湯川

(1)

中間子討論會原稿

――昭和十八年八月――

中間子理論は一つの形式でうまくゆかぬか

荒木源太郎

2603

中間子理論ハ一ツノ形式デウマクユカヌカ

荒木源太郎

序論

中間子ノ湯川理論ハ、定性的ニハ原子核及ビ宇宙線ニ関スル多クノ基礎的ナ事実ヲ統一的ニ記述スルコトガデキタケレドモ、更ニ精シイ研究ニヨルト、ソノ基礎トナツテヰル場ノ理論ノ一般的ナ欠陥ト共ニ、中間子理論ニ特有ノ色々ナ難点ヲモツコトガ明カトナツタ。

湯川理論ノ興味アル定性的ナ結果ハ①核力、②核粒子ノ異常磁気能率、③原子核ノβ崩壊、④宇宙線硬成分粒子ノ発生及ビ崩壊等ヲ統一的ニ記述シ得ルコトデアル。

核力ガ中間子ニヨツテ媒介サレルトスレバ、中間子ガ静質量ヲモツコトニヨツテソノ短イ到達距離ヲ説明シ得ルコトハ、湯川博士[1]ニヨツテ初メテ示サレタ。実験的ニ得ラレル核力ノ到達距離カラ豫期サレル中間子ノ静質量（電子ノ静質量ノ約二〇〇倍）ハ、宇宙線中ノ硬成分粒子ガ核力ヲ媒介スル中間子ト同ジモノデアルトスレバ実験値[2]トヨク符合スル。湯川博士[3]ニヨツテ最初ニトリ上ゲラレタスカラー理論ハ核力ノ短イ到達距離ハ説明シ得タガ、ソノ符合ハ重陽子ニ関スル経験事実ト矛盾スル[4]。コノ点ヲ改良スル為ニ、湯川博士自身及ビソノ他ノ多クノ人々ニヨツテベクトル理論ガ精シク研究サレタ[5]。ベクトル理論ノ与ヘル核ポテンシヤルハ、定性的ニハ符号モ正シク経験ト一致スルガ、又核子スピンヲ含ム部分ハツヨイ二次ノ表面球函数ヲ因数トスル項ヲ含ンデヰル。併シ定量的ニハ第一ニ、二ツノ核粒子ノ距離 r ノ減少ト共ニ $\frac{1}{r^3}$ ノヨウニ増大スル項ヲ含ミ、安定ナ重陽子ノ存在ヲ許サナイ（所謂 r^{-3} ノ難点。

之ハ場ノ理論ノ一般的欠陥ト関聯スルモノデ、湯川理論ガ定性的ニハ核粒子ノ異常磁気能率ヲ説明スルニモカヽワラズ、ソレヲ定量的ニ計算スレバ有限値ガ得ラレナイトイフ不満足ナ結果ト同ジ原因カラクルモノト考ヘラレル。コノ事ハ擬スカラー及ビ擬ベクトル理論デモ同ジデ、光子理論デハ適当ナ方法デ経験カラ切リハナスコトガデキタコノ欠陥ハ中間子理論デハヨリ直接的ニ経験ト結合シテヰテキリ離スコトガムツカシクナッテキタ。現在ノ場ノ一般理論ヲ改メナイ限リ、中間子理論ノ中デコノ点ヲ改良スルコトハ難シイト思ハレル。ソコデソレニ対スル応急対策トシテ切断ノ方法ガ屢々トラレル。

註、①. 湯川秀樹、数物記事 17 (1935) 48

②. S. H. Neddermeyer and C. D. Anderson, Phys. Rev., 51 (1937), 884.

J. C. Street and E. C. Stevenson, 同上 51 (1937), 1005.

仁科、竹内、一宮, 同上, 52 (1937), 1193

E. J. Williams and E. Pickup, Nature 141 (1938) 634.

P. Ehrenfest, C. R., 206 (1938), 428.

D. R. Corson and R. B. Brode, Phys. Rev., 53 (1938), 773

A. J. Ruhlig and H. R. Crane, 同上, 53 (1938), 266.

仁科、竹内、一宮, 同上, 55 (1939), 585

H. Maier-Leibnitz, Z. S. f. Phys., 112 (1938), 569.

S. H. Neddermeyer and C. D. Anderson, Rev. Mod. Phys., 11 (1939), 191.

③. 湯川秀樹、前記

湯川秀樹、坂田昌一、数物記事, 19 (1937), 1084.

④. 湯川、坂田、武谷, 数物記事, 20 (1938), 319.

N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938) 127.

⑤、湯川、坂田、武谷, 前記.

湯川、坂田、小林、武谷, 数物記事、21 (1938), 720.

N. Kemmer, 前記.

H. Fröhlich, W. Heitler and N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A) 166 (1938), 154.

H. J. Bhabha, 同上, 166 (1938), 501.

ベクトル理論ハ核力ニ関シテモウ一ツノ欠陥ヲモッテヰル。核ポテンシャルガ高次ノ特異函数部分ヲ含ムコトハ、重陽子ノ電気的四極能率ヲ説述スルノニマコトニ都合ガヨイノデアルケレドモ、都合ノ悪イコトニハ対称ベクトル理論ハ経験ト逆符号ノ四極能率ヲ重陽子ニ与ヘル⑤。コノ難点ハ対称擬スカラー理論ヲトレバ解決シ得ル可能性ガアル⑥。対称ベクトル理論モコノ難点ヲ解ク可能性ヲモッテヰルケレドモ、併シコノ理論ハ重陽子ノ¹S状態ニ於テ核ポテンシャルノ符号ガ経験ト逆デアルトイフ難点ヲモッテヰル。中間子ガ電気的ニ中性デアルト仮定⑧スレバベクトル理論モ亦コノ難点カラノガレルコトガデキルケレドモ、コノ仮定ハ核粒子ノ異常磁気能率及ビ原子核ノβ崩壊ヲ説明セズ、又宇宙線現象ト核力トノ関係ヲキリ離シテシマッテ、湯川理論ノ本質的ナ特徴ヲ失ハシメル。尚、Rarita 及ビ Schwinger⑦ニヨルト中性理論ハ陽子ニヨル中性子ノ散乱ニ関スル実験事実トノ一致ガ対称理論及ビ荷電理論ニ比シテ著シク悪イ。

湯川博士⑧ハ、中間子理論ニ従ヘバ、Fermi 理論ノ場合トチガッテ、核力ガ充分ニ強イニモカヽワラズ原子核ノβ崩壊ノ寿命ガ充分ニ長イコトヲ了解シ得ルコトヲ示シタ。

註、⑥、W. Heitler, Report to the Solvay Conference, 1939.

H. A. Bethe, Phys. Rev., 57 (1940), 390.

⑦. W. Rarita and J. Schwinger, Phys. Rev. 57 (1940), 436.

宮本源之助, 数物会誌, 16 (昭和17年), 169

⑧ H. A. Bethe, 前記.

[9] W. Rarita and J. Schwinger, Phys. Rev., 59 (1941), 556.

[10] 湯川秀樹、前記.

[11] L. W. Nordheim, Phys. Rev., 55 (1939), 506.

[12] 坂田昌一、数物記事、23 (1941), 291.

[13] 荒木源太郎、数物会誌、16 (昭和17年), 339, 理研 Sci. Pap., 40 (1943), 511.

[14] J. G. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A), 174 (1939), 73.

然ルニNordheim[11]ハ核力及ビ原子核ノβ崩壊ノ理論的結果ガ実験ト一致スルヨウニ理論ノ中ノ常数値ヲ定メルト、ベクトル中間子ノ寿命ハ著シク小サクナッテ到底実験値ト一致シ得ナイコトヲ指摘シタ。坂田博士[12]ハ中間子理論ノ四形式ノ各々ニツイテ中間子ノ寿命ヲ計算シスカラー及ビ擬ベクトル理論デモNordheimノ指摘シタ通リノ欠陥ヲモツコトヲ示シタ。只擬スカラー理論ノミハ、理論ノ中ノ三ツノ常数ヲ夫々、核力、原子核ノβ崩壊、中間子ノ寿命ノ理論値ト実験値トガ合フヨウニ定メルコトガデキルノデ、コノ難点カラノガレルコトガデキルコトヲ指摘シタ。併シコノヨウナ方法デ理論値ト実験値トヲ一致セシメルナラバ、之ニ関係スル他ノ実験的事実デ根拠ヅケラレル迄ハ、理論ハ著シク現象論的性格ヲ帯ビル。併シ擬スカラー理論デハコノ不満足ナ点ヲ解決スル道ガ存在スル。如何トナラバ、β崩壊前後ノ原子核ノ波動函数ノ重畳度ガ小サイコトヲ考慮ニ入レルナラバ常数ニツダケヲ使ッテモ擬スカラー理論ガ上記ノ三ツノ実験ト一致シ得ル可能性ノ存在スルコトガ分ルカラデアル。[13]

多クノ人々ニヨッテ論ゼラレタ中間子理論特有ノ難点ハ、原子核ニヨル中間子ノ散乱デアル。之ハ電子ニヨル光子ノ散乱ニ相当スルモノデ、光子理論ノ場合ニハ経験ト極メテヨイ一致ヲミタノデアッタ。Wilson[14]ハ宇宙線成分粒子ノ[illegible]ソノ

断面積ヲ求メソレガ中間子理論カラ期待サレル値ヨリ二桁モ小サイコトヲ指摘シタ。他方実験ニハ無関係ニ、散乱ノ理論的計算法ニモ欠陥ノアルコトガミトメラレタ。摂動論ニ従ッテ導カレタ散乱ノ断面積ハ　ル中間子ノエネルギートトモニ限リナク大キクナルガ、コレハ摂動論ノ出発点ノ仮定ト矛盾スル。コノ不満足ナ結果ハ中間子場ノ減衰的反作用ヲ考慮スルコトニヨッテ解決シ得ルコトガBhabha[15]ニヨッテ指摘サレ、Heitler[16]、Wilson[17]、Sokolow[18]及ビ朝永博士[19]ニヨッテ実際ニコノ難点ガ除カレタ。Heitler[16]ハコノヨウニシテ理論的ニ不満足ナ点ハ除カレシガ、断面積ノ理論値ハ尚、実験値ヨリモ大キスギルト主張シタ。併シ実験的材料ノ少イコト、常数値ノアイマイナコト、精シイ計算ノ結果[20]ト実験値トノ差ガHeitlerノ主張スル程著シクナイコト等ヲ考慮ニ入レルト散乱ノ問題ニツイテハ理論ト実験トガ確カニ矛盾シテヰルカ否カハ未ダ明カデハナイヨウニ思ハレル。

以上述ベタ色々ノ欠陥ヲ解決スル別ノ方法トシテ、Bhabha[21]及ビHeitler[22]等ハ核粒子ニスピン及ビ電荷ノ異ル状態ガアルト仮定シタ。併シ谷川、上野両氏[23]ニヨルトコノ仮説ハ問題ヲ解決スル方向ヘハ理論ヲ進メナイ。又Møller及ビRosenfeld[24]、小林博士[25]、

註) [15] H. J. Bhabha, Nature 145 (1938), 819.

[16] W. Heitler, Proc. Camber. Phil. Soc., 37 (1941), 291.

[17] A. H. Wilson, 同上, 37 (1941), 301.

[18] A. Sokolow, J. Phys. U.S.S.R., 5 (1941), 231.

[19] 朝永振一郎, 理研 Sci. Pap., 40 (1942), 43.

[20] 荒木源太郎, 同上, 40 (1943), 印刷中.

[21] H. J. Bhabha, Proc. Ind. Acad. Sci. A, 11 (1940), 347; Phys. Rev., 59 (1941), 100.

[22] W. Heitler, Nature 145 (1940), 29; Proc. Cambr. Phil. Soc., 37 (1941), 291.

W. Heitler and S. T. Ma, Proc. Roy. Soc. London (A), 176 (1940), 368.

[23]. 谷川安孝, 上野静雄、理研 Sci. Pap., 38 (1941), 435.

[24] C. Møller and L. Rosenfeld, Kgl. Danske Vid. Sels. math fys. Medd., 17 (1940), No. 8.

[25] 小林稔、数物記事. 25 (1941), 891.

又山崎氏[26]ハ中間子ニハ擬スカラートベクトルノ二種又ハスカラートスカラートノ二種ガ混合シテヰルト仮定シ、坂田博士[27]等ハ機構ヲ変更シ又ハ宇宙線中ノ中間子ト核力ヲ媒介スル湯川粒子トハ別ノモノデアルト仮定シタ。之等ノ仮定ノ検討ニツイテハ別ニ坂田博士ガ精シク議論サレル筈デアル。半整スピンノ中間子理論[24]モ試ミラレルガ茲デハソレニ触レナイ。

現在ノ場ノ理論ノ一般的欠陥ハ度外ニスルトシテ、如何ナル形式ノ中間子理論デウマクユクナラバ、ソレガ最モ望マシイト考ヘラレル。以下ノ議論ノ目的ハ以上述ベタ点ヲ更ニ精シク調ベテコノ望ガ可能デアルカ否カヲ検討スルコトニアル。

但シ、茲ニ注意スベキコトハ、以下ノ議論ハ大部分摂動論ニ基礎ヲオイテヰルコトデアル。核粒子ニヨル中間子ノ散乱ニ於テ中間子場ノ減衰的反作用ガ重要ナル役割ヲ演ズルトイフコトハ、理論的結論ヲ導クノニ摂動論的方法ガ屡々使ハレルニモカヽワラズ、ソレハ中間子理論ニ於テハ必ズシモ適当デナイコトヲ示唆スルモノト考ヘラレル。従ッテ以下ノ議論ハ極メテ粗ナ近似ヲ示スモノデ、アマリニ細カイ定量的ナ点迄意味ヲモツカドウカハ明カデナイ。コノ点ニ関シテハ別ニ朝永博士ノ論述ガアル筈デアル。

(註) [26]、山崎純平、小林稔、第十3回理研講演会、昭和18年6月18日、

[27]、坂田昌一、Phys. Rev., 58 (1940), 576; 数物記事 23 (1941), 283.

坂田、谷川、中村、井上、第十1回理研講演会、昭和17年1月12日、数物年会、昭和17年10月16日、第十3回理研講演会、昭和18年6月18日.

[28]. R. E. Marshak, Phys. Rev., 57 (1940), 1101.

R. E. Marshak, and Weisskopf, 同上, 59 (1941), 130.

宮島龍興、理研 Sci. Pap., 39 (1941), 28.

§1. 中間子ト他ノ粒子トノ相互作用

中間子ニ関スル種々ノ現象ハ中間子ト核粒子、軽粒子及ビ電磁場トノ相互作用ニヨッテ記述サレル。中間子ト核粒子及ビ軽粒子トノ相互作用ハ、中間子場ヲ表ハス函数トソノ微分商ヲ表ハス函数トカラ作ラレタLorentz変換ニ対シテ不変ナ双一次形式デ通常表ハサレル。中間子場ノ源密度ハ、核粒子又ハ軽粒子ノ波動函数カラLorentz変換ノ規約表示ニ従ッテ変換スルヤウニ作ラレタ所ノ、双一次形式デ定義サレル。又中間子ト電磁場トノ相互作用ハ電子ノ場合ト同ジヤウニ、電磁場ノナイ場合カラ $\frac{\partial}{\partial x_\nu}$ ヲ $\frac{\partial}{\partial x_\nu} - \frac{ie}{\hbar c} A_\nu$ ニ変換シテ得ラレル。但シナゼハ陽中間子ノ荷電、A_ν ハ電磁場ノベクトルポテンシャルデアル。

茲デハHeisenbergニ従ッテ陽子ト中性子トハ同ジ核粒子ノ二ツノ異ル固有状態ト考ヘル。ソシテソレヲ配位空間ノ方法デ扱ヒ、中間子、軽粒子及ビ光子ハ第二量子化ノ方法デ記述スル。核粒子及ビ軽粒子ハ総テDirac方程式ニ従フモノトシ、ソレラノ波動函数ノ成分ヲ縦ニナラベタ行列ヲ単ニ波動函数トヨブコトニシ、Ψ（核粒子）、ψ（電子）、及ビ φ（中性微子）デ表ハス。夫々ヲLorentz変換ノ規約表示ニ従ッテ変換スル双一次形式ヲ作ル為ニDirac行列 ρ_1, ρ_2, ρ_3 及ビ $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ヲ使ッ。陽子状態ト中

性子状態トノ間ノ核粒子ノ変化ヲ次ノヨウナ電荷演算子τデ記述スル。

$$\tau=\frac{\tau_1+i\tau_2}{2} \qquad (1.1)$$

但シ τ_1, τ_2, τ_3 ハ Dirac ノ行列 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ト全ク同ジ代数的関係ヲミタス行列トシ、τ_3 ノ固有値 $+1$ ニ属スル状態ガ中性子ヲ、τ_3 ノ固有値 -1 ニ属スル状態ガ陽子ヲ表ハスモノトスル。従ッテ τ_k ハ ρ_k, σ_k ト可換デアル。コレラノ行列ヲ使ッテ中間子場ノ源密度ハ次ノヨウナ双一次形式デ定義サレル。

$$R=f\Psi^{\dagger}\tau\rho_3\Psi \qquad R'=f'\psi^{\dagger}\rho_3\varphi \qquad (\text{スカラー}) \qquad (1.2)$$

$$\left.\begin{array}{ll}\vec{M}=g_1\Psi^{\dagger}\tau\rho_1\vec{\sigma}\Psi & \vec{M}'=g_1'\psi^{\dagger}\rho_1\vec{\sigma}\varphi \\ M_0=g_1\Psi^{\dagger}\tau\Psi & M_0'=g_1'\psi^{\dagger}\varphi\end{array}\right\} (\text{4ベクトル}) \qquad (1.3)$$

$$\left.\begin{array}{ll}\vec{T}=-g_2\Psi^{\dagger}\tau\rho_2\vec{\sigma}\Psi & \vec{T}'=-g_2'\psi^{\dagger}\rho_2\vec{\sigma}\varphi \\ \vec{S}=g_2\Psi^{\dagger}\tau\rho_3\vec{\sigma}\Psi & \vec{S}'=g_2'\psi^{\dagger}\rho_3\vec{\sigma}\varphi\end{array}\right\} (\text{6ベクトル}) \qquad (1.4)$$

$$\left.\begin{array}{ll}\vec{P}=f_2\Psi^{\dagger}\tau\vec{\sigma}\Psi & \vec{P}'=f_2'\psi^{\dagger}\vec{\sigma}\varphi \\ P_0=f_2\Psi^{\dagger}\tau\rho_1\Psi & P_0'=f_2'\psi^{\dagger}\rho_1\varphi\end{array}\right\} (\text{擬ベクトル}) \qquad (1.5)$$

$$Q=f_1\Psi^{\dagger}\tau\rho_2\Psi \qquad Q'=f_1'\psi^{\dagger}\rho_2\varphi \qquad (\text{擬スカラー}) \qquad (1.6)$$

但シ f, f_1, f_2, g_1 及ビ g_2 ハ電荷ノ次元ヲモツ相互作用ノ常数。$\dagger$ ハ Hermite 共軛ヲ表ハス。

擬スカラー理論

中間子場ヲ表ハス擬スカラー点函数ヲU、電磁場ノベクトル及ビスカラーポテンシャルヲ夫々 $\vec{A}$ 及ビ A_0 デ表ハス。中間子、核粒子、軽粒子及ビ電磁場カラナル系ノ場ノ Lagrange 函数 L ヲ次式デ谷川

及ビ湯川博士ハ定義シタ。①

$$L=\frac{1}{8\pi}\left(-U^{*}U+F_0^{*}F_0-\vec{F}^{*}\vec{F}\right)+\frac{1}{\kappa}U^{*}(R+Q')+\text{共軛複素函数}$$
$$+(\text{核粒子, 軽粒子, 電磁場ノミニ関スル項}) \qquad (1.7)$$

