} \Phi(-y)$$

$$\frac{e}{300} = \frac{4.8\times10^{-10}}{3\times10^2} = 1.6 \times 10^{-12}.$$

$2a \rightarrow \frac{2\pi}{a}$

$$\frac{8\pi^2 m}{h^2} = \frac{8\times \pi^2 \times 9\times10^{-28} \times a_0^2 \times 10^{-16}}{6.5^2\times10^{-54}} = \frac{8\times9\times a_0^2}{6.5^2} \times 10^{+10} =$$

$$\frac{8\pi^2 a^2 m}{h^2} =$$

1 volt $\rightarrow$ 1.6×10^{-12} erg.

Proc. Roy. Soc. 124, p409, 1929

Kronig: The Quantum Theory of Dispersion in Metallic Conductors

Bloch ノ model ヲ用ヒテ classical dispersion theory ノ適用範囲ヲ限リ、ソノ範囲外ニ於テ振動数ガ大デ thermal agitation トノ coupling ヲ neglect 出来ル場合 (optical, ultraviolet religion) ニツイテ qualitative ニ実験ト一致スル結果ヲ得ル。
簡單

W. Wessel: Invariante Formulierung der Diracschen Dispersionstheorie

I. 67, S. 54

II. 71 S. 68

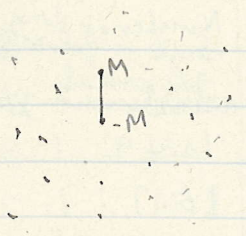
Eddington : Value of Cosmic Constant
vol 133, Nr. 822. 1931.

〃 : Property of Wave Tensor
vol 133, Nr 821. 1931.

ニ於テ: wave eq. ニ於テ
Electron カラ r ナル距離ニ於ル singularity
カラシテ $\frac{1}{r}$ ナル term ガ出テ来ル様ニ.
N 個ノ identical ナ electron ノ分布デ
$\frac{\sqrt{N}}{R}$ ナル term ガ出テ来ル. 空間ニ
R ハ世界ノ半径.

之ガ proper mass ノ term デアル.
cosmological constant λ ガ之ニ関係シテ
求メラレル.

(Nature 3331, Oct 13,
Richardson: Isolated quantised magnetic Pole.)



Diracノイフ如ク
Magnetic Poleハ確定シテモソノ間ノinteractionガ強イ為ニ、ソノ観測出来ナイノデアルトシテ居ル。
~~magnetic~~ 電気ノperiodic systemト同様ナ magnetic ~~atom~~ atomノperiodic systemヲ考ヘルナラバ、ソノ ~~[illegible]~~ ノBalmer seriesニ相当スルモノハ非常ニ短波長ノ光デアラウ。
cosmic rayノ原因ヲ説明スルコトガ出来ルカモ知レル。

The Origin of the γ-Rays.

By Lord Rutherford and Ellis.

Proc. Roy. Soc. Vol 132, p 667 (Nr 820)

Table I

Number of state	Energy of excited states of radium c' nucleus in excess of ground state (volts $\times 10^{-5}$)		Number of long range α-particles per normal disintegration $\times 10^6$
1	6.3	(1)	0.49
2	14.6		16.7
3	17.6		0.53
4	19.4	(3)	0.93
5	22.0		0.60
6	23.5		0.56
7	25.8	(4)	1.26
8	28.4		0.67
9	30.2	(5)	0.21

Table 2.

Energies of γ-rays in volts $\times 10^{-5}$	Number of quanta emitted per normal disintegration
0.59	0.01 †
2.75	— ‡
3.32	— ‡
3.89	— ‡
4.29	0.03 to 0.1 §
5.03	0.006 to 0.02 §
6.12	0.66
7.73	0.065
9.41	0.065
11.30	0.21
12.48	0.065
13.90	0.065
17.78	0.26
22.19	0.074

2-1 : 8.3	~~3-1~~ :		
3-1 : 11.3	3-2 : 3.0		
4-1 : 13.1	4-2 : 4.8	4-3 : 1.8	
5-1 : 15.7	5-2 : 7.4	5-3 : 4.4	5-4 : 2.6
6-1 : 17.2	6-2 : 8.9	6-3 : 5.9	6-4 : 4.1
7-1 : 19.5	7-2 : 11.2?	7-3 : 8.2	7-4 : 6.4
8-1 : 22.1	8-2 : 13.8	8-3 : 10.8	8-4 : 9.0
9-1 : 23.9	9-2 : 15.6	9-3 : 12.6	9-4 : 10.8
6-5 : 1.5			
7-5 : 3.8	7-6 : 2.3		
8-5 : 6.4	8-6 : 3.9	8-7 : 2.6	
9-5 : 8.2	9-6 : 6.7	9-7 : 4.4	9-8 : 1.8

Ber. Verh. Akad. Leipzig. 1931. S 1.

Über Energieschwankungen in einem Strahlungsfeld
von W. Heisenberg

Einstein (Phys. Z. 10, 185, 817, 1909) の Schwankungsformel

$$(1)\qquad \overline{\delta E^2} = h\nu\,\bar{E} + \frac{\bar{E}^2}{z_\nu V}$$

(V: Volumen des Teilraums; $z_\nu = \frac{8\pi\nu^2 d\nu}{c^3}$)

之れは kl. Wellentheorie では

$$\overline{\delta E^2} = \frac{\bar{E}^2}{z_\nu V}$$

となり矛盾を生ずるが. Born, Jordan u. d. Verf. (Z. f. Phys. 35, 557, 1925) は Wellen の Quantentheorie に於て計算し正確に(1)を得た。

然るに其の場合についての integral. 884 ページ (47')

$$\overline{A^2} = \frac{1}{8}\int_0^\infty\int_0^\infty d\omega_j\, d\omega_k \frac{l^2}{\pi^2}\Big\{\overline{\dot{q}_j^2}\,\overline{\dot{q}_k^2}\,K_{jk}^2 + j^2k^2\left(\frac{\pi}{l}\right)^4\overline{q_j^2}\,\overline{q_k^2}\,K'^2_{jk}\Big\}$$

$$\left(\begin{aligned} K_{jk} &= \frac{\sin a(\omega_j-\omega_k)}{\omega_j-\omega_k} - \frac{\sin a(\omega_j+\omega_k)}{\omega_j+\omega_k} \\ K'_{jk} &= \frac{\sin a(\omega_j-\omega_k)}{\omega_j-\omega_k} + \frac{\sin a(\omega_j+\omega_k)}{\omega_j+\omega_k}\end{aligned}\right)$$

は converge しない。∵ $\overline{\dot{q}_j^2}$ は $h\omega_j$ に比例するからである。

之は非常に短い波の Anregung の Möglichkeit が無限大の Energieschwankung を与へるといふことを意味する。之は無限大の Nullpunktsenergie と関係あり、其の処置は未だ分からない。

Eindimensional な場合を通常の方法で計算した結果は:
(Drei ,, の時も同様)

$$-\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = W\psi \qquad W_k = \frac{1}{2\mu}\left(\frac{h}{2L}k\right)^2$$

$$\psi = \mathrm{const}\cdot\sin\pi\frac{x}{L}k$$

$$\psi = \sqrt{\frac{2}{L}}\sum_1^\infty a_k \sin\pi\frac{x}{L}k$$

$$\psi_p\psi_{p'}^* - \psi_{p'}^*\psi_p = \delta(x-x')$$

$$a_k a_l^* - a_l^* a_k = \delta_{kl}$$

故 $$\overline{E} = \int_{x_0}^{x_1} dx \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\frac{\partial\psi^*}{\partial x}\frac{\partial\psi}{\partial x}$$

$$= \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\frac{2}{L}\int_{x_0}^{x_1} dx \sum_{kl} a_k^* a_l \cos\pi\frac{x}{L}k\cos\pi\frac{x}{L}l \times\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 kl$$

$$= \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\sum_{kl} a_k^* a_l f_{kl}$$

$$f_{kl} = \frac{\pi}{L^2}kl\left\{\frac{\sin\frac{\pi}{L}(k+l)x_1 - \sin\frac{\pi}{L}(k+l)x_0}{k+l} + \frac{\sin\frac{\pi}{L}(k-l)x_1 - \sin\frac{\pi}{L}(k-l)x_0}{k-l}\right\},$$

$$\overline{E} = \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\sum_k a_k^* a_k f_{kk},$$

$$\Delta E = \frac{h^2}{8\pi^2\mu}\sum_k\sum_{\substack{l\\k\neq l}} a_k^* a_l f_{kl}$$

$$\overline{\delta E^2} = \left(\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\right)^2\sum_{k\neq l} N_k(N_l+1) f_{kl}^2$$

之ノ式ハ Teilchen ガ一ツ丈ケノ場合ニハ $N_k = 1$ $N_l = 0$ für $l \neq k$

デモ $\overline{\delta E^2} = \left(\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\right)^2 \sum_{lk} f_{kl}^2$ (15) ノ右辺

ハ f_{kl}^2 ガ l ノ大ナル値デ小サクナラヌカラ divergent

デアル。(15) ノ場合ニ於テ

之ヲ ~~ヲイテモ~~ konf. Raum デヤレバ

$$E = \frac{1}{2\mu}\, p\, D(x)\, p .$$

但シ $D(x)=1$ für $x_0 \le x \le x_1$,

$D(x)=0$ außerhalb.

カラ $\overline{E^2} = \cdots + \cdots$ (18)

ノ中ニ $D''(x)$ ヲフクンダ式ガ出来テ来テ之ガ ∞ ノ

原因トナル。

デアルカラ Teilraum ノ範囲ヲキメルトキ…

例ヘバ $D(x) = \frac{1}{d\sqrt{\pi}}\int_0^x \left(e^{-\frac{(x-x_0)^2}{d^2}} - e^{-\frac{(x-x_1)^2}{d^2}}\right)dx$, (21)

ノ如クスレバ endlich トナル。d ガ k ナル Zustand ノ

Wellenlänge ニ比シ大ナル程、精確ナ値ガデテ

クル。

Wellentheorie ノ方デ考ヘテモ (21) ノ D ヲ使ヒ

$$E = \int_0^L dx\, D(x) \frac{\partial\psi^*(x)}{\partial x}\frac{\partial\psi(x)}{\partial x}\frac{h^2}{8\pi^2\mu}$$

トオケバヨイ。

Zusatzglied ハ (D' ヲフクンダ項ノ部分ニヨル)

$\left(\frac{h^2}{8\pi^2\mu}\right)^2 \frac{1}{L}\left(\frac{\pi k}{L}\right)^2 \frac{1}{d\sqrt{2\pi}}\left[2 + e^{-\frac{d^2\pi^2}{2L^2}k^2}\left(\cos\frac{2\pi}{L}x_0 k + \cos\frac{2\pi}{L}x_1\right.\right.$

ソレ故ニ之ノ physikalische Bedeutung ハ次ノ如シ、
Verf. ノ論文 (Z. f. Phys. 40, 501; 1926) ニ於イテ、
Wechselwirkung ヲ neglect シタ Näherung ニ於テ
gekoppelte System ノ Entropie ハ additiv ニ verhalten
スル。トコロガ一ツノ System ノ部分的 ノ Energie ト
他ノ System トノ Wechselwirkung ヲ2ツノ瞬間ニ於テ
ノ平均値ヲ取ルハ Energie ノ値ヲ意味シ、此ノ2ツノ系ノ
Ausschalten ハ System ヘノ erheblichen Eingriff
ヲ意味スル故、此ノ Eingriff ガ $\overline{\Delta E^2}$ 中ニ Zusatzterm
ヲ生ゼシメルノデアル。例ヘバ Kristallgitter
中ノ eingeschw ヲ考ヘタ小サナ Teilvolumen ヲ考
ヘテモ同様デアル。Kohäsionsenergie zweier Atome ノ
Ordnung ノ Energie ガ附加サレテ居ルト云フ Sinne ニ
übertragen サレルナラバ $\overline{\Delta E^2}$ ニ現ハレルハズ
デアル。
Schwankungsquadrat ノ Zusatzglied ニ付イテハ ノモツト深イ根拠ハ
量子論的ニ Teilsystem ノ Energie ノ測定ニハ2ツノ System ヲ entkoppeln
セネバナラヌ点ニアル。quantentheoretischen
Größen ノ Messung ニハ messende System ヘノ Eingriff ガ
必要デアッテ、数学的ニ scharf begrenzten Teil ニ於ケル
Strahlungsenergie ノ Messung ニハ „unendlichen Eingriff
ガ必要デアッテ、之ハ一ツノ mathematische Fiktion ニ過ギヌ。
praktisch ニ於テハ常ニ実験デハ verwaschenen Grenze ヲモツタ
k)](22) Bereich ヲ考ヘルノデアル。此ノ場合モ必要ナ Eingriff ガ (18)
ノ第二項ト関係シテ居ルノデアル。

Proc. Roy. Soc. London Vol 152 (820)

p. 353 Bakerian Lecture – Some Phenomena of the Upper Atmosphere. Chapman

p. 605. Massey and Mohr: The Collision of Electrons with Simple Atomic Systems and Electron Exchange.

