On Unified Theories of Elementary Particles
素粒子の統一理論

(1)

1954　Dec. 3 (Friday)
　　　Dec. 6 (Monday)
　　　Dec. 7 (Tuesday)
九州大学理学部 物理学教室における講演

I. 素粒子に関する現在までの知識

1. 量子力学における一つの問題.

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi \qquad \psi: \text{prob. amplitude}$$

(∵ $\int\tilde{\psi}\psi\, dv$ = independent of time)

相対論的一つの問題.

$$p^2 - W^2/c^2 + m^2c^2 = 0$$

$$\Bigg(∵ \quad p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad W = \frac{mc^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\Bigg)$$

$$W = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad p = \cdot i\hbar\, \mathrm{grad}$$

K.G. $(W^2/c^2 - p^2 - m^2c^2)\psi = 0$

ψ: scalar

$$(\Box - \varkappa^2)\psi = 0$$

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \qquad \varkappa = mc/\hbar$$

$\int\tilde{\psi}\psi\, dv$ depends on time..

positive definite な prob. density と考えられない…

Dirac $i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi$　　ψ: scalar にあらず.

ψ: spinor　$H = c\alpha p + \beta mc^2$

$\tilde{\psi}\psi$: probab. density

negative energy → hole theory

Generalized wave equation　(素粒子論序説 I. 参照)

(2)

2. 多体問題（同種粒子の集団）
~~→~~ Statistics
第二量子化.

classical field φ

Lagrangian → variation principle

$$\delta\int \bar{L}\,dt = 0 \qquad \bar{L} = \int L\,dv$$

$$L = -\frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2-\frac{1}{c^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)^2\right\}-\frac{\varkappa^2}{2}\varphi^2$$

canonical ~~[illegible]~~ conjugate

$$\pi = \frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\varphi}{\partial t}} = \frac{1}{c^2}\frac{\partial\varphi}{\partial t} \qquad \bar{H} = \int H\,dv$$

Hamiltonian

$$H = \pi\frac{\partial\varphi}{\partial t} - L$$

$$= \frac{1}{2}\left\{\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}c^2\pi^2+\frac{\varkappa^2}{2}\varphi^2$$

quantization (Bose statistics)

$$[\varphi(x,t),\ \pi(x',t)] = i\hbar\,\delta(x-x')$$

$$i\hbar\frac{\partial\varphi}{\partial t} = [\varphi, \bar{H}] = i\hbar c^2\pi$$

$$i\hbar\frac{\partial\pi}{\partial t} = [\pi, \bar{H}] = i\hbar(\Delta\varphi - \varkappa^2\varphi)$$

(Fermi statistics)

$$\{\psi_\alpha(x,t),\ \psi^*_\beta(x',t)\} = \delta_{\alpha\beta}\,\delta(x-x')$$

$$\left(\because\ L = \psi^*(W - c\,\alpha p - \beta mc^2)\psi \right.$$

$$\left.\pi_\alpha = \frac{\partial L}{\partial\frac{\partial\psi_\alpha}{\partial t}} = i\hbar\psi^*_\alpha\right)$$

3. 相対論的量子化.
(i) ~~相互作用表示.~~ 自由（場）~~表示~~の scalar field

$$\varphi = \sum_{k}\left[C_k a_k \exp\{i(kr-\omega t)\} + \tilde{C}_k a^*_k \exp\{-i(kr-\omega t)\}\right]$$

$$\pi = \sum_{k}\frac{-i\omega}{c^2}\left(C_k a_k \ {''} - \tilde{C}_k a^*_k \ {''}\right)$$

$$\omega^2 = (k^2+\varkappa^2)c^2$$

(3)

~~$[\varphi(x), \pi(x')] = \sum \frac{i\omega}{c^2} C_k \tilde{C}_{k'} [a_k, a^*_{k'}] \exp\{(k - k')$~~

$$[\varphi(x), \varphi(x')] = \sum_{k,k'} C_k \tilde{C}_{k'} [a_k, a^*_{k'}] \exp\{i(kr - \omega t) - i(k'r' - \omega t')\}$$

$$+ \sum_{k,k'} \tilde{C}_k C_{k'} [a^*_k, a_{k'}] \exp\{i(kr - \omega t) - \cdots\}$$

