湯川

中間子討論會原稿

——昭和十八年六月——

(4)

中間子と核粒子との相互作用について

第一部　切斷假說に基く考察

朝　永　振　一　郎

2 6 0 3

中間子ト核粒子トノ相互作用
ニツイテ

第一部 切斷假說ニ基ク考察

朝永振一郎

序　論

現在中間子ノ理論ニ色々ナ困難ガ存在スルコトハ汎ク知ラレテヰルトコロデアル。第一ノ困難ハ場ノ量子力學的取扱ヒニ必然的ナモノデアッテ、通常ノ量子電磁力學ニ於テモ避ケルコトノ出來ナカッタモノ　即チ無限大ノ自己エネルギーノ困難デアル。第二ノ困難ハ　核粒子ト中間子トノ間ノ相互作用ノ問題ニ湯川理論ヲ適用シテ、例ヘバ核粒子ニヨル中間子ノ散亂ヲ取扱ッテミルト異常ニ大キナ散亂斷面積ガ現ハレルトイフヤウナ事柄デアル。コレト同種ノ困難ハ、ベクトル中間子ニヨル光子ノ散亂ノ場合ニモ起ル。第三ノ困難ハβ線ノ理論ニ關スルモノデアル。

コノ三ツノ困難ノウチ、第一ノモノハ通常ノ量子電磁力學、即チ電子ト電磁場トノ相互作用ヲ量子論的ニ取扱ッタトキニモ存在シテヰタモノデアリ、現存スル場ノ量子論ニ共通シタ一般的缺陷ニ基因スルモノト考ヘラレル。即チコノ困難ハ、現存スル場ノ理論ノ基礎方程式ガ素粒子ノ安定性ヲ說明シ得ナイヤウナモノデアルコトヲ明カニ示シテヰルノデアル。

コノ際ニ重大ナ缺陷ヲ內藏シテヰル理論ヲ用ヒテモ、電磁量子力學ニ於テハ、多クノ場合、實驗トヨク合フ結果ガ得ラレタコトハ注目セネハナラヌ。例ヘバ光子ノ電子ニヨル散亂ニツイテハ有名ナ

Klein—仁科ノ公式ガ理論的ニ導キ出サレ、コノ公式ハ非常ニヒロイ入射エネルギーノ範囲デ完全ニ実験ト合フ。トコロガ中間子ノ場合ニハコノ公式ニ相当スルモノヲ理論的ニ導出シテミルト、コレハ実験トマルデ合ハナイ。コレガ上述ノ第二ノ困難トイハレタモノデアル。

コノ点カラミルト、第二ノ困難ハ量子電磁力学ノ場合ニハ存在シナイデ、中間子場ノ理論ノトキニ限ッテ現ハレルモノノヤウデアル。

ソレデハ何故ニ中間子場ニカギッテコノヤウナ困難ガ現ハレルノデアラウカ。コノ理由ヲ追求スルコトハ非常ニ重要ナ仕事デアルケレドモ、コレヲ論理的ニ一貫シタ方法デ行フコトハ現在不可能デアル。トイフノハ、ソノタメニ必要ナ理論的ナ足場ガ第一種ノ困難ト関联シテ常ニグラツイテヰルカラデアル。従ッテ我々ニ可能ナ方法ハ色々ナ仮定ヲ立テ、試行錯誤ノ方法ヲ以テ真相ヲサグリアテルヨリ仕方ガナイ。

コノトキ第一ニ考ヘツク試ミハ、湯川理論ノ形ヲ種々改変変更シテ実験ヲ都合ヨク説明スルモノニスルコトデアル。中間子ノ場ノ方程式ノ形ヲ種々改メタリ、コノ場ト他ノ場トノ相互作用ノハミルトン函数ヲ変更シタリ、核粒子ニ新シイ性質ヲ附与シタリ、或ハ又中間子ニ種々ノ別ガアルト考ヘル如キ試ミガコレデアル。コノ方向ニ向ッテノ研究ニ就イテハ坂田氏ガ詳シク論ゼラレル筈デアルカラ、コヽデハ他ノ一ツノ試ミヲカナリ詳細ニ綜合的ニ述ベテミヨウト思フ。

現在マデノ中間子ノ理論デハ、中間子場ト他ノモノトノ相互作用ヲ問題トスルニアタッテ、量子電磁力学ノトキニ成功シタ方法ニ導カレテ摂動論ニヨル考察ヲ行フノガ常デアッタ。量子電磁力学ニオイテアレホド美事ニ実験ト合フ結果ヲ与ヘタコトガコノ方法ノ収斂性ニツイテノ自信ヲ人々ニ与ヘタノデアル。シカシ中間子ノ場合ニ摂動論的方法ガ同様ニ成功スルトイフコトハソレホド自明デアラウ

カ。

湯川理論ニ於テ、中間子ト核粒子トノ相互作用ノ模様ハ電子ト電磁場ノソレトヨホド違ッタ点ガアル。第一ニソノ相互作用ノ強サガ強イトイフコトデアル。電磁力学ノ場合コノ強サハ電子ノ電荷eデ決定サレタガ、湯川理論ニオイテコレニ相当スル常数ハeノ約10倍ノ大キサノgデアル。第二ノ差異ハ、電子ノ近傍ニ存在スル所謂固有ノ電磁場ハソノポテンシャルガ$\frac{1}{r}$ノ形ヲシテヰルノニ対シテ、核粒子ノ近傍ノ固有中間子場ハ双極子場ノ形即チ$\frac{1}{r^3}$ノ形ヲシテヰルコトデアル。(但シスカラー理論ハ例外)。$\frac{1}{r}$ノ代リニ$\frac{1}{r^3}$ガ現ハレルトイフコトハ場ノ短波長ノ規格振動ト粒子トノ相互作用ガ、中間子—核粒子ノトキハ電磁場—電子ノ場合ヨリ遙カニ強イコトヲ意味スル。従ッテ相互作用ノ弱イコトヲ前提トスル摂動論的方法ハコノ場合用ヒラレナイカモシレナイ。

ベクトル中間子—電磁場ノ場合ニモコノ第二ノ事柄ハヤハリ存在スル。従ッテ、コノトキ相互作用ノ常数ハeデアリ、コレハ小サイ量デアルケレドモ、摂動的方法ノ収斂性ハヤハリ保証サレナイ。

核粒子ト中間子トノ相互作用ニオイテ摂動論ガ事実用ヒ得ナイ点ヲ最モ明瞭ニ示ス一例ガアル。イマ問題ヲ簡単ニスルタメニ核粒子ノ質量ヲ∞ト考ヘル。ソシテコノ無限ニ重イ（従ッテ不動ノ）核粒子ニヨル中間子ノ散乱ノ断面積ヲ摂動論ヲ用ヒテ計算スルト、スカラー理論ヲ除イテ、入射中間子ノエネルギート共ニ限リナク増大スルヤウナ断面積ガ得ラレル。トコロデ不動ノ粒子ニ他ノ粒子ガ衝突スルトキ、物理的ニ考ヘテモ判ルヤウニ、又特殊ノ場合ニハ量子力学的ニ証明シ得ルヤウニ、ソノ衝突断面積ハ波長ノ二乗ノ程度ヲ越エルコトハナイ筈デアル。従ッテ断面積ガ入射中間子ノエネルギーガ増大スルニツレテムヤミニ大キクナルコトハ、摂動論ヲ用ヒタ計算ガ少クトモ入射中間子ノエネルギーノ大キイ領域デハ正シクナイコトヲ如実ニ示スコトニナル。コレハ中間子場ノ短波長ノ規格振動

ト核粒子トノ相互作用ガ非常ニ大キイトイフ上述ノ事柄ニ丁度対応シテヰルワケデアル。

サテ、粒子ト場トノ相互作用ニ於テ摂動論ヲ用ヒテソノ第一項ダケヲトルトイフコトハ、物理的ニ云ヘバ粒子ニ及ボス場ノ反作用ヲ無視スルコトデアル。電子-電磁場ノ場合ニ摂動計算ノ結果ガ実験トヨク合フノハ、コノ反作用ガ小サナモノデアルコトヲ示ス。シカシ中間子トノ式ニハ、上述シタヤウニ、散乱断面積ガ波長ノ二乗ヲ越ヘル。コレハ反作用ガ小サナ補正ト考ヘテスマセルヤウナモノデナク、結果ニ対シテ本質的ナ影響ヲ与ヘルモノト考ヘルベキコトヲ示ス。即チ断面積ヲオサヘテソノ大サガ波長ノ二乗ヲ越エナイヤウニスル役目ヲコノ反作用ガ行ッテヰルベキデアル。

場ガ粒子ニ及ボス反作用ハ物理的ニモ数学的ニモ二ツノ異ッタ性質ノモノニ分ケルコトガ出来ル。物理的ニコノ区別ヲノベルト次ノヤウニナル。先ヅ、粒子ガ存在スルトソノ周囲ニハ常ニ粒子ノ作ル所謂固有ノ場ガ存在シ、コノ固有ノ場ハソノ変化ニ対シテ慣性ヲ示ス。従ッテ粒子ノ運動状態ガ変化スルトキニ、ソレニ伴ッテ固有ノ場モ変化スル結果、場ノ慣性ノ力ガ反作用トシテ粒子ニ働クコトニナル。コノ種ノ反作用ハ粒子ノ慣性ガ見カケ上変化シタカノ如クニ作用スル。次ニ、粒子ガ運動状態ニアレバ周囲ノ場ニ撹乱ヲ与ヘル結果、場ニハ波動ガ生ズル。コノ波動ハ粒子ヲ中心トシテ、四方ニ伝ハルカラ、中心ニ存在シタエネルギーヲ無限遠ノカナタニ持去ッテシマフ。従ッテコノ種ノ原因ニヨル反作用ハサキノ反作用ト異ッテ粒子ノ有ッテヰタエネルギーヲ減衰スルヤウニ作用スル。即チコノ反作用ハ粒子ニ働ク減衰力トシテ現ハレル。

場ノ慣性的ナ反作用ハ周知ノヤウニ現在ノ理論デハ常ニ∞トナル。従ッテ反作用ヲ考慮ニ入レテ問題ヲ取扱フ必要ノアルトキハ、ドウシテモ第一ノ困難ヲ解決シテオカネバナラナイコトニナル。ソレ故摂動級数ノ第一項ノミデ近似ガ[illegible]ナイヤウナ問題ハ現在ノ理

論ノ段階デハ取扱ヒ得ナイワケデアル。

コノヤウニ、現存スル場ノ理論ノ適用可能ナ範囲ノ限界面ガイハバ摂動論ノ第一項ト第二項トノ間ニ存在シテヰルト考ヘル悲観的ナ人モアル。コノ立場ニヨレバ、中間子ノ問題ニ対シテ我々ハ全ク手ヲコマヌイテヰルヨリ仕方ガナイ（尤モ中間子ノ理論ガ坂田氏ノ述ベラレル方向ノ研究ニヨッテ摂動的取扱ヒノ許サレルヤウナ形ニ改メラレレバ別デアル）。シカシモシコノ限界面ガ他ノトコロニ横ハッテヰルナラ、現在ノ段階デモアル程度ノ考察ヲ行フコトガ可能デアル。

コレカラ行ハウトスル議論ハコノヨリ楽観的ナ立場ニ依ルノデアル。ソコデコノ我々ノ立場ヲモウ少シ具体的ニノベルト次ノヤウニナル。

現存スル場ノ理論ニハ欠陥ガアッテ、厳密ニ解釈スレバ ソノ基礎方程式ハ素粒子ノ安定ナ存在ニ対応スル解ヲ一ツモ有タナイヤウナモノデアルケレドモ、コノ理論ヲ適宜ニ解釈スレバ将来ノ正シイ理論ノ十分ヨリ近似ト考ヘ得ルダラウ。即チ、コノ将来ノ正シイ方程式ノ色々ナ解ノ夫々ニ対シテ今ノ理論ノ解ガ何ラカノ方法デ対応シテ存在スルダラウ。コノ仮定ガ許サレルモノトスレバ、問題ハ現存スル理論ヲコノ意味デ最モ正確ニ取扱ッテソノ結果ヲ実験ト比ベルコトデアル。

サテ、粒子ト場トノ相互作用ガ十分ニ弱イトキニハ、将来ノ理論ニ於テモ、摂動論ガ十分ヨイ近似ヲ与ヘルダラウカラ、現在ノ理論ニ於テモソレニ対応スル解トシテ摂動計算ノ第一項ヲ用ヒテヨイダラウ。

逆ニコノ相互作用ガ十分ニ強イ場合ニハ、プランク常数hヲ無視シテ取扱ッテヨサソウデアル。ソノ理由ハ、コノトキ粒子ノ周囲ノ固有ノ場ハ非常ニ大キイカラ、量子力学的ナ零点変動ヲ無視出来ルト考ヘラレルノデアル。但シコノ場合、将来ノ理論デhヲ無視シタ

モノガドンナ形ノモノカ我々ニハ想像ガツカナイカラ、コレニ対応シタ現在ノ解キ方ガ何デアルカヲ明カニ云フワケニハイカナイ。シカシ、以下デ我々ガ考察シヨウトスルヤウナ単純化シタ問題、即チ不動ト考ヘタ核粒子ト中間子場トノ相互作用ノ問題ノ場合ニハ、コノコトハ多分核粒子ニ有限ノ大キサヲ附与シテ取扱フトイフコトニナルノデハアルマイカ。

有限ノ大キサヲ有チ、ソレ自身動カナイ核粒子ト中間子場トノ相互作用ヲ考ヘルトイフ風ニ問題ヲ簡約シテシマフト、$\hbar$ヲ無視シナイ取扱ヒモ亦可能デアル。シカモ相互作用ノ任意ノ強サニ対シテ大々ノ場合ニ応ジタ近似的方法ガ存在スル。即チ相互作用ガ弱イ場合ニハ解ヲ相互作用常数ノ冪級数トシテ求メル摂動論ガ用ヒラレ、コレガ強イ場合ニハコノ常数ノ逆数ニヨル展開ノ形デ解ヲ求メル Wentzel ノ方法ガ存在スル。コノ二ツノ方法ハ相互作用常数ガ中程度ノトキニハ収斂シナイ。　コノトキニハ第三ノ方法即チ Ritz ノ方法ヲ用ヒテアル種ノ問題ハコレヲ取扱フコトガ出来ル。