Proc. Nat. Acad. p. 579 (1931) Vol. 17 (No 10)

Bramley: Radioactive Disintegration

Optical Electron の Energy Level

$$-E/hc = \frac{RZ^2}{n^2}\left\{1 - \frac{3}{4}\,\frac{Z^2\alpha^2}{n^2} + \cdots\right\} \qquad (1)$$

之に. Nucleus の Energy Level は

$$E = -\left(\frac{n}{2}\right)^2 \frac{\pi^2 M c^2}{i^2} \qquad (2)$$

M: He nucleus の mass

n, i: integers

$Z=92$, $n=1$, $i=7$ とおくと $E=-0.98\times10^5$ e.V.

wave length は $\lambda = 136$ X.U. となる.

Δn^2 が 1 より かかる時 (2) が生ずる γ-rays の wave length と Radioactive Elements から出る softest 〃 〃 の agreement は次の如し,

Rd-Th	UX₁	Pa	AcX
140 or 145	134	130	156

第二の set は $i=5$

Ra	ThB
65	64

第三の set は $i=9$

RaD	RaB	MsTh
261	230	212

次の Elements は n^2-law より満たす.

PP4.

AcX

cal	0.70	1.40	2.3	2.8	10^5 el. volts
exp		(1.43) (1.53) (1.57)	2.0	2.7	

ThB

cal	0.62	1.86	2.48	3.10
exp		1.91	(2.32) (2.41)	3.02

RaB

cal	0.51	2.55	3.07	3.57	4.60
exp	0.54	(2.43) (2.60)	2.97	3.54	4.71

注 $(n+m)^2-n^2 = 2nm+m^2$ 之ハ 4ノ倍数又ハ奇数デアル

1 ● 3 4 5 ● 7 8 9 ● 11

上ノ如キ γ-ray ノ Energy ノ計算ニハ $n=1$ ニ対シ ((2)式ノ如クニ) 実験ニ最モヨク合フ様ニ定メタリ。一ノ差ハ約%ニ不過, 之ハ (RaBニツイテモ同様) Rutherford-Ellis ノ考ヘト一致シテ居ル。結果ハ 又 RaBニツイテモ上ト同様ナ multiplet structure ヲ認メ得ル。 RaB ト ThB ノ Energy Level ハ double, AcX ハ triple ニナッテ居ル。 2ノ multiplicity ハ ~~?~~ α-particle 外ノ又ハ α-particle ヲツクリ得ザル proton ノ数ト関係シテ居ルト考ヘラレル。 W: proton ノ総数

$W - P = 4n \quad P < 4$. multiplicity ハ P ガ even カ odd ニ従ッテ even カ odd,

Optical spectra ニ於テ nuclear spin ハ

$I = P/2 + \text{an integer}$

セノ関係ヲ与ヘルコト。(Bartlett Phys. Rev. Feb 1. 1931)

(2)式カラ Z ガ大キクナルト γ-ray ハ soft トナル。Z>92 ニ於テハ (の) 'energy' absolute value ハ K-shell ノ optical electron ノソレヨリ小トナル。之レ 92 以上ノ Atomic No. ノ Electron non-occurrence ノ関係ニテ説明セラレル

nucleus ノ stability ヲ説明スルニハ electron, proton, α-particle ハ potential barrier ニ囲マレテ居ルト考ヘネバナラヌ。nucleus ヲ作ル potential barrier ハ同一 α-particle ト electron トニ於テ異ナルデアラウ。尚 nucleus 中ノ energy ノ量カラ "n" ノ降下ニ伴ヒ、n-level ヲナス α-particle ノ数ニ upper limit 存在スルデアラウ。

Radioactive atom ノ mean life γ ハ nucleus ノ energy ト関係アル。実際ニ於テ 1/γ ハ nucleus カラ α- or β-particle ヲ emit シテ後ニ残ル excess energy ノ函数ニ比例スル。コノ excess energy ノ indication トシテ β-particle emission ノ後ニ出ル hardest γ-ray ノ energy ヲトル。

proportionality constant ハ β-particle series 中ニ於ケル atom ノ位置ニ depend スル。先ヅ放射性元素 UX₁ ノ data カラ計算シテ different group ニ当ルト思ハレル結果ヲ得タ。之カラ見テ 2nd group デハ 比例const 1/10、3rd group ハ 1/100 ニナル事ガ分ルノデアル

β-ray emitted after α-particle

		$1/\gamma$ cal,	exp
1st	RaB	2×10^{-4}	$4. \times 10^{-4}$
	ThB	2.7×10^{-5}	1.8×10^{-5}
	UX_1	3.2×10^{-7}	3.2×10^{-7}
2nd	RaD	2×10^{-8}	1.3×10^{-9}
3rd	ThC''	2.4×10^{-1}	3.6×10^{-3}
	$MsTh_2$	1.2×10^{-3}	3.1×10^{-5}.

β particle ノ emission ハ black body カラノ light quanta ノ emission ニ似テヰル (結局ハ T^4 ニ比例スル事ニナル. 高 β particle spectrum ノ energy distribution ハ black body radiation ノソレニ似テル)

(17)(2) ノ函数ノ eigenwert ヲ定メル diff. eq ノ radial part ハ

$$\left\{1+\frac{A}{r}+\frac{B}{r^2}\right\}\left\{\frac{\partial^2 R}{\partial r^2}+\frac{2}{r}\frac{\partial R}{\partial r}\right\}+K\left\{E+\frac{2Ze^2}{r}-\frac{l(l+1)}{r^2}+\frac{b}{r^3}+\frac{d}{r^4}\right\}R=0$$

$$K=\frac{8\pi^2 m}{h^2} \qquad A=\frac{iZh}{\sqrt{2}\pi^2 M}.$$

Ze : charge

solution ハ $R = e^{-i\sqrt{KE}\,r}\, r^{\nu}(1+a_1 r+\cdots+a_{\mu} r^{\mu})$

with $E = -\dfrac{Ke^4 Z^2}{2(\nu+\mu+1)^2}\left\{1-\dfrac{1}{2}\dfrac{Ke^2 A}{(\nu+\mu+1)^2}+\cdots\right\}$

or $E = -\dfrac{4(\nu+\mu+1)^2}{KA^2}$ $\qquad \nu, \mu$: integers.

electron ノ函数ノ self ナリトシテモ, α-particles ノ場合ハ

1ツ set ノ solution ハ r=∞ ニテモ ∞ トナル.
nucleus 中ノ electron ノ energy ハ "α" particle ノ
ソレヨリハルカニ大デ α-particle ニ attach シテヰル
故ニ. energy consideration ハ重要デアル. 又 α-particle
ノ energy ガ大ナル程大キク 核ノ中心ニ近イトコロニ,
n ノ大ナル値ヨリ Z ノ小サイ値ニ対応シ α-particles
ガ中心ニ近クアツマリ optical ノ様ノ electron system
ニ similar ナ system ヲツクル,
b/r^3, d/r^4 ノ項ハ nucleus ノ field ニアル particle ノ
polarizability ニヨルenergy. $\{1+\frac{A}{r}+\frac{B}{r^2}\}$ ハ
interaction energy ニヨル electron ノ mass ノ変化,
A ハ 実験値ヨリ非常ニ違フコトノ. optical
electron ニ対スル energy value ハ Balmer formula ト
異ナル hyperfine structure ノ order ヲ first approximation
トシテハ (ν, μ) ハ (n, k) ト同一視シ得ル.
optical electron ニハ α-particle (殊ニ n ガ小サイモノ)
トニヨル perturbation ノ影響ヲ考ヘネバナラヌコトヲ示シテル

$$(n+m)^2-(n+m-1)^2 = \underline{2n}+\underline{2m-1}.$$

$$2nm - 2n(m-1) - m^2 + 2m - 1 \quad +m^2 \quad 2n$$

$$(n+1)^2 - n^2 = \underline{2n+1}.$$

$n+$

$$(n+m)^2-(n+m')^2 = \underline{2n(m-m')+(m+m')(m-m')}$$

$$= (2n+m+m')(m-m').$$

$$A(m-m') + B_{mm'}(m-m')$$

ZS. f. Phys 72 7-8, S. 492. Überg. Wahr. von angeregten
Delbrück u. Gamow: ~~Kern. Anregung~~ Kernen
Schüler: Hg. H.F.S.

	Hg	Hg	Hg	Hg	Hg	Tl	Hg	Tl	Pb	Pb	Pb	Bi
P	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208	209
E	118	119	120	121	122	122	124	124	124	125	126	126
K.M.	0	1/2	0	3/2	0	1/2	0	1/2	0	1/2	0	9/2

$P = 4n+m$　　$E = 2n+m$　　$2n = P-E$　　$m = 2E-P$

P−E	80	80	80	80	80	81	80	81	82	82	82	83
2E−P	38	39	40	41	42	41	44	43	42	43	44	43

	H	He	Li	Li	Be	B	B	C	~~N~~ C	N	O	O	O	F	Ne	Ne	Ne
P−E	1	2	3	3	4	5	5	6	6	7	8	8	8	9	10	10	10
2E−P	(−1)	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	1	2
K.M.																	

	Na	Mg	Mg	Mg	Al	Si	Si	Si	P	S	S	S	Cl	Cl
P−E	~~23~~ 11	12	12	12	13	14	14	14	15	16	16	16	17	17
2E−P	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	3

Zs, 72 9–10,

S. 669: Reichenbächer: Die Weltfunktion im dem vereinigten. Wirkungsintegral der Gravitation, Elek. und Materie II.

Zs, 58 402
61 490
62 412
65 566 I
72 553.

72 S. 625

H. Schindler: Übergangseffekte bei der Ultrastrahlung.

Naturwiss. 19 Heft 45. S. 917

Kolhörster u. Tuwim: Die spezifische Ionisation der Höhenstrahlung.