$$+ \qquad [a_k, a_{k'}]$$

$$+ \qquad [a^*_{k}, a^*_{k'}]$$

~~$[\varphi(x), \pi(x')$~~ $[a_k, a^*_{k'}] = \delta_{k,k'}$

$[a_k, a_{k'}] = 0$ etc

$$[\varphi(x), \pi(x')] = \sum_k \frac{2i\omega}{c^2} C_k \tilde{C}_k \underbrace{}_{\exp\{ik(r-r')\}} = i\hbar\,\delta(x - x')$$

$$\sum_k \cancel{C_k} \exp\{ik(r - r')\} \rightarrow \int \exp ik(r-r') \frac{V (dk)^3 \cancel{4\pi k^2 dk}}{(2\pi)^3}$$

$$= V \delta(x - x')$$

$$C_k = c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}}$$

$$\varphi = \sum_k c\sqrt{\frac{\hbar}{2\omega V}} \{a_k \exp(\;) + a^*_k \exp-(\;)\}$$

$$= \sum_k \sqrt{\hbar c} \sqrt{\frac{1}{2k_0 V}} \{a_k \;\; - \; - \; - \;\}$$

$\omega = k_0 c$

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi/\sqrt{\hbar c} \rightarrow \varphi \\ \pi\sqrt{\frac{c}{\hbar}} \rightarrow \pi \end{array} \right.$$

$$[\varphi(x), \pi(x')] = i\delta(x - x')$$

$$\therefore \varphi = \sum_k \sqrt{\frac{1}{2k_0 V}} \{a_k \cdots + a^*_k \cdots\}$$

$$= \varphi^{(-)} + \varphi^{(+)}$$

(4)

$x_0 = c\tau$

$$[\varphi(x, x_0), \varphi(x', x'_0)] = \sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{2k_0 V}\{\exp[i(\mathbf{k}\mathbf{x} - k_0 x_0)$$
$$- \exp[-i(\mathbf{k}\mathbf{x} - k_0 x_0)]\}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3}\iiint \frac{(d\mathbf{k})^3}{2k_0}\{\exp i(\mathbf{k}\mathbf{x} - k_0 x_0) - \exp -i(\quad)\}$$

$$\Delta(x) = \frac{1}{(2\pi)^3 i}\iiint \frac{(d\mathbf{k})^3}{2k_0}\{\;{}''\;{}'' - {}''\;{}''\}$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^3 i}\int\cdots\int e^{ik_\mu x_\mu}\,\varepsilon(k_\mu)\,\delta(k_\mu k_\mu + \kappa^2)\,(d\mathbf{k})^3 (dk_0)$$

$$[\varphi(x), \varphi(x')] = i\Delta(x - x')$$

<u>spinor field</u>

$$L = \frac{\hbar c}{2}\left(\bar\psi\gamma_\mu\frac{\partial\psi}{\partial x_\mu} - \frac{\partial\bar\psi}{\partial x_\mu}\gamma_\mu\psi + 2M\bar\psi\psi\right)$$

$$\bar\psi = \psi^*\beta \qquad \gamma_\mu\gamma_\nu + \gamma_\nu\gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$$

$$\left.\begin{aligned}\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} + M\right)\psi &= 0\\ \frac{\partial\bar\psi}{\partial x_\mu}\gamma_\mu - M\bar\psi &= 0\end{aligned}\right\}$$

$$\{\psi(x), \bar\psi(x')\} = -iS(x - x')$$

$$S(x) = \left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} - M\right)\Delta_M(x)$$

(ii) 相互作用の導入.

$$L' = g\bar\psi\psi\varphi$$

$$\left(\gamma_\mu\frac{\partial}{\partial x_\mu} + M\right)\psi = g/\hbar c\;\varphi\psi$$

$$(\Box - \kappa^2)\varphi = -g\bar\psi\psi$$

(5)

$$\varphi \to \varphi/\sqrt{\hbar c} \equiv \varphi' \to \varphi$$

$$g \to g/\sqrt{\hbar c} \equiv g' \to g \quad g : \text{dimensionless}$$

$$\left.\begin{aligned}
&\left(\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + M\right)\psi = g\varphi\psi \\
&(\Box - \varkappa^2)\varphi = -g\bar{\psi}\psi \\
&\left(\frac{\partial\bar{\psi}}{\partial x_\mu}\gamma_\mu - M\bar{\psi}\right) = -g\bar{\psi}\varphi
\end{aligned}\right\}$$