将来ノ理論ノ解ニ対応スル解キ方ガ粒子ニ有限ノ大キサヲ附与スルコトデアルトイフノハ今ノトコロ一ツノ試行ニスギナイ。事実コレニ対シテ他ノ考ヘ方モ存在スル。即チソレハ Dirac ノ引算法デアツテ、コレヲ大ザツパニ言ヘバ、場ノ反作用ノウチ慣性ニ相当スル部分ヲ引去ツテ現在ノ理論ヲ解クコトガ即チ将来ノ理論ノ解ニ対応スル解キ方デアルトイフ考ヘ方デアル。コノ考ヘ方モ先ヅ$\hbar$ヲ無視シタ問題ニ用ヒラレ、後ニ$\hbar$ヲ考慮ニ入レテアル程度適用サレテキル。

前置キハコレ位ニシテ、以下第一部デハ、始メノ立場ニヨツテ核粒子ト中間子ノ相互作用ヲ考察シテミル。相互作用ノ弱イ場合ノ取扱ヒハ通常ノ摂動論ト全ク同ジコトヲヤルニスギナイカラコヽデハ除クトシテ、コヽデハ相互作用ノ強イ場合$\hbar$ヲ無視シタ取扱ヒト Wentzel ノ方法トヲノベル。次ニ中度ノ相互作用ノ場合ノ Ritz ノ

方法ヲノベル。コレラノ場合、摂動論的取扱ヒデハ得ラレナカツタ二三ノ物理的帰結ガ出テクルカラ、ソレヲ終リニノベテ実験事実トクラベテミル。

第二部ニ於テハ、引算法ニ基ク取扱ヒヲ述ベル。コヽデモ先ヅ古典的ナ考察ヲ行ヒ、次ニ$\hbar$ヲ考慮ニ入レル。シカシコノ$\hbar$ヲ入レタ取扱ヒハマダ不十分デアツテ暫定的ノモノデアルコトヲオ断リシテオク。

第一部

§1　古典論的取扱

相互作用ガ強イトキニハ、$\hbar$ヲ考慮ニ入レテモ、Wentzel ノ方法デ問題ガ解ケルノデアルカラ、古典的取扱ヒハ必要ナイヤウナモノデアルケレドモ、コノ取扱ヒハ計算ガ簡単デアル以外ニ、コレニヨツテ相互作用ノ模様ニツイテ具象的ナ像ヲ描キ得ルトイフ利点ガアルカラ、古典的取扱ヒカラ出発シテ議論ヲ始メヨウト思フ。我々ハ摂動論的ナ表象即チ、中間状態ヘノ遷移トカ粒子ノ仮想的ナ放出吸収トカイフ如キ強イ相互作用ノ場合ニハアマリ適当デナイ像ニナレスギテヰルカラ、今ノ場合ニヨリ適シタ像ヲ先ヅ有ツトイフコトガ必要ナワケデアル。

A. 運動方程式

コヽデ用ヒル中間子理論ハベクトル形式ノモノヲトルガ、問題ヲ簡単ニスルタメニ二ツノ湯川常数 g_1, g_2 ノウチ $g_2=0$ トオク。即チベクトル中間子ノウチ縦中間子ノミガ核粒子ト作用スルト考ヘ

ル。更ニ中間子ノ荷電ニツイテハ場合ニヨッテ対称理論ヲ用ヒタリ、荷電理論ヲ用ヒタリスル。何レモ問題ヲ単純化シテ見通シヨクスルタメニ行フコトデアッテ本質的ナトコロハコレラノ単純化ニヨッテ影響サレナイ。核粒子ハ座標ノ原点ニアルト考ヘ、中間子場ヲ通常行フヤウニ適当ニ規準化シタ規格振動ニ展開シテソノ振幅ヲ以テ場ヲ記述スルヤウニスル。シカルトキ、ハミルトン函数ハ次ノ形ニナル。

$$H = \int K\{a^*(\boldsymbol{k})a(\boldsymbol{k}) + b^*(\boldsymbol{k})b(\boldsymbol{k}) + c^*(\boldsymbol{k})c(\boldsymbol{k})\}\,d\boldsymbol{k} -$$

$$\frac{l}{2}\int\frac{kF(k)}{\sqrt{K}}\Big[\{a(\boldsymbol{k}) - b^*(\boldsymbol{k})\}(\tau_1 + i\tau_2) + \{a^*(\boldsymbol{k}) - b(\boldsymbol{k})\}(\tau_1 - i\tau_2) +$$

$$\sqrt{2}\{c(\boldsymbol{k}) + c^*(\boldsymbol{k})\}\tau_3\Big]\,d\boldsymbol{k} \quad \cdots\cdots\cdots (1.1)$$

コヽニ $a(\boldsymbol{k})$、$b(\boldsymbol{k})$、及ビ $c(\boldsymbol{k})$ ハ規格振動ノ振幅デアッテ、交換関係

$$\begin{cases} [a(\boldsymbol{k}), a^*(\boldsymbol{k}')] = [b(\boldsymbol{k}), b^*(\boldsymbol{k}')] = [c(\boldsymbol{k}), c^*(\boldsymbol{k}')] = \delta(\boldsymbol{k} - \boldsymbol{k}') \\ \text{他ノ交換差ハ凡テ} = 0. \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (1.2)$$

ヲ満足シ、且ツ

$$n^+(\boldsymbol{k}) = a^*(\boldsymbol{k})a(\boldsymbol{k}),\ n^-(\boldsymbol{k}) = b^*(\boldsymbol{k})b(\boldsymbol{k}),\ n^0(\boldsymbol{k}) = c^*(\boldsymbol{k})c(\boldsymbol{k}) \quad \cdots\cdots\cdots (1.3)$$

ニヨッテ n^+, n^- 及ビ n^0 ヲ定義スルト、$n^+(\boldsymbol{k})d\boldsymbol{k}$、$n^-(\boldsymbol{k})d\boldsymbol{k}$ 及ビ $n^0(\boldsymbol{k})d\boldsymbol{k}$ ハソノ運動量ガ $\boldsymbol{k}$ ノ近傍ノ $d\boldsymbol{k}$ ナル範囲内ノ値ヲ有ツヤウナ正、負及ビ中性ノ中間子ノ個数ヲ与ヘル。但シコヽニ色々ナ量ハスベテ $\hbar = 1$、$c = 1$ ニスルヤウナ自然単位ヲ以テ測ルモノトスル。従ッテ運動量ハ 1/長サ ノ元ヲ有ツ。(1.1) 中ノ K ハ $\boldsymbol{k}$ ナル運動量ノ中間子ノエネルギーヲ意味シ、ソレハ中間子ノ静止エネルギーヲ κ トスレバ

$$K = \sqrt{k^2 + \kappa^2}, \qquad k = |\boldsymbol{k}| \quad \cdots\cdots\cdots (1.4)$$

デ与ヘラレル。K モ又モ 1/長サ ノ元ヲ有ツ。

更ニ τ_1、τ_2、τ_3 ハ核粒子ノ電荷スピン τ ノ三ツノ成分デアッテ、

コレラハ、

$$\begin{cases} [\tau_1\,\tau_2] = 2i\tau_3,\ [\tau_2, \tau_3] = 2i\tau_1,\ [\tau_3\,\tau_1] = 2i\tau_2, \\ \tau_1^2 = \tau_2^2 = \tau_3^2 = 1 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (1.5)$$

ナル性質ヲ有スル。l ハ核粒子ト中間子トノ相互作用常数デアッテ、コレハ長サノ元ヲ有チ、通常ノ単位デ測ッタ湯川常数 g_1 ト l トノ関係ハ次ノ式デ与ヘラレル。

$$l = \frac{1}{2\pi}\,\frac{g}{\sqrt{\hbar c}}\,\frac{1}{\kappa} \quad \cdots\cdots\cdots (1.5)$$

(1.1) ノ中ニ $F(k)$ ナル k ノ函数ガ存在シテヰルガ、コレハ核粒子ニ有限ノ大キサヲ附与シタ結果現レル所謂切断因子デアッテ、核粒子ノ大キサヲ $1/k_0$ トオクト、$F(k)$ ハ次ノ性質ヲモツ

$$F(k) = \begin{cases} 0 & k \gtrsim k_0 \\ 1 & k \lesssim k_0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (1.6)$$

コノ k_0 ヲ以後切断運動量トヨブコトニスル。

ハミルトン函数 (1.1) 及ビ交換関係 (1.2)、(1.4) トカラ通常ノ規則ニ従ッテ場ノ量 a, b, c 及ビ電荷スピン成分 τ_1、τ_2、τ_3 ノ運動方程式ガ得ラレル。即チ、a, b, c ニ対シテハ

$$\begin{cases} \dot{a}(\boldsymbol{k}) = -i\{Ka(\boldsymbol{k}) - \frac{l}{2}g(k)(\tau_1 - i\tau_2)\} \\ \dot{b}(\boldsymbol{k}) = -i\{Kb(\boldsymbol{k}) + \frac{l}{2}g(k)(\tau_1 + i\tau_2)\} \\ \dot{c}(\boldsymbol{k}) = -i\{Kc(\boldsymbol{k}) - \frac{l}{\sqrt{2}}g(k)\tau_3\} \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots (1.7)$$

及ビソノ複素共軛ナ式ガ得ラレ、電荷スピン τ ニ対シテハ

$$\begin{cases} \dot{\tau}_1 = l\int g(k)\Big[\frac{1}{i}\{a(\boldsymbol{k}) - a^*(\boldsymbol{k}) + b(\boldsymbol{k}) - b^*(\boldsymbol{k})\}\tau_3 \\ \qquad\qquad + \sqrt{2}\{c(\boldsymbol{k}) + c^*(\boldsymbol{k})\}\tau_2\Big]\,d\boldsymbol{k} \\ \dot{\tau}_2 = l\int g(k)\Big[\{a(\boldsymbol{k}) + a^*(\boldsymbol{k}) - b(\boldsymbol{k}) - b^*(\boldsymbol{k})\}\tau_3 \\ \qquad\qquad - \sqrt{2}\{c(\boldsymbol{k}) + c^*(\boldsymbol{k})\}\tau_1\Big]\,d\boldsymbol{k} \\ \dot{\tau}_3 = il\int g(k)\Big[\{a(\boldsymbol{k}) - b^*(\boldsymbol{k})\}(\tau_1 + i\tau_2) - \{a^*(\boldsymbol{k}) - b(\boldsymbol{k})\} \\ \qquad\qquad \cdot(\tau_1 - i\tau_2)\Big]\,d\boldsymbol{k} \end{cases}$$

$$\cdots\cdots\cdots (1.8)$$

ガ得ラレル。但シ、ココニ

$$g(k) = \frac{kF(k)}{\sqrt{K}} \qquad \text{-------- (1.9)}$$

デアル。

カヤウニ運動方程式ガ得ラレタカラ、コヽカラ我々ハ問題ヲ古典論的ニ取扱フコトニスル。即チ a, b, c, a^*, b^*, c^* ナドヲ凡テc数ト考ヘ、電荷ベクトル τ ヲ 1-2-3-空間内ノ通常ノ単位ベクトルト見ナスノデアル。問題ハコレデヨホド単純化サレルケレド、ソレデモ運動方程式ノ一般解ヲ求メルコトハナホ不可能デアル。シカシ核粒子ノ周囲ノ固有ノ場トカ、核粒子ニヨル中間子ノ散乱トカノ模様ヲシラベルニハ、ソレホド一般的ナ解ガ得ラレナイデモ差支ハナイ。ソコデ我々ハ以下コノ二ツノ問題ヲ取扱ツテミル。

B. 核粒子ノ固有ノ場

我々ハコヽデ先ヅ固有ノ場ヲシラベテミヨウト思フカラ、運動方程式ノ解トシテ核粒子ノ近傍ダケニ定常ナ場ガ存在スルヤウナ解ヲ求メル。ソノタメニ解ノ形トシテ次ノモノヲ假定シテミル。

$$\begin{cases} a(k) = \alpha(k)e^{i\omega t}, \quad b(k) = \beta(k)e^{i\omega t}, \quad c(k) = \gamma(k) \\ \text{及ビ　コノ複素共軛} \qquad \text{-------- (1.10)} \\ \tau_1 = \sin\theta\cos\omega t, \quad \tau_2 = \sin\theta\sin\omega t, \quad \tau_3 = \cos\theta \end{cases}$$

但シコヽニ $\alpha, \beta, \gamma, \theta$ 及ビ ω ハ時間ヲ含マナイ数デアル。コノ(1.10)ハベクトル τ ガ ω ナル角速度デ3-軸ノマハリニ歳差運動ヲ行ヒ、同時ニ中間子場ガソレニツレテ回転スル型ノ運動ヲ意味スル。(1.10)ヲ運動方程式ニ代入シテ、左右両辺ニアル $e^{i\omega t}$ 及ビ $e^{-i\omega t}$ ノ係数ヲ夫々等シイトオクコトニヨツテ、α、β、γ 及ビ ω ヲベクトル τ ノ傾キ θ ノ函数トシテ決定スルコトガ出来ル。カクシテ一ツノ特殊解トシテ

$$\begin{cases} a(k) = \dfrac{1}{K-\omega}\dfrac{\ell}{2}g(k)\sin\theta\, e^{-i\omega t} \\ b(k) = -\dfrac{1}{K+\omega}\dfrac{\ell}{2}g(k)\sin\theta\, e^{i\omega t} \qquad \text{--- (1.11)} \\ c(k) = \dfrac{1}{K}\dfrac{\ell}{\sqrt{2}}g(k)\cos\theta \\ \text{及ビ　コノ複素共軛} \end{cases}$$

但シ、

$$\omega = \ell^2\cos\theta\int g(k)^2\left\{\frac{1}{K-\omega} - \frac{1}{K+\omega} - \frac{2}{K}\right\}dk \qquad \text{--- (1.12)}$$