理研欧文報告 Vol 17. p6. 1931
Sci. Pap. of Phy. Chem. Inst. Japan.
K. Murakawa: Systematics and Statistics of Nuclei

Element	Z	M	M-Z	I	Stat.	Authorities Atom	Band
H	1	1	0	$\frac{1}{2}$	Fermi		
He	2	4	2	0	Bose		
Li	3	6	3	0			
		7	4	$3/2$	Fermi		
C	6	12	6	0			
N	7	14	7	1	Bose		
O	8	16	8	0	Bose		
F	9	19	10	$\frac{1}{2}$			
Ne	10	20	10	0			
		22	12	0			
Na	11	23	12	$> \frac{5}{2}$			
Mg	12	24	12	0			
S	16	32	16	0	Bose		
Cl	17	35	18	$\frac{5}{2}$	Fermi		
Ca	20	40	20	0			
Mn	25	55	30	$\frac{5}{2}$			
Cu	29	63	34	$\frac{3}{2}$			
		65	36	$3/2$			
Zn	30	64	34	0			
		66	36	0			
		68	38	0			
Br	35	79	44	$3/2$			
		81	46	$3/2$			
Sr	38	86	48	0			
		88	50	0			
Cd	48	110	62	0			
		111	63	$1/2$			
		112	64	0			
		113	65	$1/2$			
		114	66	0			

Elem.	Z	M	M-Z	I	Stat	Author. Atom	Band
J	53	127	74	~9/2			
Cs	55	133	78	~7/2			
Ba	56	137	81	1/2			
		138	82	0			
La	57	139	82	~5/2			
Pr	59	141	82	5/2			
Hg	80	198	118	0			
		199	119	1/2			
		200	120	0			
		201	121	3/2			
		202	122	0			
		204	124	0			
Tl	81	203	122	1/2			
		205	124	1/2			
Pb	82	206	124	0			
		207	125	1/2			
		208	126	0			
Bi	83	209	126	9/2			

Iレニヨッテ例外ナシニ (K及Inノ例ハ疑ハシ Kronig参照)

M {odd / even} ニ従ヒ I {half int / int.}

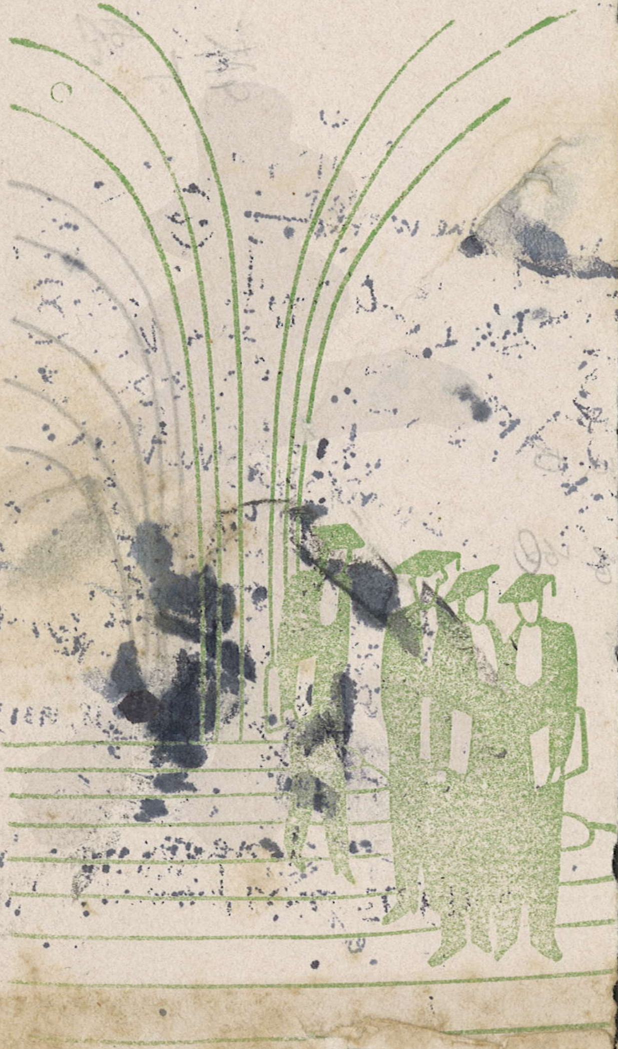
M	Z	Z-M	I	Stat
even	even	even	0	Bose
	odd	odd	0 or 1	
odd	even	odd	half number	Fermi
	odd	even		

Guido Beck: Zur Systematik der Isotopen

I 47, 407 (1928) II, 50, 548 (1928) III 61, 615 (1930)

(Zs. f. Phys.)

Journ. de Physique
Solomon



平面ノ運動ヲ考ヘテミル。既ニ $X_1f \cdots X_3f$
ヲ求メテ見ル。

$a_1=a_2=a_3=0$ ノ時 $x_1'=x_1$, $x_2'=x_2$

$a_1=e_1t$ $a_2=e_2t$ $a_3=e_3t$ トオケバ

$$x_1' = x_1 + \frac{t}{1!}\sum_{j=1}^{3} e_j \xi_{j1}(x) + \cdots$$

$$x_2' = x_2 + \frac{t}{1!}\sum_{j=1}^{3} e_j \xi_{j2}(x) + \cdots$$

トナルベキ。

一方既知ノ方程式ヲ展開スルト

$$x_1' = x_1 + \frac{t}{1!}(e_1 - x_2 e_3) + \cdots$$

$$x_2' = x_2 + \frac{t}{1!}(e_2 + x_1 e_3) + \cdots$$

$$e_1 - x_2 e_3 = e_1 \xi_{11} + e_2 \xi_{21} + e_3 \xi_{31}$$

$$e_2 + x_1 e_3 = e_1 \xi_{12} + e_2 \xi_{22} + e_3 \xi_{32}$$

e's : arb.

$$\xi_{11} = 1 \quad \xi_{21} = 0 \quad \xi_{31} = -x_2$$

$$\xi_{12} = 0 \quad \xi_{22} = 1 \quad \xi_{32} = x_1$$

$$X_1 f = \frac{\partial f}{\partial x_1}$$

$$X_2 f = \frac{\partial f}{\partial x_2}$$

$$X_3 f = -x_2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + x_1 \frac{\partial f}{\partial x_2}.$$

$$Xf = \sum e_j X_j f$$
$$\bar{X} f \equiv \sum \bar{e}_j X_j f$$

ヲ作ルトキニソレカラ出来ル Gruppe

$$G_1 : x_i' = x_i + \frac{t}{1!} X(x_i) + \cdots$$
$$\bar{G}_1 : \bar{x}_i' = x_i + \frac{\bar{t}}{1!} \bar{X}(x_i) + \cdots$$

ハ　$t = m\bar{t}$　トスレバ互ニ互ニ一方カラ他方ニカハル。

故ニ Xf ノ es ノ内 $r-1$ 個丈ガ arbitrary デアル。之ヲ Xf ガ ∞^{r-1} ニナルトイフ。

最後ニ述ベタノニ立ヘル合 transf ガ Gruppe ヲ作ルトスル、　$S_{\bar{a}} E_\lambda = S_a$

$\bar{a} = a^0$ ト、$E_\lambda = S_{\hat{a}}$

$$S_{\bar{a}} \cdot S_{\hat{a}} = S_a$$

元来 $\bar{a}$, $\hat{a}$ ハ任意デアル。∴ $x_i' = f_i(\ )$ ガ group ナラバ、Param. (a's) ノ r 個ヲ含ム r-gliedrige Gruppe デアル。(eigentlich トイフ言ヲ identisch 的ニ用ヒテアル。)

Beispiel　$x_1' = a_1 + x_1 \cos a_3 - x_2 \sin a_3$

$\qquad\qquad x_2' = a_2 + x_1 \sin a_3 + x_2 \cos a_3$

$\equiv g_h(\bar{x}'_1 \dots \bar{x}'_n ; \lambda_1 \dots \lambda_r)$

トナルトスレバ。

$S_a : x'_h = f_h(x; a)$

$S_{\bar a} : \bar{x}'_h = f_h(x; \bar{a})$

$E_\lambda : x'_h = g_h(\bar{x}'; \lambda)$

$a_k = \Theta_k(\bar{a}; \lambda)$

従ッテ $g_h(f(x;\bar{a}); \lambda) = f_h(x; \Theta_k(\bar{a};\lambda))$

$h = 1 \dots n$

之ハ $S_{\bar a} \cdot E_\lambda = S_a$.

今 $\bar{a} = a^0$ ニトッテミル。

$\bar{x}_h = x_h \qquad h = 1, 2 \dots n$

$S_{a^0} = 1$

$\therefore E_\lambda = S_{\hat a}$

$x'_i = f_i(x; \hat{a}) \qquad \hat{a}_k = \Theta_k(a^0; \lambda)$

之故 X'f デ define サレル gruppe ノ一ツノ
即チ $\frac{dx'_h}{dt} = \sum e_j \xi_{jh}(x')$

transf E_λ ト $S_{\hat a}$ ガ一致スルコトヲ示ス。∴ 一ツノ eingliedrige transf ハ
得ラレル。

∞^{r-1} 個ノ infinitesimal transf デ作ラレル
eingliedrige Gruppe トハ

$\frac{l_1}{e_1} = \dots = \frac{l_r}{e_r} \equiv m$ トナル

故ニ $\dfrac{da_k}{dt} = \sum e_j \alpha_{jk}(a)$

ノ $t=0$ ニ於ケル値即チ anfangswert $\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_r$ ヲトル integral ヲ求メルト

$$a_k = \bar{a}_k + \frac{t}{1!}\sum_{j=1}^{r} e_j \alpha_{jk}(\bar{a}_k) t \cdots$$

$\lambda_j = te_j \quad j=1,\cdots r$ トスレバ

$$a_k = \bar{a}_k + \sum \lambda_j \alpha_{jk}(\bar{a}_k) t \cdots$$

$k=1,2,\cdots r$

$$\equiv \Theta_k(\bar{a}_1 \cdots \bar{a}_r; \lambda_1 \cdots \lambda_r)$$

$$\left.\frac{\partial(a_1 \cdots a_r)}{\partial(\lambda_1 \cdots \lambda_r)}\right|_{t=0} = |\alpha_{jk}(\bar{a}_k)| \neq 0$$

$$\therefore \lambda_j = f_j(a;\bar{a}), \quad j=1,2,\cdots r$$

故ニ parameters a's ト λ's トハ equivalent トナル。 $x_i' = f_i(x;a) = f_i(x;\Theta(\bar{a};\lambda))$

故ニ $\dfrac{dx_h'}{dt} = \sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{jh}(x') \quad h=1,\cdots n$

$t=0,\ a_j = \bar{a}_j$ (引続キ)

$\bar{x}_h' = f_h(x;\bar{a}) \quad h=1,2,\cdots n$

トシタトキノ integral ハ

$$x_h' = \bar{x}_h' + \frac{t}{1!}\sum e_j \xi_{jh}(\bar{x}') + \cdots$$

ヲ ξ_j ニツイテイヘバ

$$\xi_{jh}(x') = \sum_{k=1}^{r} \alpha_{jk}(a) \frac{\partial x'_h}{\partial a_k}$$

$$|\alpha_{jk}(a)| = \frac{1}{|\psi_{jk}(a)|} \neq 0,$$

$\sum_{j=1}^{r} e_j$ ヲ 乗ズレバ

$$\sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{jh}(x') = \sum_{k=1} \frac{\partial x'_h}{\partial a_k} \sum_{j=1}^{r} e_j \alpha_{jk}(a)$$

e's ; arb const

$$X'_j f \equiv \sum_{k=1}^{n} \xi_{jh}(x') \frac{\partial f}{\partial x'_h} \qquad j=1,2 \cdots r$$

$$X' f \equiv \sum \xi_h(x') \frac{\partial f}{\partial x'_h}$$

$$\equiv \sum e_j X'_j f$$

$$\xi_h(x') = \sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{jh}(x')$$

ガソコデ上式カラ $X'f$ ヲ infinit transf トスル eingliedrige Gruppe ヲ導クニハ

$$\frac{da_k}{dt} = \sum_{j=1}^{r} e_j \alpha_{jk}(a) \quad k=1,2 \cdots r$$

トオケバ 上式ハ

$$\frac{dx'_h}{dt} = \sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{jh}(x')$$

$$= \xi_h(x') \qquad h=1,2,\cdots n$$

ノ Dif. Eq. ハ eingliedrige Gruppe ヲ定義スル

$$X_j' f = \sum_{i=1}^{n} \xi_{ji}(x') \frac{\partial f}{\partial x_i'} \qquad j=1,\dots r$$

r (einfach) unabhängig ナリ.

逆ニ ∞^r 個ノ transf $x_i' = f_i(x;a)$ $i=1,\dots n$.

ガ r 個ノ wesentlich parameter a's ヲ含ミ

上記ノ Fundam. gl. ヲ満足シ

$$a_j = a_j^0 \quad j=1,2,\dots r$$

ニ於テ Identische Transf.

$$x_i' = x_i \quad (i=1,2,\dots n)$$

ナル $|\psi_{jn}(a^0)| \neq 0$

$\xi_{1h} \cdots \xi_{rh}$ $(h=1,2,\dots n)$ ガ unabhängig

ナル時ハ、与ヘラレタ transf

$$x_i' = f_i(x;a)$$

ハ r-gliedrige eigentliche Gruppe ヲ作ル.