(iii) ~~相互作用表示~~ 場の方程式を積分形に直すこと

$$(\Box - \varkappa^2)\Delta(x) = 0$$

$$(\Box - \varkappa^2)G(x) = -\delta(x)$$

$$(\Box - \varkappa^2)\varphi(x) = -\rho(x)$$

$$(d\mathbf{x})^3(dx_0)$$

$$\varphi(x) = \varphi^{free}(x) + \int G(x - x')\rho(x')\overset{\parallel}{(dx)^4}$$

$$\bar{\Delta}(x) = \frac{1}{(2\pi)^4} P\int\cdot\int \frac{e^{i(\mathbf{k}\mathbf{x} - k_0x_0)}}{k_\mu k_\mu + \varkappa^2}\, d\mathbf{k}\cdot dk_0$$

$$\Delta^{(ret)}(x) = \bar{\Delta}(x) - \frac{1}{2}\Delta(x) \qquad = 0 \text{ for } x_0 < 0$$

$$\Delta^{adv}(x) = \bar{\Delta}(x) + \frac{1}{2}\Delta(x) \qquad = 0 \text{ for } x_0 > 0$$

$$\bar{\Delta}(x) = \frac{1}{2}\varepsilon(x)\Delta(x)$$

$$\left.\begin{aligned}
&\bar{\Delta} = \frac{1}{2}\left(\Delta^{(ret)} + \Delta^{(adv)}\right) \\
&\Delta = \Delta^{(adv)} - \Delta^{(ret)}
\end{aligned}\right\}$$

$$\varphi(x) = \varphi^{(in)}(x) + \int\cdot\cdot\int \Delta^{(ret)}(x - x')\rho(x')(dx)^4$$

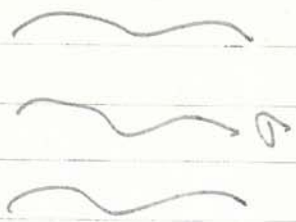
$$[\varphi^{(in)}(x), \varphi^{(in)}(x')] = i\Delta(x - x')$$

$$\varphi(x) = \varphi^{(out)}(x) + \int\cdot\int \Delta^{(adv)}(x - x')\rho(x')(dx)^4$$

$$\varphi^{(out)}(x) = \varphi^{(in)}(x) - \int\cdots\int \Delta(x-x')\rho(x')(dx')^4$$

$$\varphi^{(out)}(x) = S^{-1}\varphi^{(in)}(x)\, S$$

$$(\because \quad \Psi(\zeta^{(in)'}, \sigma) = S\,\Psi(\zeta^{(out)'}, \sigma)$$



$$\Psi(\zeta^{(in)'}, +\infty) \simeq \Psi_{final}(\zeta')$$

$$\Psi(\zeta^{(out)'}, +\infty) = \Psi_{initial}(\zeta'))$$

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}\left(\frac{-i}{\hbar c}\right)^n \int\cdots\int P\{H'(x'), H'(x''), \cdots H'(x^{(n)})\}\, dx' \cdots dx^{(n)}$$

$$H' = -L'$$

S : independent of σ.

iv) Renormalization of mass and charge (int. const.)

v) 非局所作用の導入
universal length,

$g\bar{\psi}\varphi\psi$ $\qquad$ $g.l.\ \bar{\psi}\overset{(\gamma_5)}{\gamma_\mu}\psi\frac{\partial\varphi}{\partial x_\mu}$

vi) 素粒子の定義.
局所場理論における素粒子概念.
mass, spin : given parameters
iso-spin or isotopic spin