ガ得ラレル。

(1.11)、(1.12)ノ型ノ運動ニオイテ系ノ有スルエネルギーハ(1.11)ヲ(1.1)ニ代入シテ

$$H = \frac{\ell^2}{4}\int g(k)^2 K\left[\left\{\frac{1}{(K-\omega)^2} + \frac{1}{(K+\omega)^2}\right\}\sin^2\theta + \frac{2}{K^2}\cos^2\theta\right]dk$$
$$- \frac{\ell^2}{2}\int g(k)^2\left[\left\{\frac{1}{K-\omega} + \frac{1}{K+\omega}\right\}\sin^2\theta + \frac{2}{K}\cos^2\theta\right]dk \qquad (1.13)$$

トナル。コノ状態ニ於ケル系ノ電荷数 n ハ（電荷数トハ電荷ニ $\frac{1}{2}$ ヲ加ヘタモノ。従ツテ $n = \frac{1}{2}$ ハ系ガ陽子状態デアルコトヲ意味シ、$n = -\frac{1}{2}$ ハ系ガ中性子状態デアルコトヲ意味スル）

$$n = \int\{a^*(k)a(k) - b^*(k)b(k)\}dk + \frac{1}{2}\tau_3$$
$$= \frac{\ell^2}{4}\sin^2\theta\int g(k)^2\left\{\frac{1}{(K-\omega)^2} - \frac{1}{(K+\omega)^2}\right\}dk + \frac{1}{2}\cos\theta \qquad (1.14)$$

デ與ヘラレル。コノ式ノ右辺ノ第一項ハ中間子場ノ電荷、第二項ハ核粒子ノ電荷数デアル。

(1.12)、(1.13)、及ビ(1.14)ノ関係ヲ用ヒルト結局運動ハ一ツノ"電荷量子数" n デ決定サレルコトニナリ、従ツテ H ヤ ω ヤ θ ヲ n ノ函数トシテ表ハスコトガ出来ル。一般ノ場合ニハ計算ガ面倒デアルシ又ヤツテモ意味ガナイカラ相互作用ガ強イ場合ニツイテコノ計算ヲ行フ。ソノトキハ $\omega \ll K \ll \kappa$ トナルコトガ計算ノ結果トシテ出テクルカラ、始メカラコノ性質ヲ用ヒテ、イロイロナ量ヲ ω/K 又ハ ω/κ ノ冪ニ展開シテオクト、結局第一近似トシテ

$$\cos\vartheta = \frac{1}{2\mathfrak{m}}, \qquad \omega = \frac{\mathfrak{m}}{l^2 K_3}$$

$$H = -\frac{l^2}{2}K_1^3 + \frac{1}{2l^2K_3}\left(\mathfrak{m}^2 - \frac{1}{4}\right) \tag{1.15}$$

ヲ得ル。但シ K_n、n = 整数、ナル記号ハ

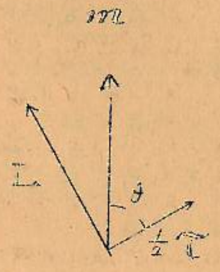
$$K_n = \left\{\int \frac{g(r)^2}{r^n}\,dr\right\}^{\frac{1}{4-n}} \tag{1.16}$$

デ定義サレルモノデアッテ、以後方々ニ用ヒラレル。$n<4$ ナラ K_n ハ K ノ程ノ大キサノモノデアル。

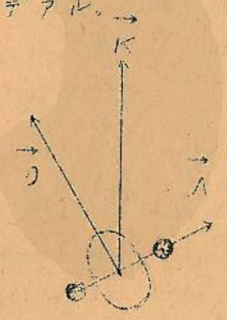
電荷数 $\mathfrak{m}$ ハ 1-2-3-空間ニ於テ丁度角運動量ノ役目ヲスル量デアルコトハヨク知ラレテキル。コレハ純古典論デハモチロン凡ユル値ヲトリ得ルモノデアルケレド量子的ニハ半整数値ノミヲトル。コノ意味デコレヲ電荷量子数ト名ヅケタノデアル。又我々ハ以下"角運動量"ト断リナク言フコトガアルガ、コレハ常ニ1-2-3-空間ニオケル角運動量ノ意味デアリ、従ッテ物理的ニハソレノ3-成分ニ $\frac{1}{2}$ ヲ加ヘルト電荷ヲ意味スルヤウナモノデアル。

モウ少シ立入ッテ角運動量ノ模様ヲシラベルタメニ、中間子場ダケノ角運動量ヲ求メテミルト、コレハ σ ニ直交スルコトガ判ル。又全系ノ角運動量ノ 1- 及ビ 2-成分ヲ求メテミルト共ニ 0 デアルコトガ判ル（3-成分ハ $\mathfrak{m}$ デアル）。従ッテ中間子場ノ角運動量ヲ $\mathfrak{L}$ ト書キ、全系ノソレヲ $\mathfrak{m}$ ト書クコトニスルト、三ツノベクトル $\mathfrak{L}$、$\mathfrak{m}$、$\frac{1}{2}\sigma$ ハ第一図ノヤウナ関係ニアルコトガ判ル。即チベクトル $\mathfrak{L}$ トベクトル $\frac{1}{2}\sigma$ トハ互ニ直角ノ方向ヲムキナガラ、ソノ合成ベクトル $\mathfrak{m}$ ノマハリニ歳差運動ヲ行フノデアル。

第一図



第二図



コノ三ツノ角運動量 $\frac{1}{2}\sigma$、$\mathfrak{L}$ 及ビ $\mathfrak{m}$ ノ関係ハ丁度ニ原子分子ノ場合ノ電子角運動量 $\vec{\lambda}$、回転角運動量 $\vec{j}$ 及ビ全角運動量 $\vec{K}$ ノ関係ト同ジデアル。従ッテ核粒子トソノマハリノ固有中間子場トノ相互作用ノ模様ニツイテ、二原子分子ノ場合ト同様ノジャイロスコープ的ナ模型ヲ以テ表ハサルコトガ出来ル。

分子ノ場合ニソノ慣性能率ヲ I トスルト、ソノ歳差運動ノ角速度 $\dot{\phi}$ 及ビ分子エネルギー E ハ

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \dfrac{|\vec{K}|}{I} \\ E = E_{電子} + E_{振} + \dfrac{1}{2I}\left(\vec{K}^2 - \vec{\lambda}^2\right) \end{cases} \tag{1.17}$$

デ与ヘラレタ。[*] コヽデ $\vec{K}$ ノ代リニ $\mathfrak{m}$ ヲ、$\vec{\lambda}$ ノ代リニ $\frac{1}{2}\sigma$ ヲ用ヒルト (1.17) ハ完全ニ (1.15) ト対応シテキルコトガ判ル。而シテコノ対応カラ我々ノ場合、l^2K_3 ガ慣性能率ノ役目ヲシテキルコトガ判ル。コレガ即チ固有場ノ慣性ニ外ナラナイ。

分子ノ場合トノ類推ハ又純古典力学的ニ導出シタ公式 (1.15) ノ回数ニ関スル部分ヲアル程度量子力学的ニ修正スルコトヲ可能ニスル。即チソノタメニハ (1.15) ノ $\mathfrak{m}$ ノトコロヲ $\mathfrak{m}(\mathfrak{m}+1)$ ト先ヅオクベキデアリ又 H ヲ与ヘル式ノ右辺ノ第二項ノ小括弧ノ中ニハ更ニアル項（ソレヲ $\overline{\sigma^2}$ トカク）ガ附加サルベキデアル。[*] 即チ

$$\overline{\cos^2\vartheta} = \frac{1}{2\mathfrak{m}(\mathfrak{m}+1)}, \qquad \omega = \frac{\sqrt{\mathfrak{m}(\mathfrak{m}+1)}}{l^2K_3}$$

$$H = -\frac{l^2}{2}K_1^3 + \frac{1}{2l^2K_3}\left\{\mathfrak{m}(\mathfrak{m}+1) - \frac{1}{4} + \overline{\sigma^2}\right\} \tag{1.15'}$$

相互作用ガ強イ場合ニハ固有場ノ慣性能率 l^2K_3 ハ極メテ大キイカラ角速度 ω ハ極メテ小サイ。分子ノ場合ニコノ角速度ガ極メテ小ナイトイフ事情ガソノ内部ノ電子運動ヲ分子全体ノ自転運動ト第一近似ニ於テ分離シ得、従ッテ λ ヲ"ヨイ量子数"ト考ヘ得タ根拠デアッタ。同様ニ我々ノ問題ニ於テモコノ事情ガ強イ相互作用ノ場合ノ近似方法即チ次ニノベル Wentzel ノ方法ヲ可能ニスルノデアル。

* 例ヘバ Rev. Mod. Phys. 2 (1930) ノ Mulliken ノ綜合報告 Band Spectra 特ニ Part II

以上ハ対称的中間子理論ニ基イタ考察デアルガ、中性中間子ヲ計算ニ入レナイ荷電中間子理論ニオイテモ全ク同様ノ議論ガ可能デアル。コノ場合ノハミルトン函数ハ(1.1)ノ $C(k)$ ト $C^*(k)$ トヲ零トオイタモノ、即チ

$$H = \int K\{a^*(k)\,a(k) + b^*(k)\,b(k)\}\,dk$$
$$-\frac{\ell}{2}\int g(k)\left[\{a(k)-b^*(k)\}(\tau_1+i\tau_2)+\{a^*(k)-b(k)\}(\tau_1-i\tau_2)\right]dk \qquad (1.18)$$

M

*ノ註．前註 Mulliken (29) 式参照．

デアル。コレニ対スル運動方程式ノ解ハ

$$\begin{cases} a(k) = \dfrac{1}{K-\omega}\,\dfrac{\ell}{2}\,g(k)\sin\theta\, e^{-i\omega t} \\ b(k) = -\dfrac{1}{K+\omega}\,\dfrac{\ell}{2}\,g(k)\sin\theta\, e^{i\omega t} \\ \text{及ビコノ複素共軛} \end{cases} \qquad (1.19)$$

並ビニ．

$$\tau_1 = \sin\theta\cos\omega t,\quad \tau_2 = \sin\theta\sin\omega t,\quad \tau_3 = \cos\theta \qquad (1.20)$$

デアリ、相互作用ガ強イトキニハ第一近似トシテ

$$\cos\theta = \frac{m}{2\ell^4\mathbb{K}_1^3K_3},\qquad \omega = \frac{m}{\ell^2\mathbb{K}_3}$$

$$H = -\frac{\ell^2}{2}\mathbb{K}_1^3 + \frac{1}{2\ell^2\mathbb{K}_3}\,m^2 \qquad (1.21)$$

ガ得ラレル。対称理論ノ場合トノ重ナ差異ハ、(1.15)′ ニヨッテ陽子状態 $(m=\frac{1}{2})$ ニ於テ前ニハ $\overline{\cos^2\theta} = \frac{1}{3}$ デアッタニ対シ今度ハ m ノアマリ大キクナイ値ニ対シテ $\cos\theta \approx 0$ デアルコトデアル。即チベクトル τ ハ殆ンド赤道面内ニ横リツヽユックリト歳差運動ヲ行フ。尚(1.21)ハソノ回転ニ関スル部分ヲ量子力学的ニ修正シテモ、ソノマヽ成立スルコトヲ一寸注意シテオク。

(1.15)′ 或ハ (1.21) ニ於テ、H ヲ与ヘル式ノ m^2 ヲ含ム項ハエネルギート系ノ電荷トノ関係ヲ与ヘルモノデアッテ、摂動論的ナ取扱ニ於テハ全ク存在シナカッタ物理的帰結ガコノ項ニ関聯シテ得

ラレル。即チ先ヅ $m=\frac{1}{2}$ 又ハ $m=-\frac{1}{2}$ トオケバ陽子又ハ中性子ノ自己エネルギーガ得ラレルガ、相互作用ガ十分大ナラバ $m=\frac{3}{2}$、又ハ $m=-\frac{3}{2}$ トオイタトキノエネルギート陽子又ハ中性子ノ自己エネルギートノ差ハナホ μ ヨリ小サイコトガ可能デアル。コノ場合、即チ、

$$\Delta E_{\frac{3}{2},\frac{1}{2}} = H_{m=\frac{3}{2}} - H_{m=\frac{1}{2}} < \mu \qquad (1.22)$$

ガ成立スルトキハ、物理的ニイッテ電荷2又ハ−1ノ核粒子ガ、β崩壊ノ可能性ヲ考ヘナケレバ、安定ニ存在シ得ルコトヲ意味スル。β崩壊ヲ考ヘテモコノ種ノ粒子ガ 10^{-8} 秒ヨリ長命デアラウカラ、相互作用ガ大キイトキハコレガ場合ニヨッテ観測サレルコトモアルカモシレナイ。

H ノ中ノ m^2 ニ関係スル項ハ後ニ述ベル λ ヲ考慮シタ取扱ヒニオイテモ全ク同一ノ形ヲシテヰルノデアッテ、実際コノ種ノ粒子ノ存在ノ可能性ハ Wentzel ニヨッテ量子力学的ニ結論サレタノデアル。コレニツイテノ詳シイ吟味ハ後ノ節デ行フコトニスル。

最後ニ一寸注意シテオクコトハ、自己エネルギーヲ通常ノ摂動計算ニヨッテ求メルト

$$H = \begin{cases} -\frac{3}{2}\ell^2\mathbb{K}_1^3 & \text{(対称理論ノ場合)} \\ -\ell^2\mathbb{K}_1^3 & \text{(荷電理論ノ場合)} \end{cases} \qquad (1.23)$$

ヲ得ルコトデアル。コレニ対シテ今ノ計算デハ対称理論ニツイテモ荷電理論ニツイテモソノ最大ノ項ハ $-\frac{\ell^2}{2}\mathbb{K}_1^3$ デアル。コノ結果ヲ言葉デイフト、相互作用ガ強イノニソレヲ顧慮セズニ摂動論ヲ用ヒルト、自己エネルギートシテ、因子3或ハ2ダケ誤ッタ(過大ナ)結果ガ得ラレルトイフコトニナル。

