Researchn Istitute for Fundamental Physics
Kyoto University

1月22日(土) 午後　　　　　　　　　　　　(0.1)

湯川　　On Four-Dimensional Quantization

四次元量子化について

I. Coester の論文に関連して

(i) particle - anti-particle の関係

charge conservation

通常の場の理論では、量子化された場には一定の electric charge をもった粒子が存在していると考える。そして charge density をあらわす operator は場の量の quadratic form として与えられるものと考える。即ちそれは charge を e だけへらす operator と、ふやす operator の積となり、従って積の operator は一定 charge に属する Hilbert vector を ~~一定~~ との空間 一定の部分空間 の中で動かす operator になっている。(もしそうでなかったら charge の定義が困難を生ずる)

そういう意味で (interaction を考えて)

$$\varphi = \varphi^{(+)} + \varphi^{(-)}$$

と分けると、もし $\varphi^{(+)}$ が positive charged particle をへらす operator なら $\varphi^{(-)}$ は neg. charged particle をふやす operator になっている。そういうことから automatic に ~~negative~~ negative energy state が排除されている。neutral particle の場合には $\varphi^{(+)}$, $\varphi^{(-)}$ の意味づけにはもっと任意性があるが、通常、$\varphi^{(+)}$, $\varphi^{(-)}$ は同種の neutral particle の消滅の operator と考え $(\varphi^{(+)})^* = \varphi^{(-)}$ と置くことによって、φ は Hermitian となり、negative energy も同様に排除されている。

しかし 四次元量子化理論の立場からは もっと別の場の量を考えてよい。普通と違う演算子としては Coester のように、異種の粒子の合体での消滅演算子、又は任意のエネルギー・運動量を持った粒子の消滅演算子。

(mass は任意の一定値 or 連続値)

の完備系をなすことが可能である。すると

$$c(x) = \sum_p c(p) e^{ipx}$$

なる関係で定義される $c(x)$ は 従来の $\varphi(x)$ とは違った combination になっている。

これと関連して Coester 理論では

i) charge conservation を保証する条件はどう なっているか

ii) negative energy state を排除する条件は どうなっているか

等が問題となる。

これについては 別項 II 参照

(ii) divergence の問題。

四次元理論では Schrödinger 方程式は必ず解を持つとは限らない、如何なる[illegible]かわからぬ。必要なのは

(a) Hilbert 空間全体から実現可能な状態だけをふくむ 部分空間をえらび出す法則をみつけ出すこと。

(b) 観測可能と考えられる量に対する この部分空間内での行列を決定すること。

である。

この様に考えるならば 部分行列に対して 初めの 成り立つ法則は一般には成立しない。(∵ 部分空間外の状態が中間状態として現われてくるから)

これを Heisenberg 理論と関連させて考えると、通常の理論で考えている Hilbert 空間 I に対して 新たな Hilbert 空間 II が附加されて 四次元直積の Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ が構成されることになる。

例えば 第一種(実在)粒子 がただ一つの状態しか取り得ないとし、第二種(仮想)粒子も 〃 〃

〃 すると、Hilbert 空間 $\mathcal{H}$ は (0,0) (1,0) (0,1) (1,1) の四つの状態を基底として張られる四次元空間となる。

この中の (0,0) (1,0) なる二つの部分として組立てられる空間が従来の Hilbert 空間である。

この Hilbert 空間 $\mathcal{H}^{(0)}$ 内で物理量を表わす演算子を ~~として定義し、これに~~ 行列を作つて、行列に関する色々な演算をすることは、$\mathcal{H}$ 全体 ~~~~ で同様なことを大仕掛けにやつている。$\mathcal{H}$ 全体を考えることから生ずる余分の項にそこで divergence をなくす役割を演じさせる可能性を生ずる。

但し Coester の考えたのは $\mathcal{H}^{(0)}$ 内での部分行列そのものではなく、縦の方は全空間 Ω、たての、一行を限るものの行列であつた。しかし(従来の理論との対応関係をもつとよく知るには部分行列を考えた方がよいであろう。) Coester の場合でも creation operator の積から作つた空間 Ω。Ω 内の行列をつくれば、結局 Ω 内での行列要素をつくることと同じになるであろう。(但しかくして作つたものの $\mathcal{H}^{(0)}$ 内で従来の方法で作つた行列と一致する)

(iii) (ii)と関連して creation-annihilation operator の入り方が従来と違う点。

$$\mathcal{L} = g\int dx :\psi^+(x)\gamma_5\psi(x): \phi(x) - \mathcal{L}_0$$

の中には $\phi(x)$ が入つているが、これは通常の理論の $\phi(x)$ とは違つて annihilation operator が creation operator によつて modify されたものである。

(iv) 局所・非局所 — 根源的問題。
距離系　粒子的測定 — φの形の制限(非局所的場合)

(v) state vector の意味 (Schrödinger 方程式)
通常の理論では state vector が動く。
四次元演算子的の理論では state vector は固定ということは考えられなくなる

(0.4)

そこで考えられることの一つは Ψ は時間空間的に拡がっている。換言すると色んな時刻における測定全体~~が~~によって Ψ が規定されるとし，それが extraparameter τ になってかわる．この τ が macroscopic な時間と関係がある．
時間の観測の可能性．