又ソノ transf ハ ∞^{r-1} 個ノ Infinitesimal transf ヨリ作ラレタ eingliedrige Gruppe ノ Transf ト一致スル。

証明ハ初メノ方ガ少シ面倒デアル.

逆ノ証明: $\psi_{jk}(a)$ regulär

$|\psi_{jk}(a)| \neq 0$ für $a_j = a_j^0$ 故ニ a_j^0 ノ近傍デ $|\psi_{jk}(a)| \neq 0$ トナル,

$$\therefore \frac{\partial x_k'}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x') \psi_{jk}(a) \qquad k=1,2\dots r$$

§5 二於ケル r-gliedrige Gruppe

$$x_i' = f_i(x_i; a_1 \dots a_r)$$

ハ $\dfrac{\partial x_h'}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\psi_{jk}(a)$ 　　$h = 1 \dots n$ 　$k = 1 \dots r$

ヲ満足シ、之等ノ ξ ハ

$$e_1\xi_{1h}(x') + e_2\xi_{2h}(x') + \dots + e_r\xi_{rh}(x') = 0$$
$$h = 1, 2, \dots n$$

ガ $e_1 \dots e_r$ 4所ヲ2 ヲ又エトス。

ソレデ $X_j' f = \sum_{i=1}^{n} \xi_{ji}(x')\dfrac{\partial f}{\partial x_i}$

トオクト $X_1' f_1 \dots X_r' f$ ハ互ニ unabhängig デアル。

続ッテ gruppe ナル為ニ $X_1' f \dots X_r' f$ ハ unabhäng. ナルコトガ必要デアル。

I. Erster Fundamental Satz

r-gliedrige Gruppe $x_i' = f_i(x_1 \dots x_n; a_1 \dots a_r)$

ハ Fund. Gl.

$$\frac{\partial x_h'}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\psi_{jk}(a)$$

ヲ満足シ Determ.

$$|\psi_{jk}(a)| \neq 0$$

又 $\xi_{1h}(x'), \dots \xi_{rh}(x')$ ハ unabhäng. 即チ

$$= x_i + \sum_{j=1}^{r} a_j \xi_{ji}(x) + \cdots$$

$$\equiv f_i(x;a)$$

param ガ wesentlich デナカッタラ $f_i(x;a),\ i=1\cdots n$

ハ $\alpha_1(a)\frac{\partial\varphi}{\partial a_1} + \cdots + \alpha_r(a)\frac{\partial\varphi}{\partial a_r} = 0$

ヲ満ス。∴ $a_j = te_j$ ト置イタ $f_i(x;a)$

ハ $\alpha_1(te)\frac{\partial f_i}{\partial e_1} + \cdots + \alpha_r(te)\frac{\partial f_i}{\partial e_r} = 0.$

$$f_i(x;te) = x_i + \frac{t}{1!} X x_i + \cdots\cdots$$

$$\alpha_1(te)\frac{\partial}{\partial e_1}\left[\cancel{f_i X}\ \frac{t}{1!} X x_i + \cdots\right] + \cdots$$

$$+\alpha_r(te)\frac{\partial}{\partial e_r}\left[\quad 〃 \quad\right] = 0$$

[+ —] ハ二次以上。 t ニツイテ係数 t=0 ヨリ、

$$\alpha_1' \xi_{1i}(x) + \cdots + \alpha_r' \xi_{ri}(x) = 0$$

α' ハ $\alpha(te)$ ニ於テ t=0 トオイタモノ α's ガ全部0ノ時ニハ アラカジメ α's ヲ アル程度 t ノ冪デワッテオク。∴ α's ハ全部0デナイ。

$\sum_{i=1}^{n}\frac{\partial f}{\partial x_i}$ ヲカケレバ

$$\alpha_1' X_1 f + \cdots + \alpha_r' X_r f = 0$$

Q.E.D.

十二月十二日.

Satz 2. Transf. ノ parameter $a_1 \dots a_r$ ガ凡テ wesentlich デアル nec. suf. cond. ハ $X_1f \dots X_rf$ ガ unabhängig ナルコトデアル。

($X_1f \dots X_rf$ ガ unabhängig トハ凡テハ0デナイ const λ's デ

$$\lambda_1 X_1 f + \dots + \lambda_r X_r f \equiv 0$$

トナラナイコトデアル。

λ's ガ const ノ場合ニ einfach unabhängig ナリ、又ハ absolut unabhängig ト云フコトモアル)

$X_1f \dots X_rf$ ガ abhän.

$$\lambda_1 X_1 f + \dots + \lambda_r X_r f = 0$$

ナル如キ const λ's アルナラバ、今仮ニ $\lambda_r \neq 0$ トセバ,

$$X_r f = -\frac{\lambda_1}{\lambda_r} X_1 f - \dots - \frac{\lambda_{r-1}}{\lambda_r} X_{r-1} f,$$

$$Xf = e_1 X_1 f + \dots + e_r X_r f$$

$$= \left(e_1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_r} e_r\right) X_1 f + \dots + \left(e_{r-1} - \frac{\lambda_{r-1}}{\lambda_r} e_r\right) X_{r-1} f$$

∴ $x_i' = x_i + \frac{t}{1!} X x_i + \dots$ ハ r−1 個ノ parameters

$$\left(a_1 - \frac{\lambda_1}{\lambda_r} a_r\right) \quad \dots \quad \left(a_{r-1} - \frac{\lambda_{r-1}}{\lambda_r} a_r\right)$$

丈ヲフクマス。∴ ~~凡テ~~ $a_1 \dots a_r$ ハ wesentlich デナイ。

逆ニ $X_1f \dots X_rf$ ガ unabhängig ナラバ $a_1 \dots a_r$ ハ wesentlich ナリ,

$$x_i' = x_i + \frac{t}{1!} \xi_i(x) + \dots$$

$$X_1 f \equiv \xi_{11}(x)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \xi_{1n}(x)\frac{\partial f}{\partial x_n}$$

$$- \quad - \quad - \quad -$$

$$X_r f \equiv \xi_{r1}(x)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \xi_{rn}(x)\frac{\partial f}{\partial x_n}$$

ニ於テハ,

$$Xf \equiv \xi_1(x)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \xi_n(x)\frac{\partial f}{\partial x_n}$$

$$\equiv e_1 X_1 f + e_2 X_2 f + \cdots + e_r X_r f$$

$$= \Big(\sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{j1}\Big)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \Big(\sum_{j=1}^{r} e_j \xi_{jn}\Big)\frac{\partial f}{\partial x_n}$$

e's : const

之ノ Xf ハ $x_i' = x_i + \frac{t}{1!}Xx_i + \frac{t^2}{2!}X^2 x_i + \cdots$

ヲ define スル,

之ノ Xx_i, X^2x_i ハ明カニ $e_1, e_2, \cdots e_n$ ノ

一次, 二次 etc ノ homogener Ausdruck ナリ

$a_1 = te_1, \cdots a_r = te_r$ トオクト

$$x_i' = x_i + \sum_{j=1}^{r} a_j \xi_{ji} = x_i + \sum_{j=1}^{r} a_j X_j(x_i) + \cdots$$

トナル, 而シテ

$\frac{\partial(x_1' \cdots x_n')}{\partial(x_1 \cdots x_n)} = 1 \neq 0$ ナレバ上ノ式ハ

$a_1 = 0 \ a_2 = 0 \cdots a_r = 0$ ノ近傍ノ transf. ナリ

之レト $x_i' = x_i + \frac{t}{1!} X(x_i) + \cdots$

$$y_i' = y_i + \frac{t}{1!} Y(y_i) + \frac{t^2}{2!} Y^2(y_i) + \cdots$$

然ルニ Ω ノ Transf ハ y_i ヲ x_i ニカヘ、ソレヨリ x_i' ニカヘソレヨリ y_i' ニカヘシタノデアル、

然ルニ $T^{-1}ST$ ナリ、

故ニ
$$\left.\begin{aligned} y_1 &= \varphi_1(x) = \Omega_1(x) \quad \cdots \\ y_{n-1} &= \Omega_{n-1}(x) \\ y_n &= \varphi_n(x) \end{aligned}\right\} \quad \frac{\partial(\Omega_1 \cdots \Omega_{n-1} \varphi)}{\partial(x_1 \cdots x_n)} \neq 0$$

トナレバ、
$$Yf = \sum X(y_n) \frac{\partial f}{\partial y_n} = X(\varphi_n) \frac{\partial f}{\partial y_n}$$

故ニ $X\varphi_n = 1$ ナル様ニトレバ、
$$Yf = \frac{\partial f}{\partial y_n}.$$

故ニ $t=0$ ノ Umgebung ニテ
$$y_1' = y_1 \quad \cdots \quad y_{n-1}' = y_{n-1} \quad y_n' = y_n + t$$

之ヲ以テ Eingliedrige Gruppe ノ Transf ハ Verschiebung ナリ。

§7 Erster Fundamentalsatz

r個 ノ inf. Transf

$$\delta x_i = (X x_i)\,\delta t$$

ハ

トナル。之ガ Infinites. Transf.

記号 $X x_i$ ハ … … ニヨリ変化スベキ δx_i

ノ分量ヲ示スモノ、

$$Xf \equiv \xi_1(x)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \cdots + \xi_n(x)\frac{\partial f}{\partial x_n},$$

之ハ Inf. Transf. ノ measure デアルカラ、

∴ Xf ヲ以テ infinit. Transf. トスル。

a(b)

又係数 $\xi_1(x) \cdots \xi_n(x)$ ハ Transf. ノ Bahnkurve

ノ Richtungskosinus ニ比例シ、

∴ Bahnkurve ノ Dif Gl ハ

$$\frac{dx_1}{\xi_1} = \cdots = \frac{dx_n}{\xi_n} = dt,$$

$$S:\ x_i' = f_i(x;t)$$

ニ $T:\ y_i = \varphi_i(x_1, x_2 \cdots x_n)$　$i = 1, 2, \cdots n$

ナル Transf. ヲ以テ S ノ Variable ヲ変ヘル。

ソレニ Xf ノ → … ヲ如何ニ変ズルカ。(∵ 之ヲ

Transf ヲ Define セシム)

$$Xf = \sum_{i=1}^{n} \xi_i(x)\frac{\partial f}{\partial x_i} = \sum_{h=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial y_h}\sum_{i=1}^{n} \xi_i(x)\frac{\partial y_h}{\partial x_i}$$

$$= \sum_{h=1}^{n} X(y_h)\frac{\partial f}{\partial y_h}$$

x's ヲ y's ニテ表ハシ、$X(y_h) \equiv \eta_h(y)$

$$Xf = \sum \eta_h(y)\frac{\partial f}{\partial y_h} \equiv Yf.$$

$$Xf = \xi_1(x_1, x_2, \cdots x_n)\frac{\partial f}{\partial x_1} + \xi_2(x)\frac{\partial f}{\partial x_2} + \cdots + \xi_n(x)\frac{\partial f}{\partial x_n}.$$

$$\xi_i(x) = X x_i \quad , \quad i = 1, 2, \cdots n$$

$$\frac{d\xi_i(x)}{dt} = \sum_{h=1}^{n} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_h}\xi_h(x) = X\xi_i(x)$$

$$= X(X x_i) = X^2 x_i$$ (意味ハ以下ニ説明)

一般ニ. $\frac{d^{s-1}\xi_i(x)}{dt^{s-1}} = X \overset{s\;x_i}{\underline{\xi_i(x)}}$

故ニ $x_i' = x_i + \frac{t}{1!}X x_i + \frac{t^2}{2!}X^2 x_i + \cdots + \frac{t^s}{s!}X^s x_i$

N.B. $X^2 f = \sum_{i=1}^{n} \xi_i \frac{\partial}{\partial x_i}\sum_{h=1}^{n}\xi_h \frac{\partial f}{\partial x_h}$

$$= \sum_{i=1}^{n}\sum_{h=1}^{n}\xi_i\xi_h\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_h} + \sum_{h=1}^{n} X(\xi_h)\frac{\partial f}{\partial x_h}$$

ナ意味ニ,

$\therefore X^2 x_i \sim \cancel{\sum_{h=1}^{n}} X(\xi_i)$

$\therefore X^2 x_i = X(X x_i)$.