コノ講演デハ詳シイコトハ述ベナイケレドモ、中間子理論ニヨッテ核力ヲ計算スル場合ニモ同様ノ事情ガ現レル。即チ相互作用ガ強イノニ拘ハラズ核力ノ計算ヲ摂動論ニヨッテ行フト因子3乃至2ダケ過大ナ結果ガ出ルノデアル。コレニツイテハ最後ノ節デ吟味ス

ル。

C. 中間子ノ散乱

以上デ明カニナツタヤウニ、相互作用ノ強イ場合ニ核粒子ト中間子トノ相互作用ノ模様ハ普通ノ振動論的取扱ガ可能ナトキト非常ニ異ッテキル。従ッテコノ場合中間子ノ散乱ニツイテ振動論ノ結果ト違ッタモノガ出テキテモ驚クニハアタラナイ。

上行ッタ考察ノ本質的ナトコロハ、相互作用ノ強イトキニハ、系ヲ l^2/κ_3 ナル慣性能率ヲモッタジャイロスコープトシテ表象スベキダトイフノデアル。モシ系ガサウイフモノナラ、外部カラ中間子波ガ入射シテ、コノ波ガ核粒子ニ強制振動ヲ起サセル場合、コノ慣性能率ガ大キナ抵抗トナルコトガ予想サレル。カヤウニシテ入射波ノ散乱ハ振動論的ナ考ヘニヨッテ期待サレタモノヨリ相当小トナルダラウ。

コノ考ヘハ Heisenberg ガアル機会ニ主張シタコトガアルガ、コヽデハソレヲ少シ精密化シテ述ベルコトニスル。

問題ヲ簡単ニスルタメニ、コヽデハ対称理論ヲ用ヒズニハミルトン函数(1.18)ニ基クコトニスル。

コノトキ入射波ガ存在シナイトキニハベクトル τ ハ赤道面内ヲユックリト回転スルコトヲ前ニ述ベタ。従ッテ、コヽデ計算ヲ簡約スルタメニ $\theta = 90°$、$\omega = 0$ トオイテ τ ハ赤道面内ノドコカニ静止シテキルトシテモ大シタ誤差ハナイ。

サテ、コノ状態ニアル系ニ外部カラ波ガ入射スルト、ベクトル τ ハソノ静止ノ位置ノマハリニ入射波ト同ジ振動数ヲ以テ決振スル。即チ τ_1, τ_2, τ_3 ハ次ノ形ノ時間ノ函数トナル。

$$\begin{cases} \tau_1 = \cos\varphi + \varepsilon \sin\varphi \sin(K_0 t + \delta) \\ \tau_2 = \sin\varphi - \varepsilon \cos\varphi \sin(K_0 t + \delta) \\ \tau_3 = \varepsilon_3 \end{cases} \qquad (1.24)$$

但シ φ ハ τ ノ静止ノ位置ノ方位角デアリ、K_0 ハ入射波ノ振動数ノ 2π 倍ヲ意味スル。計算ノ結果カラ判ルコトデアルガ、系ガ大キナ慣性ヲ有ツ結果トシテ入射波ノ振動数ガ切断運動量 κ ニクラベテ小サイトキハ、決振ノ振幅 ε ハ 1 ニクラベテ極メテ小サイトミテヨイ。従ッテ計算ノ途中デ ε ノ高次ノ項ハ無視シテヨイ。

(1.24) ヲ $a(k)$、$b(k)$ ニ対スル運動方程式(ソレハ (1.7) デ $c(k)$ ヲ 0 トオケバ得ラレル)ニ代入シテ、ソノ方程式ヲ解イテ $a(k)$、$b(k)$ ヲ得ル。但シコノトキ場ノ境界條件トシテ、無限遠ノ場所ニオイテ波動ベクトル k_0、振幅 α ナル例ヘバ電荷正ノ中間子ノ入射平面波ト正負ノ電荷ノ外向ノ球面波ノミガ存在スルトイフ條件ヲ用ヒネバナラナイ。

更ニ又一般性ヲ失ハズニ $\varphi = 0$ トオクコトガ出来ルコトト、$K_0 = \sqrt{|k_0|^2 + \kappa^2}$ トニ注意スル。

サウスルト結局

$$\begin{cases} a(k) = \frac{l}{2}\frac{g(k)}{K} + \frac{l\varepsilon}{4}\frac{g(k)}{K+K_0} e^{i(K_0 t+\delta)} + \alpha\,\delta(k-k_0)e^{-iK_0 t} \\ \qquad - \frac{l\varepsilon}{4} g(k)\left\{\frac{1}{K-K_0} + i\pi\delta(K-K_0)\right\} e^{-i(K_0 t+\delta)} \\ b(k) = -\frac{l}{2}\frac{g(k)}{K} + \frac{l\varepsilon}{4}\frac{g(k)}{K+K_0} e^{i(K_0 t+\delta)} \\ \qquad - \frac{l\varepsilon}{4} g(k)\left\{\frac{1}{K-K_0} + i\pi\delta(K-K_0)\right\} e^{-i(K_0 t+\delta)} \end{cases} \qquad (1.25)$$

コノ式ノ右辺ノ $\delta(k-k_0)$ ヲ含ム項ハ入射平面波ヲ表シ、$\left\{\frac{1}{K-K_0} + i\pi\delta(K-K_0)\right\}$ ヲ含ム項ガ散乱　球面波ヲ表ハス。

次ニ散乱波ノ位相 δ ト、ソノ振幅中ノ因子 ε ヲ入射波ノ振幅 α ニヨッテ現ハスタメニ、(1.25) ヲ τ ニ対スル運動方程式(コレモ (1.8) ニオイテ c, c^* ヲ 0 トオケバ得ラレル)ニ代入シ、式ノ両辺ノ $\cos K_0 t$ 及ビ $\sin K_0 t$ ノ係数ヲ夫々等シイトオク。カクシテ

$$\begin{cases} \varepsilon = \frac{l^2}{K_0}\left[\alpha \frac{l g(k_0)}{K_0}\cos\delta - \frac{l^2 \varepsilon}{K_0}\int g(k)\left\{\frac{1}{K-K_0} + \frac{1}{K+K_0} - \frac{2}{K}\right\} dk\right] \kappa^3 \\ 0 = -\alpha \frac{l g(k_0)}{K_0}\sin\delta - 4\pi^2 k_0 l^2 g(k_0)^2 \varepsilon \end{cases} \qquad (1.26)$$

ヲ得ル。

コレカラ ε ト δ ガ得ラレ、從ツテ散乱球面波ノ振幅ガ判リ、ソレカラ散乱ノ断面積ガ得ラレル。(1.25) ヲミルト、散乱球面波ノ振幅ハ $a(k)$ ニ対シテモ $b(k)$ ニ対シテモ同一デアルカラ、入射中間子ガ持電ノ符号ヲ変ヘズニ散乱サレル断面積モ逆ノ電荷ノ中間子トナツテ散乱サレル断面積モ互ニ相等シク、

$$\sigma_+ = \sigma_- = \frac{1}{4}\frac{\pi}{k_0^2}\frac{(4\pi^2\ell^2 g(k_0)^2 K_0 k_0)^2}{\ell^4\mathcal{K}^2+\frac{1}{4}(4\pi^2\ell^2 g(k_0)^2 K_0 k_0)^2} \qquad (1.27)$$

トナルコトガ判ル。但シコヽニ

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2}\int g(k)^2\left\{\frac{1}{K-K_0}-\frac{1}{K+K_0}-\frac{2}{K}\right\}dk \qquad (1.29)$$

デアリ、$K_0 \ll \kappa$ ニ対シテハ $(K_0/\kappa)^2$ 以下ヲ無視シテ

$$\ell^2\mathcal{K} \simeq \ell^2\kappa_3 K_0^2 \qquad (1.30)$$

ガ成立スル。若シ同顆ヲ摂動論的ニ取扱ヘバ

$$\sigma_+ = \frac{4\pi}{k_0^2}\frac{(4\pi^2\ell^2 g(k_0)^2 K_0 k_0)^2}{K_0^2}$$

$$\sigma_- = 0 \qquad (1.27)'$$

ヲ得ル。

(1.27) ノ分母ト (1.27)' ノ分母トノ違ヒハ要スルニ場ノ反作用ノ有無ニヨルノデアルガ、(1.27) ノ分母ノ二ツノ項ハ物理的ニイツテ夫々趣旨デノベタ二種ノ反作用ニ対応シテヰルコトガ色々ナ点カラ判明スル。即チソノ第一項 $\ell^4\mathcal{K}^2$ ハ慣性的ナ反作用ノ影響デアツテ実際 (1.30) ノ示スヤウニ慣性能率 $\ell^2\kappa_3$ ト直接関係シテヰル。第二項ハ減衰ノ影響デアルコトハ、計算ノ途スヂヲタドツテ、コレガ外向ノ球面波トイフ境界條件ヲ表ハス項 $i\pi\delta(K_1-K_0)$ ニ基因シテヰルモノデアルコトヲ見レバ明カデアル。コレハ又 (1.27) ガ分散公式ノ形ヲシテ居リコノ項ガ所謂共鳴準位ノ幅ノ役目ヲシテヰルコトカラモ察シ得ルコトデアル。

相互作用ガ強イトキニハ、固有場ノ慣性能率 $\ell^2\kappa_3$ ハ極メテ大キ

イ結果、散乱断面積ハ摂動論デ得ラレタモノヨリ相當小サクナル。即チコレデ第二種ノ困難ガ除カレル可能性ガアルコトニナル。コノ場合注意スルコトハ、$K_0 \ll \kappa$ デアル限リ (1.27) ノ分母ノ第二項ハ第一項ニクラベテ小サイ、即チ減衰力ノ影響ハ慣性ノ影響ニクラベテ大シタ役ヲシナイコトデアル。コレハ又 σ ベクトルノ夫振ノ振幅ガ小サイトイフコトト結局ニ於テ同ジコトヲ意味シ、從ツテ我々ガ計算ヲ簡単ニスルタメニ行ツタ始ノ仮定ガコレデ是認サレタコトニナル。

$K_0 \ll \kappa$ ノ場合ニハ (1.30) ヲ (1.27) ニ代入シテ

$$\sigma_+ = \sigma_- \simeq \frac{4\pi^5}{\kappa_3^2}\left(\frac{k_0}{K_0}\right)^4 \qquad (1.31)$$

ヲ得ル。即チ散乱断面積ハコノ範囲ノエネルギーノ入射中間子ニ対シテ切断運動量ノ逆数ノ二乗ノ程度デアル。

以上 3.C デノベタ結果ハ何レモ古典的取扱ヒニヨツテ得ラレタモノデアルガ、ソレラハ何レモ Wentzel ノ方法ニヨツテ量子力学的ニモ得ラレルコトデアル。コレラノ結果ノ物理的ナ吟味ハ後ニマトメテ行ラトシテ、コヽデハタヾ次ノコトヲ注意シテオク。

即チ、固有場ノ慣性トイフ概念ハ周知ノヤウニ既ニ Lorentz ノ電子論ニ現レテヰル。シカシ、ソレハ今マデ常ニ質量トシテ現レテヰルノデ、粒子ノ固有質量ト固有場ニ基因スルコノ見カケ上ノ質量トヲ分離シテ観測スルコトハ出來ナイ。トコロデ、今ノ場合、モシ核粒子ガ Dirac ノ方程式ニ從フヤウナモノデアルナラバ、コノ粒子自身ハ慣性能率ヲ有ツテヰナイカラ、場ニ基因スル慣性能率ハ独立シテ観測ニカヽルワケデアル。

§2. Wentzel ノ方法

前ニモノベタヤウニ、核粒子ト中間子場トノ相互作用ガ強イトキニハ、古典的取扱以外ニ、解ヲ相互作用常数 ℓ ノ逆数ノ冪ニ展開シテ求メル Wentzel ノ方法ガ存在スル。コノ方法ハ Wentzel ガ始メ提案シタマヽノ形デハ甚ダトツヽキガ悪ク、ソノ計算ノ方法モ甚ダギコチナイガ次ニ詳シク述ベルヤウニ、要スルニ ℓ ガ大ナラバ系ノ運動ガ三ツノ運動、即チ内部（スピン）運動、場ノ振動運動、全系ノ回轉運動、ニ分解出来ルコトヲ利用スルノデアル。コノ点ニ於テ、分子ノ量子力学ト我々ノ問題トハ極メテ類似シテヰテ、コノ類推ガ議論ヲ進メルノニ重要ナ指針トナル。コノ立場ヲトッテ Wentzel ノ方法ヲカナリ見通シヨイモノニ改メルコトガ出来ル。

A. 三ツノ型ノ運動ノ分離

コヽデモ問題ヲ簡単ニシ、且ツ前節ノ結果トノ直接ノ比較ヲ行フタメニ、荷電擬中間子ニツイテ考ヘルコトニスル。即チハミルトン函数トシテ (1.18) ヲトルノデアル。頭ノ中ニ像ヲ描ク便宜ノタメニ $a(k)$、$b(k)$、$a^*(k)$ 或ハ $b^*(k)$ ノ代リニ次ノ式デ定義サレル実ノ量 $\xi_1(k)$、$\xi_2(k)$、$p_1(k)$ 及ビ $p_2(k)$ ヲ以テ場ヲ記述スルコトニスル。

$$\left\{\begin{aligned} \xi_1(k) - i\xi_2(k) &= \frac{1}{\sqrt{K}}\{a(k) - b(k)^*\} \\ \xi_1(k) + i\xi_2(k) &= \frac{1}{\sqrt{K}}\{a(k)^* - b(k)\} \\ p_1(k) - ip_2(k) &= \sqrt{K}\{a(k) + b(k)^*\} \\ p_1(k) + ip_2(k) &= \sqrt{K}\{a(k)^* + b(k)^*\} \end{aligned}\right. \tag{2.1}$$