最後ノ項ハ以後簡単ノ為ニ書カナイ事ニスル。F_0 及ビ $\vec{F}$ ハ U カラ次ノヨウニ定義スル。

（註）①、谷川安孝、湯川秀樹、数物記事、23 (1941), 445

$$\left.\begin{array}{l}\kappa F_0=\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{ie}{\hbar c}A_0\right)U+4\pi(P_0+P_0') \\ \kappa\vec{F}=\left(-\nabla+\frac{ie}{\hbar c}\vec{A}\right)U+4\pi(\vec{P}+\vec{P}')\end{array}\right\} \qquad (1.8)$$

但シ κ ハ中間子ノ静質量ヲ μ トスルトキ $\kappa=\frac{\mu c}{\hbar}$ デ与ヘラレル常数デアル。場ノ一般理論ニ従ヘバ、上ノ Lagrange 函数カラハ、中間子ト他ノ粒子トノ相互作用ノエネルギー演算子トシテ次ノモノガ得ラレル。②

$$H^{mn}=-\frac{\tau^{\dagger}}{\kappa}(f_1\rho_2U+f_2\rho_1F_0)-\frac{1}{\kappa^2}f_2\tau^{\dagger}\vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\,U+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.9)$$

$$H^{m\ell}=-\frac{1}{\kappa}\int_V(R'^{\dagger}U+P_0'^{\dagger}F_0)dV-\frac{1}{\kappa^2}\int_V\vec{P}'^{\dagger}\,\mathrm{grad}\,U\,dV+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.10)$$

$$H^{me}=\frac{ie}{4\pi\hbar c\kappa^2}\int_V U^{\dagger}\vec{A}\,\mathrm{grad}\,U\,dV+\frac{1}{8\pi}\left(\frac{e}{\hbar c\kappa}\right)^2\int_V U^{\dagger}\vec{A}^2U\,dV$$
$$+\frac{ie}{4\pi\hbar c\kappa}\int_V U^{\dagger}A_0F_0\,dV+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.11)$$

$$H^{mne}=\frac{ie}{\hbar c\kappa^2}f_2\tau^{\dagger}\vec{\sigma}\vec{A}U+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.12)$$

$$H^{m\ell e}=\frac{ie}{\hbar c\kappa^2}\int_V\vec{P}'^{\dagger}\vec{A}U\,dV+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.13)$$

$$H^{nn}=f_2^2\frac{\tau^{(1)}\tau^{(2)}}{2}(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)})\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{k}\frac{e^{ik(x^{(1)}-x^{(2)})}}{V} \qquad (1.14)$$

$$H^{\ell\ell}=\frac{4\pi}{\kappa^2}\int_V\vec{P}'^{\dagger}\vec{P}'\,dV \qquad (1.15)$$

$$H^{nl} = \frac{4\pi}{\hbar^2} f_2 \vec{\tau}^{\,*}\vec{\sigma}\vec{P}' + \text{Hermite 共軛} \qquad (1.16)$$

但シ、

(註)③、谷川、湯川、前記、

荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 39 (1941), 14.

$$\left.\begin{aligned} U &= i\sqrt{2\pi}\,\mu c^2 \sum_{k} \frac{a_k - b_k^*}{\sqrt{E_k}} \frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{\sqrt{V}} \\ F_0 &= \sqrt{2\pi} \sum_{k} \sqrt{E_k}\,(a_k + b_k^*) \frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{\sqrt{V}} \end{aligned}\right\} \qquad (1.17)$$

$$\left.\begin{aligned} E_k &= \hbar c\sqrt{k^2+\kappa^2} \\ k_\nu &= \frac{2\pi}{\sqrt[3]{V}}\, n_\nu ;\ \nu = 1, 2, 3,\ n_\nu = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{aligned}\right\} \qquad (1.18)$$

デアッテ、$\vec{\tau}'$、$\vec{P}'$及ビP_0'ノ中ノτ及ビφハ総テハ量子化サレタ波動函数デアル。全系ハ稜ノ長サ$\sqrt[3]{V}$、体積Vノ立方体（之ヲVトヨブ）ノ中ニ閉ヂコメテアルモノトスル。（後ニ$V\to\infty$トスル）。H^{mn}ノmn、ヨウニ肩ニツイテヰル文字ノ中mハ中間子ヲ、nハ核粒子ヲ、lハ軽粒子ヲ、eハ電磁場ヲ、例ヘバH^{mn}ハ中間子ト核粒子トノ相互作用ヲ意味スル。a_k、b_kハ夫々運動量$\hbar\vec{k}$ノ陽中間子及ビ運動量$-\hbar\vec{k}$ノ陰中間子ガ一ツダケ消滅スルコトニ対応スル演算子デアル。若シ対称理論ヲトツテ中性中間子ヲ共ニ考ヘルナラバ、上述ノH^{mn}ニ於テソノτヲ$\frac{\tau_3}{\sqrt{2}}$デ書キカヘ、a_kヲc_kデ書キカヘ、$b_k = 0$トオイタモノガ更ニ上述ノH^{mn}ニ附加サレル。但シc_kハ中性中間子ニ関スルa_k演算子デアル。以下ノ議論デハ対称理論ヲトルコトトシ、上記ノH^{mn}ハ既ニ中性中間子ヲ考ヘニ入レテ対称理論ノ形ニ書キナホシテアル。上ノ式ノ中デ核粒子ニ関スルモノハH^{nn}以外ハスベテ一箇ノ核粒子ニツイテ、H^{nn}ダケハ二箇ノ核粒子ニツイテ書イテアル。

H^{nn}ノ表式ノ導キ方ニツイテハ後ノ計算ニモ関係スル問題ガア

ルカラ、ソレヲ茲デ吟味スル。コノ表式ハモト場ノエネルギーノ表式ノ中ノ、

$$H^{nn} = \frac{4\pi}{\hbar^2}\int_V \vec{P}^*\vec{P}\,dV \qquad (1.19)$$

カラ次ノ方法デ得ラレタモノデアル。先ヅ$\vec{P}^*\vec{P}$ヲ対称化シテ$\frac{1}{2}(\vec{P}^*\vec{P}+\vec{P}\vec{P}^*)$トシ、二項夫々後ノ方ノ函数ヲ正規直交系$\frac{1}{\sqrt{V}}e^{i\vec{k}\vec{x}}$デFourier展開スレバ次ノ如クカケル。

$$H^{nn} = f_2^2\frac{4\pi}{\hbar^2}\int_V dV\sum_{k}\int_{V'}\psi^*(\vec{x})\psi^*(\vec{x}')\frac{\tau^*\tau'+\tau\tau'^*}{2}\vec{\sigma}\vec{\sigma}'\frac{e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}')}}{V}\psi(\vec{x})\psi(\vec{x}')\,dV' \qquad (1.20)$$

茲デ$\sum_{k}$ト$\int_{V'}$トヲ交換シ、$\psi(\vec{x})$ヲ量子化サレタ波動函数ト考ヘレバ(1.14)ガ得ラレル。③ (1.20)ニ於ケル級数ハ確ニ収斂スルニモカヽワラズ、(1.14)ニ於ケル級数ハ収斂シナイ。故ニ上ノ表式ニ於ケル和ト積分トハ、コノマヽノ形デハ、明カニ交換不可能デアル。コノ様ノ困難ハ核粒子ヲ配位空間ノ方法デ扱ツタ為ニ起ツタノデハナイ。サテ全系ヲ箱Vノ中ヘトヂコメタ目的ハ直接ニハ平面波ヲ表ハス波動函数ノノルムヲ有限ナラシメル為、即チ$\int_V$ヲ常ニ収斂セシメル為デアツテ、通常計算ヲ終ツタ後ニVヲ無限ニ拡ゲル。コノコトト級数$\sum_{k}$ノ非収斂性トノ類推カラ、$\vec{k}$空間モ亦有限ノ大キサニ制限シテ計算ヲ終ツタ後ニ無限ニ拡ゲルトイフコトハ極メテ自然デアルヨウニミエル。コノヨウニ解釈スレバ、上述ノ和ト積分トノ交換ハ可能デアツテ、級数ハ常ニ収斂シテヰルト解釈スルコトガデキル。現在ノ場ノ理論デハ一般ニハコノヨウナ立場ガ陽表的ニ表現サレテヰナイヨウデアルガ、陰伏的ニハコノ立場ヲトツテヰルモノト解釈サレル。コノ方法ハ一見極メテ人工的ニミエルケレドモ、実ハ計算ヲ全体的ニミレバ、Fourier ノ定理ニ従ツテ進ンダコトニナツテ数学的ナ厳密性ハ失ハレテヰナイト考ヘラレル。ソレ故、以下ノ議論ハスベテコノ解釈ノ下ニ進ムコトニスル。

註)③、V. Fock, ZS. f. Phys., 75 (1932), 622.

湯川秀樹、物理学講演集3，15頁

④、コノ解釈ハ朝永博士ノ示唆ニ基ヅク。

次ニ$\vec{k}$空間ヲ制限スル方法トシテ茲デハ昔カラヨク使ハレテヰル収斂保証因数ノ方法ヲトルコトニスル。保証因数ノ具体的ノ形トシテハ昔カラ屡々 $e^{-\frac{k}{K}}$（後ニ $K\to\infty$ トスル）ガ使ハレル。之ハ有理又ハ無理函数ノ級数ノ収斂ヲ常ニ保証スルカラ強力デアルガ、実際ノ計算ガ厄介デアルカラ、以下デハ次ノヨウナ有理函数ヲ使フコトニスル。

$$\frac{K^2}{k^2+K^2} \tag{1.21}$$

但シ、計算ヲ終ッタ後ニ $K\to\infty$ トスル。コノ因数ハ収斂保証ニ対シテ甚ダ微力デアルガ、以下論ズル計算ニハコレデ充分役ニ立チ、ソノ上計算ガ甚ダ楽デアル。(1.14)ノヨウナ非収斂級数ハ保証因数ガ省略シテ書カレテヰルモノト考ヘルコトニスル。

サテ上述ノ Lagrange 函数ノトリ方ハ湯川博士等ガベクトル理論[5]デ採用シタ方法デアル。之ヲ谷川、湯川ノ場合トヨブコトニスル。他ノ人々ニヨッテコレト少シヅヽ異ル方法ガトラレテヰル。Møller 及ビ Rosenfeld[6] ハ H^{nn} ガ上ノ形デ現ハレナイヨウニ（核粒子ガ静止スルトキ消エルヨウニ）、L ノ中ヘ始カラ
$\frac{4\pi}{\kappa^2}(\vec{p}^*\vec{p}-p_0^*p_0)$ ヲ入レテオイタ。（軽粒子ヲ考ヘナイ場合）
コノトキ、H^{nn} ニ於テ $\vec{p}^*\vec{p}$ ノ代リニ $p_0^*p_0$ トナッタモノガ現ハレル。[7] 軽粒子ヲ考ヘタ場合、コレヲソノマヽ拡張シテ L ＝

$$\frac{4\pi}{\kappa^2}\left\{(\vec{p}+\vec{p}')^*(\vec{p}+\vec{p}')-(p_0+p_0')^*(p_0+p_0')\right\} \tag{1.22}$$

ヲ加ヘテオケバ H^{nn}, H^{ll}, H^{nl} ノ中ノ $\vec{p}$, $\vec{p}'$ ハスベテ p_0, p_0' ニカワル。坂田博士[8] ハコレヲ採用シテ原子核ノ β 崩壊ヲ論ジタ。コノ場合ヲ M-R 坂田ノ場合トヨブコトニスル。又宮島氏[9] ハ(1.9)デ表ハサレル L ＝

$$\left(1-\frac{1}{3}\right)\frac{4\pi}{\kappa^2}\left\{(\vec{p}+\vec{p}')^*(\vec{p}+\vec{p}')-(p_0+p_0')^*(p_0+p_0')\right\} \tag{1.23}$$

（註）⑤、湯川、坂田、武谷、前記。

⑥、C. Møller and L. Rosenfeld，前記。

⑦、コレト同ジ結果ハ L ノ定義ト $\vec{F}$, F_0 ノ定義ヲカヘテモ得ラレル。N. Kemmer 前記、Kemmer ハトニカクコノヨウナ核粒子間ノ直接ノ相互作用ハ無視スルトイフ方針ヲトッタ。更ニ H. J. Bhabha, Proc. Roy. Soc. London, (A), 166 (1938), 501. 参照。

⑧、坂田昌一、数物記事、23 (1941), 291.

ヲ加ヘルコトヲ提案シタ。コノトキニハ H^{nn}, H^{ll}, H^{nl} ハスベテ谷川湯川ノ場合ノ $\frac{1}{3}$ ト M-R 坂田ノ場合ノ $\frac{2}{3}$ トノ和デ表ハサレル。[10] コレヲ宮島ノ場合トヨブ。ソノ拡張トシテ、$1-\frac{1}{3}$ ノ代リニ $1-\nu$ トシテ ν ヲ任意ニトルコトガ考ヘラレル。コノ場合ハ常数ガ一ツ増加シテヨリ理論ハ現象論的ニナル。後ニ核力ニツイテヨク分ルヨウニ、茲ニ特ニ区別シタ三ツノ場合ハ三ツノ極端ノ場合デ、$\nu=0$、$\frac{1}{3}$、1 トナッタ場合デアル。

之等ノ各場合ノ差異ハ核力ト原子核ノ β 崩壊ノ場合ニ現ハレル。コレ等ノドノ場合ヲトルベキカハ実験トノ比較ニマツヨリ外ニヨリ所ガナイ。コノヨウナアイマイサヲナクスル為ニ「核ポテンシャルノ中ヘ核粒子同志ノ直接ノ相互作用ガ現ハレナイヨウニスル」トイフ原理ヲオクコトヲ Bethe ト Nordheim[11] ハ主張シタ。コノ原理ハ、抽象的ニハ物理的観点カラナル程ヨサソウニ思ハレル。併シ後デ分ルヨウニ、コノ原理ヲ一般ニ適用スルコトハ現在ノ中間子理

（註）⑨、宮島龍興、数物会誌、16（昭和17年），340.

⑩、谷川、湯川ノ場合ト M-R 坂田ノ場合ノ折衷シタ場合モ考ヘラレル。ソレハ(1.7)ノ L ニ(1.22)ト共ニソノ $\vec{F}$, F_0 ヲ $\vec{F}'$, F_0' デオキカヘタモノヲ加ヘテオクノデアル。ソノトキ H^{nl} ダケハ谷川湯川ノ場合ト同ジデ、H^{nn}、H^{ll} ハ M-R 坂田ノ場合ト同ジニナル。後デ分ルヨウニコノ場合

ハ有ヘル価値ガナイヨウニミエル。

⑪、H. A. Bethe and L. Nordheim, Phys. Rev., 57 (1940) 998. コレハR. Serber, Phys. Rev., 56 (1939), 1065. ガ本文ニノベタヨウナアイマイサヲ非難シタノニ答ヘル為デアッタ。湯川博士モ可能ナラバ上述ノ原理ニ従ヒタイトイフ意見デアル（会話）。勿論コレ等ノ議論ハSchrödinger 近似ニ於テノ話デアル。

論ニ対シテハ不可能デアル。又、二粒子系ノ第一項ニハコノ原理ガ適用可能デアッテ、ソレニヨルト擬スカラー理論デハ宮島ノ場合ヲ採用スベキコトガ確定スル。併シ三重項ニ対シテハ適用不可能デアルカラ、コノ原理モ現在ノ理論ニ対シテハ文字通リノ意味ヲモタナイ。宮島氏ノ提案ノ意味ハ第一項ニツイテBethe-Nordheim ノ原理ノ適用ヲ要求シテヰルモノト解シ得ル。尚M-R 坂田ノ場合ハ原子核ノβ崩壊ニ対シテ許容遷移ヲ許サナイ。

スカラー理論

擬スカラー理論ニ於ケル $\vec{G}$, $\vec{G}'$, $\vec{F}$, F_0, $\vec{F}'$, F_0' ヲ夫々 R, R', $\vec{M}$, M_0, $\vec{M}'$, M_0' デオキカヘレバスカラー理論ニ於ケル相互作用ガ得ラレル。コノ理論デハBethe-Nordheim ノ原理ガ適用可能デ、ソノ適用ニヨレバM-R 坂田ノ場合ヲトラナケレバナラナイ。

ベクトル理論

中間子場ヲ記述スルチベクトル点函数ヲ $\vec{U}$, U_0 トシ、場ノLagrange函数ヲ湯川博士等⑫ハ次ノヨウニ定義シタ。

$$L=\frac{1}{8\pi}(U_0^*U_0-\vec{U}^*\vec{U}+\vec{F}^*\vec{F}-\vec{G}^*\vec{G})+\frac{1}{\kappa}\{\vec{U}^*(\vec{M}+\vec{M}')-U_0^*(M_0+M_0')\}$$
$$+\text{共軛複素函数}+\cdots\cdots \qquad (1.24)$$

$$\left.\begin{aligned}\kappa\vec{F}&=\left(-\nabla+\frac{ie}{\hbar c}\vec{A}\right)U_0-\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}+\frac{ie}{\hbar c}\right)\vec{U}+4\pi(\vec{T}+\vec{T}')\\ \kappa\vec{G}&=\left[\left(\nabla-\frac{ie}{\hbar c}\vec{A}\right)\vec{U}\right]+4\pi(\vec{S}+\vec{S}')\end{aligned}\right\} \qquad (1.25)$$

之カラ相互作用ノエネルギー演算子ハ次ノヨウニナル。⑮

（註）⑭、湯川、坂田、武谷、前記。
⑮、同上、
H. Kemmer、前記
H. J. Bhabha, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938) 127.
E. C. G. Stueckelberg, Helv. Phys. Acta, 11 (1938), 299.
H. Fröhlich, W. Heitler and N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938), 154.
坂田昌一、前記。

$$H^{nn}=-\frac{\vec{U}^\dagger}{\kappa}(g_1\rho_1\vec{\sigma}\vec{U}-g_2\rho_2\vec{\tau}\vec{F})-\frac{U_0^\dagger}{\kappa^2}(g_1\,\mathrm{div}\,\vec{F}-g_2\rho_3\vec{\sigma}\,\mathrm{rot}\,\vec{U})$$
$$+\ \text{Hermite 共軛} \qquad (1.26)$$

$$H^{nl}=-\frac{1}{\kappa}\int_V(\vec{M}^\dagger\vec{U}+\vec{T}^\dagger\vec{F})dV-\frac{1}{\kappa^2}\int_V(M_0^\dagger\,\mathrm{div}\,\vec{F}-\vec{S}^\dagger\,\mathrm{rot}\,\vec{U})dV$$
$$+\ \text{Hermite 共軛} \qquad (1.27)$$

$$H^{ne}=\frac{ie}{4\pi\hbar c\kappa^2}\int_V\{\vec{A}\vec{F}^\dagger\,\mathrm{div}\,\vec{F}+\vec{A}[\vec{U}^\dagger\,\mathrm{rot}\,\vec{U}]\}dV$$
$$+\frac{1}{8\pi}\left(\frac{e}{\hbar c\kappa}\right)^2\int_V[\vec{A}\vec{U}]^\dagger[\vec{A}\vec{U}]dV$$
$$+\frac{ie}{4\pi\hbar c\kappa}\int_V A_0\vec{F}^\dagger\vec{U}dV+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.28)$$

$$H^{nne}=\frac{ie}{\hbar c\kappa^2}U_0^\dagger\vec{A}\{g_1\vec{F}+g_2\rho_3[\vec{\sigma}\vec{U}]\}+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.29)$$

$$H^{nle}=\frac{ie}{\hbar c\kappa^2}\int_V\vec{A}\{M_0'^\dagger\vec{F}+[\vec{S}'^\dagger\vec{U}]\}dV+\text{Hermite 共軛} \qquad (1.30)$$

$$H^{nn}(1,2)=\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\left\{g_1^2+g_2^2\beta_3^{(1)}\beta_3^{(2)}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\right\}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}(\vec{x}^{(1)}-\vec{x}^{(2)})}}{V} \tag{1.31}$$

$$H^{ll}=\frac{4\pi}{\kappa^2}\int_V\left(M_0'^{\dagger}M_0'+\vec{S}'^{\dagger}\vec{S}'\right)dV \tag{1.32}$$

$$H^{nl}=\frac{4\pi}{\kappa^2}\tau^{\dagger}\left(g_1M_0'+g_2\beta_3\vec{\sigma}\vec{S}'\right)+\text{Hermite共軛} \tag{1.33}$$

$$\begin{gathered}\vec{U}=i\sqrt{2\pi}\sum_{\vec{k}}\left[(a_{\vec{k}}-b_{\vec{k}}^{\dagger})\frac{\vec{k}}{k}+\frac{\mu c^2}{E_k}\left\{(a'_{\vec{k}}-b'^{\dagger}_{\vec{k}})\vec{e}'_{\vec{k}}+(a''_{\vec{k}}-b''^{\dagger}_{\vec{k}})\vec{e}''_{\vec{k}}\right\}\right]\sqrt{E}\,\frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{\sqrt{V}}\\ \vec{F}=-\sqrt{2\pi}\sum_{\vec{k}}\left[(a_{\vec{k}}+b_{\vec{k}}^{\dagger})\frac{\mu c^2}{E_k}\frac{\vec{k}}{k}+\left\{(a'_{\vec{k}}+b'^{\dagger}_{\vec{k}})\vec{e}'_{\vec{k}}+(a''_{\vec{k}}+b''^{\dagger}_{\vec{k}})\vec{e}''_{\vec{k}}\right\}\right]\sqrt{E}\,\frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{\sqrt{V}}\end{gathered} \tag{1.34}$$