N.B. $f(x') = f(x) + \frac{t}{1!}Xf(x) + \frac{t^2}{2!}X^2 f(x) + \cdots$

略シテ, $= e^{tX} f(x)$

但シ $\frac{dx_h}{dt}$ ハ即チ $\xi_h(x)$ ナルモノトス,

$$x_i' = x_i + \frac{t}{1!}X x_i + \cdots$$

ニ於テ t ノ僅カナ変化 δt トスルト. ソノ時ノ $x_i' - x_i = \delta x_i$
(from $t=0$)

ソノ解ハ積分ノ n−1 eq. ナリ。∴ arb. const ハ n−1 個。

一ツノ Bahnkurve 上ノ点ヲ Transf. $x_i' = f_i$ デ

$(x_1' \dots x_n')$ ニ移ス點モ亦同一ノ Bahnkurve 上ニアル。此ノ Bahnkurve ハ

$A(x_1 \dots x_n)$ Gruppe ノ Transf ノ Invariante Kurve ナリ。

之レ即チ、Gruppe ノ Transf ハ Bahnkurve ニソッテノ verschiebung デアルコトガ分ル。

Infinitesimal Transf.

今我々ノ Gruppe ヲ

$$\frac{dx_i'}{dt} = \xi_i(x_1' \dots x_n') \qquad i=1,2,\dots n$$

デ define サレテヰルトスル。$t=0$ デ operation ハ Identische トス。ソレデ $t=0$ ノ近傍ニテ

$$x_i' = x_i + \frac{t}{1!}\left(\frac{dx_i'}{dt}\right)_{t=0} + \frac{t^2}{2!}\left(\frac{d^2x_i'}{dt^2}\right)_{t=0} + \dots$$

t ニ展開ガ出来ル

$$= x_i + \frac{t}{1!}\xi_i(x) + \frac{t^2}{2!}\frac{d\xi_i(x)}{dt} + \dots + \frac{t^s}{s!}\frac{d^{s-1}\xi_i(x)}{dt^{s-1}} + \dots$$

但シ $\frac{dx_i}{dt}$ ニハ $\xi_i(x)$ ヲオクモノトス。

$$\because \left.\frac{d^2x_i}{dt^2}\right|_{t=0} = \left.\frac{d\xi_i(x)}{dt}\right|_{t=0} = \sum_k \frac{\partial \xi_i(x)}{\partial x_k'}\left.\frac{dx_k'}{dt}\right|_{t=0} = \sum \frac{\partial \xi_i(x)}{\partial x_k}\xi_k(x)$$

ヲ逐次(iterate)行ナフモノハ ~~收斂セシムルヲ得~~,

$$\begin{cases} \Omega_i(x'') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(x'') = \Omega_i(x) + t + t') \end{cases}$$

又

$$\begin{cases} \Omega_i(\bar{x}') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(\bar{x}') = \Omega(x) + t' \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Omega_i(\bar{x}'') = \Omega_i(\bar{x}') \\ \Omega_n(\bar{x}'') = \Omega_i(\bar{x}') + t \end{cases}$$

故ニ $\begin{cases} \Omega_i(\bar{x}'') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(\bar{x}'') = \Omega_n(x) + t' + t, \end{cases}$

$\therefore \begin{cases} \Omega_i(x'') = \Omega_i(\bar{x}'') \\ \Omega_n(x'') = \Omega_n(\bar{x}'') \end{cases}$ $\quad \therefore \; x_i'' = \bar{x}_i'' \quad i = 1, 2, \cdots n)$

12月5日.

Geometrische Deutung der Eingliedrige Gruppe

$$x_i' = f_i(x_1, \cdots x_n; t) \qquad i = 1, 2, \cdots n.$$

ヲ eingl. eigentliche Gruppe トス.

t ヲ変化サスト $(x_1' \cdots x_n')$ $t=0$ ニ於テハ $(x_1 \cdots x_n)$ ナル一ツノ n-dimensionale Komplexe Kurve ヲ画ク.

図形ノコトハ Eindimensional Mannigfaltigkeit デアル.

コノ Mannig. ヲ Gruppe ノ Bahnkurve. Initial Pt

$(x_1 \cdots x_n)$ ノトリ方ニヨリ, Bahnkurve ハ ∞^{n-1} アル,

$\because$ Bahnkurve ハ $\Omega_1(x') = \Omega_1(x) = c \;\cdots$

$$\Omega_{n-1}(x') = \Omega_{n-1}(x) = c_{n-1}$$

$\Omega_n(x') = \Omega_n(x) + t$ 　カラ t ヲ消去シテ得ラレル.

$$\Omega_n(x_1' x_2' \cdots x_n') = \Omega_n(x_1, x_2 - x_n) + t$$

トナル。

即チ Ω_n ノ
Ω_n ハ x's ノ中ニ $\Omega_1 \cdots \Omega_{n-1}$ ヲ含マヌモノ、

取リ得ルトナル。

ソノ system of eq. $\dfrac{\partial(\Omega)}{\partial(x')} \neq 0$ （Ω_n ヲ取ルトキハ $\Omega_1 \cdots \Omega_{n-1}$ ト共ニ互ニ indep ナモノヲトル）

コノ変換ハ Gruppe ヲナス。

$$\because \quad (1) \begin{cases} \Omega_i(x') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(x') = \Omega_n(x) + t \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Omega_i(x'') = \Omega_i(x') \\ \Omega_n(x'') = \Omega_n(x') + t' \end{cases}$$

二重変換ハ

$$\begin{cases} \Omega_i(x'') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(x'') = \Omega_n(x) + t + t' \end{cases}$$

故ニ閉的トナル

次ニ eigentlich ナリ。

$$\Omega_i(x') = \Omega_i(x)$$

$$\Omega_n(x') = \Omega_n(x)$$

$$\frac{\partial(\Omega)}{\partial(x')} \neq 0, \qquad \therefore x_i' = x_i \quad i = 1, \cdots n.$$

∴ $t=0$ ノ時 transf ハ identisch.

次ニ Vertauschbar

$$\because \begin{cases} \Omega_i(x') = \Omega_i(x) \\ \Omega_n(x') = \Omega_n(x) + t \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega_i(x'') = \Omega_i(x') \\ \Omega_n(x'') = \Omega_n(x') + t' \end{cases}$$

$(n-1)$ 個ノ独立函数 $\Omega_1(x_1' \cdots x_n') = C_1, \cdots \Omega_{n-1}(\,') = C_{n-1}$

ヲ有シ $\xi_1(x')\frac{\partial\varphi}{\partial x_1'} + \xi_2(x')\frac{\partial\varphi}{\partial x_2'} + \cdots + \xi_n(x')\frac{\partial\varphi}{\partial x_n'} = 0$

ノ primäres Integral ナリ

即

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial\Omega_1}{\partial x_1'} & \frac{\partial\Omega_1}{\partial x_2'} & \cdots & \frac{\partial\Omega_1}{\partial x_n'} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial\Omega_{n-1}}{\partial x_1'} & & \cdots & \frac{\partial\Omega_{n-1}}{\partial x_n'} \end{bmatrix}$$

ノ rank ハ $n-1$.

故ニ $\frac{\partial(\Omega_1 \cdots \Omega_{n-1})}{\partial(x_1' \cdots\cdots x_{n-1}')} \neq 0$ トス.

$\Omega_i(x') = C_i \quad i=1,2,\cdots n-1$, ヲ解クト,

$x_i' = f_i(x_n'; C_1 \cdots C_{n-1}) \quad i=1,\cdots n-1$

然ルニ又 $\frac{dx_n'}{\xi_n(x_1' \cdots x_n')} = dt$

ニ代入シ $\frac{dx_n'}{f_n(x_n', C_1 \cdots C_{n-1})} = dt$

之ヲ $\int$ シテ $\Omega_n(x_n', C_1 \cdots C_{n-1}) = t + C_n$

然ルニ $t=0$; $x_n' = x_n$ (gegeben) トセルバ,

$\Omega_n(x_n', C_1 \cdots C_{n-1}) = \Omega_n(x_n, C_1 \cdots C_{n-1}) + t$

$x_n' = x_n$ ノ時ニ $x_i' = x_i$ (geg) $i=1,2,\cdots n-1$

故ニ $\Omega_1(x_1', x_2' \cdots x_n') = \Omega_1(x_1, x_2 \cdots x_n)$

$\Omega_{n-1}(\ ,\ ,\ ) = \Omega_{n-1}(\ ,\ ,\ )$

$$= f_i(x'; a^0)$$

此ノ $a_1 = a_1^0 \cdots a_r = a_r^0$ ニ於テハ identical transf ナラバトイフコトニナル。

逆ニ Identical transf ヲ持ツ group ハ eigentlich 此ノ二ツガ互ニ逆ニ対応スル。

∵ $x_i' = f_i(x; a^0)$ $= x_i$ トスル。（互ニ逆）

$$x_i' = f_i(x, a) \qquad x_i'' = f_i(x'; a)$$

ヲ重複スル時 $x_i'' = f_i(x, c)$

$$c_j = \varphi_j(a, b)$$

∴ a ヲ任意ニ与ヘル時 $c_j = a_j^0 = \psi(a; b)$

ヲ満足スル様ナ b ガアルトスレバ

$$x_i'' = f(x_i'; b) \text{ ト } x_i' = f(x_i; a) \text{ トハ}$$

互ニ逆ニナッテ居ルコトニナル。

故ニ eigentlichen group ハ Gruppe 中ニ identische transformation ガ含マレテ居ナケレバナラヌ。

例ヘバ

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= \xi_1(x_1 \cdots x_n) \\ &\cdots\cdots \\ \frac{dx_n}{dt} &= \xi_n(\ \cdot\ ,\ \cdot\ ) \end{aligned}\right\}$$

ヲ

$$\frac{dx_1}{\xi_1} = \cdots = \frac{dx_n}{\xi_n} = dt$$

ト書キ、之ヲ積分スレバ次ノ如クナル。

§6. Eingliedrige Gruppe

$$x_i' = f_i(x_1, x_2 \cdots x_n; a) \qquad i=1, \cdots n$$

ガ Gruppe ヲ成スル條件ハ §5 ニヨリ Fund. gl. ハ

$$\frac{dx_k'}{da} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x') \, \xi_h(x') \psi(a)$$

トナル。

$$\int_{a_0}^{a} \psi(a) da \equiv t$$

トオケバ

$$\frac{dx_i'}{dt} = \xi_i(x')$$

$\boxed{\text{Satz}}$ 逆ニ system $\dfrac{dx_i'}{dt} = \xi_i(x_1', x_2' \cdots x_n')$

$$i = 1, 2, \cdots n$$

ハ一ツノ eigentliche (vertauschbare) Gruppe ヲ define スル。

(之ハ 1 para ノ時ノ suff. cond トナル。)

一般ニ $\quad x_i' = f_i(x_1, \cdots x_n; a_1, \cdots a_r)$

$$i = 1, 2, \cdots n$$

ノ transf ガ二ツヅツ互ニ逆ニ對應スル場合、ソレカラ出来ル gruppe ハ eigentlich トイフ。

何故ナレバ逆變換トハ $x_i' = f_i(x; a)$ トイフ變換 ノ transf 内ニ $x_i = f_i(x'; \bar{a})$ ナル transf ガアルコトヲ意味スル。ソコデ group ノ各 transf ニ逆ガアルコトニナル。

$$x_i' = f_i(f(x'; \bar{a}); a) = x_i'$$

$$\sum_{j=1}^{r} e_j \alpha_{jk}(a)$$ ハ a ノミノ函数ナリ.

$\therefore$ $x'_k = f_k(x;a)$, $k = 1, 2, \dots n$

$$A_1(a)\frac{\partial f}{\partial a_1} + \cdots + A_r(a)\frac{\partial f}{\partial a_r} = 0$$

ヲ満ス、之ハ a's ガ wesentlich ナル仮定ニソムク.

q.e.d.

