Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University

30年
11月19日　討論会　Ghost 問題.　(1)

梅沢氏：　Lee model → coupling const. imag
Källen - Pauli ： S-matrix の unitarity
が云われる.

Lee model

ψ　φ　U
(V)　(N)　(θ)

$H = \kappa\bar{\psi}\psi + M\bar{\varphi}\varphi$
$+ \frac{1}{2}\{\partial_k U \partial_k U + \mu^2 U^2\}$
$+ g(\bar{\psi}\varphi U^+ + \bar{\varphi}\psi U^-)$

$\{\bar{\psi}(x), \psi(x')\} = S_F(x-x')$

$S_F(p_0) = \frac{1}{p_0 - M}$

$H\Psi = p_0\Psi$
$h(p_0) = 0$
$h(p_0) \equiv i(-p_0 + \kappa + M(p_0))$

$M(p_0) = -\frac{g^2}{(2\pi)^2}\int_0^\infty dk \frac{k^2}{\omega(\omega - p_0 + M)}$

$V \rightleftarrows N + \theta$
$\times N \rightleftarrows V + \theta$

V : $i(-p_0 + \kappa + M(p_0))\, G(p) = 1$
or　$h(p_0) G(p) = 1$

$G(x, x') = \varepsilon\,(\psi(x), \bar{\psi}(x'))$
$h(p_0)\, G_{t>t'}(p_0) = 0$
$G_{t>t'}(x, x') = \sum_p (vac|\psi|p)(p|\bar{\psi}|vac) \times e^{ip(x-x')}$

General theory

$G(x,x')\big|_{t>t'} = \sum_p (vac|\psi|p) \times (p|\bar{\psi}|vac)\, e^{ip(x-x')}$

$h(p) G(p) = 1$

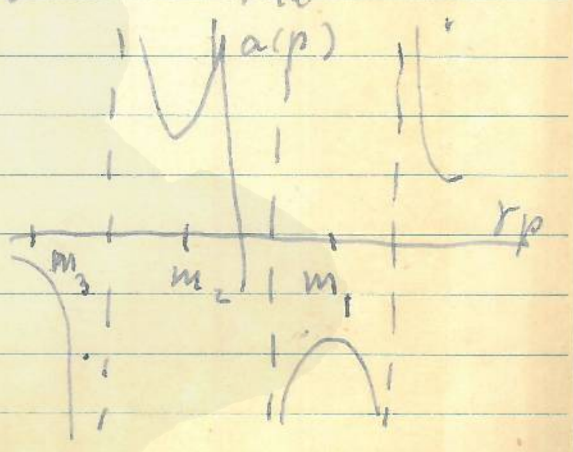
$h(p) = 0$　$p_\mu = (\vec{p}, p_0)$

$p_0 = \sqrt{\vec{p}^2 + m_i^2}$

$\gamma p = m_1, m_2, \ldots$

$h(p) = a(p) \prod_i (i\gamma p + m_i)$

$\frac{1}{Z_i} = a(m^{(i)}) \prod_{k \neq i} (m^{i} - m^{k})$



No.5. 1955. 6. 10.000

Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University

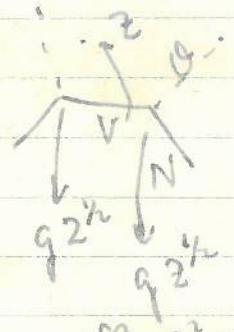
(2)

$p_0 = m: \; h(m) = 0$

$$\frac{1}{Z} = \frac{\partial}{\partial p_0} h(p_0)\Big|_{p_0 = m}$$

$$= 1 + \frac{g^2}{(2\pi)^2}\int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega(\omega - m + M)^2}$$

$g_{ob}^2 = Z g^2$



$$\frac{1}{g_{ob}^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{(2\pi)^2}\int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega(\omega - m + M)^2}$$