Maxwell: strange strata of the material world

matter is inexhaustible

2. 実験的事実,

				mass	charge	spin	statistics	life-time
lepton	電子	electron	(e^-, e^+)	m_e	$\pm e$	1/2	F-D	∞
	中性微子	neutrino	ν	$\ll m_e$	0	1/2	F-D	∞
nucleon	核子	~~nucleon~~ ~~neutron~~ proton	$(n^+)(n^-?)$ p	~~1836m~~ $1836 m_e$	$\pm e$	1/2	F-D	∞
								$n^0 \to n^+ + e^- + \nu$
		~~proton~~ neutron	(n^0)	$1838.5 m_e$	0	1/2	F-D	750?
	光子	photon	(γ)	0	0	1	B-E	∞
	μ中間子	~~μ~~ muon	$(\mu^\pm)$	$207 m_e$	$\pm e$	1/2	F-D	$2{,}2 \times 10^{-6}$
								$\mu \to e + \nu + \nu'$
meson	π中間子	pion	(π^+, π^-)	$273 m_e$	$\pm e$	0	B-E.	$2{,}6 \times 10^{-6}$
			(π^0)	$264 m_e$	0	0	B-E	10^{-14}
								$\pi^\pm \to \mu + \nu$, $\pi^0 \to \gamma + \gamma$
	θ ~~粒~~中間子	θ-~~particle~~ meson	(θ^0)	$971 m_e$	0		B.E,	$\overset{2\times}{\sim} 10^{-10}$
	τ中間子	τ-meson	(τ^+, τ^-)	$970 m_e$	$\pm e$		B.E,	$\sim 10^{-9}$
	(ζ)(K)			$\theta^0 \to \pi^+ + \pi^-$,				$\tau^\pm \to \pi^\pm + \pi^+ + \pi^-$
	κ			$\kappa^\pm \to \mu^\pm + ?^0 + ?^0$				$\gtrsim 10^{-9}$ sec.
	~~χ~~			~~χ~~$^\pm \to \pi^\pm + ?$				
hyperon	Λ粒子	Λ-particle	(Λ^0)	$2182 m_e$	0		F.D.	3×10^{-10}
								$\Lambda^0 \to p^+ + \pi^-$
			$(\Lambda^+)(\Lambda^-?)$	$> m_{\Lambda^0}$	$+e(-e)$		F.D.	$< 3 \times 10^{-10}$
								$\Lambda^+ \to n + \pi^+$
	Y粒子	Y-particle	(Y^-)	$\sim 2600 m_e$				
								$Y^- \to \Lambda^0 + \pi^- + 65$ MeV

heavy nuclear fragments

$^4He_2^* \to H_1 + {}^3He_2 + \pi_{-1} + 33.8$ MeV

$^3H_1^* \to {}^3He_2 + \pi_{-1} + 41.5$ MeV

$^2H_1^* \to {}^1H_1 + {}^1H_1 + \pi_{-1} + \cdots$

III, 新しい量子数の導入. (8)

以上の実験的事実の根本的性格.

(i) 粒子の種類が非常に多く mass が irregular に distribute していること.

(ii) decay と production の間の矛盾.

life-time はいずれも非常に長い, このことは decay mechanism に関係する相互作用の中には非常に弱いものがある. ~~(β-decay~~

これに反して high energy では色々な粒子が π-meson と大して違わぬ位 produce される. これは production mechanism には強い相互作用だけが関係していることを意味する.

この dilemma は β-decay と nuclear force の場合の analogy では説明できない. 何故かといえば, nucleon-pion の強い相互作用は energy の関係から ~~de~~ meson decay を引き起さないが, new particles の場合には pion emission はいつでも可能な筈である,

この dilemma を逃れるためには Pais に従って new particle はいつでも pair で作られる という仮定を認めるのが最も考えやすい.

この点 Pais は更に systematic に考えて

meson-family

$\pi^\pm, \pi^0$; $\tau^\pm, \theta^0$ ....

nucleon-family

$p^\pm, n$; $\Lambda^0, \Lambda^\pm$; Y . . .

の間相互の

$g\varphi\bar{\Psi}'\Psi$ の type の相互作用 ~~がある~~ に対して, ~~ことに~~ 今まで知られない selection rule がある と考えた. 即ち何か新しい quantum number があって

$\pi^\pm, \pi^0$ even $\tau^\pm, \theta^0$ odd

~~と~~ $p^\pm, n$ even $\Lambda^0, \Lambda^\pm$, Y ... ; odd

というようになっていて、

$$g\varphi\bar{\Psi}'\Psi \quad : \text{even}$$

の場合は相互作用は強いということになるし、一方では Λ^0…, θ^0… が多数につくられることはなく、他方では一個の Λ^0…, Ξ^-… 等の decay には必ず弱い相互作用が関与することになる。

この考えを更に具体化するためには新しい g_i 達、などのような自由度に関係しているかを明らかにする必要がある。これに関して考えられることは isotopic spin という概念である。

proton-neutron → isospin $\tau = 1/2$

$\tau_3 = 1/2$, $-1/2$

charge independence of pion-nucleon interaction

$$g\varphi\bar{\Psi}\gamma_5\tau\Psi$$

φ: vector in charge-space

pion $\tau = 1$

$\tau_3 = 1$, 0, -1

conservation of charge = conservation of 3-component of total τ.