Ex.
$$x'_1 = a_1 + x_1 \cos a_3 - x_2 \sin a_3$$
$$x'_2 = a_2 + x_1 \sin a_3 + x_2 \cos a_3$$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial x'_1}{\partial a_1} = 1, \quad \frac{\partial x'_1}{\partial a_2} = 0. \quad \frac{\partial x'_1}{\partial a_3} = a_2 - x'_2 \\ &\frac{\partial x'_2}{\partial a_1} = 0, \quad \frac{\partial x'_2}{\partial a_2} = 1, \quad \frac{\partial x'_2}{\partial a_3} = -a_1 + x'_1 \end{aligned}\right\}$$

$$\begin{vmatrix} \xi_{11} & \xi_{21} & \xi_{31} \\ \xi_{12} & \xi_{22} & \xi_{32} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x'_2 \\ 0 & 1 & -x'_1 \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} \psi_{11} & \psi_{21} & \psi_{31} \\ \psi_{12} & \psi_{22} & \psi_{32} \\ \psi_{13} & \psi_{23} & \psi_{33} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ a_2 & -a_1 & -1 \end{vmatrix}$$

N.B. 上ノ Fund. Gl. 及ビ ψ's ξ's ノ性質ハ
$x'_i = f_i(x;a)$ ガ Gruppe ヲナス為ノ necessary condition ナリ.

た=0 となる。

$$\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\psi_{jk}(a)$$

$= \sum_k J_{1k}$ をかけると

(但し、J_{1k} とは J の中の ψ_{1k} の cofaktor とす)

$$\sum_{k=1}^{r} J_{1k}(a)\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\sum_{k=1}^{r} J_{1k}\psi_{jk}$$

$$=0.$$

∴ $x'_h = f_h(x;a)$ は $A_1(a)\frac{\partial f}{\partial a_1} + \cdots + A_r(a)\frac{\partial f}{\partial a_r} = 0$

なる形の式を満足することになる。之は a's の wesentlich なることに矛盾する。

$$\therefore J = |\psi_{jk}| \neq 0, \quad \text{となるべし。}$$

(2) $$e_1\xi_{1h}(x') + e_2\xi_{2h}(x') + \cdots + e_r\xi_{rh}(x') = 0$$

$$h = 1, 2, \ldots n$$

なる関係が恒等的に成り立つ様な const $e_1 \ldots e_r$ は存在せず。

$$\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\psi_{jk}(a)$$

之に於て $|\psi_{jk}| \neq 0$ なれば、$\xi_{jh}(x')$ $(j=1 \ldots r)$ について解ける。

$$\xi_{jh}(x') = \sum_{k=1}^{r} \alpha_{jk}(a)\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} \qquad j=1, \ldots r$$

$$\sum_{j=1}^{r} e_j\xi_{jh}(x') = \sum_{k=1}^{r}\left(\sum_{j=1}^{r} e_j\alpha_{jk}(a)\right)\frac{\partial x'_h}{\partial a_k}$$

$$(h=1, 2, \ldots n)$$

之が0なる為には、e's は const なれば

之ヨリ今求ムル $\frac{\partial x'_h}{\partial a_k}$ ヲ作レバ、

$$\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \Xi_{jh}(x';b)\frac{\partial b_j}{\partial a_k}$$

他方． $c_l = \varphi_l(a;b) \qquad l=1,\dots r$

ナル関係ヨリ c_l ヲ微分シテ

$$0 = \frac{\partial\varphi_l}{\partial a_k} + \sum_{j=1}^{r} \frac{\partial\varphi_l}{\partial b_j}\frac{\partial b_j}{\partial a_k}$$

$\frac{\partial(\varphi)}{\partial(b)} \neq 0$ ナレバ、之ヨリ $\frac{\partial b_j}{\partial a_k}$ ヲ作レバ、

$$\frac{\partial b_j}{\partial a_k} = \Psi_{jk}(a;b)$$

之ヲ代入スレバ

$$\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \Xi_{jh}(x';b)\,\Psi_{jk}(a,b)$$

左辺ハ b ニ関係セズ、之ハ b ニ適當ナル数値ヲ入レタトキ、第一ノ函數ハ $\xi_{jh}(x')$ 第二ノ函數ハ $\psi_{jk}(a)$ ナル形トナル。

Endlich $\qquad \frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\,\psi_{jk}(a)$ Q.E.D.

Was zu beweisen ist.

$\boxed{\text{Eigenschaften von } \psi\text{'s, } \xi\text{'s}}$

(1) $$J \equiv \begin{vmatrix} \psi_{11} & \cdots & \psi_{1r} \\ \psi_{21} & \cdots & \psi_{2r} \\ \psi_{r1} & \cdots & \psi_{rr} \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\therefore\ \frac{\partial(\varphi)}{\partial(a)} \neq 0.$$

§5. Fundamentalgleichungen

$\boxed{\text{Satz}}$ wesentliche Transf $x' = f(x; a)$ ガ r-param. Gruppe ヲナス為ニハ

$$\frac{\partial x'_h}{\partial a_k} = \sum_{j=1}^{r} \xi_{jh}(x')\, \psi_{jk}(a) \,. \quad \begin{cases} h=1,2,\dots n \\ k=1,2,\dots r \end{cases}$$

ナル関係ガ成リ立ツ事 (nr個)

ココニ ξ's ハ $x'_1\, x'_2 \dots x'_n$ ノミ, ψ's ハ $a_1 \dots a_r$ ノミノ函数ナリ

$\because$
$$x'_i = f_i(x; a)$$
$$x''_i = f_i(x', b)$$
$$x''_i = f_i(x, c)$$
$$\therefore\ c_j = \varphi_j(a, b)$$

ナル関係アルニ.

$$f_i(x'; b) = f(x; c)$$

ヲ $c_j = \varphi_j(a, b)$ ハ b ニテ解ケルカラ $b_j = \psi_j(a; c)$

トシテ a_k デ微分スルト

$$\sum \frac{\partial f_i(x'; b)}{\partial x'_h} \frac{\partial x'_h}{\partial a_k} + \sum \frac{\partial f_i(x'; b)}{\partial b_j} \frac{\partial b_j}{\partial a_k} = 0$$

シカルニ $J \equiv \dfrac{\partial(f_1(x'; b) \cdots f_n(x', b))}{\partial(x'_1 \ \cdots\cdots\ x'_n)} \neq 0$

故に

$$f_i(x;c) = f_i(x';b) \qquad x_i' = f_i(x;a)$$

$$c_j = \varphi_j(a;b) \qquad \left\{\begin{array}{l} i=1,\cdots n \\ j=1,\cdots r \end{array}\right.$$

$$\frac{\partial f_i(x';b)}{\partial b_k} = \sum_j \frac{\partial f_i(x;\varphi)}{\partial \varphi_j}\frac{\partial \varphi_j}{\partial b_k}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{r} \alpha_k(a;b)\frac{\partial f_i(x';b)}{\partial b_k} = 0$$

而シテ a's ニ就テ入レテオクト $f_i(x';b)$

ハ $$A_1(b)\frac{\partial f}{\partial b_1} + \cdots + A_r(b)\frac{\partial f}{\partial b_r} = 0$$

ヲ満足スルコトニナル。∴ parameter b ハ wesentlich デナクナルコトニナル。 q.e.d.

然ルニ又、$c_j = \varphi_j(a;b)$ $j=1,2,\cdots r$

ハ b ニ就テハ auflösbar. 之ガ第二ノ假定

③ $\dfrac{\partial(\varphi_1,\cdots\varphi_r)}{\partial(a_1,\cdots a_r)} \neq 0$ ナリ。

$$\because \quad S: x_i' = f_i(x;a)$$

$$S^{-1}: x_i = F_i(x';a)$$

$$T^{-1}: x_i' = F_i(x'';b)$$

$$ST = U \text{ トスレバ } T^{-1}S^{-1} = U^{-1}: x_i = F_i(x'';c)$$

$$c_j = \psi_j(b;a)$$

∴ ② ニヨリ $\dfrac{\partial(c_1,\cdots c_r)}{\partial(a_1,\cdots a_r)} \neq 0$.

∴ a's ハ c's (b's) デ表サレルコトニナル。

∴ $c_j = \varphi_j(a;b)$ ハ a ニ就テモ解ケルコトニナル。

{但シ $\dfrac{\partial(\psi_1 \psi_2 \cdots \psi_r)}{\partial(c_1 c_2 \cdots c_r)} \neq 0$} ナル関係ヲ考ヘル。

(若シ Jacobian $\dfrac{\partial(\psi)}{\partial(c)} = 0$ ナル時ハ、ψ's ノ間ニ funktional relation アリ、従テ r 個以下ノ ψ's デ他ノ ψ ヲ表ハシ得ルコトニナル。而シテ ψ's ハ $f_i(x;c)$ ノ関数式ノ係数ナル故、ソノ r 個以下ノ ψ's ヲモツテ $f_i(x;c)$ ハ表ハサレ $f_i(x;\psi_1, - \psi_{r'})$ トナル筈ハナイ。∴ c's ハ wesentlich ナルベキデアルトイフニ反スル)。

或ハ又 a ト b ノ間ニ funktional relation ガ成立スル時ハ、ソレハ a's, b's ヲ経由シタノデアル。)

$$\left.\begin{aligned} c_1 &= \varphi_1(a;b) \\ c_2 &= \varphi_2(a;b) \\ &\cdots \\ c_r &= \varphi_r(a;b) \end{aligned}\right\} \text{in einem Bereich}$$

之ガ group ヲ作ル為ノ ノ関係、

② 又 $\dfrac{\partial(\varphi_1 \cdots \varphi_r)}{\partial(b_1 \cdots b_r)} \neq 0$ ナルベキデアル

∵ 若シ 0 ナラ

$$\left.\begin{aligned} \alpha_1\frac{\partial\varphi_1}{\partial b_1} + \alpha_2\frac{\partial\varphi_1}{\partial b_2} + \cdots + \alpha_r\frac{\partial\varphi_1}{\partial b_r} &= 0 \\ \alpha_1\frac{\partial\varphi_2}{\partial b_1} + \cdots \quad &= 0 \\ \alpha_1\frac{\partial\varphi_r}{\partial b_1} + \cdots + \alpha_r\frac{\partial\varphi_r}{\partial b_r} &= 0 \end{aligned}\right\}$$

ヲ満ス 係数 $\alpha(a;b)$'s ガ存在スル。

…ガ $f_i(x;a)=f_i(x;A)$

トナラヌコト、ニ、ρ個ガ wesentlich,

十一月廿一日

§4. Transformationsgruppe

$S:\ x_i'=f_i(x_1,x_2\cdots x_n;a_1,a_2\cdots a_r)$

$i=1,2,\cdots n$

ナル Wesentlicheparameter ヲモツタ一ツノ transformation.

次ニ $T:\ x_i''=f_i(x_1',x_2',\cdots x_n';b_1,b_2\cdots b_r)$

ヲ行フ。b's ハ a's ノ値如何ニハヨラヌモノ.

$ST\equiv U$

$U:\ x_i''=f_i(x_1,x_2\cdots x_n;c_1,c_2,\cdots;c_r)$

(但シ a's, b's, c's: 同ジ domain ニアルトスル)

ナル時ニハ ∞^r ノ transf ハ r-parametrige (r-gliedrige) Transf. gruppe. ヲナスト云フ.

(endlich トモ云フ. parameter ノ数ガ有限個ナルトノ意味ニ.)

① ヨリ $f_i(x;c)=f_i(f(x;a);b)$

両辺ヲ x's ノ power series ニ展開シ coef ヲ比較スル.

$\varphi_1(c_1,c_2,\cdots c_r)=\Phi_1(a;b)$

$\varphi_2(c_1,c_2,\cdots c_r)=\Phi_2(a;b)$

$\cdots\cdots$

$\varphi_r(c_1,c_2,\cdots c_r)=\Phi_r(a;b)$

matrix ノ係数ノ rank ハ $\bar{\rho}(<r)$ トナル.

$$\alpha_1 \frac{\partial^{s+1} f_i}{\partial a_1 \partial x_{k_1} \cdots \partial x_{k_s}} + \alpha_2 \frac{\partial^{s+1} f_i}{\partial a_2 \partial x_{k_1} \cdots \partial x_{k_s}} + \cdots + \alpha_r \frac{\partial^{s+1} f}{\partial a_r \cdots}$$

$= 0$,

$\bar{\rho} \neq 0$ トナルト $\alpha_{r-\bar{\rho}+1} \cdots \alpha_r$ ハソレ以外ノ係数ノ determ サレル.