$m < \mu + M$

g_{ob}: finite $\to g^2 < 0$

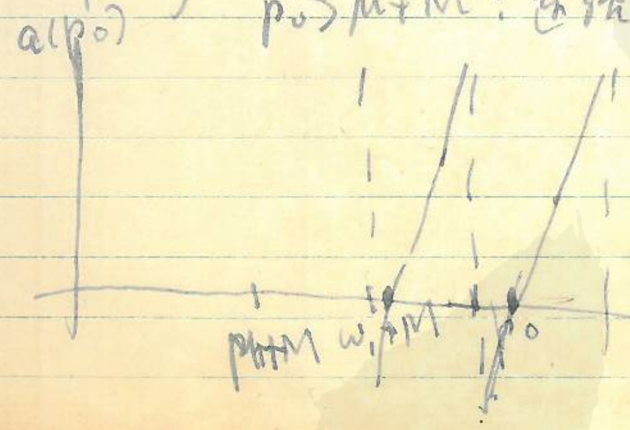
$\frac{g^2}{(2\pi)^2} \equiv \alpha < 0$

$$1 + \alpha \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega(\omega - m + M)(\omega - m + M)} = 0$$

$h(p_0) = (p_0 - m_1)(p_0 - m_2) a(p_0)$

$p_0 < \mu + M$

$p_0 > \mu + M$: 連続スペクトル

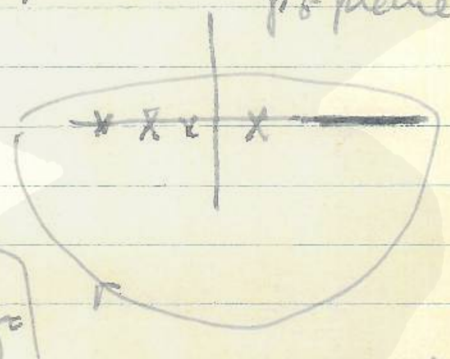


$$G(p) = \frac{1}{h(p)} = \frac{1}{\{\Pi(\gamma p + m_i)\} a(p)}$$

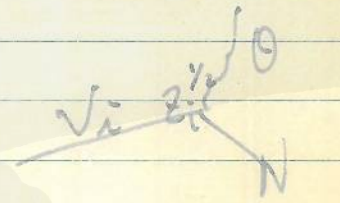
$$\frac{\partial h}{\partial p} = \sum Z_i \frac{1}{\gamma p + m^{(i)} + i\varepsilon} \frac{a(m^{(i)})}{a(p)}$$

$$\int G(p) e^{ip(x - x')} = G(x, x')$$

p_0-plane



$Z_i = (\mathrm{vac}|\psi|m_i)$
$\times (m_i|\psi^*|\mathrm{vac})$



$\circ\; Z > 0$ でないと困る
(neg. prob. があらわれる)

$\circ\; 0 < Z < 1$ という
物理的の必要性.

scalar

$$G(x, x')\Big|_{t > t'} = \sum_p \rho(p)^2 \frac{e^{ip(x - x')}}{2|p_0|}$$

No.5. 1955. 6. 10.000

$$\frac{1}{Z_i} = \frac{\partial}{\partial p_0} h(p_0)\Big|_{p_0=m_i}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{Z_1} = a(m_1)(m_1 - m_2) \\ \dfrac{1}{Z_2} = a(m_2)(m_2 - m_1) \end{cases}$$

逆符号.

$m_1 < m_2$, $Z_1 < 0$
$Z_2 > 0$

一方が必ずghostになる

$$G(x,x') = \int \frac{\rho(\kappa^2)}{k^2+\kappa^2+i\varepsilon} d\kappa^2 \times e^{i(k,x-x')}$$

(Lehmann,

$$([\dot\psi(x), \psi^*(x')]_-) = \dot G(x,x')\Big|_{t>t'} - \dot G(x,x')\Big|_{t'<t}$$

$$\lim_{t\to t'} (\ ) = \int \rho(\kappa^2) d\kappa^2 \delta(\mathbf{x}-\mathbf{x}')$$

$$\underline{\int \rho(\kappa^2) d\kappa^2 = 1}$$

$$\rho(\kappa^2) = Z_i \delta(\kappa^2 + m_i^2) + \sigma(\kappa^2)$$

$$\Sigma Z_i + \int \sigma(\kappa^2) d\kappa^2 = 1$$

$$\underline{0 < Z_i < 1}$$

$$\underline{0 < Z_i(g_0, \Lambda) < 1}$$

? ghostに対する立場

1. 第1種 (local, Dyson式に renormalizable) では ghostがでない.
2. 第1種でもghostがでることがある
   (1) Q.E.D で ~~$e^2 = \frac{1}{137}$~~ がghostがでるか でるとすれば, ~~observable~~ observable charge と cut-off との関係はどうなっているか.
   (2) Q.M.D. でghostがでるか