ω-space　rotation operator in ω-space

→ τ rotational quantum number in ω-space

→ space reflection

→ four dimension Euclidian space

mass の違いを ω-space における rotational state の違いによるものとして説明しようとする。

しかしこの種の考え方では新しい自由度が次々に入ってくるだけで、素粒子論の困難の解決には見込がない。

(10)

A. Pais, Isotopic Spin and Mass Quantization
Physica 19 (1953), 869

A. Pais, On the Baryon-meson-photon System
Prog. Theor. Phys. 10 (1953), 457

baryon wave fn: $\psi_{\sigma\tau}(x, \omega)$ $\sigma = 1, 2, 3, 4$
$\tau = 1, 2$

τ-spin : 1/2 ordinary spin : 1/2

$$[\gamma_i \partial_i + M_{op}(\boldsymbol{\tau}\cdot\mathbf{K}, \mathbf{K}^2)]\psi(x, \omega) = 0$$

K : infinitesimal rotation operator in ω-space

quantum numbers specifying free spin 1/2-particle:

1) $\mathbf{I} = \mathbf{K} + \boldsymbol{\tau}/2$ $\langle \mathbf{I}^2 \rangle = i(i+1)$
2) I_3; $\langle I_3 \rangle = n$
3) ω-reflection operator (ω-parity : ±1)

~~Rω:~~ the direct product group of Lorentz group and R_ω, the three-dimensional orthogonal group in ω-space

meson wave fn: $\varphi_\alpha(x, \omega)$

interaction : $ig\,\bar{\psi}(x, \omega)\gamma_5 \tau_\alpha \psi(x, \omega)\,\varphi_\alpha(x, \omega)$

nucleon state : $^2S_{1/2}$ (ground state doublet)
Λ-particle : lowest P-state

π-meson state : $^3S_1$ (ground state triplet)
τ, θ-mesons : P-state

○ Baryon equation:
charge independence : invariance of interaction under R_ω.

$$\left[\gamma_i \partial_i + M + \frac{\boldsymbol{\tau}\mathbf{K}}{\Lambda}\right]\psi = 0$$

(11)

$\Delta \approx -0.45\ \hbar/Mc$

Λ-particle mass $\simeq 1.2\,M$.

Conservation of Number ~~in each family~~ of ~~bary~~ baryons

$$\frac{\partial}{\partial x}(\bar{\psi}\gamma\psi) + \frac{\mathbf{K}}{\Lambda}(\bar{\psi}\tau\psi) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\int \bar{\psi}\gamma\psi\, d\omega = 0$$

charge conservation

$$\frac{\partial}{\partial x}\int d\omega\, \bar{\psi}\gamma(I_3+\tfrac{1}{2})\psi = 0$$

○ Meson equation

$$L(x,\omega) = -\frac{1}{2}\left(\partial_i \overset{\bar{\varphi}}{\bar{\Phi}}\, \partial_i \overset{\varphi}{\Phi} + \overset{\bar{\varphi}}{\bar{\Phi}}\mu_{op}^2 \overset{\varphi_n}{\Phi}\right)$$

$$\mu_{op}^2(\mathbf{K}T, (\mathbf{K}T)^2, \mathbf{K}^2)$$

○ Baryon-meson-photon system

$$L(x,\omega) = -\bar{\psi}\left[\gamma_i\{\partial_i - ie(I_3+\tfrac{1}{2})A_i\} + M + \frac{\tau\mathbf{K}}{\Lambda}\right]\psi - ig\bar{\psi}\gamma_5\tau_\alpha\psi\varphi_\alpha$$

$$-\frac{1}{2}\left[\bar{\varphi}(\partial_i + ieI_3A_i)(\partial_i - ieI_3A_i)\varphi + \bar{\varphi}\mu_{op}^2\varphi\right] - \frac{1}{4\pi}\cdot\frac{1}{4}F_{ik}F_{ik}$$

$$\bar{\varphi}I_3| = -K_3\bar{\varphi} + \bar{\varphi}t_3$$

Lorentz invariance
Phase invariance
Gauge invariance

III. 場の理論の再検討.

1. 場の理論は現在のまゝでよいのかも知れない. 問題は場の方程式の正しい解を求めることにある. という考え方. 例えば renormalisation の方法の再検討. この考え方を徹底させたのが Heisenberg の非線型理論.