直チニ証明シ得ルヤウニ、ξ_1 ト p_1、ξ_2 ト p_2 トハ夫々互ニ共軛ナ座標ト運動量トノ組ヲ作ッテヰル。即チ、

$$\begin{aligned} [\xi_j(k), p_{j'}(k')] &= i\delta(k-k')\delta_{jj'} \\ [\xi_j(k), \xi_{j'}(k')] &= [p_j(k), p_{j'}(k')] = 0 \end{aligned} \tag{2.2}$$

コノ座標ト運動量トヲ用ヒテハミルトン函数 (1.18) ヲ表ハスト

$$H = \frac{1}{2}\int\{\mathbf{P}(k)^2 + K^2\boldsymbol{\xi}(k)^2\}dk - \ell\int g(k)\sqrt{K}(\boldsymbol{\xi}(k)\cdot\boldsymbol{\tau})dk \tag{2.3}$$

ヲ得ル。但シコヽデ ξ_1、ξ_2 ヲ 1-2 空間ノベクトルノ成分トミテ、ソノベクトルヲ $\boldsymbol{\xi}$ ト書キ、同様ニ p_1、p_2 ヲ成分トスル運動量ベクトルヲ $\mathbf{P}$ ト書イタ。

イマ、$g(k)\sqrt{K}$ ヲ一員トシテ含ム規準サレタ直交函数ノ完全ナ系列（但シ各員ハ実トシテオク）。

$$\varphi_0(k) = \frac{1}{\sqrt{K^{s}_{-1}}}g(k)\sqrt{K},\quad \varphi_1(k),\ \varphi_2(k),\ \cdots\cdots\varphi_s(k)\cdots \tag{2.4}$$

ヲ考ヘ、$\mathbf{P}(k)$、$\boldsymbol{\xi}(k)$ ヲ次ノヤウニ展開スル

$$\mathbf{P}(k) = \sum_{s=0}^{\infty}\mathbf{P}_s\varphi_s(k),\quad \boldsymbol{\xi}(k) = \sum_{s=0}^{\infty}\boldsymbol{\xi}_s\varphi_s(k) \tag{2.5}$$

サウシテ、$\boldsymbol{\xi}_s$、$\mathbf{P}_s$ ($S = 0, 1, 2, \ldots$) ヲ新ニ場ノ座標及ビ運動量トミルコトニスル。サウスルトハミルトン函数ハ (2.3) ト (2.5) トカラ

$$H = \frac{1}{2}\sum_s \mathbf{P}_s^2 + \frac{1}{2}\sum_{r,s} C_{r,s}\boldsymbol{\xi}_r\boldsymbol{\xi}_s - \sqrt{K^{s}_{-1}}\,\ell(\boldsymbol{\xi}_0\cdot\boldsymbol{\tau}) \tag{2.6}$$

トナル。但シ

$$C_{r,s} = \int\varphi_r(k)K^2\varphi_s(k)dk \tag{2.7}$$

サテ、$\boldsymbol{\xi}_0$ トイフノハ言ハヾ原点ニ於ケル場ノ強サデ、コレハ前節ノ古典論的考察ニヨッテ ℓ ガ大ナラバ極メテ大キイモノデアルコトガ判ル。ソノ大サハ $\langle|\boldsymbol{\xi}_0|\rangle \approx \ell K^{\frac{1}{2}}$ ノ程度デアル。而シテ又コノベクトル $\boldsymbol{\xi}_0$ ハ前節デ知ッタヤウニ 1-2 空間内デ回轉スルガ、ソノ回轉速度ハ極メテノロイ。ソレ故ベクトル $\boldsymbol{\tau}$ ハコノ $\boldsymbol{\xi}_0$ ノ方向ニ量子化サレテヰテ、$\boldsymbol{\xi}_0$ ニ平行ニ或ハ逆方向ニムキ乍ラ、$\boldsymbol{\xi}_0$ ト共ニ回転シテヰルデアラウコトガ想像サレル。コノ模様ハ丁度ニ原子分子ノ場合ニ、内部電子ノ角運動量 $\vec{\lambda}$ ガ分子軸ニ対シテ量子化サレ

テキテ、所謂“ヨイ量子数”トナッテ居タ事情ト同ジデアル。而シテコノ場合、ξ_0 ト σ トガ平行ナ状態ト逆平行ナ状態トノ二ツノ状態ガ考ヘラレルガ、コレハ分子ノ場合ノ種々ノ電子状態ニ相当シテヰルノデアル。

分子ノ場合ニ、高イ振動数ヲ有スル電子運動、中位ノ振動数ヲ有スル振動運動、及ビ低振動数ノ回転運動トイフヤウナ異ル三ツノ型ノ運動ノ振動数ガ互ニ飛ビ離レテ異ル程度ノ大キサヲ有ツコトヲ利用シテ、コノ三ツノ運動ヲ分離シテ取扱ッテ問題ノ解ガ得ラレタ。コレト同ジヤウニ我々ノ場合ニモ相互作用ガ強イ場合ニハ系ノ運動ガ三ツノ型ニ分離サレルコトヲ示スコトガ出来ル。即チ先ヅ上ニ述ベタヤウニ、二ツノスピン状態ノエネルギー準位ノ間隔ガ大体

$$\Delta E_{\text{スピン}} \approx \sqrt{\mathfrak{K}^5}\, l \langle |\xi_0| \rangle_{\text{平均}} \approx l^2 \mathfrak{K}^3 \qquad (2.8)$$

デアルコトニ相当シテ、σ スピンニ属スル“内部運動”ガ振動数ハ $l^2\mathfrak{K}^3$ ノ程度デアル。次ニ中間子場ノ種々ノ振動運動ガ考ヘラレルガ、コレラノ振動数ハソノ振動ノ波長ニ応ジテ κ ヨリ $\mathfrak{K}$ ノ程度デアル。即チ

$$\Delta E_{\text{振動}} \approx \kappa \text{ —— } \mathfrak{K} \qquad (2.9)$$

最後ニ全系ノ回転運動ガアッテ、コレノ振動数ハ前節ノ考察ニヨッテ判ッタヤウニ

$$\Delta E_{\text{回転}} \approx \frac{1}{l^2 \mathfrak{K}} \qquad (2.10)$$

デ與ヘラレル。従ッテ $l^2\mathfrak{K}^2$ ナル無元量ヲ考ヘタトキ、

$$l^2\mathfrak{K}^2 \gg 1, \quad l^2\mathfrak{K}^2 \gg \frac{\mathfrak{K}}{\kappa} \qquad (2.11)$$

ガ成立スルナラバ、内部運動、振動運動、回転運動ノ三ツハ分子ノ場合ト同様ニ分離シテ取扱ヒ得ルコトニナル。ソコデ分子ノ場合ニ、先ヅ分子全体トシテノ回転ヲ記述スル座標トシテ、分子ニ固定シタ

シテ　今ト一緒ニ

軸ノ回転角ヲ導入シ、次ニ分子内部ノ運動ヲ記述スルタメニ、分子ニ固定シタ回転座標系ヲ用ヒタコトト同様ナコトヲ行フ。即チ、ココデベクトル ξ_0 ノ方向角 θ ヲ以テ系ノ全体トシテノ回転ヲ記述シ、ξ_0 ノ方向トソレニ直角ナ方向トヲ回転座標軸トシテ用ヒル。コノ回転軸ニ対シテトラレタ座標 ξ_s'、ξ_s'' ハモトノ座標 ξ_{s1}、ξ_{s2} ト次ノ関係ニヨッテ結付ケラレテヰル。

$$\begin{cases} \xi_{01} = \xi_0' \cos\theta = \rho\cos\theta \\ \xi_{02} = \xi_0' \sin\theta = \rho\sin\theta \end{cases} \quad (\xi_0'\text{ヲ時ニ}\rho\text{ト書クコトモアル}) \qquad (2.11)$$

$$\begin{cases} \xi_{s1} = \xi_s' \cos\theta - \xi_s'' \sin\theta \\ \xi_{s2} = \xi_s' \sin\theta + \xi_s'' \cos\theta \end{cases} \qquad (2.12)$$

次ニコノ ξ' 及ビ ξ'' ニ夫々共軛ナ運動量ヲ p' 及ビ p'' トシ、θ ニ共軛ナ運動量ヲ p_θ トスレバ、コレラノモノハ

$$\begin{cases} p_{01} = \cos\theta\, p_0' - \dfrac{\sin\theta}{\xi_0'} p_\theta + \dfrac{\sin\theta}{\xi_0'} {\sum_s}' (\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s) \\ p_{02} = \sin\theta\, p_0' - \dfrac{\cos\theta}{\xi_0'} p_\theta - \dfrac{\cos\theta}{\xi_0'} {\sum_s}' (\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s') \end{cases} \qquad (2.13)$$

（p_0' ヲ時ニ p_ρ ト書クコトアリ）

及ビ

$$\begin{cases} p_{s1} = \cos\theta\, p_s' - \sin\theta\, p_s'' \\ p_{s2} = \sin\theta\, p_s' + \cos\theta\, p_s'' \end{cases} \qquad (2.14)$$

但シ、(2.13) ノ中ノ ${\sum_s}'$ トハ $S=0$ ヲ除イテ和ヲトルコトヲ意味スル。

コノ新シイ座標ト運動量トヲ以テハミルトン函数 (2.6) ヲ表ハスト、

$$\begin{aligned} H = {} & \frac{1}{2}\left[p_\rho^2 + \frac{1}{\rho} p_\rho + \frac{1}{\rho^2} \left\{ p_\theta - {\sum_s}' (\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s') \right\}^2 \right] \\ & + \frac{1}{2}\left\{ {\sum_s}' p_s'^2 + \sum_{r,s} C_{r,s} \xi_r' \xi_s' \right\} + \frac{1}{2}\left\{ {\sum_s}' p_s''^2 + {\sum_{r,s}}' C_{r,s} \xi_r'' \xi_s'' \right\} \\ & - \sqrt{\mathfrak{K}^5}\, l \rho \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\theta} \\ e^{i\theta} & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \qquad (2.15)$$

サテ、我々ハ固有値問題

$$(H - K_0)\Psi = 0 \tag{2.16}$$

ヲ解カウトスルノデアル。コノトキ分子ノ場合カラ類推ニヨッテ

$$\Psi = \Psi_{\text{スピン}} \frac{1}{\sqrt{\rho}} P(\rho, \xi)\,\Theta(\theta) \tag{2.17}$$

ノ形ノ解デ十分ヨイ近似ガ得ラレルコトガ判ッテキルワケデアル。

但シコヽニ $\Psi_{\text{スピン}}$ 及ビ $P(\rho,\xi)\Theta(\theta)$ ハ夫々方程式

$$\left\{-\sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\rho \begin{pmatrix} 0 & e^{-i\theta} \\ e^{i\theta} & 0 \end{pmatrix} - W(\rho)\right\}\Psi_{\text{スピン}} = 0 \tag{2.18}$$

及ビ

$$\Big\{\frac{1}{2}\Big[p_\rho^2 - \frac{1}{4\rho^2} + \frac{1}{\rho^2}\Big\{p_\theta - \sum_s{}'(\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s')\Big\}^2\Big] + \frac{1}{2}\Big\{\sum_s{}' p_s'^2 + \sum_{r,s} C_{r,s}\xi_r'\xi_s'\Big\}$$
$$+ \frac{1}{2}\Big\{\sum_s{}' p_s''^2 + \sum_{r,s}{}' C_{r,s}\xi_r''\xi_s''\Big\} + W(\rho) + \bar U - K_0\Big\} P(\rho,\xi)\,\Theta(\theta) = 0 \tag{2.19}$$

ヲ満足シ、且ツ $\Psi_{\text{スピン}}$ ハ

$$\Psi_{\text{スピン}} = \begin{pmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \end{pmatrix} \tag{2.20}$$

トカイタトキニ

$$|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 = 1 \tag{2.21}$$

ニナルヤウニ規準化サレテヰルモノトスル。而シテ(2.19)中ノ $\bar U$ ハ次ノ演算子デアル。*

$$\bar U = \frac{1}{\rho^2}\Big\{-\psi_1\frac{\partial^2\psi_1}{\partial\theta^2} - \psi_2\frac{\partial^2\psi_2}{\partial\theta^2} - \frac{2\psi_1}{\Theta}\frac{\partial\psi_1}{\partial\theta}\frac{\partial\Theta}{\partial\theta} - \frac{2\psi_2}{\Theta}\frac{\partial\psi_2}{\partial\theta}\frac{\partial\Theta}{\partial\theta}$$
$$- \frac{2}{i}\sum_s{}'(\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s')\Big(\psi_1\frac{\partial\psi_1}{\partial\theta} + \psi_2\frac{\partial\psi_2}{\partial\theta}\Big)\Big\} \tag{2.22}$$

先ヅ(2.18)カラ、二ツノスピン状態ニ対応シテ

$$W(\rho) = \pm\sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\rho, \quad \Psi_{\text{スピン}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ \mp e^{i\theta} \end{pmatrix}$$

ノ二ツノ解ガ得ラレル。シカシ我々ハエネルギーノ低イ方ノスピン状態(直ナニワカルヤウニ、コノ状態ニオイテ σ ト ξ_1' ノ方向ト平行デアル)ヲ問題ニシヨウト思フカラ

$$W(\rho) = -\sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\rho, \quad \Psi_{\text{スピン}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 \\ e^{i\theta} \end{pmatrix} \tag{2.23}$$

ノガワトル。

(註)*. コノ辺ノ議論ハ例ヘバ Kronig 著書 Band Spectra and Molecular Structure, Cambridge 1930 ノ第一章ノ 2 ヲ参照セヨ。

次ニ(2.19)ヲミルト、直チニ、

$$\Theta(\theta) = e^{i(m-\frac{1}{2})\theta} \qquad m = \cdots -\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \cdots \tag{2.24}$$