$\therefore \alpha_{r-\bar{\rho}+j} = \lambda_{j1}\alpha_1 + \cdots + \lambda_{j\,r-\bar{\rho}}\alpha_{r-\bar{\rho}}$ $j = 1, \cdots r$

之ヲ x_l デ diff スル

$$\frac{\partial \alpha_{r-\bar{\rho}+j}}{\partial x_l} = \lambda_{j1} \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_l} + \cdots + \lambda_{j\,r-\bar{\rho}} \frac{\partial \alpha_{r-\bar{\rho}}}{\partial x_l}$$

$$\therefore \sum \alpha_r \frac{\partial \lambda_{j1}}{\partial x_l} = 0.$$

$\therefore$ 初メノ $\alpha_1, \cdots \alpha_{r-\bar{\rho}}$ ヲ x ヲツクマヌナレバヨシ

即チ x = indep.

$\therefore$ $\alpha_1 = 1$, $\alpha_2 = \cdots = \alpha_r = 0$

$\alpha_2 = 1$, $\alpha_1 = \alpha_3 \cdots = 0$

$\cdots$

$\alpha_{r-\bar{\rho}} = 1$ $\alpha_1 = \cdots \alpha_{r-\bar{\rho}-1} = 0$

$$\frac{\partial f}{\partial a_1} + \cdots \frac{\partial f}{\partial a_{r-\rho+1}} \qquad = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_{r-\bar{\rho}}} + \cdots \cdots \qquad = 0$$

$f_1 \cdots f_r$: vollst syst ヲツクル.

$\bar{\rho}$ 個ノ param $A_1(\alpha) - A_{\bar{\rho}}(\alpha)$

∴ $Y_1 f \cdots Y_r f$ ノ Jac. Syst

∴ 上ノ計算ヲ繰返スコトニヨッテ $r-1$ 回, 前ノニ合
一ツノ系統式

$$\xi_r(z)\frac{\partial f}{\partial z_r} + \cdots + \xi_n(z)\frac{\partial f}{\partial z_n} = 0 \quad (a)$$

ト $Y_2 f=0 \cdots Y_r f=0$ ノ integral $f(y_2 \cdots y_n)$
ハ $Y_1 f=0$ ヲモ満足スル故 Voll Syst ノ integral
デアル。ト計算シテ (a) ノ $n-r$ ノ indep. int. ハ結局
全体ノ syst ノ integ トナル。
故ニ $X_1 f=0 \cdots X_r f=0$ ハ $n-r$ ノ indep. int
ヲモッテヰル。

積分ニ於ケル Mayer's method ト云フモノガアル。

$$x_i' = f_i(x_1 \ldots x_n; a_1 \ldots a_r) \qquad i=1,2,\ldots n$$

(a's) ノ何個が wesentlich ?

$$M \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a_1} & \\ \vdots & \\ \frac{\partial f_n}{\partial a_1} & \end{bmatrix} \quad \rho \qquad M_1 \equiv \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial a_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial a_r} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial a_1} & & \\ \frac{\partial f_1}{\partial a_1 \partial x_1} & & \vdots \\ \vdots & & \\ \frac{\partial f}{\partial a_1 \partial x_n} & & \end{bmatrix} \quad \rho'$$

$$\rho < r \qquad \rho \leq \rho' .$$

ナル transf ヲ考ヘル。之ガ之ノ Jac. Sys ヲ transf シテ

$$\begin{cases} X_1 f = \sum_{p=1}^{n} X_1(y_p)\dfrac{\partial f}{\partial y_p} = X_1(y_1)\dfrac{\partial f}{\partial y_1} = 0 \\ X_2 f = \sum X_2(y_p)\dfrac{\partial f}{\partial y_p} \\ \cdots\cdots \\ X_r f = \sum X_r(y_p)\dfrac{\partial f}{\partial y_p} \end{cases}$$

ハ

$$\begin{cases} Y_1 f \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y_1} \\ Y_2 f \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y_2} + \eta_{2\,r+1}\dfrac{\partial f}{\partial y_{r+1}} + \cdots \eta_{2n}\dfrac{\partial f}{\partial y_n} \\ \cdots\cdots \\ Y_r f \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y_r} + \eta_{r\,r+1}\dfrac{\partial f}{\partial y_{r+1}} + \cdots \eta_{rn}\dfrac{\partial f}{\partial y_n} \end{cases}$$

ナル syst ニ equival ニナル。

之ハ $\dfrac{\partial f}{\partial y_1}$ ヲ $X_2 f \cdots X_r f \cdots$ カラ消シタモノ J. Sys ニナルカラデアル。

($y_2 - y_r$ ハ之ノ $X_2 f \cdots X_r f$ ノ transf. $y_2 - y_r$ ニアタルカドウカワカラヌ。)

η's ハ y_1 ヲフクマヌ。

$$\left(\because\ (Y_1 Y_i) f = \sum \frac{\partial \eta_{ip}}{\partial y_1}\frac{\partial f}{\partial y_p} \equiv 0\right)$$

之等ハ $X_1 f, \ldots X_r f$ ト equivalent ナリ.

∴ $(X_1' f, \ldots X_r' f)$ ハ vollst. Sys.

$$(X_i' X_j') f = \sum_{p=1}^{n} (X_i'(\xi_{jp}') - X_j'(\xi_{ip}')) \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

$$= \sum_{p=r+1}^{n} (\ldots) \frac{\partial f}{\partial x_i}$$

∵ $p = 1, \ldots r$ ノ係数ハ 0, or 1.

コレガ Voll. Syst ナレバ

$$= \lambda_1 X_1' f + \cdots + \lambda_r X_r' f.$$

$$\lambda_1 = \cdots = 0.$$

∴ $X_1' f$ etc ハ Jac. Sys ヲナス.

Integration

$$\left.\begin{aligned} X_1 f &= \frac{\partial f}{\partial x_1} + \xi_{1r+1} \frac{\partial f}{\partial x_{r+1}} + \cdots + \xi_{1n} \frac{\partial f}{\partial x_n} \\ &\vdots \\ X_r f &= \frac{\partial f}{\partial x_1} \cdots \cdots + \xi_{rn} \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{aligned}\right\}$$

* J. Sys. トス.

$X_1 f = 0$ ノ $(n-1)$ ノ primäres Integral ヲ

$\varphi_2(x_1 \ldots x_n)\ \varphi_3(x)\ \ldots\ \varphi_n(x) = \text{const}$

(互ニ indep.)

$y_1 = \varphi_1(\ldots)$

$y_2 = \varphi_2(\ldots)$

$y_n = \varphi_n(\ldots)$

$$\frac{\partial(\varphi_1 \ldots \varphi_n)}{\partial(x_1 \ldots x_n)} \neq 0$$

11月14日.

Jacobi's System

$X_1f, \ldots X_rf$: vollst. System ヲ作ルトキ

ニヨリ umbh. デアリ, Klammer Ausdruck

$(X_i X_j)f$ ガ $X_1f \ldots X_rf$ デ linear darstellbar

ナルトキ,

ソノ中特ニ $(X_i X_j)f \equiv 0$ ナル時 Jacobi's System

トイフ,

サテ $X_1f \ldots X_rf$ ガ vollst. system デアレバ

Jacobi's Sys. ニナオシ得ル. Matrix

$$\begin{bmatrix} \xi_{11} & \xi_{12} & \cdots & \xi_{1n} \\ & \cdots & \cdots & \\ \xi_{r1} & & \cdots & \xi_{rn} \end{bmatrix}$$

ノ rank ハ r デアル.

$\therefore\ \Delta \equiv \begin{vmatrix} \xi_{11} & \cdots & \xi_{1r} \\ \xi_{r1} & \cdots & \xi_{rr} \end{vmatrix} \neq 0$ ト考ヘヨウ.

Δ_{ij} : ξ_{ij} ノ Cofactor

$$\sum_{i=1}^{r} \frac{\Delta_{i1}}{\Delta} X_i f$$

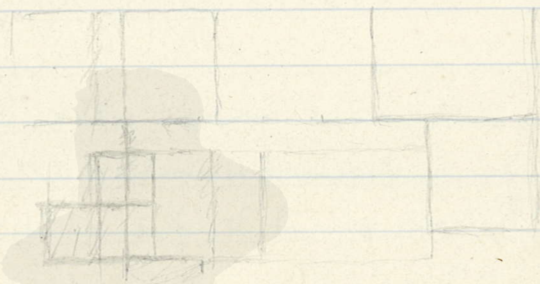
$$X_1'f \equiv \frac{\partial f}{\partial x_1} + \xi'_{1\,r+1} \frac{\partial f}{\partial x_{r+1}} \cdots + \xi'_{1n} \frac{\partial f}{\partial x_n}$$

$\xi'_{1\,r+1}, \ldots \xi'_{1n} = fn(x_1 \ldots x_n)$

同様ニ $X_2'f \equiv \frac{\partial f}{\partial x_2} + \xi'_{2\,r+1} \frac{\partial f}{\partial x_{r+1}} \cdots + \xi'_{2n} \frac{\partial f}{\partial x_n}$

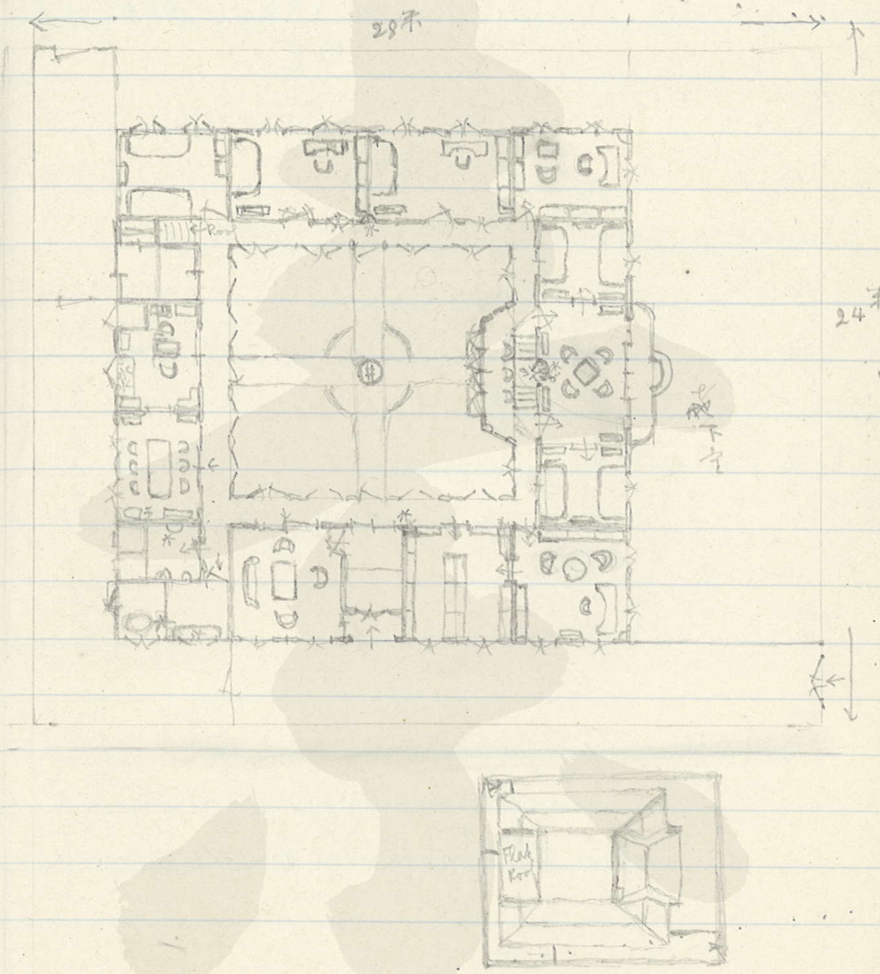
$\cdots\cdots$

$$X_r'f \equiv \frac{\partial f}{\partial x_r} + \xi'_{r\,r+1} \frac{\partial f}{\partial x_{r+1}} \cdots + \xi'_{rn} \frac{\partial f}{\partial x_n}.$$



14×12=168坪

北



Andalusia

Bohr: Atomtheorie und Naturbeschreibung 1931

Heisenberg: Physikalische Prinzipien der Q.T. 1930

Dirac: Principle of Quantum Mechanics 1930.