茲ニ $\frac{\vec{k}}{k}$、$\vec{e}'_{\vec{k}}$、$\vec{e}''_{\vec{k}}$ ハ互ニ直交スル単位ベクトル、$a_{\vec{k}}$、$a'_{\vec{k}}$、$a''_{\vec{k}}$ ハ擬スカラー理論ノ場合ノ $a_{\vec{k}}$ ト同ジヨウナ演算子デ夫々縦及ビ二ツノ横ノ陽中間子ニ関スルモノ、$b_{\vec{k}}$ 等ハ陰中間子ニ関スルモノデアル。中性中間子ニ関シテハ擬スカラー理論ノ場合ト同様デアル。又 H^{nn} ニ関スルアイマイサモ擬スカラー理論ノ場合ト同様デアル。宮島ノ原理ガ H^{nn} ヲ如何ニ決定スルカハ後ニ述ベル。

$\boxed{\text{擬ベクトル理論}}$

ベクトル理論ニ於ケル $\vec{M}$、M_0、$\vec{M}'$、M_0'、$\vec{T}$、$\vec{S}$、$\vec{T}'$、$\vec{S}'$ 等ヲ夫々 $\vec{P}$、P_0、$\vec{P}'$、P_0'、$\vec{S}$、$-\vec{T}$、$\vec{S}'$、$-\vec{T}'$ 等デオキカヘレバ擬ベクトル理論ニ於ケル相互作用ガ得ラレル。

§2. 核力

二ツノ核粒子間ノ相互作用ハ一種ノポテンシャル函数デ記述デキルモノト通常考ヘラレテヰル。コノ函数ヲ以後簡単ノ為ニ核ポテンシャルトヨブ。コノ仮定ガ果シテ正シイカ否カハ原子核ノ性質ガ実験及ビ理論的ニ更ニ精密ニ研究サレタ後ニ判明スルノデアラウ。ソレニシテモ、現在ノ研究ノ状態デハ大体ニ於テ定性的ニハコノ仮定ガ許サレルト考ヘラレル。又人々ハコノ仮定ガ許サレルヨウニ理論ヲ構成シタイト希望シテヰルヨウデアル。

核ポテンシャルノ解釈ハ色々アルガ①、色々ナ解釈ガ一致スル範囲ニ於テノミ、ソレヲ考ヘルコトニ意味ガアル。茲デハ次ニ述ベルヨウナ断熱的方法デ核ポテンシャルヲ考察スル。現在ノ中間子理論ニ於テ核ポテンシャルガ意味ヲモツカドウカハ、一ツノ未解決ノ問題デアル。中間子ト核粒子トノ相互作用ノ強イコト、計算ノ結果ノ收斂シナイコト等ハソレニ対スル悲観的ナ答ノ片鱗ヲ示シテヰルノデハナカラウカトモ思ハレル。茲デハコノ問題ニハ触レズニ断熱的ポテンシャルガ中間子理論ニ於テ意味ヲモツモノト仮定シテ話ヲ進ベル。

二ツノ核粒子ト中間子カラナル系ノハミルトニアンハ

$$H_1+H_2+H^{nn}+H^{m}+H^{mn} \tag{2.1}$$

(註)①、C. F. v. Weizsäcker. ZS. f. Phys., 102 (1936), 572.
N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938) 127.
H. J. Bhabha, 同上、166 (1938), 501.
湯川秀樹、坂田昌一、武谷三男、数物記事、20 (1938) 319.
C. Møller and L. Rosenfeld, Kgl. Danske Vid. Sels.

Math. fys. Medd., 17 (1940), No. 8.
H. A. Bethe, Phys. Rev., 57 (1940), 260.
小林稔、数物記事, 23 (1941), 891.

デ與ヘラレル。但シ H_1 及ビ H_2 ハ核粒子1及ビ2ガ單独ニ存在スルトキノハミルトニアン、H^{m} ハ中間子ダケガ存在スルトキノハミルトニアンデアル。又 H^{nn} 及ビ H^{mn} ハ前節デノベタ演算子デアル。コレ等ノ中デ中間子ノ波動函数ニ作用スルモノハ H^{m} ト H^{mn} トダケデアル。ソコデ全系ノ波動函数ヲ Φ トシ、Φ ノ中ノ中間子ノ波動函数ノ部分ヲ適当ニ選ブコトニヨツテ、

$$(H_1+H_2+H^{nn}+H^{m}+H^{mn})\Phi=(H_1+H_2+W_0+W)\Phi \qquad (2.2)$$

ナミタスヨウナ、数値 W_0、二ツノ核粒子ノ座標ダケニ関係スル W、及ビ近似的ニ中間子ノナイ状態ヲ表ハス波動函数 Φ ガ存在シタナラバ、W ガ求メル核ポテンシヤルデアル。但シ二核粒子ノ距離ガ限リナク増ストキ W ガ0ニ近ヅクヨウニ W ヲトル。始ニノベタヨウニ、コノヨウナ解ガ存在スルカ否カハ吟味スベキ問題デアルガ茲デハソノ存在ヲ始カラ仮定シ、次ノヨウニシテ W ヲ求メル。即チ H^{mn} ヲ摂動項ト考ヘ、スベテノ中間子ガ存在シナイ状態ヲ表ハス函数ヲ非摂動函数トシテ、中間子ノ波動函数ノ部分ダケニツイテ、固有値問題(2.2)ヲ摂動論デトクノデアル。固有値ノ第一摂動項ハ零トナリ、第二摂動項ガ始メテ零ト異ル値ヲ與ヘル。コレカラ二ツノ核粒子ノ座標ニ無関係ナ部分 W_0 ヲヒキ去ツタ残リヲ $W^{(2)}$ トスレバ、核ポテンシヤルハ近似的ニ H^{nn} ト $W^{(2)}$ ノ和デ與ヘラレル。

$$W=H^{nn}+W^{(2)} \qquad (2.3)$$

但シ、コノ計算デハ核粒子ニ関スル演算子ハ H^{mn} ノ行列元素ノ中ニ演算子ノマヽデ残ツテキルノデ、コノ行列元素ノ積ノ順序ハ特ニ保留シテオクコトガ必要デアル。$W^{(2)}$ ハ通常ノ摂動論ト同様ニ求メラ

レテ次ノヨウニナル

$$W^{(2)}=-\sum_{I}\frac{H^{mn}_{0I}\,H^{mn}_{I0}}{E_k}-W_0 \qquad (2.4)$$

但シ、0ハ中間子ノナイ状態、Iハ運動量 $\hbar\vec{k}$、エネルギー E_k ノ中間子ガ一箇存在スル状態ヲ表ハシ、和ハスベテノ可能ナIニツイテ展メルコトヲ意味スル。以下デハスベテ W ヲ Schrödinger 近似(静力学的部分)デ求メル。從ツテ核粒子ノ Dirac 行列ノ中デ $\rho_1=\rho_2=0$, $\rho_3=1$ トオク。前節ニ述ベタヨウニ H^{nn} ノトリ方ハアイマイデアルガ、茲デハ宮島ノ原理ニ從ツテコレヲ決定スル。始ニ仮定シタヨウニ断然的核ポテンシヤルガ若シ意味ヲモツトシテモ摂動論ノ最初ノ近似ダケデヨイ近似ガ得ラレルカドウカハワカラナイ。従来屢々トラレタ力学的ナ摂動方法デモ同ジコトガイヘル。コノ点ニ関シテハ朝永博士ガ別ニ精シク論ゼラレル筈デアル。更ニ原子核ノ構造ヲ論ズル際ニ Schrödinger 近似ダケデ充分デアルカドウカモ不明カデナイ。Pauli 近似迄トル必要ガアルトイフ可能性モ全ク排除スルコトハデキナイ。実際 Møller ト Rosenfeld[2] トハ Pauli 近似ガ重陽子ノ電気的四極能率ヲ説明シ、且ツ重陽子ノ基底準位ニ対スル補正ガ Schrödinger 近似ト同ジ程度デアルコトヲ示シタ。若シサウデアルトスレバ、上ノヨウニシテ求メタ核ポテンシヤルヲ使ツテハアマリ精密ナ定量的議論ヲスルコトハデキナイ。大約ノ程度ニ於ケル経験トノ一致ガ得ラレルナラバ、ソレデ満足シナケレバナラナイデアラウ。

補テ、前節ニ得タ中間子ト核粒子トノ相互作用 H^{mn} ニ於テ $\rho_1=\rho_2=0$, $\rho_3=1$ トオキ、ソレヲ(2.4)ニ代入スレト核ポテンシヤルノ第二摂動項ノ部分ハ次ノヨウニナル。

(註) ②、C. Møller and L. Rosenfeld、前記。

Preprints distributed in the "DICUSSION MEETING ON MESONS"

in Sept. 26 and 27, 1943 (Cf. YHAL EDT 020)

(1) G.Araki: Does the Meson Theory go well in Only One Type of Fields ?
(2) S.Sakata: Problems of Model in the Theory of Elementary Particles
(3) H.Tamaki: The Nature of Cosmic Ray and the Neutrino-Loss
M.Taketani: On the Neutral Mesons
(4) S.Tomonaga: On the Interaction between the Mesons and the Nucleons --- Considerations based on the First Kind Cut-Off Hypothesis

擬スカラー理論

$$W^{(2)} = -f_2^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{k})(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{k})}{k^2}\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V} \qquad (2.5)$$

スカラー理論

$$W^{(2)} = -f^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{\kappa^2}{k^2+\kappa^2}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}$$

$$-g_1^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V} \qquad (2.6)$$

ベクトル理論

$$W^{(2)} = -g_1^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}$$

$$+g_1^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\left\{\frac{(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{k})(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{k})}{k^2}-\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\right\}\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V} \qquad (2.7)$$

擬ベクトル理論

$$W^{(2)} = -f_2^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\left\{\frac{(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{k})(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{k})}{k^2}\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}+\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\frac{\kappa^2}{k^2+\kappa^2}\right\}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}$$

$$+g_2^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\left\{\frac{(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{k})(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{k})}{k^2}\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}-\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\right\}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V} \qquad (2.8)$$

但シ、$\vec{r} = \vec{x}^{(1)} - \vec{x}^{(2)}$ デアル。前節デノベタヨウニ、Møller-Rosenfeld ハ H^{nn} ハ特異性ガ強スギルトイフノデ擬スカラー理論ノ場合ニコレヲトリノゾイタノデアルガ、上ノ結果カラ分ルヨウニ $W^{(2)}$ モ亦ソレト全ク同種ノ特異性ヲモツタ項ヲ含ンデヰル。而カモ、次ニ示スヨウニ、ソレハ H^{nn} ヲ加減スルコトニヨツテハ決シテ除キ得ナイ。例ヘバ、等式

$$\lim_{V\to\infty}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}f(k) = \frac{2}{(2\pi)^2}\int f(k)k^2dk\,F(kr) \qquad (2.9)$$

$$\lim_{V\to\infty}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}f(k)\frac{(\vec{A}\vec{k})(\vec{B}\vec{k})}{k^2}$$

$$= \frac{2}{(2\pi)^2}\int f(k)k^2dk\,\frac{1}{2}\left\{\vec{A}\vec{B}\left[F(kr)+F''(kr)\right]-\frac{(\vec{A}\vec{r})(\vec{B}\vec{r})}{r^2}\left[F(kr)+3F''(kr)\right]\right\} \qquad (2.10)$$

$$x\left[F(x)+F''(x)\right] = -2F'(x) \qquad (2.11)$$

但シ　$F(x) = \frac{\sin x}{x}$　(2.12)

ヲ使フト(2.5)ハ次ノ和ヲ含ンデヰルコトガ分ル。

$$-f_2^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{(\vec{\sigma}^{(1)}\vec{r})(\vec{\sigma}^{(2)}\vec{r})}{r^2}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V} \qquad (2.13)$$

最後ノ因数ハ全ク H^{nn} ニ含マレテヰルノト同ジ和デアル〔(1.14)参照〕而カモ、前ノ因数ノ為ニ、コレヲ打消スヨウニ H^{nn} ヲ作ルコトハ前節ノ方法デハ不可能デアル。

Kemmer[3] 及ビ Fröhlich-Heitler-Kemmer[4] ハ、H^{nn} ノトリ方ガアイマイデアルカラ、核粒子間ノ直接ノ相互作用ハ無意味デアルトシテベクトル理論ノ場合ニ

$$\sum_{\vec{k}} e^{i\vec{k}\vec{r}} = 0$$

トオクコトニヨツテコノ種ノ項ヲ除カウトシタ。併シ乍ラ、ヤハリコレデモマダ特異項ハ除キ切レナイ。如何トナラバ、次ニ示スヨウニ(2.7)ニハコノ形ニデキナイ特異項ガ含マレテヰルカラデアル。等式(2.9)(2.10)カラワカルヨウニ、次ノモノガ即チソレデアル。

(註) ③ R. Kemmer 前記

④ H. Fröhlich, W. Heitler and R. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938), 154

$$g_2^2\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\frac{\Lambda}{(\kappa r)^2}\frac{2}{\pi}\int_0^\infty \cos kr\,dk \qquad (2.14)$$

但シ

$$\Lambda = 3\frac{(\vec\sigma^{(1)}\vec r)(\vec\sigma^{(2)}\vec r)}{r^2} - \vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)} \qquad (2.15)$$

デアル．コノ種ノ項ヲ打消スヨウニ H^{nn} ヲ作ルコトモ亦同様ニ不可能デアル．上ニ得ラレタ $W^{(2)}$ ノ形式カラ分ルヨウニ、スカラー理論以外デハ皆コノ両種ノ特異項ガ現ハレルカラ、H^{nn} ヲ調節シテ W カラ核粒子間ノ直接ノ相互作用ヲトリノゾクコトハ不可能デアル．只スカラー理論ダケハ例外デ *Bethe-Nordheim* ノ原理ヲ適用スルコトガデキル．併シ後ニ分ルヨウニスカラー理論ノ与ヘル所ハ経験ト矛盾スルカラ　コレヲ採用スルコトハデキナイ．故ニ従来ノ理論ノ範囲デハ核粒子間ノ直接ノ相互作用ガ核ポテンシャルノ中ニ現ハレルコトヲサケルコトハデキナイト考ヘラレル。

コレニ反シテ、次ニ示スヨウニ　宮島ノ原理ヲ適用スルコトハドノ場合ニモ可能デアル．先ヅ (2.10) ヲカキナホスト次式ガ得ラレル。

$$\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{(\vec\sigma^{(1)}\vec k)(\vec\sigma^{(2)}\vec k)}{k^2}\,\frac{k^2}{k^2+\kappa^2}\,\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}$$

$$= \frac{1}{3}(\vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)})\left\{\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V} - \phi(r)\right\} - \Lambda\chi(r) \qquad (2.16)$$

但シ $\phi(r)$, $\chi(r)$ ハ次式デ与ヘラレ．

$$\left.\begin{aligned}\phi(r) &= \frac{4\pi}{V}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{k^2+\kappa^2}\\ \chi(r) &= \frac{1}{\pi\kappa^2}\int_0^\infty \frac{k^2}{k^2+\kappa^2}\,k^2dk\,\frac{1}{2}\left[\frac{F(kr)}{3}+F''(kr)\right]\end{aligned}\right\}\qquad (2.17)$$

Λ ハ (2.15) デ与ヘラレル。又極限記号ハ省略シテアル．コノ結果ヲ (2.5), (2.6), (2.7), (2.8) ニ代入スルト次ノヤウニナル。

擬スカラー理論

$$\overline{W}^{(2)} = f_2^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\left[\frac{1}{3}\vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)}\left\{-\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}+\phi(r)\right\}+\Lambda\chi(r)\right] \qquad (2.18)$$

スカラー理論

$$\overline{W}^{(2)} = -g_1^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\,\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V} - f^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\phi(r) \qquad (2.19)$$

ベクトル理論

$$\overline{W}^{(2)} = g_1^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\left\{-\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}+\phi(r)\right\}$$

$$+g_2^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\left[\frac{2}{3}\vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)}\left\{-\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}+\phi(r)\right\}-\Lambda\chi(r)\right] \qquad (2.20)$$

擬ベクトル理論

$$\overline{W}^{(2)} = f_2^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\left[\vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)}\left\{-\frac{1}{3}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}-\frac{2}{3}\phi(r)\right\}+\Lambda\chi(r)\right]$$

$$+g_2^2\frac{\vec\tau^{(1)}\vec\tau^{(2)}}{2}\left[\vec\sigma^{(1)}\vec\sigma^{(2)}\left\{-\frac{2}{3}\frac{4\pi}{\kappa^2}\sum_{\vec k}\frac{e^{i\vec k\vec r}}{V}-\frac{1}{3}\phi(r)\right\}-\Lambda\chi(r)\right] \qquad (2.21)$$

Λ ハ二粒子系ノ単一項デ固有値 0 ヲモツカラ H^{nn} ヲ次ノヨウニトレバ　相対論的ニ不変ナ方法デ二粒子系ノ単一項ニ於ケル核ポテンシャルカラ二核粒子間ノ直接ノ相互作用ヲトリノゾクコトガデキル。

擬スカラー理論

$$H^{nn} = \frac{4\pi}{\kappa^2}\int_V\left(\frac{1}{3}\vec P^{\dagger}\vec P + \frac{2}{3}P_0^{\dagger}P_0\right)dV \qquad (2.22)$$

スカラー理論

$$H^{nn} = \frac{4\pi}{\kappa^2}\int_V M_0^{\dagger}M_0\,dV \qquad (2.23)$$

ベクトル理論

$$H^{nn}=\frac{4\pi}{\varkappa^2}\int_V\left(M_0^{\dagger}M_0+\frac{2}{3}\vec{S}^{\dagger}\vec{S}+\frac{1}{3}\vec{T}^{\dagger}\vec{T}\right)dV \qquad (2.24)$$

擬ベクトル理論

$$H^{nn}=\frac{4\pi}{\varkappa^2}\int_V\left(\frac{1}{3}\vec{P}^{\dagger}\vec{P}+\frac{2}{3}P_0^{\dagger}P_0+\frac{2}{3}\vec{S}^{\dagger}\vec{S}+\frac{1}{3}\vec{T}^{\dagger}\vec{T}\right)dV \qquad (2.25)$$