ナルコトガ判リ、従ッテ結局問題ハ

$$\Big[\frac{1}{2}p_\rho^2 + \frac{1}{2}\Big\{\sum_s{}' p_s'^2 + \sum_{r,s} C_{rs}\xi_r'\xi_s'\Big\} - \sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\rho + \frac{1}{2}\Big\{\sum_s{}' p_s''^2 + \sum_{r,s}{}' C_{rs}\xi_r''\xi_s''\Big\}$$
$$+ \frac{1}{2\rho^2}\Big\{m - \sum_s{}'(\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s')\Big\}^2 - K_0\Big] P(\rho,\xi) = 0 \tag{2.25}$$

ナル固有値問題ニ帰着スル。

B. 固有値ノ決定

コレカラ(2.25)ノ固有値問題ヲ解クコトニ進ム。イマ、

$$\begin{cases} H' = \frac{1}{2}p_\rho^2 + \frac{1}{2}\Big\{\sum_s{}' p_s'^2 + \sum_{r,s} C_{rs}\xi_r'\xi_s'\Big\} - \sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\rho \\ \quad = \frac{1}{2}\sum_s p_s'^2 + \frac{1}{2}\sum_{r,s} C_{r,s}\xi_r'\xi_s' - \sqrt{\Pi^{5}_{-1}}\, l\xi_1' \\ H'' = \frac{1}{2}\sum_s{}' p_s''^2 + \frac{1}{2}\sum_{r,s}{}' C_{rs}\xi_r''\xi_s'' \\ H_1 = \frac{1}{2\rho^2}\Big\{m - \sum_s{}'(\xi_s' p_s'' - \xi_s'' p_s')\Big\}^2 \end{cases} \tag{2.26}$$

ト書クコトニスルト、問題ハ $H' + H'' + H_1$ ニ対スル固有値問題デアル。H_1 ヲ除ケバ H' モ H'' モ座標ト運動量トノ二次ノ形式デアルカラ、コノ問題ハ規格座標ヲ求メルコトニヨッテ解キ得ルヤウデアル。先ヅ H' ニ関シテハ、コレニ対スル規格座標ヲ求メルコトハ容易デアル。即チ ξ_s', p_s' ニ変換(2.5)ノ逆ヲ施ス。即チ

$$\xi_s' = \int \xi'(k)\varphi_s(k)\,dk, \quad p_s' = \int p'(k)\varphi_s(k)\,dk \tag{2.26}$$

ニヨッテ $\xi'(k)$, $p'(k)$ ヲ導入スル。サウスルト、

$$H' = \frac{1}{2}\int\{p'(k)^2 + k^2\xi'(k)^2\}dk - l\int g(k)\sqrt{k}\,\xi'(k)dk \qquad (2.27)$$

ヲ得ル。コヽデ ξ' ニ就キ一次ノ項ガ存在スル結果、$\xi'(k)$ ニ対スル位置エネルギーハ $k^2\xi'(k)^2 - lg(k)\sqrt{k}\,\xi'(k)$ トナリ、コノ振動子ノ平衡ノ位置ガ $l=0$ ノトキニクラベテ $l\frac{g(k)}{k\sqrt{k}}$ ダケ移動スルコトニナル。ソコデコノ一次ノ項ヲナクスルタメニ ξ' ニ対スル零点ヲコノ平衡ノ位置ニ移動スル。即チ、

$$\xi'(k) = \bar{\xi}'(k) + l\frac{g(k)}{k\sqrt{k}}, \quad p'(k) = \bar{p}'(k) \qquad (2.28)$$

ナル正準変換ヲ ξ' 及ビ p' ニ施ス。カクシテ直チニ

$$H' = \frac{1}{2}\int\{\bar{p}'(k)^2 + k^2\bar{\xi}'(k)\}dk - \frac{l^2}{2}K_1^3 \qquad (2.29)$$

ヲ得ル。コレデ H' ハ規格形ニナツタ。

次ニ H'' ヲシラベル前ニ (2.28) ナル"零点ノ移動"ニヨツテ H_1 ガドウ影響サレルカヲ見ル必要ガアル。即チ H_1 ノ中ニ ξ' ガ含マレテヰルカラ、コレヲ $\bar{\xi}'$ デ表ハサネバナラヌ。ソコデ

$$\xi'_s = \int\xi'(k)\varphi_s(k)dk = \int\bar{\xi}'(k)\varphi_s(k)dk + l\int\frac{g(k)}{k\sqrt{k}}\varphi_s(k)dk \qquad (2.30)$$

ニ注意シテ

$$\begin{cases} \int\bar{\xi}'(k)\varphi_s(k)dk = \bar{\xi}'_s, \quad \int\frac{g(k)}{k\sqrt{k}}\varphi_s(k)dk = Y_s \\ \text{従ッテ} \quad Y_0 = \frac{K_1^3}{\sqrt{K_{-1}^5}} \end{cases} \qquad (2.31)$$

トオク、サウスルト

$$\xi'_s = \bar{\xi}'_s + lY_s \qquad (2.32)$$

トナリ、H_1 ハ

$$H_1 = \frac{1}{2}\frac{1}{(lY_0 + \bar{\xi}'_0)^2}\Big\{m - l\sum_s{}' Y_s p''_s - \sum_s{}'(\bar{\xi}'_s p''_s - \xi''_s\bar{p}'_s)\Big\}^2 \qquad (2.33)$$

コヽデ $\bar{\xi}'_s$ ノ零点振幅ハ大体 $1/\sqrt{K}$ ノ程度デアラウカラ、(2.33) ノ分母ノ lY_0 ハ $\bar{\xi}'_0$ ニクラベテ大キイ。ソレ故コレヲ $1/l$ ノ冪ニ展開ス

ル。分子ノ方モ同様ノコトガ行ハレル。カクテ

$$H_1 = \underbrace{\frac{1}{2Y_0^2}\Big(\sum_s{}' Y_s p''_s\Big)^2}_{l^0\text{ノ項}} - \underbrace{\frac{m}{lY_0^2}\sum_s{}' Y_s p''_s + \cdots}_{l^{-1}\text{ノ項}} + \underbrace{\frac{m^2}{2l^2Y_0^2}}_{l^{-2}\text{ノ項}} + \cdots + \cdots \qquad (2.34)$$

但シコヽニ l^0 ノ項ハ全部、l^{-1} ノ項ハ m ニ比例スルモノダケ、l^{-2} ノ項ハ m^2 ニ比例スルモノダケヲ書出シタ。コヽニ書イタコレラノ項ハ何レモ ′ ノツイタ量ヲ含マズ、″ ノツイタ量ニツイテハ 0 次、1 次或ハ 2 次デアル。従ッテコヽニ書出シタ項ハ H'' ト加ヘ合セテ規格座標ノ方法デ精密ニ取扱ヒ得ルモノデアル。コヽニ書出シタ以外ノ項ハコレニ反シテ ′ ノ量ト ″ ノ量トガ混合シテ現レタリ、又ソレラニツイテ三次以上ダッタリスルカラ、規格座標ノ方法デ取扱フワケニハユカナイ（但シ ′-量ト ″-量トガ混合シテヰル項デモ二次以上デナイモノハソレヲ $H'+H''$ ヲ加ヘ合セ、コノ和ニ対スル規格座標ヲ導入シテ精密ニ取扱フコトガ出来ルワケデアルガ、コレハアマリ複雑ニナルカラコヽデハヤラヌ）。シカシソレラノ項ハ高々 $1/l$ ノ程度デアルカラ、必要ナラバ後カラ摂動トシテ計算ニ入レルコトガ出来ル。ソノ摂動項ヲ一トサラゲニシテ R トカクト

$$H'' + H_1 = \frac{1}{2}\sum_s{}' p''^2_s + \frac{1}{2}\sum_{ws}{}' C_{ws}\xi''_w\xi''_s + \frac{1}{2Y_0^2}\Big(\sum_s{}' Y_s p''_s\Big)^2 - \frac{m}{lY_0^2}\sum_s{}' Y_s p''_s + \frac{m^2}{2Y_0^2} + R \qquad (2.35)$$

コヽデ又 p'' ニツイテ一次ノ項 $-\frac{m}{lY_0^2}\sum_s{}' Y_s p''_s$ ヲ除クタメニ p'' ニ対シテ零点ノ移動

$$p''_s = \bar{p}''_s - \alpha Y_s$$

ヲ行フ。コノ p'' ヲ (2.35) ニ代入シテ一次ノ項ガ 0 ニナルヤウニ α ヲ決定スルト、

$$\alpha = -\frac{m}{lK_3}$$

トトレバ目的ヲ達スルコトガ判ル。（ソノ計算ノ途中ニ

$$\sum_s Y_s^2 = K_3$$

ナル関係ヲ用ヒル）。ソコデ

$$\begin{cases} \mathfrak{p}''_s = \bar{\mathfrak{p}}''_s + \dfrac{m}{l\,\mathfrak{M}_3} Y_s \\ \xi''_s = \bar{\xi}''_s \end{cases} \qquad (2.36)$$

ナル正準変換ヲ施シテ、結局

$$H'' + H_1 = \frac{1}{2}\sum_s{}' \bar{\mathfrak{p}}''^2_s + \frac{1}{2}\sum_{r,s}{}' C_{rs}\bar{\xi}''_r \bar{\xi}''_s + \frac{1}{2Y_0}\Big(\sum_s{}' Y_s \bar{\mathfrak{p}}''_s\Big)^2 + \frac{m^2}{2l^2\mathfrak{M}_3} + \mathfrak{R} \qquad (2.37)$$

ヲ得ル。コヽニ$\mathfrak{R}$ハ $\frac{1}{l}$ ノ程度ノ大サデアリ且ツmヲ含マナイ。カヤウニシテ全ハミルトン函数ハ

$$H = H' + H'' + H_1 = -\frac{l^2}{2}\mathfrak{M}_3 + \frac{m^2}{2l^2\mathfrak{M}_3} + \frac{1}{2}\int\{\bar{\mathfrak{p}}'(k)^2 + \mu^2\bar{\xi}'(k)^2\}dk + \frac{1}{2}\sum_s{}' \bar{\mathfrak{p}}''^2_s + \frac{1}{2}\sum_{r,s}{}' C_{rs}\bar{\xi}''_r \bar{\xi}''_s + \frac{1}{2Y_0}\Big(\sum_s{}' Y_s \bar{\mathfrak{p}}''_s\Big)^2 + \mathfrak{R} \qquad (2.38)$$

次ノ問題ハ $H''+H_1+\mathfrak{R}$ ノ部分ニ対スル規格座標ヲ見出スコトデアルガ、ソノ前ニ（2.38）カラ直接判ルコトヽシテ、量子力学的ナ零点エネルギーヲ無視スレバ固有値K_0ハ

$$K_0 = -\frac{l^2}{2}\mathfrak{M}_3 + \frac{m^2}{2l^2\mathfrak{M}_3} \qquad (2.39)$$

デ与ヘラレルコトデアル。尚、摂動項$\mathfrak{R}$カラ来ル第一補正ハ0デアリ第二補正ハmニ無関係ナコトモ容易ニ判ル。従ッテ（2.39）ノmニ対スル関係ハl^{-2}マデ正確デアル。

コノ（2.39）ハ以前ノ古典論的ナ公式（2.2）ト完全ニ一致スル。コノ点カラ見テ相互作用ノ大キイ場合ニハ古典的取扱ガ許サレルデアラウトイフ我々ノ予期ガ裏書キサレタコトニナル。特ニ全スピンヲ通常ノ単位ベクトルデ置キ代ヘルトイフ多少疑ッテシカルベキ操作モ以上ノ結果カラ是認サレタコトニナル。

次ニ $H''+H_1-\mathfrak{R}$ ニ対スル規格座標ヲ見出シテ、相互作用ノ存在ニヨッテ場ガ単独ニ存在スルトキニクラベテ場ノ零点エネルギー

ガドレダケヅレルカトイフコトヲ計算スル必要ガアルケレドモ、アマリ長クナルカラコヽデコノ問題ハ省略シテ、散乱ノ問題ニ入ル。シカシソレニ取リカヽル前ニ次ノコトニ注意シテオク。即チ（2.32）及ビ（2.36）デ与ヘラレル平衡位置ノズレハ、物理的ニ云ヘバ、核粒子ノ存在ニヨル固有場ノ第一近似ヲ意味スルコトデアル。（2.32）及ビ（2.26）ト古典的取扱ニヨッテ得ラレタ固有場（1.19）トクラベテ、lガ大キイトキ実際コレラガ互ニ同ジモノヲ意味スルコトハ容易ニ示シ得ル。

カクシテ Wentzel ノ取扱ノ結果ハソノ近似ノ第一項ダケヲトレバ凡ユル点ニ於テ古典論的結果ト一致スル。コノコトハ次ニ示スヤウニ散乱ノ問題ニ於テモ成立スル。但シ、対称中間子理論ノ場合ニハ、古典論的結果ヲ先ヅ（1.15）′デ行ッタヤウニ変更シタ上デ始メテカヤウナ一致ガ得ラレル。

C.　中間子ノ散乱

（2.38）ノハミルトン函数ニ於テハ小サイ項$\mathfrak{R}$ヲ無視スレバ、$\xi'(k)$ハ、H'ニ対シテノミナラズ、全ハミルトン函数ニ対シテモ既ニ規格座標トナッテヰル。即チ、中間子場ノ′ノツイタ自由度ニ対応スル振動ニツイテハ、平面波ガトリモナホサズ規格振動デアル。ソレ故第一ノ結論トシテ、$\mathfrak{R}$ヲ無視スル近似ニオイテξ_0-方向ニ偏ッタ中間子（コレヲ動径中間子ト呼ブコトニスル）ハ散乱サレナイコトニナル。

ξ_0ニ直角ナ方向ニ偏ッタ中間子（コレヲ切線中間子ト呼ブコトニスル）ニツイテハ、$H''+H_1-\mathfrak{R}$ニ対スル規格振動ヲ先ヅ求メネバナラナイ。コノ規格振動ノ波ノ形ヲ求メレバ即チ切線中間子波ノ散乱サレル模様ガ判ルワケデアル。

規格振動ノ波形ヲ求メル問題ハ全ク量子化トハ無関係ナ問題デアルカラ、コレカラシバラク $H''+H_1-\mathfrak{R}$ ノ中ニ出テクル $\bar{\xi}''_s$、$\bar{\mathfrak{p}}''_s$ ナ