Broglie: Introduction à l'Étude de la Mécanique Ondulatoire. 1930

Weyl: Gruppentheorie und Q.M. 1 aufl. 1928 2 aufl. 1931.

Schrödinger: Abhandlungen zur W.M.

(Born u. Jordan: Elementare Quantenmechanik)

(Sommerfeld:)

(Frenkel:)

Planck: Universe in the light of modern physics p.110 2.25

Das Weltbild der neuen Physik

構造ノ単純性、
内的構図ノ明瞭、、

ニ、法則トイッテモ現実ノ世界ヲ限定スル方便トシテノ法則デアッテ、論理ノ法則ノ如キ法則ノ如キモノハ含マレテ居ナイ。何トナレバ斯ノ如キ法則ハ~~事~~ト論理ト言葉トノカラ出ル。一ツノ法則ヲ表現スル言葉ガ矛盾~~デアル様ニ定メラレタ概念ガ含マレテヰナイ~~。ニ條件ハコレヲ充足スル様ニ概念ヲ含ムノデアルカラデアル。

コレニ物理学ノ法則ハ必然的デナイノガ universal ナ法則デアルト要求サレルガ、ソレハ凡テノ適用ヲ経験ノ範囲内ニ限ルコトヲ意味シテヰル。即チ法則ハ一ツノ Postulat デアルト云フ意味ヲ有スル。

モシ世界ニ終リガアルナラバ、我々ハ世界ノ終リニ於テ~~普遍性ノ~~法則ノ 経験界ニ関スル限リノ completeness 絶対性ヲ認メルコトガ出来ルデアラウ。モシ又世界ニ終リガナイナラバ、ソレコソ永久ニ 物理 法則ノ絶対性 completeness ヲ認メルコトハ出来ナイデアラウ。

蓋然性ノ法則ト法則ノ蓋然性

○ Adaptation to natural phenomena
現在物理学ノ役目ハ我々ノ考ヘ方ヲ
自然現象ニ適応セシメテ行クコトデアル。
云ヒ換ヘレバ我々ノ法則ニハ必然性ト
蓋然性ヲ認メルガ、極微物理學ニ
ハ必然性ト蓋然性ガ存在スルカ否カ
判定スルノハ将来ノ問題デアル。
根本法則ガ蓋然性ノミヲ持ツトスレバ
如何ナル法則トナルデアラウカ？
従来ノ法則ハ必然性ト蓋然性ヲ云ハ
ズシテ求メテ行ツテ居タ意味ガアルカ。

人ト人トノ間ニ於テハ互ニ適応シテ行クコトガ
出来ル。自然ヲ適応セシメルコトモ出来ル。然シ人間ガ
自然ニ適応スル [illegible] ルコトハ ~~[illegible]~~ カ
カラ知レン。

（此等ノ二ツハ物理ノ法則ノ現在迄ノ発展ノ状態ヲ基礎トシテ述ベタモノデアル [illegible] 将来ハ新ラシク [illegible]）

確率ノ法則ト法則ノ確率、

物理的法則ハ approximation デアツテ ソレハ又 probable デアルトイフベキデアル。即チ実験デハイカナル場合ニ於テモ deviation ハサケラレナイノデアルガ、後者ノ場合ニ於テハ deviation ノ非常ニ大キイ場合モアリ得ルガ、ソノ確率ハ少ナイノデアル。

① 法則ノ近似性ト蓋然性

二十四頁ノ Eddington ノ比喩

Störungsrechnung

② 体系ト全体性

我々ハ体系ヲ求メルノデアル。此ノ体系ガ我々ノ知識ノ体系ノ中ニ取入レラレタ ~~新シイ経験~~ 全体トシテ体系ヲ作リ得ルトイフコトハ [illegible] 体系ノ全体性デアル。

③ 不確定性 (Heisenberg)

原子核ノ理論ニ於テハ Energy ノ ~~[illegible]~~ ~~[illegible]~~ 少数ノ definite ~~[illegible]~~ 値ニ限ラレテキルガ、

原子ノ大キサノ時間的空間的範囲ニ於テハ色々ナ値ヲトリ得ルノデアル。即チ ~~[illegible]~~ Energy ニ関スル法則性ノ記述ガ第一義的トナル。

夏ノ午後

前ノコートデハ盛ナテニスが行ハレ
夏ノ午後、実験室ノ窓ニモタレテ
ソノ枝ノ木ニ、黒葉ノ叢ノ中ニ居ルノハ誰。
カラコトト 木ボクノ 足音が聞エテクル。
梅雨晴レノソラデ緑ノ色がハツキリト浮ブ。
雀がヤッテクル、テントウ虫がヤッテクル。
向フ岸ヘ渡ルトコロヘ来ルノが分ル、何ヲ考ヘルノだロウカ
チットモ分リマセヌ。

テニスニツカレタ学生がヤッテキテ 近クノ窓ニ
寄ッテイル。モウ何 色ハ白ク 顔ハ澄シテミルが、
[illegible]ヲスレテヰル。顔色ノ様子 [illegible]
フラフラトシテ ビールヲ [illegible] ダクッテヰル。
僕モ [illegible] ニ入ルコトカト思ッタが、[illegible] 思ハレ
カナクハナイ。
建物ノ影モ大分長クナッテキタ。
学生ハマダ立上ッテ 盛ナテニスヲハジメル。
小サナ犬がヤッテキテ 僕ニジャレツク。
大キナ犬モキテ 僕ヲカギマハル。
[illegible]がこもってゐるが何ともならぬ。
僕ハ漸ク立上ッテ 教室ノ方ヘモドル。
[illegible]ヘ [illegible] ノヤウ、行キニ [illegible] ツマッテ
ヰル。[illegible]が帰ッテ [illegible] ツカラ [illegible]
盛ナテニスノ音が [illegible] キコエル。

真理ハ動カスコトノ出来ヌモノデアル。山ガ来ヌ時ハ、マ
ホメットガ行カネバナラヌ。自然現象ヲ理解スルニハ我
々ノ方ヘ向ケテ来ル様ナ限リニ於テ適応サセネバナラ
ナイ。真理ハ我等ノ来ルノヲ待ッテ居ル。而シテ
我等ガアラユル努力ヲ以テ近ヅカナケレバソノ真相
ヲ示サヌ。我等ノ一人々々ノ努力ハ性質ニ於テ
モ程度ニ於テモ極メテ局限サレタモノデアル。
我々ハアラユル人ノアラユル試ミヲ~~総合シ~~
~~[illegible]~~組立テノ総合統括スルコトニ依テ
初メテ真理ニ近ヅキ得ル。幾人ノ過去
ノ試ミ、過去ノ理論ハ常ニ、九ツノウチ十ヲ
抜ケテモ十番目ノウチニヒッカカル半十ヲ
残シテアッタ。今後ノ理論モ又、ソレガ理論デ
アル限リ、ソノ幾分カヲ残スデアラウ。
而シテ、我々ハ忘レラレザル真理ニ近ヅクノハ
(発見サレル真理ノ中ニ埋モレルノハ)
ハ我等ノ心ニ試ミノ中ニ生甲斐ヲ発見スル。
(我等ノ能力モ又、ソレガ如何ニ偉大ナモノ
デアラウトモカヽル試ミノ中ニ意義ヲ発
見シ得ル 我等ノ トイフノデアル。)

Atomic Nucleus ノ理論ノ現状.

疑問：1) Radioactive substance カラ Proton ガ出テ来ナイ理由如何. (Jeans Nature 参照)

2) 三ツノ radioactive Series ニ共通ナ現象 即チ α-Disint. ニ伴フ. β-particle ノ数ハ必ズ ~~偶数~~ 0 又ハ 2 デ. 即チ

$\alpha-\beta-\beta$, $\beta-\beta-\alpha$, $\beta<\begin{matrix}\beta-\alpha\\ \alpha-\beta\end{matrix}$

$\alpha-\alpha-\alpha-\alpha$

ナル事ヲ説明スル事.

2ノ理由如何. (Beck: Zs. 50 S548, 1928 参 Gamow: Phys. Zs. 30 S717, 1929 参照)
又 Gamow: Proc. Roy. Soc. 126, 1930 p.632 参照)
之ニ関係アル β-activity. (K, Rb, ‥)

β-ray ガ conti. spectrum ヲモツテ居ル事カラ, 其ノ disintegration ノ際ノ統計的 ~~ナルコトヲ~~ 確立 シテ居ル ナラバ 疑ハシイ事デアラウ。

真理ニ[illegible]在ル意味ノ[illegible]
[illegible]
[illegible]。
我々ハ十九世紀ノ天才[illegible]
[illegible]真理ヲ[illegible]
[illegible]
[illegible]
我等ノ~~サカス~~何處ニ我等ノサカス[illegible]真理
[illegible]
[illegible]。
[illegible]真理[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]。

私ハ
四十年間
~~理論物理ニ就イテ~~、やゝもすれば憂鬱ヲ感ズル。

[illegible]。五百年昔。
七十五十年ノ昔ニカヘシテ見ル。カツテハ[illegible]
ノ[illegible]。今日デハ[illegible]
ノ中デ[illegible]物理[illegible]
[illegible]。[illegible]
[illegible]
[illegible] 理論物理
[illegible]。[illegible]理論物理ノ[illegible]
[illegible]。
[illegible]時代ヲ[illegible]
[illegible]憂鬱[illegible]。[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]。[illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]下ニ
[illegible]憂鬱ヲ感ズル[illegible]。
[illegible]
[illegible]

La tristesse de connaître

知識ノ憂鬱　　昭和六年　六月二十二日

僕ハ理論物理ノ前途ニ就イテ憂鬱ヲ感ズル。人ハ色々ノ慰メ言ヲ云ッテ呉レルガ、私ニハ何モカモガ分ッテ居ルヤウナ気ガシテ堪ヘラレナイ。我々ハ理論物理ハマダ完成スベキ多クノモノヲモッテ居ル。我々ハ更ニ物ノ核心ニ迫ッテ行カネバナラヌ。然シ、我々ニモ今ヤ峠ハ [illegible] ノ六七年ノ間ニ見エテ居ル。[illegible] ノ [illegible] 見セカケノ [illegible] 再開再開シテ居ル内ニ僕ガ気ニシテ居ル内ニ 昔ノ人ハ大体ニナリサウデアル。ソレニ僕ハマダ何モ分ッテ居ナイ。[illegible] モシテ居ナイ。モウ一ツモ材料デハナイ。[illegible] 腕ヲ振ッテ居ル内ニ年ヲトッテ了フノダッタラ、僕ノ一生ハ何ノタメノ存在デアラウカ。我々学者ニトッテ [illegible] ノ二十年前ヘハ [illegible] 中 [illegible] シテ居ル。真理ニ [illegible] ノ区別ハナイデアラウ。然シ僕ハ [illegible] 一 [illegible] 負ッテ居ル [illegible] ニ対シテ自分、~~世界~~ 僕ヲ学者ノ [illegible] ソシテ世界ノ一角ニ生存サセテ居ル [illegible] ノ世界ニ対シテモ [illegible] スベキデアラウ。
~~私ハ~~ 君子危キニ近ヨラズト [illegible]
私ガ [illegible] 理論物理ハ

何もかものかつまらなくて　ドウデアッテ、儀礼的ニ何もかもつかっていたわけ

（納得ナイモノ）

ナドニナニ変革的ニ見エテ本当ニ一倍モ
出来上ッテシマッタトカ思ヘド、アマリニ
当然事ナリナンニ驚キモセシン。

知ることの悲しみ
知ることの悲み

南の窓にてながむ　梅の精をうつしけり
窓の下行く春の水　花をうかべて流るらん