擬スカラー理論ハ前節デノベタ宮島ノ場合．スカラー理論ハ　M-R坂田ノ場合ニ当ル．コノヨウニ H^{nn} ヲ選ンデオクト（2.3）ニヨツテ核ポテンシャルガ次ノヨウニ得ラレル．

擬スカラー理論

$$W=f_2^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\left\{\frac{1}{3}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\phi(r)+\Lambda\chi(r)\right\} \qquad (2.26)$$

スカラー理論

$$W=-f^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\,\phi(r) \qquad (2.27)$$

ベクトル理論

$$W=g_1^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\phi(r)+g_2^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\left\{\frac{2}{3}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\phi(r)-\Lambda\chi(r)\right\} \qquad (2.28)$$

擬ベクトル理論

$$W=f_2^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\left\{-\frac{2}{3}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\phi(r)+\Lambda\chi(r)\right\}$$
$$+g_2^2\,\frac{\vec{\tau}^{(1)}\vec{\tau}^{(2)}}{2}\left\{-\frac{1}{3}\vec{\sigma}^{(1)}\vec{\sigma}^{(2)}\phi(r)-\Lambda\chi(r)\right\} \qquad (2.29)$$

収斂保証因数（1.21）ノ助ヲカリテ $\phi(r)$，$\chi(r)$ ヲ計算スルト

$$\left.\begin{aligned}\phi(r)&=\frac{1}{r}\,g(r)\\ \chi(r)&=\frac{1}{\varkappa^2}\left\{\frac{g''(r)}{3r}-\frac{g'(r)}{r^2}+\frac{g(r)}{r^3}\right\}\end{aligned}\right\} \qquad (2.30)$$

トナル．但シ函数 $g(r)$ ハ次式デ与ヘラレル．

$$g(r)=\frac{K^2}{K^2-\varkappa^2}\left(e^{-\varkappa r}-e^{-Kr}\right) \qquad (2.31)$$

コレ等ノ結果ニ於テ $K\to\infty$ トシタモノハ今迄発表サレテヰル結果[5]ト一致スル．従来ノ計算デハ（2.13）ガ見落サレテヰタ[6]ノデ上ノ場合ト${H^{nn}}$ノトリ方ガ異リ．従ツテ K ヲ有限ニトヾメテ置イタ所デハソレ等ハ上ノ結果ト異ル核ポテンシャルヲ与ヘル．

例ヘバ擬スカラー理論デハ $\phi(r)$ ニ相当スルモノガ

谷川湯川ノ場合ニハ

$$\phi_T(r)=\frac{K^2}{K^2-\varkappa^2}\,\frac{1}{r}\left\{e^{-\varkappa r}+\left(2\frac{K^2}{\varkappa^2}-3\right)e^{-Kr}\right\} \qquad (2.32)$$

M-R坂田ノ場合ニハ

$$\phi_M(r)=\frac{K^2}{K^2-\varkappa^2}\,\frac{1}{r}\left\{e^{-\varkappa r}-\frac{K^2}{\varkappa^2}e^{-Kr}\right\} \qquad (2.33)$$

トナリ．ベクトル理論デハ，§1ノ H^{nn} ヲ使ヘバ g_2^2 ヲ係数トスル $\phi(r)$ ニ相当スルモノガ

$$\phi_Y(r)=\frac{K^2}{K^2-\varkappa^2}\,\frac{1}{r}\left\{e^{-\varkappa r}+\frac{1}{2}\left(\frac{K^2}{\varkappa^2}-3\right)e^{-Kr}\right\} \qquad (2.34)$$

ニカワル．$K\to\infty$ トスレバ γキ0 デ ϕ_T，ϕ_M，ϕ_Y ハスベテ ϕ ト一致スルガ，コレ等ヲ使ツテ何カ計算ヲシタ後ニ $K\to\infty$ トスレバ各ヽ異ル結果ヲ与ヘル．例ヘバ $\frac{\varkappa^2}{4\pi}\phi$ ノ形ノモノヲ全空間ニワタツテ積分シテ後 $K\to\infty$ トスレバ夫々 3, 0, $\frac{3}{2}$, 1 トナル．

（註）(5)　湯川、坂田、武谷、前記．
N. Kemmer，前記．
H. Fröhlich, W. Heitler and N. Kemmer.　前記
C. Møller and L. Rosenfeld，前記
H. A. Bethe, Phys. Rev., 57 (1940), 260.
湯川秀樹、坂田昌一、原子核及ビ宇宙線ノ理論、14頁
(6)　宮島龍興、数物会誌、16（昭和17年）、340

實驗トノ比較

上ニ得ラレタ核ポテンシャルガ経驗ヲ正シク記述シ得ルカ否カヲ次ニシラベル。核ポテンシャルカ正シイカ否カヲ検討スベキ実驗事実トシテ、通常重陽子ノ構造ガ論ゼラレル。

上ニ得ラレタ核ポテンシャルハ演算子 $\sigma^{(1)}\sigma^{(2)}$ 及ビ Λ ヲ含ンデキル。〔Λハ(2.15)デ定義サレル。〕コレ等ハ演算子 $(\sigma^{(1)}+\sigma^{(2)})^2$ ト可換デアルカラ、重陽子ノ状態ハ單一項ト三重項トニ分ケラレル。Λノ固有値ハ −4, 0, +2, +2 デアッテ、單一項ハΛノ固有値 0 ニ屬シ、三重項ハΛノ固有値 −4 及ビ +2 ニ屬スル状態ノ混合デアル。又核ポテンシャルガ空間座標ノ反轉ニ対シテ不変デアルカラ重陽子ノ状態ハ奇、偶ニ分ケラレル。單一項、三重項ハ共ニ $\tau^{(1)}\tau^{(2)}$ 及ビ $\sigma^{(1)}\sigma^{(2)}$ ノ固有状態デ、重陽子ノ波動函数ノ対稱性カラ偶状態デハコレ等ノ演算子ノ固有値ハ次ノヨウニナル。

	單一項	三重項
$\tau^{(1)}\tau^{(2)}$	+1	−3
$\sigma^{(1)}\sigma^{(2)}$	−3	+1

從ッテ擬ベクトル理論ノ與ヘル核ポテンシャルハ偶ノ單一項デ斥力ヲ表ハシ経驗ト矛盾スル。又スカラー理論ノ結果ハ偶ノ單一項デハ引力ヲ表ハスガ、偶ノ三重項デ斥力ヲ與ヘルノデコレモ亦経驗ト相容レナイ。殘ル二理論ノ與ヘル結果ハコノ缺点ヲモタナイカラ、ソレ等ヲモウ少シ精シクシラベル。(但シベクトル理論デハ $g_1^2 < g_2^2$ ト考ヘル必要ガアル。)

コレ等ノ核ポテンシャルノ表式ハ共ニ函数 $\chi(r)$ ヲ含ム。〔$\chi(r)$ ノ定義ハ(2.30), (2.31)デ與ヘラレル〕若シ $K\to\infty$ トスレバ、$\chi(r)$ ハ $\frac{1}{r^3}$ ヲ含ム。核ポテンシャルガコノヨウナ項ヲ含ムトキニハ、二ツノ核粒子カラナル系ハ結合シタ定常状態ヲ作リ得ナイ。故ニ理論ノ

中デ $K\to\infty$ トスレバ、中間子理論ハ重陽子ノ存在ヲ説明シ得ナイコトニナル。

若シ K ヲ有限ニトヾメテオクナラバ、0ヲ中心トスル $\chi(r)$ ノ Laurant 展開ハ

$$\chi(r)=\frac{1}{6}\left(\frac{K}{\kappa}\right)^2\left(\frac{1}{r}-\frac{K^2+\kappa^2}{4}r+\frac{K^5-\kappa^5}{K^2-\kappa^2}r^2+\cdots\cdots\right)\quad(2.35)$$

トナル。故ニ $r=0$ ハ $\chi(r)$ ノ一次ノ極トナリ、重陽子ノ存在ヲ説明シ得ル可能性ガ生ズル。併シ K ノ値ヲ定メル原理ハ現在ノ理論ノ中ニハ含マレテヰナイシ、又上ニ K ヲ導入シタノハ最後迄 K ノ値ヲ有限ニトヾメテオク積リデハナカッタノデアル。有限ノ K ヲ使ッテ重陽子ノ問題ヲ扱ヒ、ソノ結果ヲ使ッテ物理的量ノ計算ヲ行ヒ、最後ニ $K\to\infty$ トスレバ最初ノ仮定通リトナルガ、若シ核ポテンシャルノ中デ $K\to\infty$ トナシ得ナイナラバ、最初カラソノ計算ニ H [illegible] 及ビ H^{nn} ヲ使フベキデ、核ポテンシャルノ独立シタ意味ハ大部分失ハレル。コノ点ハ中間子理論ノ一ツノ大キナ缺点トイハレル。

茲ニ出アッタ困難ノ原因ヲタドッテミルト、ソレハ中間子ト核粒子トノ相互作用ガ極限演算子トシテ定義サレテヰルコトニアルモノト思ハレル。ナル程、配位空間ノ方法ト第二量子化ノ方法トノ等値性ガ示サレタ場合ニハ、[7] ソコニ現ハレタ演算子ハ收斂スルコトガ容易ニミラレタ。併シソレハ、ソノ演算子ノ特殊ノ形、從ッテ被作用素ノ特殊ノ形ノ為デアッテ、一般ニハソレヲ擴張シタモノガ收斂スルトハ限ラナイ。吾々ガ問題トシテヰル被作用素ニ対シテハ恐ラク H^{nn} ハ收斂シナイ演算子デアラウト思ハレル。即チ本節ノ初ニノベタ固有値問題ハ解ガ存在シナイモノト想像サレル。若シサウデアルトスレバ、茲ニ生ジタ困難ハ当然ノ結果デアル。コノ不満足ナ結果ハ自己エネルギーノ発散ト同一ノ原因ニ屬シ、中間子理論特有ノ困難デハナク、第二量子化ノ方法ニヨル場ノ量子力學自身ノ缺陥ノ現レデアル。

(註) ⑦ V. Fock, ZS. f. Phys., 75 (1932), 622
湯川秀樹　物理學講演集 3, 15頁

中間子理論ノ場合ニハ　電氣力學ノ場合ト異リ、コノ缺陥ガ物理的ナ問題トナリハナシ得ナクナッタモノト思ハレル。コノ点ニ関シテハ湯川博士及ビ朝永博士ノ詳論ガアルモノト思フ。

若シ上ノ考察ガ正シイトスレバ、核ポテンシャルノ難点ヲ矛盾ナク解決スルコトハ目下ノ状態デハ難シイ。コレニ対スル應急策トシテ屢々切断ノ方法[8]ガトラレル。吾々ハ上記ノ K ヲ有限ニトヽメテ核ポテンシャルノ特異性ヲ弱メ、ソシテ擬スカラー理論トベクトル理論ノ與ヘル結果ヲ經驗ト比較スルコトニスル。

(註) ⑧ H. A. Bethe, Phys. Rev. 57 (1940) 260, 390. [illegible] デハ $V=0$ (零切断), [illegible] $V=V(r_0)$ ([illegible]切断) トオキ [illegible] デハ $\lim_{K\to\infty} V$ ヲ使フ。

小林稔　數物記事 23 (1941), 891. デハ $k \leqq a\kappa$ (a ハ程度 3 ノ数) デハ 1, $k > a\kappa$ デハ 0 トナル收斂保証因数（即チセマイ意味ノ切断因数）ヲトツタ。コノ切断ハ核ポテンシャルノ場合ニハ少シ強スギルヨウデアル、小林博士ノ結果ニ於テ核ポテンシャルガ r ニ対シテ波形ニナッテヰルノハソノ為デアル。例ヘバ本文ノ計算ニ使ツタ $\frac{K^2}{k^2+K^2}$ ノ代リニ、モウ少シ強イ收斂保証因数 $\frac{K^4}{k^4+K^4}$ ヲ使フト本文ノ $g(r)$ ハ次ノヨウニカワル。

$$\frac{K^4}{K^4+\kappa^4}\left[e^{-\kappa r}-e^{-\frac{K}{\sqrt{2}}r}\left(\cos\frac{K}{\sqrt{2}}r+\frac{\kappa^2}{K^2}\sin\frac{K}{\sqrt{2}}r\right)\right]$$

両理論ノ結果ノ著シイチガヒハ演算子 Λ ノ係数ガ擬スカラー理論デハ $+\chi(r)$、ベクトル理論デハ $-\chi(r)$ トナッテヰルコトデアル。ソノタメニ、重陽子ノ基底状態 $({}^3S+{}^3D)$ デ擬スカラー理論ハ正ノ電氣的四極能率ヲ與ヘ、ベクトル理論ハ負ノ値ヲ與ヘル。[9] 經驗

ニヨルト重陽子ノ電氣的四極能率ハ正デアル。(10) 從ッテ対稱ベクトル理論ハ定性的ニ經驗ト一致シナイ。

所ガ中性ベクトル理論デハ $\tau^{(1)}\tau^{(2)}$ ノ代リニ 1 トナルカラ、Λ ノ係數ガ擬スカラー理論ノ場合ト同ジヤウニナッテ經驗ト一致スルコトガ可能デアル。実際 Bethe (11) ハ $g_1=0$（単一力ノ假定）トオイテコノ理論ト実驗トヲ定量的ニ一致セシメ得ルコトヲ示シタ。併シ乍ラ中性理論ハ、核粒子ノ異常磁氣能率、原子核ノ β 崩壊、宇宙線ノ硬成分ノ行動等ヲ説明スルコトガデキナイ。更ニ Rarita ト Schwinger (12) ハ陽子ニヨル中性子ノ散乱ノ断面積ヲ計算シテ実驗値ト比較シ、中性理論ノ不可ナルコトヲ結論シテヰル。

經驗的ニ核ポテンシャルヲ定メタモノトシテハ、陽子陽子ノ散乱ニ対スル Hoisington - Share - Breit (13) ノ計算、前記 Bethe (14) ノ計算及ビ Rarita - Schwinger (15) ノ計算ヲ挙ゲルコトガ出来ル。彼等ハ核ポテンシャルノ函數形ヲ假定シテソノ中ノ常數ヲ実驗トノ比較ニヨッテ定メタ。実際ニ彼等ガ得タ核ポテンシャルハ次ノ通リデアル。

(註) ⑨ W. Heitler, Solvay 会議ノ報告, 1939
H. A. Bethe, Phys. Rev., 57 (1940), 390.
⑩ J. M. B. Kellogg, I. I. Rabi, N. F. Ramsey and J. R. Zacharias, Phys. Rev., 56 (1939), 728.
⑪ H. A. Bethe, 前記.
⑫ W. Rarita and J. Schwinger, Phys. Rev., 59 (1941), 556.
⑬ L. E. Hoisington, S. S. Share and G. Breit, Phys. Rev., 56 (1939) 884
⑭ H. A. Bethe, Phys. Rev., 57 (1940), 260, 3[illegible]
⑮ W. Rarita and J. Schwinger, Phys. Rev. 5[illegible] (1941), 436, 556.

Hoisington - Share - Breit

陽子 － 陽子　　$W = C e^{-\frac{r}{a}}$

$$\begin{cases} C = 89.65\, mc^2 & \left(\begin{array}{l} \mu = 326\, m \text{ トシテ } C = 0.275\, \mu c^2 \\ \mu = 206\, m \text{ トシテ } C = 0.437\, \mu c^2 \text{ トナル} \end{array} \right) \\ a = 0.42\, \frac{e^2}{mc^2} & (\mu = 326\, m \text{ ニ當ル}) \end{cases}$$

又ハ
$$\begin{cases} C = 34.15\, mc^2 & (\mu = 206\, m \text{ トシテ } C = 0.166\, \mu c^2 \text{ トナル}) \\ a = \frac{2}{3}\, \frac{e^2}{mc^2} & (\mu = 206\, m \text{ ニ當ル}) \end{cases}$$

Bethe

重陽子

場合N
$$\begin{cases} \text{單一項} & W = -2 f^2 \phi_B(r) \\ \text{三重項} & W = \frac{2}{3} f^2 \phi_B(r) - f^2 \Lambda \chi_B(r) \end{cases}$$

$$\phi_B(r) = \chi_B(r) = 0 \quad r < r_0 \ \text{(零切斷)}$$

$$\phi_B(r) = \phi_B(r_0),\ \chi_B(r) = \chi_B(r_0) \quad r < r_0 \ \text{(直切斷)}$$

$$\left.\begin{array}{l} \phi_B(r) = \frac{e^{-\kappa r}}{r} \\ \chi_B(r) = \frac{e^{-\kappa r}}{r} \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{\kappa r} + \frac{1}{\kappa^2 r^2} \right) \end{array}\right\} r \geq r_0$$

零切斷
$$\begin{cases} f^2 = 0.0800\, \hbar c \\ \kappa r_0 = 0.318 \quad (\mu = 200\, m \text{ トスレバ } r_0 = 0.612 \times 10^{-13}\, cm) \end{cases}$$

直切斷
$$\begin{cases} f^2 = 0.0770\, \hbar c \\ \kappa r_0 = 0.405 \quad (\mu = 200\, m \text{ トスレバ } r_0 = 0.782 \times 10^{-13}\, cm) \end{cases}$$

場合S
$$\begin{cases} \text{單一項} & W = -f^2 \phi_B(r) \\ \text{三重項} & W = -f^2 \phi_B(r) + \frac{3}{2} f^2 \Lambda \chi_B(r) \end{cases}$$