ドヲC-数トミルコトヽスル。更ニコノ波ノ形ヲ↑表示ニヨッテ表ハスコトガ散乱ノ問題ニハ便利デアルカラ、先ヅ、

$$\begin{cases} \overline{\Xi_s''} = \int \alpha(k)\, \varphi_s(k)\, dk \\ \overline{P_s''} = \int \beta(k)\, \varphi_s(k)\, dk \end{cases} \tag{2.40}$$

ニヨッテ定義サレル$\alpha(k)$, $\beta(k)$ ニヨッテ $H''+H_1-R$ ヲ書キ表ハス。サウスルト、$\varphi_s(k)$ 系列ノ完全関係ヲ適当ニ用ヒテ、

$$\begin{aligned} \overset{0}{H''} = H''+H_1-R = & \frac{1}{2}\int \beta(k)^2 dk - \frac{\mathfrak{K}^5_{-1}}{\mathfrak{K}^3_1}\int \varphi_0(k)\beta(k)\,dk \int \frac{\varphi_0(k)}{K^2}\beta(k)\,dk \\ & + \frac{\mathfrak{K}^{10}_{-1}}{2\mathfrak{K}^6_1}\left\{\int \frac{\varphi_0(k)}{K^2}\beta(k)\,dk\right\}^2 + \frac{1}{2}\int \alpha(k)^2 K^2 dk - \int \varphi_0(k) K^2 \alpha(k)\,dk \\ & \int \varphi_0(k)\alpha(k)\,dk + \frac{\mathfrak{K}^7_{-3}\,\mathfrak{K}^5_{-1}}{2\mathfrak{K}^{10}_{-1}}\left\{\int \varphi_0(k)\alpha(k)\,dk\right\}^2 \end{aligned} \tag{2.41}$$

ヲ得ル。コヽニ$\alpha(k)$、$\beta(k)$ハC-数ト考ヘラレテ居テ、$\beta(k)$ハ$\alpha(k)$ ニ対スル共軛運動量トミナスベキモノデアル。ソコデコノ$\overset{0}{H''}$カラ$\alpha(k)$ ニ対スル運動方程式ヲ導ケバ

$$\begin{aligned} \ddot{\alpha}(k) = -K^2\alpha(k) + & \left\{K^2 - \frac{\mathfrak{K}^7_{-3}}{\mathfrak{K}^3_1}\frac{1}{K^2}\right\}\varphi_0(k)\int \varphi_0(k)\alpha(k)\,dk + \\ & \frac{\mathfrak{K}^5_{-1}}{\mathfrak{K}^3_1}\frac{1}{K^2}\varphi_0(k)\int K^2\varphi_0(k)\alpha(k)\,dk \end{aligned} \tag{2.42}$$

ヲ得ル。コヽデ、(2.38)ノ中ノ$\overline{\Xi_s''}$、$\overline{P_s''}$ニ於テ $S=0$ ノ項ガ欠ケテヰタコトニ注意スレバ明カナヤウニ、規格振動ノ一ツニ$\varphi_0(k)$ノ形ノモノ存在スル筈デアリ、而モソノ振動ノ振動数ハ零ノ筈デアル。実際又(2.42)ニ$\alpha(k)=\varphi_0(k)$ヲ代入シテコレヲ験算スルコトモ出来ル。コノ型ノ振動ハモトモト切線中間子ニ欠ケテヰルベキモノデアルカラ、我々ノ必要トスル規格振動ハ凡テ$\varphi_0(k)$ニ直交シテヰナケレバナラナイ。

コノ事情カラ(2.42)ノ代リニ簡単ナ振動方程式

$$\ddot{\alpha}(k) = -K^2\alpha(k) + \frac{\mathfrak{K}^5_{-1}}{\mathfrak{K}^3_1}\frac{1}{K^2}\varphi_0(k)\int K^2\varphi_0(k)\alpha(k)\,dk \tag{2.43}$$

ニ対シテ規格振動ヲ求メレバヨイコトニナル。

(2.43)ナル振動方程式ニ対スル規格振動ノ波ヲ$\psi(k)$トスルト、$\psi(k)$ハ次ノ形ノ積分方程式ノ固有解トシテ得ラレル。

$$(K^2-P^2)\psi(k) = \frac{\mathfrak{K}^5_{-1}}{\mathfrak{K}^3_1}\frac{1}{K^2}\varphi_0(k)\int K^2\varphi_0(k)\psi(k)\,dk \tag{2.44}$$

而シテコノ方程式ノ固有値P^2ハソノ振動ノ振動数ノ二乗ヲ与ヘル。コノ$\psi(k)$ニ対シテ散乱ノ問題ニ適当シタ境界条件、即チ無限遠ノトコロデ$\vec{p}$ナル波動ベクトルヲ有ッタ平面波ト外向ノ球面波トハ存在スベキダトノ条件ヲツケテ(2.44)ヲ解クト、

$$\begin{cases} \psi(k,\vec{p}) = \delta(k-\vec{p}) - \dfrac{\mathfrak{K}^5_{-1}\varphi_0(\vec{p})}{\mathfrak{K}_3+(2\pi)^2 i\,\frac{\varphi_0(\vec{p})^2 P}{2}}\,\dfrac{\varphi_0(k)}{K^2(K+P)}\left\{\dfrac{1}{K-K_0} + \right. \\ \qquad \left. i\pi\delta(K-K_0)\right\} \\ P^2 = p^2+\kappa^2,\quad p = |\vec{p}| \end{cases} \tag{2.45}$$

但シ(2.45)ヲ導出スルトキ遅イ中間子ノ散乱ニ問題ヲ限ルモノトシテ $P \lesssim \mathfrak{K}$ ヲ仮定シ $P/\mathfrak{K}$ ノ二乗以下ノ項ハ1ニ対シテ無視シタ。

コヽデ$\psi(k,\vec{p})$ガ$\varphi_0(k)$ニ直交スルコトモ験算出来ル。

カヤウニ規格振動(2.45)ガ得ラレタカラ、散乱断面積ガソレカラ直チニ得ラレル。φ_0ニ於シテ(2.4)ヲ用ヒルトソノ断面積ハ即チ

$$\sigma'' = \frac{\pi}{p^2}\,\frac{(4\pi^2 g(p)^2 P p)^2}{\mathfrak{K}^2_3 P^4 + \frac{1}{4}(4\pi^2 g(p)^2 P p)^2} \tag{2.46}$$

デ与ヘラレル。コヽデσ''ト書イタノハコレガ切線中間子ノ散乱断面積ヲ与ヘルトイフ意味デアル。コレニ対シテ動径中間子ノ断面積ハ

$$\sigma' = 0 \tag{2.47}$$

デアル。

入射中間子ガ例ヘバ正中間子デアルトスレバ、ソレハ切線中間子ト動径中間子トヲ等シイ重ミデ重畳シタ状態ニアルモノトミラレル。ソレ故入射中間子ノ半数ダケガ散乱ヲ蒙ルワケデアル。又散乱シタ切線中間子ハ、正電荷ノ状態ト負電荷ノ状態トヲ等シイ重ミデ重畳

シタモノデアラウカラ、ソノ半数ハ正、半数ハ負ノ電荷ヲモツ。従ツテ正中間子ガ入射シタトキ、電荷ガ係タレ下ラ、散乱サレル断面積ハ、電荷ノ符号ヲ変ヘテ散乱サレル断面積ニ等シク、且ツ各々ハ $\frac{1}{4}\sigma''$ デ與ヘラレルコトニナル。即チ、

$$\sigma_+ = \sigma_- = \frac{1}{4}\frac{\pi}{p^2}\frac{(4\pi^2 g(p^2 P p))^2}{M_3 P^4 + \frac{1}{4}(4\pi^2 g(p^2 P p))^2} \qquad (2.48)$$

ガ得ラレル。コレト古典論的ニ得ラレタ断面積(1.27)トヲクラベルト(ソノ際(1.30)ヲ用ヒテ)ソノ二ツノモノガ完全ニ一致スルコトガ判ル。従ツテ、散乱断面積ガ、固有場ノ慣性能率ノ大キイ結果トシテ、摂動論ニヨツテ計算シタモノヨリ小サクナルトイフ結論ハ量子論ヲ用ヒテモ出テクルコトニナル。

最後ニ一寸注意シテオクコトハ Oppenheimer ト Schwinger トガ Wentzel ノ方法ヲ擬スカラー中間子ニ適用シテ散乱ヲ計算シ、断面積ガ小トナルコトヲ示シタガ、ソノトキソノ理由ヲ擬スカラー中間子ノ場合ノ散乱ガ P- 散乱デアルコトニ帰シテヰルノハ誤リデアル。即チコノコトハ、今我々ガ示シタヤウニ、S- 散乱ヲ行フ擬中間子ノ場合ニモ起ルコトデアツタ。擬スカラー中間子ノ特性デハナイ。又 Wentzel ハスカラー中間子ノ散乱ヲ計算シテ断面積ガ小サクナラナイトイフ結論ヲ出シテヰルガ、コレハスカラー場ノトキ、原点ニ於ケル固有場ノ大サノ程度ガ他ノ場ノトキノヤウニ大キクナイ結果、慣性ガ十分大デナイコトヲ意味スル。即チ慣性能率ガ非常ニ大キイトイフコトハベクトル場ヤ擬スカラー場ノ固有場ガ双極子場ノ性質ヲ有ツコトト直接関係シテヰルノデアル。

D. Wentzel ノ方法ノ収斂條件ト陽子同重体ノ準安定性

Wentzel ノ方法ハ相互作用ガ強イトキニ利用シウル方法デアルガ、コヽデハ一寸ソノ適用範囲ノ限界ニツイテノベテオク。前ニノベタ

ヤウニコノ方法ハ三ツノ運動型ノ分離可能ヲ前提トシテヰル。而シテ先ツ内部運動ト振動運動トノ分離ノ條件ハ

$$\ell^2 M^2 \gg 1 \qquad (2.49)$$

デアリ、振動運動ト回転運動トノ分離スル條件ハ

$$\ell^2 M^2 \gg \frac{M}{\kappa} \qquad (2.50)$$

デアルコトヲ前ニ述ベタ。通常 $M \gg \kappa$ ト考ヘラレルカラ後ノ條件ハ前ノ條件ヨリ強イ相互作用ヲ要求スル。

(2.59) トクラベルト、(2.50) ハ回転準位ノ間隔ガ κ ヨリ小デアルトイフコト、言ヒカヘレバ、核粒子ガ陽子中性子状態以外ニ安定ナ同重体ヲ有ツベキコトノ條件ト同ジデアル。シカシ、(2.50)ガ成立シテヰナイデモ、

$$\frac{M}{\kappa} \gtrsim \ell^2 M^2 \gg 1 \qquad (2.51)$$

ガ成立スルトキハ、ナホ Wentzel ノ方法ガカナリノ近似ヲ與ヘルト考ヘルベキ理由ガアル。ソレハコノ場合デモ振動運動ノタクサンノ自由度ノウチ大多数ノ高振動数ノ部分ハナホ回転運動ト分離出来ルダラウカラデアル。スコノ場合、例ヘバ荷電2ノ核粒子ノエネルギートヽ通常ノ陽子ノエネルギートノ差ハ κ ヨリ大デアル結果、コノヤウナ高荷電粒子ハ安定デハナイワケデアルガ、同ジ理由ニヨツテコノ状態ハカナリノ寿命ヲ以テ存在シウルモノト考ヘラレル。

コノ模様ヲモウ少シ詳シクノベテミルト次ノヤウニナル。荷電2ノ核粒子状態ニ於テハ、凡テノ規格振動ハ基底状態ニアリツヽ全系ガ角運動量(但シ電荷空間ノ) 3/2 ヲモツテ回転シテヰル。即チ全系ノ角運動量 3/2 ハ各々ノ振動子ニ分担サレテヰルワケデアル。コレニ反シテ通常ノ陽子ト一個ノ正自由中間子ノ存在スル状態ヲ考ヘテミルト、自由中間子ノ存在ハトリモナホサズ振動子ノ励起状態ヲ意味スルカラ、今考ヘテヰル状態ニ於テハ、一ツノ振動子ガ角運動量

イ＝状態＝励起サレ、全系ニハ $1/2$ ダケノ角運動量ガ分担サレテヰルコトニナル。ソコデ角運動量ノ $3/2$ ノ陽子ガ、角運動量 $1/2$ ノ陽子ト一個ノ正中間子トニ解離スルニハ、全振動子ニ分配サレテヰタ角運動量 $3/2$ ノウチ、1ガ一個ノ振動子ニ集中スルコトヲ要スル。振動子ノ個数ハ非常ニ大デアリ、且ツ高振動数ノ振動子ハ（2.51）ノ條件ノモトデハナホ回転運動トノ間ニ相互影響ガ少イカラ、コノヤウナ集中ハナカナカ起ラナイ。従ッテ荷電2ノ陽子状態ハ安定デナイ場合デモ、カナリセマイ幅ヲモッタ所謂仮想準位トシテ、カナリノ時間存在シ得ルダラウト思ハレル。

カウイフ仮想準位ノ存在ハ、次ノ節ノ計算ニヨッテモ暗示サレルコトデアル。更ニ又コノ準位カラ二個以上ノ中間子ガモレ出テクル可能性モ次節ノ計算ノ結果示サレル。

§.3.　Ritz ノ方法ニヨル取扱

以上二ツノ節デ相互作用ノ強イ場合ノ取扱法トソレニヨッテ得ラレタ結果トヲノベタガ、実際ノ場合トシテ物理的ニ興味ノアルノハ多分中度ノ相互作用ノ場合デアラウ。ソレ故ニコノ場合ニ適シタ方法ヲ述ベルコトニスル。

アル力学系ヲ取扱フニ当ッテ正確ニ取扱フコトモ出来ズ、サリトテ摂動論式ハ類似ノ漸近的方法モ用ヒ得ナイ場合ニハ、Ritz ノ変分ノ方法ガ有力ナ手段トナル例ガ多イ。我々ノ問題ニ於テモ、相互作用ガ中度ノ強サデアッテ通常ノ摂動論モ Wentzel ノ方法モ収斂シナイヤウナ場合ニヤハリ変分ノ方法ガアル程度用ヒラレル。