(4)

細田君：

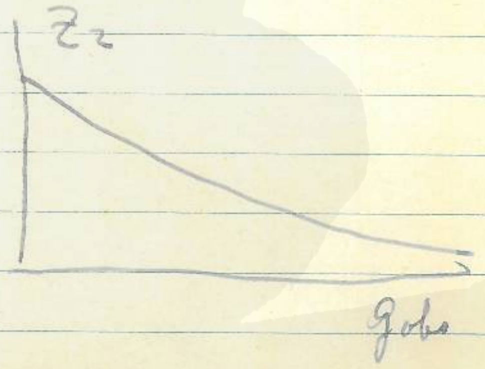
Lee　$Z_2^{(1)} = 1 - g_{ob}^2 \sum \frac{1}{(2\omega_k^3 \Omega)}$

↓

$Z_2^{(2)} =$

積分可能性の條件を満す
すべての Feynman diagram をたしくす。
→ ghost はあらわれてこない phase がある。

$g_{ob}^2 = g^\sim$



$Z_2 = e^{-g_{ob}^2 \sum \frac{1}{2\omega_k^3 \Omega}}$

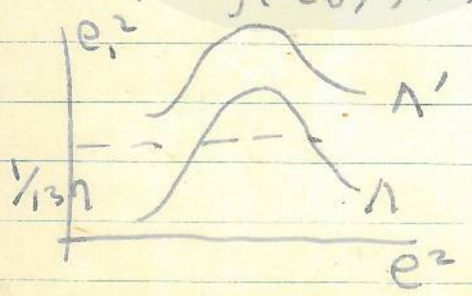
$\to 0$

亀淵君：Q.E.D の ghost?

δm, $Z_2 = Z_1$, Z_3

Källén

$e_1^2 = f(e_0^2, \Lambda)$



Landau

$e_1^2 = Z_3 e_0^2$

$e_1^2 \int d^4k\, Sp\{S_{F1} \gamma_\mu S_{F1} \Gamma_{\mu 1}(e_1^2)$

$= Z_1^{-1} \{C(e_1) \square + \cdots$

$Z_3 = 1 + C(e_1^2)$

No.5. 1955. 6. 10.000

11月22日　　　　　　　　　　　　　　(5)

徳岡君. L. N. Cooper, Some Notes on Non-Renormalizable Field Theory

N.R.F.T. では、すべての operator を mass, charge renormalization によって、finite にできる。

Renormal.	Non-Renormal.
i) Coord. space では 原点を除く finite plane で analytic	i) 同左
ii) 原点は branch point	ii) 原点では essential singularity

$\gamma = (-1)^n \frac{g^2}{4\pi^2}$　n: derivative の order

γ に関する complex plane では

iii) 充分小さい γ に対して F.T. が存在	iii) 半面 (γ: 左半面) でのみ F.T. が存在 n によっては Hamiltonian が non-Hermite になるような半面. analytic continuation → 他の半面での F.T. を定義 (原点を除く)
iv) $\frac{g^2}{4\pi}=0$ の近傍で analytic (F.T. としてのみか)	iv) $\frac{g^2}{4\pi}=0$: branch point F.T. は多価函数 (γ に関して)

∞ の分類

① 中間状態の空間積分による ∞. (Ren. N.R の両方に現れ同程度) Renormalization constant

② 中間状態のための ∞. Non-Renormalizable ∞

field theory の分類　coupling const.

(1) propagator が原点で analytic でかつ

Coupl. const の (6)

renormalizable
(2) 〃 原点で non-analytic なもの
formal expansion なら renormalizable な asymptotic series を与える
(3) 〃 原点で展開不能

$$\left\{ i\frac{\partial}{\partial x} + m + \delta m - g\frac{\partial^n \phi}{\partial x^n} \right\}\psi = 0$$

$$\{\Box - \mu^2\}\phi = 0$$