零切斷
$$\begin{cases} f^2 = 0.181\, \hbar c \\ \kappa r_0 = 1.396 \end{cases}$$

直切斷
$$\begin{cases} f_2 = 0.152 \\ \kappa r_0 = 1.725 \end{cases}$$

Rarita - Schwinger

重陽子

單一項　$W = -0.857\, J(r)$

三重項　$W = -(1 + 0.775 \Lambda) J(r)$

$$J(r) = V_0 \quad r < r_0$$
$$\quad = 0 \quad r > r_0$$

$$V_0 = 13.89\ \text{Mev}$$

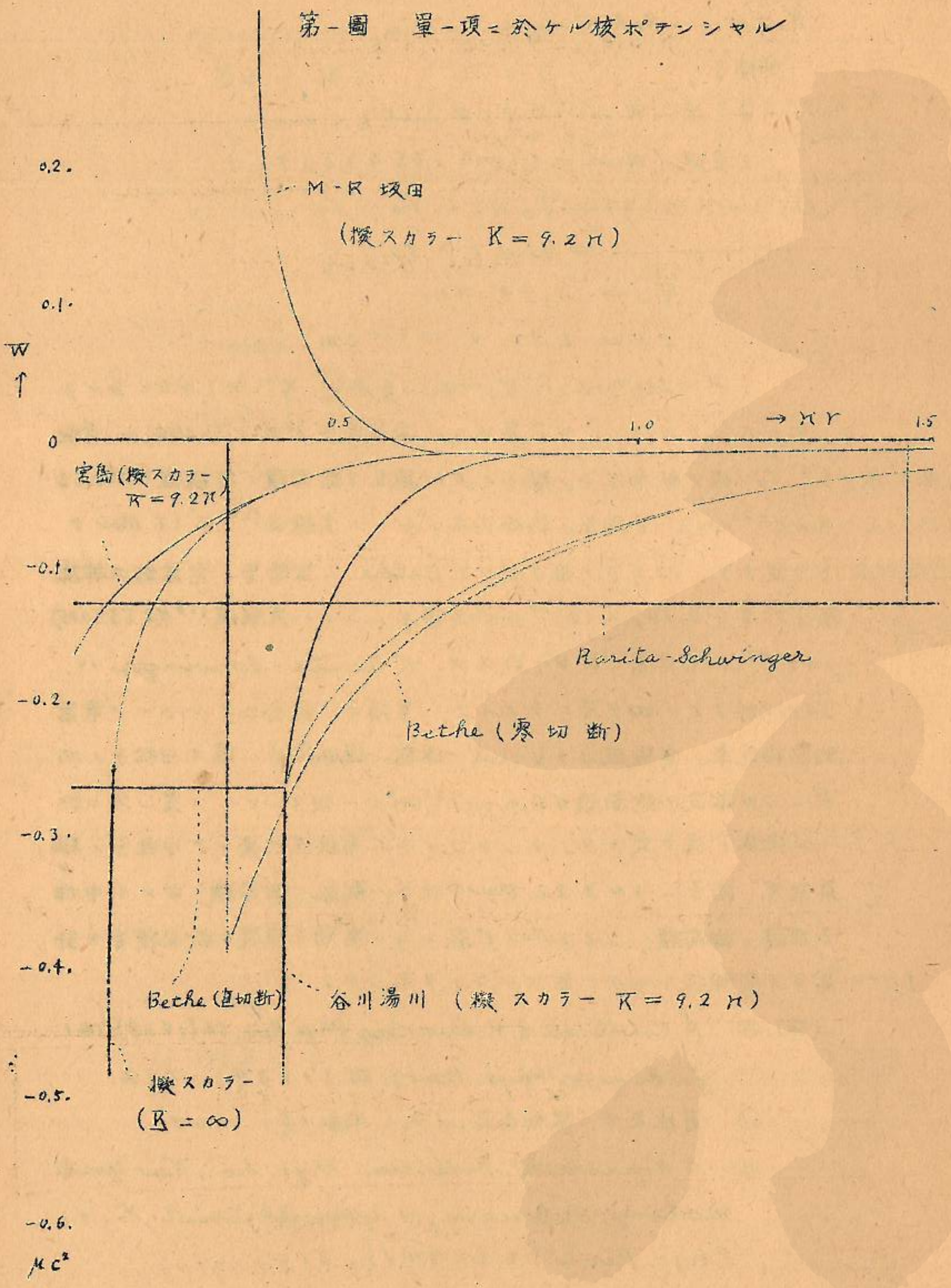
$$r_0 = 2.80 \times 10^{-13}\ cm$$

（$\mu = 200\, m$ トスレバ $V_0 = 0.136\, \mu c^2$, $\kappa r_0 = 1.46$ ニ当ル）

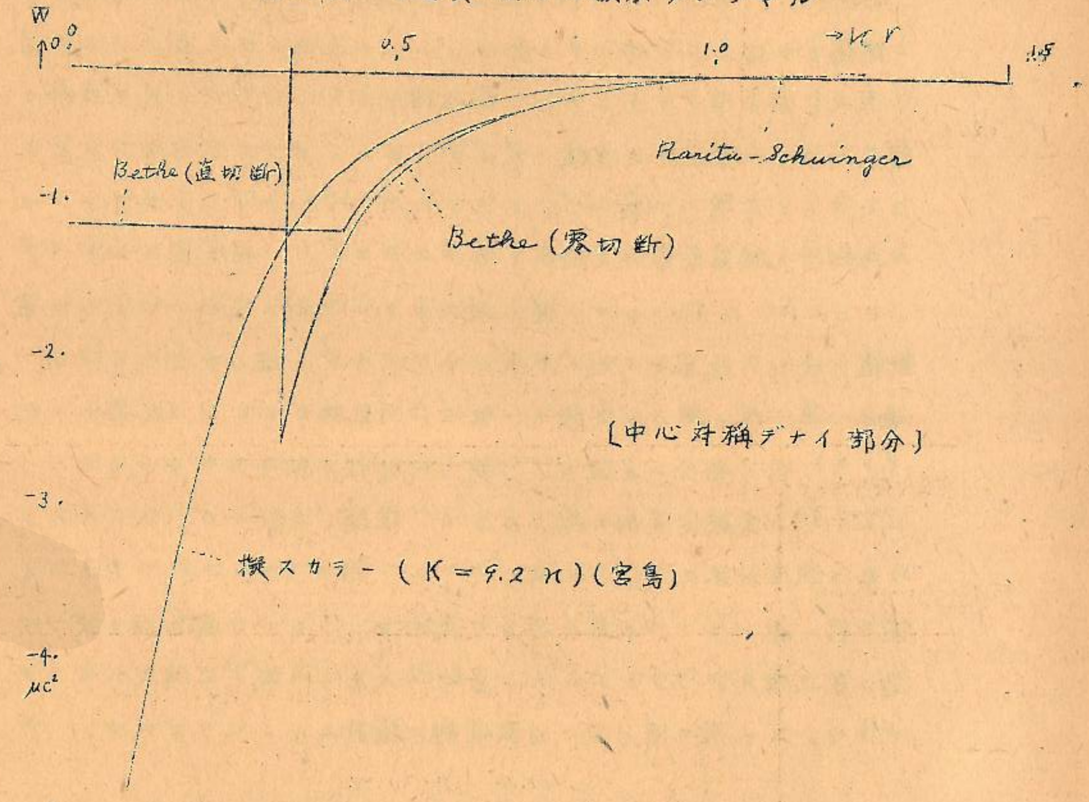
但シΛハ（2.15）デ定義サレル演算子デアル。Bethe ハ常數 f^2, r_0 ノ値ヲ熱中性子ノ陽子ニヨル散乱ヲ断面積ノ実験値(16) $1.68 \times 10^{-23} cm^2$ ト重陽子ノ結合エネルギーノ実験値(17) 2.17 Mev トカラ定メタ。コレラノ値ヲ使ッテ Bethe ハ重陽子ノ電氣的四極能率ヲ計算シ $2.70_5 \times 10^{-27} cm^2$ ヲ得タ。コレハ実験値(18) $(2.73 \pm 0.05) \times 10^{-27} cm^2$ ト非常ニヨク一致スル。又 Rarita - Schwinger ハ $J(r)$ ノ形ヲ上ノ如ク定メテオイテ、重陽子ノ結合エネルギート電氣的四極能率ノ実験値カラ V_0 トΛノ係数ノ値ヲ定メ、遅イ中性子ノ水素ニヨル散乱ノ断面積ガ $2 \times 10^{-23} cm^2$ ニ一致スルヤウニ單一項ニ於ケル係数ノ値ヲ定メタ。ソシテコレラノ常数値ヲ使ッテ中性子ノ磁氣能率、陽子ニヨル 2.82 Mev 中性子ノ散乱ノ断面積、オソイ中性子捕獲ノ断面積、2.62 Mev γ線ニヨル重陽子破壊ノ断面積等ヲ計算シテ実験値トヨク一致スルコトヲ示シタ。

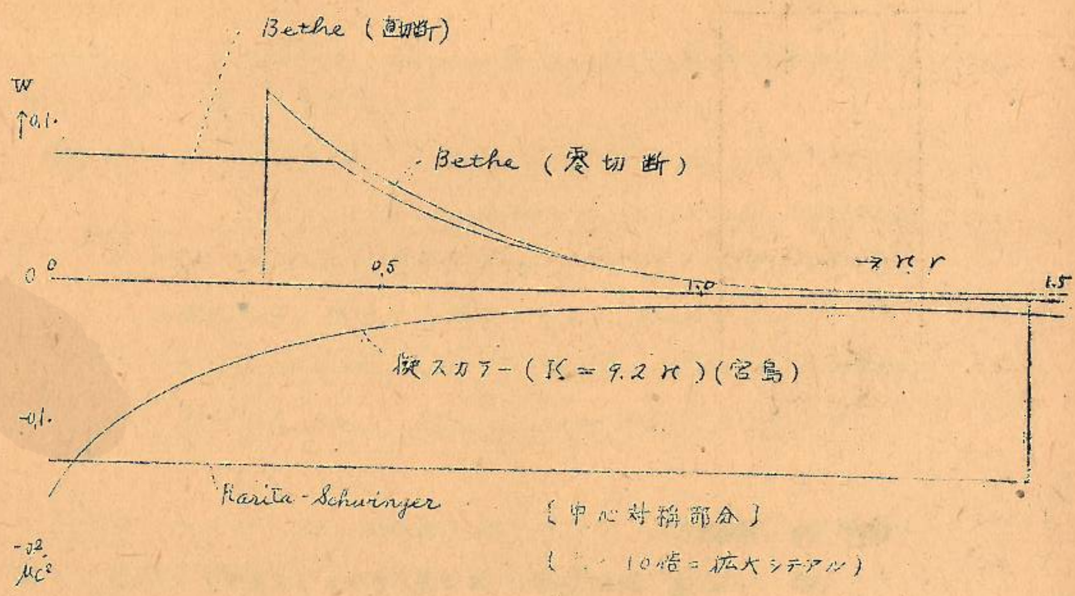
（註）⑯ H. Caroll and J. R. Dunning, Phys. Rev., 54 (1938), 541
L. Simon, Phys. Rev., 55 (1939), 792.
⑰ 菊地正士，数物会誌，14（昭和15），304.
⑱ A. Nordsieck, Bull. Am. Phys. Soc., New York Meeting, February, 1940, Abstract No. 9; Phys. Rev., 58 (1940), 310.

第一圖　單一項ニ於ケル核ポテンシャル



第２圖　三重項ニ於ケル核ポテンシャル





Bethe ノ場合N及ビ *Rarita-Schwinger* ノW，擬スカラー理論カラ得ラレルWノ中ニ含マレルγノ函数ノ形ヲ図示スルト第1図及ビ第2図ノヤウニナル。朝永博士[19]ニヨレバ、Kヲ有限ニ留メルコトハ核粒子ニ有限ノ大イサヲ與ヘルコトヲ意味スルトイフ。コノコトヲ考慮シテ $\frac{K}{\kappa} = \frac{M}{\mu}$ トオキ、$\mu = 200m$ トシテ次節デノベル核粒子ノ磁氣能率ガ実驗値ト合フヤウニ f_2 ノ値ヲ定メルト $f_2^2 = 0.04\,\hbar c$ ガ得ラレル。図ノ擬スカラー理論ノ場合ハコレラノ常数値ヲ使ッテ計算シタモノガ表ハサレテヰル。図カラM-K坂田ノ場合ハ單一項ニ関スル実驗ト一致スル可能性ガナイヤウニ思ハレル[20]。他ノ場合ハ実驗トノ一致ノ可能性ガ殘サレテヰルヤウニミエル。併シ実際定量的ニ擬スカラー理論ト実驗トガ一致スルカドウカハ数値計算ヲ実行シタ後デナケレバ確言スルコトハデキナイ。若シ前ニ述ベタヤウニ玆ニ導イタ核ポテンシャルガ攝動論ヲ使ッタ為ニ不正確デアッタトスレバ、吾々ハ大凡ノ一致デモ満足スベキデアラウ。コノ點ニ関シテハ尚数値的ニ検討スルツモリデアル。

(註) ⑲ 会話.

⑳ 小林稔 数物記事 23(1941),891.

§3 核粒子ノ磁氣能率

核力ガ電荷ヲモツ粒子ニヨッテ媒介サレルトキニ、ソノ荷電粒子ノ假說ニヨッテ核粒子ガ附加的ノ磁氣能率ヲモツコトハ色々ノ人々ニヨッテ指摘サレタ。[1] コレヲ理論的ニ導クニハ核粒子ノ自己エネルギーノ計算ト同ジヤウナ計算ニヨルノデ結果ハ收斂シナイ和トナル。從ッテ前節ニノベタ切断ノ問題ト直接ニ関聯スル。次ニコレヲ核力ノ場合ト同ジク斷熱的ノ方法デ考察スル。

一箇ノ核粒子ト中間子ト、ベクトルポテンシャル $\vec{A}$ ニヨッテ記述サレル磁場トカラナル系、ハミルトニアンハ、

$$H^{n} + H^{m} + H^{ne} + H^{mn} + H^{me} + H^{mne} \qquad (3.1)$$

デ與ヘラレル。但シ H^{n} 及ビ H^{m} ハ夫々一箇ノ核粒子及ビ中間子ダケガ存在スル場合ノハミルトニアンデアッテ H^{n} ハ *Dirac* ノハミルトニアンデ表ハサレルモノト假定スル。H^{mn}, H^{me}, H^{mne} ハ§1ニ與ヘラレタモノ、H^{ne} ハ核粒子ト磁場トノ相互エネルギーデ次ノヤウニ與ヘラレル。

$$H^{ne} = \frac{\tau_3 - 1}{2} e \rho_1 \vec{\sigma} \vec{A} \qquad (3.2)$$

但シ ρ_1, $\vec{\sigma}$ ハ核粒子ノ *Dirac* 行列, τ_3 ハ電荷演算子ノ第三成分, +e ハ陽子ノ電荷デアル。

(註) ① G. C. Wick, Atti Acad. Lincei, 21 (1935), 170. [C. F. v. Weizsäcker, Z. S. f. Phys., 102(1936), 572; M. Fierz, Z. S. f. Phys., 104(1937), 553].
武谷三男 科学 7 (昭和12年), 532.
H. Fröhlich and W. Heitler, Nature, 141(1938), 37.
H. J. Bhabha, Nature, 141 (1938), 117.

核ポテンシャルヲ求メル場合ト同ジヤウニ、波動函数ノ中間子ニ関スル部分ヲ中間子ノナイ状態ニ近ク適當ニエラブコトニヨッテ、

ソレニ（3·1）ヲ作用サセタ結果ガ同ジ波動函数ニ、中間子ノ波動函数ノ部分ニ作用シナイヤウナ別ノ演算子ヲ作用サセタノト同ジニナルヤウナ新シイ演算子ヲ求メル。若シソノヤウナ演算子ガ存在スルトスレバ、得ラレタ演算子ノ中デ$\vec{A}$ヲ含ム部分ハ中間子ノナイ状態デノ核粒子ト磁場トノ相互エネルギーヲ表ハス。ソノ中デ$\vec{A}$ノ一次ノ項Wダケヲ攝動論的ニ求メルト、核力ノトキト同ジヤウニ、ソレハ第三次ノ攝動項トシテ得ラレ、次ノ様ニナル。

$$
\left.
\begin{aligned}
W &= W_1 + W_2 + W_3 \\
W_1 &= -\sum_{I} \frac{H^{mn}_{0I} H^{mne}_{I0} + H^{mne}_{0I} H^{mn}_{I0}}{E_k} \\
W_2 &= \sum_{I,II} \frac{H^{mn}_{0I} H^{mn}_{I\,II} H^{me}_{II\,0} + H^{me}_{0\,II} H^{mn}_{II\,I} H^{mn}_{I0}}{E_k (E_k + E_{k'})} \\
W_3 &= \sum_{I,I'} \frac{H^{mn}_{0I'} H^{me}_{I'I} H^{mn}_{I0}}{E_k\, E_{k'}} \ ,
\end{aligned}
\right\}
\quad (3.3)
$$

但シ0ハ中間子ノナイ状態，IマタハI'ハ運動量$\vec{k}$又ハ$\vec{k}'$ノ中間子ガ夫々一箇アル状態，IIハ運動量$\vec{k}$及ビ$\vec{k}'$ノ二箇ノ中間子ガアル状態ヲ表ハス。他ノ記号ハ§2ト同ジデアル。中間子ヲ考ヘナイ場合、陽子ノDirac方程式ヲPauli近似ニ直スト、演算子（3.2）ガアル為ニ、Schrödingerハミルトニアンニ（他ノ附加項ト共ニ）演算子

$$-\frac{e\hbar}{2MC}\vec{\sigma}\ \mathrm{rot}\ \vec{A} \qquad (3.4)$$

ガ附加サレルノデ、陽子ハ1核磁子ノ磁氣能率ヲモツトイハレル。（1核磁子 $= \frac{e\hbar}{2MC}$）。従ツテ磁氣能率ヲ考察スルニハPauli近似迄ヲ考ヘル必要ガアル。ソレニハSchrödinger近似ト異リS_1, S_2, S_3 $\vec{\sigma}$ノスベテヲ保留シテ計算シナケレバナラナイ。擬スカラー理論ニツイテノ計算結果ハ次ノ ウニナル。（2）

（註）② 純粋ニ一様ナ磁場ニツイテノSchrödinger近似ノ計算ハベクトル理論ニヨツテ

H. Fröhlich, W. Heitler and N. Kemmer, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938), 154.

擬スカラー理論ニヨツテ

上野，久世，数物記事，24 (1942), 184.

擬スカラー及ビベクトル理論ニヨツテ

山崎，馬，仝上，24 (1942), 207

等ガ行ツタ。

$$W_1 = \tau_3 e\rho_1 \vec{\sigma}\vec{A}\cdot\frac{f_2^2}{\hbar c}\frac{2}{\pi\kappa^2}\int_0^\infty \frac{k^2\,dk}{\sqrt{k^2+\ {}^2}} \qquad (3.4)$$

$$W_2 = \tau_3 \frac{e\hbar}{2MC}\vec{\sigma}\,\mathrm{rot}\,\vec{A}\cdot\frac{f_2^2}{\hbar c}\frac{M}{\mu}\frac{\kappa}{3}\int_0^\infty \left(1+\frac{1}{\kappa r}\right)^2 e^{-2\kappa r}\,dr \qquad (3.5)$$

$$W_3 = W_2 - \tau_3 e\rho_1\vec{\sigma}\vec{A}\cdot\frac{f_2^2}{\hbar c}\frac{2}{3\pi\kappa^2}\int_0^\infty \frac{k^4\,dk}{\sqrt{k^2+\kappa^2}^{\,3}} \qquad (3.6)$$

但シH^{me}ヲ含ム計算デハrot $\vec{A}$ガ空間ノ$\frac{1}{\kappa}$ノ程度ノ拡リヲモツ領域デ大体一様トミラレルモノト假定シテアル。又演算子$\tau_3 = \tau\tau^* - \tau^*\tau$ノ中デ$\tau\tau^*$ヲモツ項ハ陰中間子，$-\tau^*\tau$ヲモツ項ハ陽中間子ニヨツテ生ズル。

上ニ得ラレタ演算子カラ、中間子ヲ考ヘタ為ニ陽子ガ附加的ニモツ磁氣能率ハ核磁子ヲ單位トシテ次ノヤウニナル。

$$\frac{f_2^2}{\hbar c}\frac{K}{3\kappa}\left(\frac{M}{\mu}+\frac{2}{\pi}\frac{K}{\kappa}\right)$$

但シ収斂保証因数（1.21）ヲ使ツテ近似的ニ計算シタ結果デアル。中性子ノ場合ニハτ_3ノ為ニ符号ガ逆ニナル。Schrödinger近似デハ括弧内ノ第一ノ項ダケガ得ラレル。$K \to \infty$トスレバ、磁氣能率モ限リナク大キクナル。コレハ 上ノ計算カラ分ルヤウ

ニ．場ノ一般論ノ缺陥ノアラハレデアルカラ．核力ノ場合ニ於ケルヤウニ．Kヲ有限ニトヾメテ $\frac{K}{\varkappa}=\frac{M}{\mu}$，$\mu=200m$ ト假定スレバ（3.7）ハ

$$\frac{1}{0.022} \quad \frac{f_2^{\,2}}{\hbar c} \qquad (3.8)$$

トナル。所ガ実驗的ニ得ラレタ附加的磁氣能率ノ値ハ（3）

陽子　1.785　核磁子

中性子　-1.935　〃

デアル。

（註）③　W. Alvarez and F. Bloch, Phys. Rev, 57 (1940), 111.