2. 場の理論そのものを改変すること. そのためには量子力学を変えるか, 特殊相対論を変えるか, 両方とも変えるかである. この方向に向つて試みとしては
a. ~~量~~ 量子化の方法の改変 (4次元量子化)
b. 非局所場の導入 (非局所相互作用)
c. 時空の量子化

いずれにしても これ等の試みのすべてに共通する困難は, 多数 ~~素~~ 粒子の variety と場の理論の~~発散~~ 収束性 (無矛盾性) とを同時に満足しようとするために必ず現われる.

1. 非線型理論
  a. Heisenberg の philosophy と mathematics
    Hilbert space I と II.
    Lehmann の批判.
  b. 古典場の理論における非線型性の検討
    Finkelstein
    Kita
  c. 量子化をどうするか.

2. 非局所場理論.
  a. mass spectrum の問題. (reciprocity の問題)
  b. 混合場 及び 非局所相互作用の理論との関係
  c. 素粒子の多重発生の問題.
  d. mass 0 の場合の困難.

W. Heisenberg: Zur Quantisierung nichtlinearer Gleichungen (Gött. Nachr. 1953, Nr. 8. S 111) Jahrgang

W. Heisenberg: Zur Quantentheorie nichtrenormierbarer Wellengleichungen

$$\gamma_\mu \frac{\partial \psi}{\partial x_\mu} + l^2 \psi (\psi^+ \psi) = 0$$

Hilbert space I, II.

H. Lehmann: Über Eigenschaften von Ausbreitungsfunktionen und Renormierungskonstanten quantisierter Felder [Nuovo Cimento, 11 (1954), 342)

(i) displacement operator: P_μ

$$\frac{\partial A(x)}{\partial x_\mu} = i[A(x), P_\mu]$$

$$[P_\mu, P_\nu] = 0$$

(ii) ~~Vakuumzu~~ vacuum state の定義: 最低エネルギー状態. P_μ: positive definite. エネルギー 0 と取るべきである. (4-vector であるためには)

$$P_\mu \Phi_k = k_\mu \Phi_k \qquad (k_0 \geq 0)$$

$$(\Phi_0, A(x) A(x') \Phi_0) = \langle A(x) A(x') \rangle_0$$

$$= i \Delta^{(+)\prime}(x - x')$$

$$\langle A(x') A(x) \rangle_0 = -i \Delta^{(-)\prime}(x - x')$$

$$\langle [A(x), A(x')] \rangle_0 = i \Delta'(x - x') = -2i\varepsilon(x_0 - x_0') \overline{\Delta}'(x - x')$$

(14)

$$\langle \{ A(x), A(x') \} \rangle_0 = \Delta^{(1)\prime}(x-x')$$

$$\langle T A(x) A(x') \rangle_0 = \frac{1}{2} \Delta'_F(x \cdot x')$$

$$\Delta'_F(x) = 2i \left[\theta(x_0) \Delta^{(+)\prime}(x) - \theta(-x_0) \Delta^{(-)\prime}(x) \right]$$

$$= \Delta^{(1)\prime}(x) - 2i \bar{\Delta}'(x)$$

$$\theta(x_0) = 1/2 (1 + x_0/|x_0|)$$

$$\langle A(x) A(x') \rangle_0 = \sum_k (\Psi_0, A(x) \Psi_k)(\Psi_k, A(x') \Psi_0)$$

$$= \sum_k A_{0k}(x) A_{k0}(x')$$

$$= \sum a_{0k} a_{0k}^* \exp[ik(x-x')]$$

$$(\Psi_0, A(x) \Psi_k) = A_{0k}(x) = a_{0k} \exp[ikx]$$

$$\because \frac{\partial A_{0k}(x)}{\partial x_\mu} = i(\Psi_0, [A(x), P_\mu] \Psi_k) = i k_\mu A_{0k}(x)$$

$$\Delta^{(+)\prime}(x-x') = -\frac{i}{(2\pi)^3} \int \theta(k_0) \rho(-k^2) \exp[ik(x-x')] \times d^4k$$

$$\rho(-k^2) = (2\pi)^3 \sum_k a_{0k} a_{0k}^*$$

(k_μ の一定~~値~~ の値が属する 色々な状態についての和)

$$\rho(-k^2) = \int_0^\infty \rho(\kappa^2) \delta(k^2 + \kappa^2) d(\kappa^2)$$

$$\Delta^{(+)\prime}(x) = \int_0^\infty \Delta^{(+)}(x; \kappa^2) \rho(\kappa^2) d(\kappa^2)$$

Pauli-Villars の compensation は成立しない…