吾々ノ計算デハ陽子ト中性子ニ於ケル中間子的構造ノ差異ハ無視シテヰルカラ．コレ等二ツノ実驗値ノ差ヲ無視シテ（3.8）ト実驗値トガ一致スルヤウニ f_2 ノ値ヲ定メテミルト

$f_2^{\,2}=0.04\hbar c$ ガ得ラレル。前節ノ第一図及ビ第二図デハコノ値ヲ使ッテ曲線ガ描イテアル．本節及ビ前節ニ於ケル近似ガ極メテ粗デアルコトヲ考慮ニ入レルトコノ常数値ハアマリ確ナモノデハナイデアラウ。從ッテ前節ニ得ラレタ核ポテンシヤルモ亦．大凡ノ程度ヲ示スモノト考ヘルベキデアラウ。

§4　原子核ノβ崩壊

中間子ガ崩壊シテ軽粒子ニカワリ得ルト考ヘレバ．核粒子間ノ相互作用ガ充分强イニモ拘ハラズ．原子核ノβ崩壊ノ壽命ガ充分ニ長イコトヲ説明シ、且ツ中性微子ト電子トノ相互作用ガ充分ニ弱クテ中性微子ガ実驗的ニ見出シニクイ理由ヲモ了解シウルトイフコトハ湯川博士(1)ノ最初ノ論文ニ於テ指摘サレタ。

（註）①　湯川秀樹．数物記事．17（1935）；48.

中間子ノ崩壊トノ關係ヲ見ル為ニ．ソノ後色々ノ人々ニヨッテコノ理論ガ扱ハレタ．玆ニ再ビコノ理論的計算ノ要点ヲ追及シテミル。

原子番号Zノ原子核ガ電子ヲ放出シテ崩壊シ．原子番号$Z+1$ノ原子核ニ変ル過程ヲ．最初n_0トイフ状態ニアッタ原子核ガ状態nニ遷移シ．同時ニ負ノエネルギー状態ニアッタ中性微子ガ一箇消失シて．エネルギーεmc^2ノ電子ガ一箇発生シタモノト考ヘル。ソウスルト発生シタ電子ノエネルギーガ区間$(\varepsilon, \varepsilon+d\varepsilon)mc^2$内ニアルヤウナ単位時間ノ遷移確率ハ．中性微子ノ質量ヲ無視スレバ

$$w(\varepsilon)\,d\varepsilon=\sum_{nf,a}\overline{|H_\beta|^2}\,\frac{m^5c^4V^2}{2\pi^3\hbar^7}(\varepsilon_0-\varepsilon)^2\varepsilon\sqrt{\varepsilon^2-1}\,d\varepsilon \qquad (4.1)$$

$$H_\beta=H_{FA}^{nl}+H_\beta^{(2)} \qquad (4.2)$$

$$H_\beta^{(2)}=-\sum_{I'}\frac{H_{FI'}^{ml}\,H_{I'A}^{mn}}{E_{I'}-E_A}-\sum_{I''}\frac{H_{FI''}^{mn}\,H_{I''A}^{ml}}{E_{I''}-E_A} \qquad (4.3)$$

デ與ヘラレル。但シmハ電子ノ質量．$\varepsilon_0 mc^2$ハ初ノ状態n_0ニ於ケル原子核ノエネルギート終ノ状態nニ於ケル原子核ノエネルギートノ差デアル．$\sum_{nf,a}$ノnハ同ジ又ハ殆ンド等シイエネルギーヲモツヤウナスベテノ（原子核ノ）状態nヘノ和ヲ意味シ．f, aハ夫々電子及ビ中性微子ノスピンニ対スル和ヲ意味スル。又$\overline{|H_\beta|^2}$ノ上ニヒイタ横棒ハ$|H_\beta|^2$ヲ中性微子及ビ電子ノ運動量ノ方向ニ対シテ平均(エネルギーヲ一定ニシテ)スルコトト、．原子核ノ始メノ状態n_0（同ジ又ハ殆ンド等シイエネルギーヲモツスベテノ状態）ニ対シテ平均

スルコトヽヲ意味スル。Aハ状態 n_0 ノ原子核トスベテノ負エネルギー状態ノ中性微子ガ存在スル状態，Fハ負エネルギー状態ノ中性微子ガ一箇消失シ，正エネルギー状態ノ電子ガ一箇ト状態 n ノ原子核トガ存在スル状態．I′ハ中性微子ハAノマヽデ運動量 $-\hbar\vec{k}$ ノ陰中間子ガ一箇ト状態 n ノ原子核トガ存在スル状態．又 I″ハ原子核ノ状態ハAノマヽデ，負エネルギー状態ノ中性微子ガ一箇消失シ運動量 $\hbar\vec{k}$ ノ陽中間子ガ一箇ト正エネルギーノ電子ガ一箇存在スル状態デアル．$\sum_{I'}$ 及ビ $\sum_{I''}$ ハスベテノ可能ナ I′ 及ビ I″ヘノ和ヲ意味スル。他ノ記号ハ前ト同様ノモノ又ハ慣用ノモノデアル．次ニ §1 及ビ §2 デ得タ H^{nl}, H^{mn}, H^{ml} ヲ使ッテ H_β ヲ計算スル．

擬スカラー理論

核粒子ハ非相対論的ニ扱ヘルト考ヘラレルカラ，核粒子ニ関シテダケ $\rho_1=\rho_2=0$ トオキ，又原子核ノエネルギーノ変化ガ μc^2 ニ比シ小サイ場合ヲ考ヘ $E_{I'}-E_A=E_{I''}-E_A=E_k$ トオイテ，(1.9) 及ビ (1.10) ヲ (4.3) ニ代入スルト次ノヤウニナル．

$$H_\beta^{(2)}=-f_2f_2'\frac{4\pi}{\varkappa^2}\sum_{\vec{k}}\frac{1}{k^2+\varkappa^2}\iint\Psi_n^\dagger\sum_\nu\tau^{(\nu)\dagger}(\vec{k}\vec{\sigma}^{(\nu)})\Psi_0\psi^\dagger(\vec{k}\vec{\sigma})\varphi\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}^{(\nu)}}}{V}dVdv$$

$$-if_2f_1'\frac{4\pi}{\varkappa}\sum_{\vec{k}}\frac{1}{k^2+\varkappa^2}\iint\Psi_n^\dagger\sum_\nu\tau^{(\nu)\dagger}(\vec{k}\vec{\sigma}^{(\nu)})\Psi_0\psi^\dagger\rho_2\varphi\,\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}^{(\nu)}}}{V}dVdv \quad (4.4)$$

$$(\vec{r}^{(\nu)}=\vec{x}^{(\nu)}-\vec{x})$$

但シ $\tau^{(\nu)}$, $\vec{\sigma}^{(\nu)}$, $\vec{x}^{(\nu)}$ ハ ν 番目ノ核粒子ニ関スル演算子及ビ位置ベクトル，ρ_2, $\vec{\sigma}$, $\vec{x}$ ハ軽粒子ニ関スル演算子及ビ位置ベクトルデアル．$\int dV$ 及ビ $\int dv$ ハ夫々スベテノ $\vec{x}^{(\nu)}$ 及ビ $\vec{x}$ ニツイテノ体積々分ヲ表ハス。Ψ_n 及ビ Ψ_0 ハ夫々原子核ノ状態 n (終) 及ビ n_0 (始) ヲ表ハス波動函数，ψ 及ビ φ ハ夫々電子及ビ中性微子ノ波動函数デ

アル。§1 ノ解釈ノ下ニ，上式ノ和ト積分ハ可換デアルト仮定スル．(従来ノ計算デハ暗黙ノ中ニコレガ仮定サレテヰル。(2))

(註) ② 坂田昌一，数物記事，23 (1941)，291．

ソシテ收斂保証因数 (1.21)，等式 (2.10) 及ビ

$$\sum_{\vec{k}}\frac{e^{i\vec{k}\vec{r}}}{V}f(k)(\vec{A}\vec{k})=-\frac{\vec{A}\vec{r}}{r}\frac{2i}{(2\pi)^2}\int f(k)k^2dk\,kF'(kr) \quad (4.5)$$

ヲ使ッテ上ノ和ヲ計算スルト次ノヤウニナル。[F(x) ノ定義ハ (2.21)]。

$$H_\beta^{(2)}=f_2f_2'\iint\Psi_n^\dagger\psi^\dagger\sum_\nu\tau^{(\nu)\dagger}\{\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\,u(r_\nu)+\Lambda_\nu\chi(r_\nu)\}\Psi_0\varphi\,dVdv$$

$$-f_2f_1'\iint\Psi_n^\dagger\psi^\dagger\sum_\nu\tau^{(\nu)\dagger}\frac{\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{r}^{(\nu)}}{r_\nu}\rho_2\,w(r_\nu)\Psi_0\varphi\,dVdv \quad (4.6)$$

$$\left.\begin{aligned}\varkappa^2u(r)&=\frac{g''(r)}{3r}\\ \varkappa^2\chi(r)&=\frac{g''(r)}{3r}-\frac{g'(r)}{r^2}+\frac{g(r)}{r^3}\\ \varkappa w(r)&=\frac{g'(r)}{r}-\frac{g(r)}{r^2}\end{aligned}\right\}\quad(4.7)$$

$$\left.\begin{aligned}g(r)&=\frac{K^2}{K^2-\varkappa^2}(e^{-\varkappa r}-e^{-Kr})\\ \Lambda_\nu&=\frac{3(\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{r}^{(\nu)})(\vec{\sigma}\vec{r}^{(\nu)})}{r_\nu^2}-\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\\ r_\nu&=|\vec{r}^{(\nu)}|\end{aligned}\right\}\quad(4.8)$$

$\chi(r)$ 及ビ $g(r)$ ハ §2 ニ於ケルモノト同ジ函数デアル。通常ノ場合ニハ電子ノエネルギーハ中間子ノ静エネルギー μc^2 ニ比シテ小サイ。従ッテ ψ 及ビ φ ハ空間ノ $\frac{1}{\varkappa}$ 程度ノ拡リヲモツ領域デハ一定トミラレル。ソレデ (4.6) ノ軽粒子ノ空間座標 $\vec{x}$ ニ関スル積分ノ際ニ ψ 及ビ φ ヲ積分記号ノ外ヘダスコトガデキル。サウスルト Λ_ν 及ビ $\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{r}^{(\nu)}$ ノ方向ニ対スル平均値ハ 0 デアルシ，又

$$\int u(r_\nu)dv=\frac{4\pi}{3\varkappa^2}\int_0^\infty g''(r)\,r\,dr=\frac{4\pi}{3\varkappa^2}g(0) \quad (4.9)$$

デアルカラ.（4.8）ノ第一式ヲミテ直グニ分ルヤウニ，（4.6）ノ積分ハスベテ消エル。

$$H_\beta^{(2)} = 0 \qquad (4.10)$$

故ニコノ近似デハ H_β ハ H_{FA}^{nl} ニ等シイ。〔（4.2）参照〕従ツテ次式ガ得ラレル。

$$H_\beta = \frac{4\pi}{3\varkappa^2} f_2 f_2' \int \Psi_n^* \sum_\nu \tau^{(\nu)*} \vec{\sigma}^{(\nu)} \Psi_0 \psi^*(\vec{x}^{(\nu)}) \vec{\sigma} \varphi(\vec{x}^{(\nu)})\, dV$$

（宮島ノ場合）　(4.11)

但シ積分ハ原子核ノスベテノ粒子ノ位置座標ニツイテ行フ。谷川湯川ノ場合ハ上式ノ3倍　M－R坂田ノ場合ハ $H_\beta = 0$ トナル。(3) コヽデ再ビ ψ 及ビ φ ガ Ψ_n 及ビ Ψ_0 ガ小サクナイ領域（原子核内）デ一定トミラレルコトヲ考慮シテ計算ヲ進メルト.（4.11）カラ，次式ガ得ラレル。

$$\sum_{n f a} \overline{|H_\beta|^2} = \left(\frac{4\pi}{3\varkappa^2} f_2 f_2'\right)^2 \sum_n \overline{|\vec{M}_{n0}|^2} \frac{F(Z,\varepsilon)}{V^2} \qquad (4.12)$$

$$\vec{M}_{n0} = \int \Psi_n^* \sum_\nu \tau^{(\nu)*} \vec{\sigma}^{(\nu)} \Psi_0\, dV \qquad (4.13)$$

但シ $F(Z,\varepsilon)$ ハ原子核ノ Coulomb 場ノ影響ヲ表ハス因数(4) デ，$F(0,\varepsilon)=1$ デアル。軽イ原子核デハコノ因数ヲ1トオイテ充分ニ近似デキル。

（註）③　コノ近似ニ於テM－R坂田ノ場合ガ原子核ノ β 崩壊ヲ許サナイコトハ朝永博士ニヨツテ先ヅ注意サレタ。（会話）。宮島龍興，数物会誌，16（昭和17年），340；坂田昌一，数物記事　24（1942），843；25（1943），86 参照.

④　$F(Z,\varepsilon)$ ノ表式ハ例ヘバ、湯川秀樹．坂田昌一．原子核及ビ宇宙線ノ理論，110頁（25.23）式デ与ヘラレル。

$|\vec{M}_{n0}|^2$ ノ上ノ横棒ハ．同ジ又ハ殆ンド相等シイエネルギー準位ニ属スル原子核ノ始ノ状態 n_0 ヘノ平均ヲ意味スル。又 $\sum_n$ ハ同ジ又ハ殆ンド相等シイ原子核ノ終ノ状態 n ノスベテニ対スル和ヲ意味スル。軽原子核ヲ考ヘ $F(Z,\varepsilon)=1$ トオイテ（4.12）ヲ（4.1）ニ代入スレバ Fermi 型ノ β 線エネルギースペクトルガ得ラレル。

$$w(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1}{3T} \sum_n \overline{|\vec{M}_{n0}|^2} (\varepsilon_0 - \varepsilon)^2 \varepsilon \sqrt{\varepsilon^2 - 1}\, d\varepsilon \qquad (4.14)$$

$$\frac{1}{T} = \frac{8}{3\pi} \left(\frac{m}{\mu}\right)^5 \left(\frac{f_2 f_2'}{\hbar c}\right)^2 \varkappa c \quad \text{（宮島ノ場合）} \qquad (4.15)$$

原子核ノ平均寿命 τ_β ハ上式ヲ積分シテ得ラレル。

$$\frac{1}{\tau_\beta} = \int_0^{\varepsilon_0} w(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{1}{3T} \sum_n \overline{|\vec{M}_{n0}|^2} f(\varepsilon_0) \qquad (4.16)$$

$$f(\varepsilon_0) = \sqrt{\varepsilon_0^2 - 1}\left(\frac{\varepsilon_0^4}{30} - \frac{3\varepsilon_0^2}{20} - \frac{2}{15}\right) + \frac{\varepsilon_0}{4} \log\left(\varepsilon_0 + \sqrt{\varepsilon_0^2 - 1}\right) \qquad (4.17)$$

（4.13）カラ分ルヤウニ擬スカラー理論ハ Gamow－Teller 型ノ選択則ヲ與ヘル．(5)

（註）⑤　G. Gamow and E. Teller, Phys. Rev., 49（1936），805

ベクトル理論

前ノ場合ト同様ニ、核粒子ダケ非相対論的ニ扱ツテ、次式ガ得ラレル。

$$H_\beta^{(2)} = -\frac{4\pi}{\varkappa^2} \sum_{\vec{k}} \iint \Psi_n^* \psi^* \sum_\nu \tau^{(\nu)*} \Big\{ g_1 g_1' + g_2 g_2' \Big(\vec{\sigma}^{(\nu)} \vec{\sigma}$$

$$- \frac{(\vec{\sigma}^{(\nu)} \vec{k})(\vec{\sigma} \vec{k})}{k^2} \Big) \rho_3 - i g_1 g_2' \frac{\varkappa}{k} \rho_2 \vec{\sigma} \vec{k} + i g_2 g_1' \frac{\varkappa}{k} [\vec{\sigma}^{(\nu)} \vec{\sigma}] \vec{k} \rho_1 \Big\}$$

$$\times \Psi_0 \varphi \frac{k^2}{k^2 + \varkappa^2} \frac{e^{i \vec{k} \vec{r}^{(\nu)}}}{V}\, dV\, dv \qquad (4.18)$$

上ノ表式ノ中デ $g_2 g_2'$ ヲ因数トスル括弧内ノ後項ト $g_1 g_2'$ 及ビ $g_2 g_1'$ ヲ因数トスル項ハ，(4.4) ニ於ケルモノト同ジ種類ノ和ヲ與ヘルカラ Ψ 及ビ φ ガ拡リ $\frac{1}{\varkappa}$ ノ程度ノ空間領域デ一定トミラレル近似ニ於テハ、コレラノ和ハ零トナル。從ッテ

$$H_\beta^{(2)} = -\frac{4\pi}{\varkappa^2}\sum_{\vec{k}}\iint \Psi_n^{*}\psi^{*}\sum_\nu \tau^{(\nu)*}\Big(g_1 g_1' + g_2 g_2'\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\rho_3\Big)\Psi_0\varphi\,\frac{k^2}{k^2+\varkappa^2}\,\frac{e^{i\vec{k}(\vec{r}-\vec{x}^{(\nu)})}}{V}\,dV\,dv \qquad (4.19)$$

ガ得ラレル。コヽデ $\frac{k^2}{k^2+\varkappa^2} = 1 - \frac{\varkappa^2}{k^2+\varkappa^2}$ ノヤウニ分解シ、和ト積分ヲ適當ニ交換スル。コノ分解ノ１カラクル和ニ Fourier ノ定理ヲ適用スレバ、ソレハ (1.33) デ與ヘラレル $-H_{FA}^{nl}$ ニ等シクナル。併シ核力ノ場合ニ論ジタヤウニ吾々ハ宮島氏ニ從フ為ニ、(1.33) ヲ使ハナイデ (2.24) ヲ拡張シタ H^{nl} ヲ使ハナケレバナラナイ。ソレヲ使フト (4.19) ハ次ノヤウニ書ケル。

$$H_{1\beta}^{(2)} = -H_{FA}^{nl} - \frac{4\pi}{3\varkappa^2}g_2 g_2'\int \Psi^{*}\sum_\nu \tau^{(\nu)*}\psi^{*}(\vec{x}^{(\nu)})\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\rho_3\varphi(\vec{x}^{(\nu)})\Psi_0\,dV$$

$$+\iint \Psi_n^{*}\psi^{*}\sum_\nu \tau^{(\nu)*}\Big(g_1 g_1' + g_2 g_2'\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\rho_3\Big)\frac{e^{-\varkappa r_1}}{r_1}\Psi_0\varphi\,dV\,dv \qquad (4.20)$$

故ニ H_β ハ上式ノ後ニ項デ與ヘラレル。［(4.2) 参照］再ビ Ψ、φ ガ拡リ $\frac{1}{\varkappa}$ ノ程度ノ空間領域デ一定トミレバ H_β ハ次ノヤウニナル。

$$H_\beta = \frac{4\pi}{\varkappa^2}\int \Psi_n^{*}\psi^{*}\sum_\nu \tau^{(\nu)*}\Big(g_1 g_1' + \frac{2}{3}g_2 g_2'\vec{\sigma}^{(\nu)}\vec{\sigma}\rho_3\Big)\Psi_0\varphi\,dV \qquad (4.21)$$

但シ積分ハ核粒子ノスベテノ位置座標ニ対スルモノデアッテ、ψ 及ビ φ ハ核内ノ値（一定）ヲ代入スルモノトスル。コノ結果ハ H^{nl} ノトリ方ガ異ルニモ拘ハラズ、從来発表サレテキル結果[6]ト一致スルガ、ソレハ從来ノ計算デハ $K \to \infty$ トシタ後ニ積分ヲ行ッタ為デアル。

（註）⑥　湯川秀樹，坂田昌一，小林稔，武谷三男，数物記事 20 (1938)，720.（誤ッテ $g_2 g_2'$ ノ係数 $\frac{2}{3}$ ガオチテ居ル 坂田，下記参照）

H. A. Bethe and W. Nordheim, Phys. Rev., 57 (1940), 998.

坂田昌一，数物記事，23 (1941)，291.

原子核ノ平均壽及ビ β線スペクトルハ，前ノ場合ト同様ニシテ，(4.21) カラ得ラレル。結果ハ (4.14)，(4.16) ニ於ケル $\frac{1}{3T}\sum_n \overline{|\vec{M}_{no}|^2}$ ヲ次ノモノデオキカヘレバ得ラレル。

$$\frac{1}{T_1}\sum_n \overline{|N_{no}|^2} + \frac{1}{3T_2}\sum_n \overline{|\vec{M}_{no}|^2} \qquad (4.22)$$

但シ

$$N_{no} = \int \Psi_n^{*}\sum_r \tau^{(\nu)*}\Psi_0\,dV \qquad (4.23)$$

$$\left.\begin{aligned}\frac{1}{T_1} &= \frac{8}{\pi}\left(\frac{m}{\mu}\right)^5\left(\frac{g_1 g_1'}{\hbar c}\right)^2 \varkappa c\\ \frac{1}{T_2} &= \frac{32}{3\pi}\left(\frac{m}{\mu}\right)^5\left(\frac{g_2 g_2'}{\hbar c}\right)\varkappa c\end{aligned}\right\} \qquad (4.24)$$

デ，$\vec{M}_{no}$ ハ (4.13) デ與ヘラレル。即チスペクトルハ Fermi 型デ，選択則ハ Fermi 型及ビ Gamow - Teller 型デアル。

§5 中間子ノ壽命

前節デ述ベタヤウニ、原子核ノβ崩壊ヲ説明スル為ニ、例ヘバ陰中間子ハ電子ト反中性微子トニ分レテ消エウルコトガ湯川博士[1]ニヨツテ假定サレタ。コノ假定ニヨルト、中間子ハ真空中デモ崩壊スルコトガ出来、ソレガ宇宙線現象ニ影響スルトイフコトヲ Bhabha[2] ガ指摘シタ。ソノ後色々ノ実験的事実カラ宇宙線中ノ硬成分粒子ノ崩壊スルコトガ確メラレ、又ソノ壽命モ測定サレタ。[3] 所ガ中間子ト核粒子及ビ軽粒子トノ相互作用ノ常数ヲ重陽子ノ構造及ビ原子核ノβ崩壊ノ実験カラ定メテ、中間子ノ固有壽命ヲ計算シテミルト、実測値ト著シイ差ヲ示ストイフコトヲ Nordheim[4] ガ指摘シタ。ソシテコレガ中間子理論ノ一ツノ大キナ難点トイハレルニ至ツタ。コノ缺陥ヲ除ク為ニ、中間子ノ模型[5]又ハ崩壊機構[6]ヲ変更スルコトガ試ミラレタガ、茲デハ湯川博士ノモトノ着想ニ従ツテコノ点ヲ考察スル。

(註) ① 湯川秀樹, 數物記事, 17 (1935), 48

② H. J. Bhabha, Nature, 141 (1938), 117.

③ H. Euler und W. Heisenberg, Erg. d. Naturwiss., 17 (1938), 1.

関戸彌太郎, 物理学講演集, 1 (昭和16年), 101.

仁科, 関戸, 竹内, 一宮, 岩波講座, 物理学, 宇宙線, 96頁

④ L. W. Nordheim, Phys. Rev., 55 (1939), 506.

⑤ C. Møller, L. Rosenfeld and S. Rosenthal, Nature, 144 (1939), 629.

坂田, 谷川, 中村, 井上, 理研第41回講演会, 昭和17年6月12日; 數物年会, 昭和17年, 10月16日; 理研第43回講演会, 昭和18年6月18日.

⑥ 坂田昌一, Phys. Rev., 58 (1940), 576; 數物記事, 23 (1941), 283.

静止シテヰル陰中間子ガ崩壊シテ、電子ト反中性微子トニナル過程ヲ考ヘル。コノ崩壊ノ平均壽命(中間子ノ固有壽命) τ_0 ハ次式デ與ヘラレル。

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{V\,\kappa^2}{8\pi\hbar^2 c} \sum \left| H^{ml}_{FA} \right|^2 \qquad (5.1)$$

但シAハ静止シテヰル一箇ノ陰中間子ト負エネルギー状態ノスベテノ状態ニ中性微子ガアル状態、Fハ正エネルギーノ電子ガ一箇ト負エネルギーノ一ツノ状態ニダケ中性微子ガナイ状態ヲ表ハシ、Σハ中性微子及ビ電子ノスピンニ対スル和ヲ意味スル。§1ニ與ヘタ H^{ml} ヲ上式ニ代入スルト次式ガ得ラレル。[7]

擬スカラー理論

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{\kappa c}{2} \left(\frac{f_1'}{\sqrt{\hbar c}} + \frac{f_2'}{\sqrt{\hbar c}} \frac{m}{\mu} \right)^2 \qquad (5.2)$$

ベクトル理論

$$\frac{1}{\tau_0} = \frac{\kappa c}{2} \left(\frac{2}{3} \frac{g_1'^2}{\hbar c} + \frac{1}{3} \frac{g_2'^2}{\hbar c} \right) \qquad (5.3)$$

(註) ⑦ 湯川秀樹, 坂田昌一, 武谷三男, 數物記事, 20 (1938), 319.

H. A. Bethe and W. Nordheim, Phys. Rev., 57 (1940), 998.

坂田昌一, 數物記事, 23 (1941), 291.

実驗トノ比較

上ニ得ラレタ結果ヲ実驗ト比較スル為ニハ f_1', f_2', g_1', g_2' ノ値ヲ知ル必要ガアル。原子核ノβ崩壊ノ平均壽命ヲ表ハス式 (4.13) (4.15) (4.22) ソノ他ヲミルト、ソノ中ニ f_2', g_1', g_2' ガ含マレテヰルノデ、通常ハβノ実驗値カラソレラ常数ノ値ヲ定メル。

ベクトル論ノ場合ニハ二ツノ常数 g_1', g_2' ガ共ニ含マレテヰルノデ、各常数値ヲ知ル為ニハ N_{no} 又ハ $\vec{M}_{no}$ ノ一方ダケガ消エルヤウナ経驗事実ヲ知ル必要ガアル。ソノヤウナ経驗事実トシテハ ^{6}He ノβ崩壊ガアル。

Bjerge ト Broström ニヨルト ^6He ハ電子ヲ放出シテ次ノヤウニ崩壊スル。(8)

$$^6He \longrightarrow {}^6Li + e^- + \nu \qquad (5.4)$$

(註) ⑧ J. Bjerge and K. J. Broström, Kgl. Danske Vid. Sels. math. fys. Medd., 16 (1938), No. 8; Nature, 138 (1936), 400.

J. Bjerge, Nature, 138 (1936), 400.

彼等ノ測定ニヨルト、ソノ半減期ハ 0.8 ± 0.1 秒デ、放出サレル β粒子ノエネルギー上限ハ 3.5 ± 0.5 Mev. デアル。コノ実験値ヨリ $\tau_\beta = 1.1 \pm 0.1$ 秒、$\varepsilon_0 = 7.9 \pm 1.1$ ガ得ラレル。^6He ノ状態ハ ^1S デ、^6Li ノ状態ハ $^3S + {}^3D$ デアラウト考ヘラレル。若シコレガ正シイトスレバ (4.2) カラ分ルヤウニ $N_{no} = 0$ トナル。又 ^6He 及ビ ^6Li ノ波動函数ヲ二体近似デ表ハスト

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{3}\sum_n \overline{|\vec{M}_{no}|^2} &= 2|J|^2 \\ J &= \int u^*(^3S)\, u(^1S)\, dV \end{aligned}\right\} \qquad (5.5)$$

トナル。但シ $u(^3S)$ 及ビ $u(^1S)$ ハ夫々 ^3S 及ビ ^1S 状態ノ波動函数ノ位置部分デアル。

コノ場合 τ_β ノ表式ハ、擬スカラー理論デモ、ベクトル理論デモ共ニ第一ノ常数 f_1' 及ビ g_1' ヲ含マナイ。ソレデ τ_0 ノ表式ニ於テ假ニ $f_1' = g_1' = 0$ トオイテ、τ_0 ト τ_β ノ表式カラ f_2' ト g_2' トヲ消去スルト次ノヤウニナル。

擬スカラー理論

$$\tau_0 = \frac{32}{3\pi}\left(\frac{m}{\mu}\right)^3 \frac{f_2^2}{\hbar c} f(\varepsilon_0)\,|J|^2\,\tau_\beta \qquad (5.6)$$

ベクトル理論

$$\tau_0 = \frac{128}{\pi}\left(\frac{m}{\mu}\right)^5 \frac{g_2^2}{\hbar c} f(\varepsilon_0)\,|J|^2\,\tau_\beta \qquad (5.7)$$

この両式をくらべてみると両者の間に著しい差のあることがわかる。若し f_2 と g_2 とが等しいと仮定すると (5.6) と (5.7) の比は

$$\frac{\tau_0\ (\text{ベクトル})}{\tau_0\ (\text{擬スカラー})} = \frac{3\times128}{32}\left(\frac{m}{\mu}\right)^2 = 12\left(\frac{m}{\mu}\right)^2 \qquad (5.8)$$

となる。若し $\mu = 200m$ とすればベクトル理論の τ_0 値は擬スカラー理論の τ_0 値の 3×10^{-4} 倍と成る。故にこの二つの理論値は一方だけしか實驗値と一致することは出来ない。

(5.6) (5.7) 式で τ_0 を計算する為には f_2 又は g_2 の値を知る必要がある。これは通常重陽子に関する実験から定める。§2 にのべたやうに従来の理論は、場の一般論の欠陥の為に、核粒子の異常磁気能率や重陽子の存在を首尾一貫した方法で説明することができないけれども、§2, §3 で行つた様な便法によつて核粒子と中間子との相互作用の常数を推定することができる。仮に §3 で得た値 $f_2^2 = 0.04\,\hbar c$ を使ひ、$\mu = 200m$ として (5.6) に Bjerge-Broström の実験から得られる ε_0 と τ_β の値を代入すると次のやうになる。

擬スカラー理論

$$\tau_0 = 1.8\times10^{-5}\,|J|^2 \text{ 秒} \qquad (5.9)$$

ベクトル理論の方は、§2 でのべたやうに、実験事実と定性的に矛盾するけれども、仮に $g_2 = f_2$ とおけば次のやうな理論値を与へる。

ベクトル理論

$$\tau_0 = 5.3\times10^{-9}\,|J|^2 \text{ 秒} \qquad (5.10)$$

関戸氏(9)によると中間子の固有寿命の実験値は大体

$$\tau_0 = 3\times10^{-6} \text{ 秒 (実験値)} \qquad (5.11)$$

であつて、誤差は大きく見積つても因数2位のものである。

(註) (9) 関戸弥太郎、講演。

$|J|$ の最大値は 1 を超えないから、ベクトル理論が実験値と一致

することは不可能である。(5.10)を求める際には$g_1'=0$とおいたが、若しg_1'を含む項からの寄与を考慮に入れるならば、理論値は更に(5.10)よりも小さくなる。これに反して、次に説明するやうに、擬スカラー理論の方は実験値と一致する可能性がある。重陽子の理論からよく知られてゐるやうに、${}^1S$と${}^3S$とでは核ポテンシャルは全く異る。従って$|J|$の値は1よりもよほど小さいものと考へることができる。(又${}^3S$が${}^3D$と混合することもこの傾向をもつけれども、その影響は小さい。)若し$|J|=0.4$位とすれば(5.9)は、

$$T_0=2.8\times10^{-6}\ 秒\ (擬スカラー理論) \qquad (5.12)$$

となって実験値とよく一致する。上のJの値は充分ありさうな値であると思はれる。若しε_0の実験値の下限をとれば$|J|=0.7$位でも理論と実験は一致する。併し乍ら、若しf_1'の値がf_2'と同じ程度の大きさならばT_0の値は(5.12)の$\left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2$倍になるから、擬スカラー理論も亦実験と矛盾する。$f_1'$の値を知る為には原子核のβ崩壊の禁止遷移を計算してみればよいのであるが、その際のT_βの表式の中にはf_1'とf_2'とが共に含まれ、原子核に関する現在の理論的知識の乏しさの為にこれからf_1'の値を定めることは恐らく不可能であらう。従って現在の所ではf_1'の影響は不明である。f_1'が大きくない限り、それは(5.9)を更に実験値に近づける。中間子理論の現状ではともかくf_1'を使ふ必要はないやうであるから、必要が起る迄はf_1'を除いておいてよいのではなからうか。

§6. 中間子の發生

宇宙線の硬成分粒子が中間子であるとすれば、前節にのべたやうに、それは真空中でも崩壊するのでその平均自由路の長さからそれが地球外からくるものでないことが分る。色々の実験的根拠から主としてそれは大氣の上層で發生するものと考へられてゐる。その發生の主な機構が何であるかは現在未だ明かでないが、最近のSchein其の他(1)の上空における実験により、Johnson(2)の宇宙線強度の東西效果の実験を考慮に入れて、宇宙線硬成分粒子の親は地球外からくる陽子ではなからうかと考へられるに至った。(3)陽子が原子核で制動される際に中間子を創生する過程の断面積は色々の人々(4)によって推定されてゐる。この計算には中間子場の減衰的反作用を考慮に入れる必要があるが、今迄の所ではその計算は未だ行はれてゐないので茲にはこれに触れない。

中間子發生の機構としては他に宇宙線軟成分(光子及び電子)が物質中で中間子を作る過程が考へられる。中間子理論が中間子發生をも記述することの一例として茲では光子による中間子の創生をのべる。(5)

(註) (1) M. Schein, W.P. Jesse and E.O. Wollan, Phys. Rev. 59 (1941), 615.
(2) T.H. Johnson, Rev. Mod. Phys. 10 (1938), 193; (1939), 208.
(3) J.F. Carlson and M. Schein, Phys. Rev., 59 (1941), 840.
H. Snyder, 仝上, 1043.
(4) L.W. Nordheim and G. Nordheim, Phys. Rev., 54 (1938), 254
H.S.W. Massey and H.C. Corben, Proc. Cambr. Phil. Soc. 35 (1939), 84.
F.S. Wang, ZS. f. Phys. 115 (1940), 431.

小林稔、佐藤、理研、Sci. Pap., 38 (1940), 51.

荒木源太郎、数物会誌、16 (昭和17年)、78.

以上はすべて一つの素過程に一つの中間子のできる場合のみを考へてゐる。

J.R. Oppenheimer and J. Schwinger, Phys. Rev., 60 (1941), 150.

(5) 湯川、坂田、小林、武谷、数物記事、20 (1938), 720.

L.W. Nordheim and G. Nordheim, 前記。

小林稔、岡山大介、数物記事、21 (1939), 14.

荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 39 (1941), 14.

小林稔、数物記事、23 (1941), 891.

光子が原子核にあたつて二つの中間子を創生する過程は次に論ぜられてゐる。

小林稔、内山、理研 Sci. Pap., 37 (1940), 221; 数物記事, 22 (1940), 882.

R.F. Christy and S. Kusaka, Phys. Rev., 59 (1941), 405.

谷川安孝、湯川秀樹、数物記事, 23 (1941), 445.

電子が原子核で制動されて中間子を作る過程も考へられる。

前節迄の結果では中で一番よく実験と相容れる形式は擬スカラー理論であつたから、この理論がこの過程をうまく記述するかどうかをみる必要がある。それでこの過程を擬スカラー理論に従って考察する。(6)

(註) (6) 荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 39 (1941), 14

充分に大きいエネルギーの光子が原子核にあたる場合を考へると原子核を近似的に静止してゐる自由核粒子の集りと考へることができる。(7)

(註) (7) 光子のエネルギーが小さいときには原子核の構造を考慮する必要がある。

E.L. Feinberg, J. Phys. USSR. 5 (1941), 178.

ソレデ次には静止してゐる一個の陽子に光子があたつて吸収され、同時に陽中間子一個を放出して陽子が中性子にかわる過程を考へる。くる光子のエネルギーをE_0, 放出される中間子のエネルギーをEとすると、光子のくる方向と中間子のでる方向との間の角θは、エネルギーと運動量の保存から、次式で与へられる。

$$\cos\theta = \frac{(E_0+Mc^2)E-\{Mc^2E_0+\frac{1}{2}(\mu c^2)^2\}}{E_0\sqrt{E^2-(\mu c^2)^2}} \tag{6.1}$$

放出される中間子のエネルギーが区間$(E, E+dE)$内にあるような光子による中間子創生の微分断面積は、摂動論によつて、次のやうになる。(立体角が上式によつてエネルギー区間に置換へてある。)

$$d\Phi = 2\pi\sum_f \overline{|U_{FA}|^2}\,\frac{W\,dE}{E_0^{\,2}} \tag{6.2}$$

$$U_{FA}=\frac{V\sqrt{E_0E}}{2\pi(\hbar c)^2}\left(H_{FA}^{mne}-\sum_{I}\frac{H_{FI}^{ne}H_{IA}^{mn}}{E_I-E_A}-\sum_{I'}\frac{H_{FI'}^{mn}H_{I'A}^{ne}}{E_{I'}-E_A}-\sum_{I''}\frac{H_{FI''}^{mn}H_{I''A}^{ne}}{E_{I''}-E_A}\right) \tag{6.3}$$

但しWは反跳された中性子のエネルギー、A及びFは夫々全系の初及び終の状態、I, I', I''は次のやうな三つの中間状態を表はす。即ちIは光子と中性子と陽中間子とが存在する状態、I'は陽子と陰陽中間子とが存在する状態、I''は陽子だけが存在する状態である。$\overline{|U_{FA}|^2}$の上の横棒は光子の偏光方向と陽子のスピン状態とに対する平均、$\sum_f$は中性子のスピン状態に対する和を表はす。他は慣用の記号である。(1.11) 及び (1.12) で与へられるH^{ne}及びH^{mne}, (3.2) で与へられるH^{ne}の表式中のベクトルポテンシャ

ルを量子化された形

$$\vec{A} = i\hbar c\sqrt{2\pi}\sum_{\vec{k}} \frac{A_k \vec{e}_k + B_k \vec{e}\,'_k}{\sqrt{\hbar c k}} \frac{e^{i\vec{k}\vec{x}}}{\sqrt{V}} + \text{Hermite共軛} \qquad (6.4)$$

におき、(1.9)で与へられるH^{nn}と共に(6.3)に代入する。但し$\vec{e}_k$ $\vec{e}_k$及び$\vec{e}\,'_k$ $\vec{e}\,'_k$は互に直交する単位ベクトル、A_k及びB_kは運動量$\hbar\vec{k}$、偏り$\vec{e}_k$及$\vec{e}\,'_k$をもつ光子のa_k演算子である。(§1参照)。よく知られた方法で中間状態に対するスピン和を求めると、

$$U_{FA} = -i\frac{ef_2}{\mu c^2}\Big[\vec{e}\vec{\sigma} + \frac{2\hbar c\vec{k}\vec{e}}{E_1^2-(E_0-E)^2}\left\{\hbar c\vec{k}_1\vec{\sigma} - (E_0-E)\rho_1 - \frac{f_1}{f_2}\mu c^2 i\rho_2\right\}$$

$$+ \left(\hbar c\vec{k}\vec{\sigma} - E\rho_1 + \frac{f_1}{f_2}\mu c^2 i\rho_2\right)\Big\{\hbar c\vec{k}_0\vec{\sigma}\rho + Mc^2$$

$$(\rho_3+1) + E_0\Big\}\frac{\vec{e}\vec{\sigma}\rho_1}{2Mc^2E_0}\Big] f_a \qquad (6.5)$$

が得られる。但しf及びaは夫々中性子及び陽子のスピン状態を表はし、$\vec{e}$はくる光子の偏光方向の単位ベクトル、$\hbar\vec{k}_0$及び$\hbar\vec{k}$はくる光子及び放出される中間子の運動量、$\vec{k}_1$及びE_1は次式で定義される。

$$\vec{k}_1 = \vec{k}_0 - \vec{k}, \qquad E_1 = \hbar c\sqrt{k_1^2+\kappa^2} \qquad (6.6)$$

(6.5)よりCasimirの跡の方法[8]によって$\sum_f \overline{|U_{FA}|^2}$を計算すると次のやうになる。

$$\sum_f\overline{|U_{FA}|^2} = \left(\frac{1}{2}\frac{ef_1}{Mc^2} + \frac{ef_2}{\mu c^2}\right)^2 \frac{Mc^2}{W}\left(\frac{E}{E_0} - \xi\right) \qquad (6.7)$$

但し

$$\xi = 2\left\{\frac{\mu c^2\,\hbar c k\sin\theta}{E_1^2-(E_0-E)^2}\right\}^2 + \frac{(\mu c^2)^2}{2Mc^2E_0} \qquad (6.8)$$

である。これを(6.2)に代入すれば微分断面積は

$$d\Phi = 2\Phi_0\frac{Mc^2}{E_0^2}\left(\frac{E}{E_0} - \xi\right)dE \qquad (6.9)$$

となる。但し、

$$\Phi_0 = \pi\left(\frac{1}{2}\frac{ef_1}{Mc^2} + \frac{ef_2}{\mu c^2}\right)^2 \qquad (6.10)$$

である。上式を(6.1)で定められるEの可能な区間に積分するとエネルギーE_0の光子が陽子にあたつて一個の中間子を作る断面積は、

$$\Phi = 4\Phi_0\frac{(E_0+Mc^2)\{Mc^2E_0+\frac{1}{2}(\mu c^2)^2\}}{E_0(2E_0+Mc^2)^2}$$

$$\sqrt{\left(1-\frac{\mu}{2M}\frac{\mu c^2}{E_0}\right)^2-\left(\frac{\mu c^2}{E_0}\right)^2} \qquad (6.11)$$

となる。但しその影響はEの全区間にわたつて極めて小さいのでこの計算の際無視してある。くる光子のエネルギーE_0が中間子の静エネルギーμc^2に比して大きいときにはΦは近似的に次式で表はされる。[9]

$$\left.\begin{aligned}\Phi &= 4\Phi_0 & \mu c^2 \ll E_0 \ll Mc^2\\ &= \Phi_0\frac{Mc^2}{E_0} & Mc^2 \ll E_0\end{aligned}\right\} \qquad (6.12)$$

若し$\mu = 200m$, $f_2^2 = 0.04\,\hbar c$とすれば、f_1がf_2に比して著しく大きくない限り、

$$\Phi_0 = 3\times10^{-29}\,cm^2 \qquad (6.13)$$

となる。Schein其の他[10]の測定によると、平均のエネルギーが10^9 eVの光子に対するΦの実験値は、

$$\Phi = 7\times10^{-28}\,cm^2 \qquad (6.14)$$

であつて(6.12)はこれより少し小さいけれども大体はこれに近い値を与へる。

(註) (8) H. Casimir, Helv. Phys. Acta. 6 (1933), 287.

(9) ベクトル理論ではE_0が大きくなるとσが限りなく大きくなる。(小林、岡山、前記)。従ってこの場合には中間子場の減衰的反作用を考慮する必要がある。併しベクトル理論に対するこの計算は未だ行はれてゐない。擬スカラー理論に対しては小林博士等が計算中である。

(10) M. Schein, W. P. Jesse and E. O. Wollan, Phys. Rev, 57 (1940), 847.

§7 中間子の核散乱

中間子の流が物質層を通過するときには色々の原因から、一定のエネルギーをもつ中間子の数は次第に減少する。その内で原子核との相互作用によるものは、第一に中間子が原子核に吸収される為であり、第二には原子核を励起し、破壊し又は弾性的に散乱される為である。前者は一方では、光電効果と同じやうに、原子核内にある核粒子を核外に追出して、[1] 他方では原子核から光子を輻射して[2]、吸収される。原子核から光子を輻射して中間子が吸収される過程は前節にのべた光子による中間子創生の逆過程で、その断面積は大体に於て創生の場合と同じである[3]。ベクトル理論では摂動論的に計算すると、くる光子のエネルギーと共に創生の断面積は限りなく大きくなるといはれてゐる。[4] 若しさうであるとすれば、エネルギーの大きな中間子が物質を通過する際直ぐに吸収されるから中間子の物質貫通力が大きいといふ経験と相反する。中間子場の減衰的

反作用を考慮に入れるならば恐らくこの不満足な点は除かれるものと思はれる。前節でみたやうに、擬スカラー理論では摂動論の結果に於てもこのやうな不満足な点はない。

(註) (1) 坂田昌一、谷川安孝、数物記事、21 (1939), 58.

H. S. W. Massey and H. C. Corben, Proc. Cambr. Phil. Soc., 35 (1939), 84.

谷川安孝、湯川秀樹、数物記事、23 (1941), 445.

(2) W. Heitler, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938), 529.

小林稔、岡山大介、数物記事、21 (1939), 1.

荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 39 (1941), 14.

(3) 荒木源太郎、前記

(4) 小林稔、岡山大介、前記.

宇宙線硬成分粒子が中間子であるとすれば、その一つの特徴はその大きな物質貫通力である。然るにベクトル理論から摂動論に従って原子核による中間子の散乱の断面積を計算してみると[5]、小さいエネルギーの領域でもその計算値は実験値よりも著しく大きく[6]、且つくる中間子のエネルギーが大きくなると限りなく増大する。このことは一方では中間子の物質貫通力が大きいといふ経験に反し、他方では核粒子と中間子との相互作用が小さいといふ摂動論の出発点の仮定に反する。この不満足な点は擬スカラー理論に於ても同じやうに存在する[7]。このうちで理論的の難点は中間子場の減衰的反作用を考慮することによって除き得るであらうといふことが Bhabha [8] によって指摘された。そして実際 Heitler [9]、Wilson [10]、Sokolow [11] 及び朝永博士 [12] によってこの難点は除かれた。このやうにして理論的に不満足な点は除かれるが、尚それでも、中間子の核散乱の断面積の理論値は実験値より[illegible]も大きいから、陽子の模型を変更する必要があると Heitler [13] は主張した。然し乍ら原子核の構造、相対論の影響、中間子場の減

衰的反作用等をすべて考慮に入れて考慮に入れて計算してみると(14)理論値はやはり実験値よりも少し大きいけれども Heitler の主張するやうに実験値と確にくいちがつてゐるか否かは未だ明かでない。

(註)(5) H.J. Bhabha, Proc. Roy. Soc. London (A), 166 (1938), 501.
W. Heitler, 仝上, 529.
F. Booth and A.H. Wilson, Proc. Cambr. Phil. Soc., 36 (1940), 363, 446.
(6) J.G. Wilson, Proc. Roy. Soc. London (A), 172 (1939), 517; 174 (1940), 73.
(7) 谷川安孝、湯川秀樹、前記.
荒木源太郎、前記.
(8) H.J. Bhabha, Nature, 145 (1938), 819; Proc. Roy. Soc. London (A), 172 (1939), 384; Proc. Ind. Acad. Sci., A11 (1940), 347, 468; Phys. Rev., 59 (1941), 100.
(9) W. Heitler, Proc. Cambr. Phil. Soc., 37 (1941), 291.
(10) A.H. Wilson, 仝上, 301.
(11) A. Sokolow, J. Phys. USSR., 5 (1941), 231.
(12) 朝永振一郎, 理研 Sci. Pap., 40 (1942), 73.
(13) W. Heitler, 前記.
(14) 荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 40 (1943), 311.

これを決定するには更に多くの経験が必要であらうと思はれる。

Heitler-Wilson の方法に於ける計算の仮定を明かにする為に、始に陽中間子が中性子で散乱する際に中間子場の減衰的反作用を考慮する方法に於て注意すべき点をのべ、次にこれを適用して散乱の断面積を計算した結果を説明する。

運動量 $\frac{\vec{p}}{c}$ の陽中間子と静止してゐる中性子とが存在する状態をAとし、運動量 $\frac{\vec{p}'}{c}$ の陽中間子と運動量 $\frac{\vec{p}''}{c}$ の中性子とが存在する状態をFとして、遷移 A→F を考察する。核粒子と中間子の相互エネルギーをHとすれば（簡単の為に $H^{\omega n}$ をHとかく）、よく知られてゐるように状態A及びFの確率振幅 a_A 及び a_F の間には次の耕立方程式が成立する。

$$-\frac{\hbar}{i}\dot{a}_A=\sum_{\mathrm{I}} H_{A\mathrm{I}}\, a_{\mathrm{I}}\, e^{i\nu_{A\mathrm{I}}t}+\sum_{\mathrm{II}} H_{A\mathrm{II}}\, a_{\mathrm{II}}\, e^{i\nu_{A\mathrm{II}}t} \qquad (7.1)$$

$$-\frac{\hbar}{i}\dot{a}_{\mathrm{I}}=H_{\mathrm{I}A}\, a_A\, e^{i\nu_{\mathrm{I}A}t}+\sum_{F(\neq A)} H_{\mathrm{I}F}\, a_F\, e^{i\nu_{\mathrm{I}F}t} \qquad (7.2)$$

$$-\frac{\hbar}{i}\dot{a}_F=\sum_{\mathrm{I}} H_{F\mathrm{I}}\, a_{\mathrm{I}}\, e^{i\nu_{F\mathrm{I}}t}+\sum_{\mathrm{II}} H_{F\mathrm{II}}\, a_{\mathrm{II}}\, e^{i\nu_{F\mathrm{II}}t} \qquad (7.3)$$

但しⅠは陽子のみが存在する状態、Ⅱは陽子と陰陽二つの中間子が存在する状態。a_{I} 及び a_{II} はそれ等の確率振幅を表はし、E_A 及び E_{I} を状態A及びⅠに於けるHを無視したときの系のエネルギーとすれば、例へば $\nu_{A\mathrm{I}}$ は次式で定義される。

$$\nu_{A\mathrm{I}}=\frac{1}{\hbar}(E_A-E_{\mathrm{I}}) \qquad (7.4)$$

Heitler-Wilson の方法の出発点の仮定は次の三つに要約される。

(Ⅰ)（7.1）及び（7.3）に於ける a_{II} の寄与は無視できる。

(Ⅱ) a_A は時間に対する函数として $a_A=e^{-\frac{1}{2}\Gamma t}$ の如く表はし得る。但し Γ は時間的に常数で充分に小さい。

(Ⅲ) E_F が E_A の充分に小さい近傍（$E_A-\Delta_1$, $E_A+\Delta_2$）内にあるとき（$\Delta_1, \Delta_2>0$）a_F は時間に無関係な係数 U_{FA} を使って

$$a_F=-U_{FA}\frac{e^{i(\nu_{FA}+\frac{1}{2}i\Gamma)t}-1}{\hbar(\nu_{FA}+\frac{1}{2}i\Gamma)} \qquad (7.5)$$

で近似的に表はされ、E_F が上の区間外にあるときには $a_F=0$ と見なし得る。そして散乱の断面積は Δ_1, Δ_2 に無関係である。

これ等の仮定によつて上の聯立方程式は次のやうに解かれる。仮定〔Ⅲ〕によつて E_F が区間 $(E_A-\Delta_1, E_A+\Delta_2)$ 外にあるとき a_F を無視し、この区間内にあるとき(7.5)を使ふと、(7.2)の後項は

$$\sum_{F(\neq A)} H_{IF}a_F e^{i\nu_{IF}t}=-i\,w_{IA}\,e^{i(\nu_{IA}+\frac{1}{2}i\Gamma)t} \qquad (7.6)$$

となる。但し

$$w_{IA}=\pi\Big\{\sum_F\int H_{IF}\,b_{FA}\,\rho_F\,d\omega_F\Big\}_{E_F=E_A} \qquad (7.7)$$

であつて $\rho_F d\omega_F dE_F$ は F に於ける中間子の運動量の方向が $\vec{P}$ 方向の近傍の立体角 $d\omega_F$ 内にあり、エネルギー E_F が区間 (E_F, E_F+dE_F) 内にある状態の数である。仮定〔Ⅱ〕と(7.6)に代入すると a_I が次の如く求められる。

$$a_I=-\frac{H_{IA}-iw_{IA}}{E_I-E_A+\frac{1}{2}i\hbar\Gamma}\,e^{i(\nu_{IA}+\frac{1}{2}i\Gamma)t} \qquad (7.8)$$

これと(7.5)を(7.3)に代入すると b_{FA} に対する積分方程式

$$b_{FA}=-\sum_I\frac{H_{FI}H_{IA}}{E_I-E_A+\frac{1}{2}i\hbar\Gamma}+i\sum_I\frac{H_{FI}w_{IA}}{E_I-E_A+\frac{1}{2}i\hbar\Gamma} \qquad (7.9)$$

が得られ、又(7.8)を(7.1)に代入すると Γ を定める式

$$-\frac{1}{2}\hbar\Gamma=i\sum_I\frac{|H_{AI}|^2}{E_I-E_A+\frac{1}{2}i\hbar\Gamma}+\sum_I\frac{H_{AI}w_{IA}}{E_I-E_A+\frac{1}{2}i\hbar\Gamma} \qquad (7.10)$$

が得られる。(7.8)は $t=0$ のとき $a_I\neq 0$ なることを表はすが、これは上の三つの仮定の結果であつて、$t=0$ のとき $a_I=0$ とすることはこれ等の仮定と矛盾する。併し上の結果から分るやうに a_I は $\frac{1}{\sqrt{V}}$ に、又 b_{FA} 及び Γ は $\frac{1}{V}$ に比例するから、V を充分に大きくとつておけば、$t=0$ のとき $|a_A|=1$ であつて、a_I, b_{FA} 及び Γ は充分に小さい。同じやうにして

$$\sum_F|a_F|^2=\frac{2\pi}{\hbar}\Big(\sum_F\int|b_{FA}|^2\rho_F\,d\omega_F\Big)_{E_F=E_A}\cdot\frac{1-e^{-\frac{\Gamma+\Gamma^*}{2}t}}{\frac{\Gamma+\Gamma^*}{2}}$$

$$(7.11)$$

が得られるから中間子の核散乱断面積は

$$Q=\frac{2\pi}{\hbar}\frac{V}{c}\frac{E_0}{P_0}\Big(\int\sum_F|b_{FA}|^2\rho_E\,d\omega_F\Big)_{E_F=E_A} \qquad (7.12)$$

で与へられる。

茲に注意すべきことは仮定〔Ⅲ〕と上の計算との間に実際には矛盾があると思はれることである。(7.8)を(7.3)に代入すると一般に〔E_F が区間 $(E_A-\Delta_1, E_A+\Delta_2)$ 外にあつても〕a_F が(7.5)と同じ形をもつことがわかる。そしてその係数はやはり(7.9)で与へられる。(7.7)及び(7.11)の計算には E_F が区間 $(E_A-\Delta_1, E_A+\Delta_2)$ 外にある場合 a_F の寄与を無視してゐる。然るに(7.5), (7.9)が一般に成立するものとすれば、H の実際の表式からわかるやうに、区間 $(E_A-\Delta_1, E_A+\Delta_2)$ 外からの a_F の寄与は決して無視できない。それ所ではなく、これ等の和は恐らく発散すると思はれる。これは自己エネルギーの発散と同種のものである。若し切断によつてこれを収斂せしめるならば、結果は切断の場所を含むやうになる。

(1.9)で与へられる $H^{\text{双}\text{元}}$ を H に代入して積分方程式(7.9)をとき、かくて得られる b_{FA} を(7.12)に代入すると核粒子による擬スカラー中間子の散乱断面積は次のやうになる(15)。

$$Q=\frac{4\pi}{k^2}\Big(\frac{f_2^{\,2}}{\hbar c}\Big)^2\Big(\frac{D_0}{E_0}\Big)^2\Big(\frac{P_0}{\mu c^2}\Big)^2\frac{G}{1+\chi^2} \qquad (7.13)$$

(註)(15) 荒木源太郎、理研 Sci. Pap., 40 (1943), 311.

但し f_1 を含む項からくる影響は小さいので $f_1=0$ とおいて計算した

ある。又 G は核粒子に対する相対論的影響からくる函数，χ は中間子場の減衰的反作用の影響であつて夫々次式によつて与へられる。

$$G=\frac{(Mc^2)^2}{(Mc^2)^2+2Mc^2E_0+(\mu c^2)^2}\left\{1+\left(\frac{\mu c^2}{p_0}\right)^2\frac{(\mu c^2)^2}{2Mc^2E_0+(\mu c^2)^2}\right\}^2$$

$$-\left(\frac{E_0}{p_0}\right)^2\frac{Mc^2E_0+\frac{1}{2}(\mu c^2)^2}{(Mc^2)^2+2Mc^2E_0+(\mu c^2)^2}\Bigg\} \quad (7.14)$$

$$\chi=\frac{f_2^2}{\hbar c}\left(\frac{p_0}{\mu c^2}\right)^2\frac{2Mc^2p_0^2+(\mu c^2)^2E_0}{p_0\left[2Mc^2E_0+(\mu c^2)^2\right]}\cdot\frac{(Mc^2)^2}{(Mc^2)^2+2Mc^2E_0+(\mu c^2)^2} \quad (7.15)$$

(7.13) から P の数値を計算してみると次のやうになる。

E_0	$\sqrt{2}$	2	4	7	10	15	20 μc^2.
Q	0.35	1.4	5.4	7.5	6.5	4.5	$3.2\times10^{-29}cm^2$

Wilson の実験[16]によると平均の運動エネルギーが 4×10^8 eV より小さい中間子に対して Q の実験値は $10^{-29}cm^2$ を超えず、又エネルギー 1.5×10^9 eV では $Q=4\times10^{-28}$ であつた。E_0 が μc^2 の程度のときには原子核の形状因子の為に実験値を過小に見積り易い傾向があるから[17] E_0 の小さい所では理論値は Wilson の実験値と相容れると見ることができる。$E_0=15\times10^8$ eV の所では理論値は実験値より一桁大きい。

尚 Christy と Kusaka[18] とは非常に厚い物質層の下でみられる宇宙線爆発の頻度をその大きさの函数として計算し、これを Schein と Gill[19] との実験と比較して、スピン1の中間子を仮定すると、その函数形も値も実験と著しく異るが、これに反してスピン0の場合には理論と実験とはよく一致することを示した。若しこの計算が正しいとするとこの過程に於てもベクトル理論に対して擬スカラー理論の方がよく経験を記述することがわかる。

併し Christy と Kusaka の計算に於ては中間子場の減衰的反作用を考慮せず切断の方法をとつてゐるが[20]，Wilson は中間子場の減衰的反作用を考慮すればスピン1とスピン0との区別は無くなるであらうとのべてゐる。いづれにしてもこの現象についても擬スカラー理論の方は経験をよく記述する。

(註) (16) J.G. Wilson, 前記

(17) 荒木源太郎，理研 Sci. Pap., 40,(1943) 311.

(18) R.F. Christy and S. Kusaka, Phys. Rev., 59 (1941), 414.

(19) M. Schein and P.S. Gill, Rev. Mod. Phys, 11 (1939), 267.

(20) 小林稔，数物記事，23 (1941), 891.

(21) A.H. Wilson, 前記.

以上論じた所から、中間子理論の四形式：スカラー、ベクトル、擬ベクトル，擬スカラー理論のうちでは最後の擬スカラー理論が比較的によく経験と一致することがわかる。併し現在迄の所ではその一致は充分満足であるとはいへない。又場の一般論の欠陥が著しく現れてくる為に首尾一貫した理論をつくることができない。吾々は根本的な理論の改革の後にでなければ充分満足な中間子理論を得ることができないのではなからうか。

編輯者より――中間子討論会は9月26日27日両日東京に於いて行ふ事になりました。奮って御参加下さい。尚ほ討論にかけたい事その他御意見がございましたら理研仁科研究室武谷三男あてに御申越し下さい