コノ方法ハ通常原子ヤ分子ノ問題ニ適用サレテヰテ、マダ場ノ理論ニ用ヒラレタコトガナイカラ、先ヅ我々ノ問題ヲ求ルダケ通常ノ量子力学ノ形ニ還元シテミルノニシテイフウガヨイ。ソノタメ一通

常行フヤウナ方法、即チ場ヲ量子化シタ上デ系ノ確率振幅ヲ“Besetzungszahlen”ノ函数トシテ表ハストイフ行方ヨリモ、粒子像ヲ用ヒテ出発シ、確率振幅ヲ粒子ノ座標（正確ニハ我々ノ場合ニハ運動量）ノ函数トシテ表ハス方法ノ方ガ便宜デアル。

コノ二ツノ方法ガ数学的ニ全ク同等デアルコトハ周知ノコトデアリ、互ニ一方ノ形式カラ他方ノ形式ニ移ル変換ハ常ニ可能デアル。

A——　シュレーディンガー方程式

我々ノ力学系ハ場ノ立場カライッテハミルトン函数

$$H = \int k\{a^*(k)\,a(k) + b^*(k)\,b(k)\}\,dk$$

$$-\frac{g}{2}\int v(k)\left[\{a(k)-b^*(k)\}(\tau_1+i\tau_2)+\{a^*(k)-b(k)\}(\tau_1-i\tau_2)\right]dk \quad (3.1)$$

ヲ有ッテヰル。ソコデ固有値問題

$$(H-K_0)\Phi = 0 \quad (3.2)$$

ヲトク場合ニ、コノ方程式ヲ粒子ノ立場ニ変換シタ形ハドウナルデアラウカ。通常原子ヤ分子ノ問題ノトキニ、確率振幅ハ粒子ノ座標 $q_1, q_2, \cdots q_n$ ノ函数デアッタ。但シ n ハ粒子ノ個数、ソレニ対応シテ我々ノ Φ ヲ中間子ノ座標ノ函数トシテ取扱ハネバナラナイ。然シコノ場合中間子ハ相対性的ナ取扱ヲ要スル結果、ソノ座標トシテ位置ノ座標ヲ用ヒルコトガ出来ナイ。ソコデ我々ハ $q_1, q_2 \cdots$ ニ相当スルモノトシテ中間子ノ運動量 $k_1, k_2, k_3 \cdots$ ヲ用ヒル。更ニ我々ノ問題デ中間子ノ個数ガ一定シテヰナイカラ、コノ個数ソレ自身確率振幅中ノ変数トミナケレバナラナイ。カウイフ事情ヲ考慮シテ、Fock ガ行ッタヤウニ、Φ ヲ一組ノシュレーディンガー函数ノ集リデ表ハスコトガ出来ル。但シ、ソノ場合アマリ問題ヲ一般的ニシテハ判リニククナルカラ、先ヅ系ガ $+1$ ノ電荷ヲモッタ状態ヲ考ヘル。ソノ場合ニハコノ集リ次ノヤウニ書クコトガ出来ル。

$$\Phi = \begin{Bmatrix} \varphi_0 \\ \psi_1(k_1^+) \\ \varphi_2(k_1^+, k_1^-) \\ \psi_3(k_1^+, k_2^+, k_1^-) \\ \varphi_4(k_1^+, k_2^+, k_1^-, k_2^-) \\ \cdots\cdots \end{Bmatrix} \qquad (3.3)$$

コヽデ $2n$ 番目ノ函数ノ絶対値ノ二乗 $|\varphi_{2n}(k_1^+, k_2^+ \cdots k_n^+; k_1^-, k_2^- \cdots k_n^-)|^2$ ハ、運動量ガ夫々 $k_1^+, k_2^+ \cdots k_n^+$ デアルヤウナ n 個ノ正中間子ト運動量ガ夫々 $k_1^-, k_2^- \cdots k_n^-$ デアルヤウナ n 個ノ負中間子トガ存在シ、且ツ核粒子ハ陽子状態ニアルコトノ確率ヲ與ヘ、又 $2n+1$ 番目ノ函数ノ絶対値ノ二乗 $|\psi_{2n+1}(k_1^+ \cdots k_{n+1}^+; k_1^- \cdots k_n^-)|^2$ ハ運動量ガ夫々 $k_1^+ \cdots k_n^+, k_{n+1}^+$ デアルヤウナ $n+1$ 個ノ正中間子ト運動量ガ夫々 $k_1^-, k_2^- \cdots k_n^-$ デアルヤウナ n 個ノ負中間子トガ存在シ、且ツ核粒子ガ中性子状態ニアルコトノ確率ヲ與ヘル。コノ形ノ確率振幅ハ系ノ荷電ガ $+1$ ノ状態ヲ表ハスモノデアルカラ、前節ノ言ヒ方ニ従ヘバ、コノ形ノ確率振幅デ表ハサレル状態ハ $\tau = \frac{1}{2}$ ノ状態デアル。

サテ、Φ ヲ (3.3) ノ形ニ書イタモノトスルト、(3.2) ノ方程式ハ函数 $\varphi_0, \psi_1, \varphi_2, \cdots\cdots$ ニ対スル聯立方程式トナルワケデアル。Fock ニヨレバ、H トシテ (3.1) ヲ用ヒルト、コノ方程式ハ次ノ形ノモノトナルコトガ示サレル。

$$\left\{\begin{aligned}
&K_0\varphi_0 = -e\int \psi_1(k_1^+)\, g(k_1^+)\, dk_1^+ \\
&(K_0 - K_1^+)\psi_1(k_1^+) = -e\left\{g(k_1^+)\varphi_0 - \int \varphi_2(k_1^+; k_1^-)\, g(k_1^-)\, dk_1^-\right\} \\
&(K_0 - K_1^+ - K_1^-)\varphi_2(k_1^+; k_1^-) = e\left\{g(k_1^-)\psi_1(k_1^+) - \sqrt{2}\int \psi_3(k_1^+, k_2^+; k_1^-)\, g(k_2^+)\, dk_2^+\right\} \\
&(K_0 - K_1^+ - K_1^- - K_2^+)\psi_3(k_1^+, k_2^+; k_1^-) \qquad (3.4) \\
&\quad = -e\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_2^+ g(k_2^+)\varphi_2(k_1^+; k_1^-) - \sqrt{2}\int \varphi_4(k_1^+, k_2^+; k_1^-, k_2^-)\, g(k_2^-)\, dk_2^-\right\} \\
&(K_0 - K_1^+ - K_1^- - K_2^+ - K_2^-)\varphi_4(k_1^+, k_2^+; k_1^-, k_2^-) \\
&\quad = e\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\Sigma_2^- g(k_2^-)\psi_3(k_1^+, k_2^+; k_1^-) - \sqrt{3}\int \psi_5(k_1^+, k_2^+, k_3^+; k_1^-, k_2^-, k_3^-)\, g(k_3^+)\, dk_3^+\right\} \cdots\cdots
\end{aligned}\right.$$

コヽデ Σ_n^+ トカ Σ_n^- トカイフ記号ハ夫々、ソノ記号ノ掛ツテヰル函数中ノ n 個ノ k^+ 又ハ n 個ノ k^- ヲ循環的ニ入レカヘ、カクシテ得ラレタ函数ヲ加ヘ合セル演算ヲ意味スル。例ヘバ

$$\Sigma_3^+ f(k_1^+, k_2^+, k_3^+) = f(k_1^+, k_2^+, k_3^+) + f(k_2^+, k_3^+, k_1^+) + f(k_3^+, k_1^+, k_2^+).$$

カクシテ (3.4) ガ我々ノ解クベキシュレーディンガー方程式デアル。

B. ハートリー近似

固有値問題ヲ (3.4) ノ形ニ表ハシテオイテ、コレヲ解クノニ e^2 ノ冪ニヨル展開ヲ用ヒル外ニ Schrödinger ノ波動函数 $\varphi_0, \psi_1, \varphi_2, \cdots\cdots$ ニ対シテ Ritz ノ変分法ヲ用ヒ得ナイデアラウトイフコトニ気ガツク。即チ問題ハ一種ノ多体問題デアルカラ、コノ種ノ問題ニ最モ簡単デ且ツ最モヨク用ヒラレル Hartree ノ方法ガ用ヒラレルデアラウ。

Hartree ノ近似トイフノハ (3.4) ノ近似解トシテ φ ヤ ψ ヲ

$$\varphi(k_1^+, k_2^+ \cdots, k_1^-, k_2^- \cdots) = \mathrm{const}\, f_+(k_1^+) f_+(k_2^+) \cdots f_-(k_1^-) f_-(k_2^-) \cdots \qquad (3.5)$$

ノヤウニ、各々タヾ一ツノ変数ヲ含ム因子ヲ掛ケ合セタ形ノモノニ置イテ、ソノ形ノウチデ最モヨイ近似ノモノヲ変分法ニヨッテ見出スノデアル。シカシ函数 f_+ 及ビ f_- ノ取ル可能ナ函数域ニツイテ変分ヲトルノデハナホ問題ガ複雑スギルカラ、f_+ 及ビ f_- トシテコヽデハ

$$\left\{\begin{aligned}
f_+(k) &= \frac{g(k)}{K - \alpha} \\
f_-(k) &= \frac{g(k\,g(k))}{K - \beta}
\end{aligned}\right. \qquad (3.6)$$

ノ形ノモノヲ用ヒ、f^+、f^- ノ形ヲ勝手ニ変分スル代リニ、ソノ中ニ含マレタパラメーターα及ビβノ変化ニダケヨツテ為ル変分ダケヲ考ヘル。コノ形デ十分ヨイ近似ガ得ラレルカドウカハ結果ニヨツテ判定スルヨリ他ニ仕方ガナイガ、コノ形ガヨサソウナコトハ次ノ考察ニヨツテ大体見当ガツク。

イマ、中性ノ擬中間子ダケガ核粒子ト作用スルトイフ仮想的ナ問題ヲ考ヘル。コノ問題ニオイテハミルトン函数ハ

$$H=\int Kc^*(k)\,c(k)\,dk-\frac{l}{\sqrt{2}}\int g(k)\{c(k)\,c^*(k)\}\,dk. \tag{3.7}$$

デ与ヘラレル。コノハミルトン函数ハ全ク前ノ(2.27)ト同等ナモノデアルカラCニ対スル零点ノ移動

$$\begin{cases} C(k)=\bar{c}(k)+\dfrac{l}{\sqrt{2}}\dfrac{g(k)}{K} \\ C^*(k)=\bar{c}^*(k)+\dfrac{l}{\sqrt{2}}\dfrac{g(k)}{K} \end{cases} \tag{3.8}$$

ニヨツテ正確ニ問題ヲ解キ得ルコトガ判ツテヰル。ソレ故コノ問題ニツイテ(3.4)ニ相当スル方程式ヲタテタトキニ、ソノ解ハ正確ニ得ラレル筈デアル。

コノトキ確率振幅ヲ(3.3)ニ相当シテ χ_0、$\chi_1(k_1)$、$\chi_2(k_1,k_2)\cdots$ ノ集リデ表ハスモノトスルト、(3.4)ニ相当スル方程式ハ Fock ニ依ツテ次ノ形トナル。

$$\begin{cases} K_0\chi_0=-l\int\chi_1(k_1^+)\,g(k_1^+)\,dk_1^+ \\ (K_0-K_1)\chi_1(k_1)=-l\left\{g(k_1)\chi_0+\sqrt{2}\int\chi_2(k_1,k_2)\,g(k_2)\,dk_2\right. \\ (K_0-K_1-K_2)\chi_2(k_1,k_2)=-l\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\sum_2 g(k_2)\chi_1(k_1)+\sqrt{3}\int\chi_3(k_1,k_2,k_3)\,g(k_3)\,dk_3\right. \\ (K_0-K_1-K_2-K_3)\chi_3(k_1,k_2,k_3) \\ \qquad =-l\left\{\frac{1}{\sqrt{3}}\sum_3 g(k_3)\chi_2(k_1,k_2)+\sqrt{4}\int\chi_4(k_1,k_2,k_3,k_4)\,g(k_4)\,dk_4\right. \\ \qquad ---- \end{cases} \tag{3.9}$$

コノ方程式ハ正確ニ解キ得ル筈デアルカラ、ソノ解ヲサガシテミ

ル。サウスルトソレハ

$$\begin{cases} \chi_n(k_1,k_2\cdots k_n)=\dfrac{l^n}{\sqrt{n!}}\dfrac{g(k_1)}{K_1}\dfrac{g(k_2)}{K_2}\cdots\cdots\dfrac{g(k_n)}{K_n} \\ K_0=-\dfrac{l^2}{2}\int\dfrac{g(k)^2}{K}\,dk \end{cases} \tag{3.10}$$

デアルコトガ判ル。コノ(3.10)ヲミルト、コノ場合解ハ実際ニ(3.5)ノ形ヲシテ居リ、且ツ $f(k)=\frac{g(k)}{K}$ トトレバヨイコトヲ示ス。

トコロデ以前ノ古典的取扱ヒノ結果ノ(1.11)ヲ見ルト、中性中間子ニ対シテ $\frac{g(k)}{K}$ ガ現ハレタトコロニ正及ビ負ノ中間子ニ対シテハ夫々 $\frac{g(k)}{K-u}$ 及ビ $\frac{g(k)}{K+u}$ ナルモノガ現レテヰル。ソノ点カラ見テ大体(3.6)ノ考ヘ方ハ當ヲ得タモノデアラウ。

以上ノヤウナ考察ニ導カレテ(3.4)ヲ Ritz ノ方法デ解ク場合ニ基礎函数トシテ

$$\begin{cases} \varphi_{2n}(k_1^+,k_2^+\cdots k_n^+;k_1^-,k_2^-\cdots k_n^-)=(-1)^n\dfrac{C_{n,n}}{K_2^n L_2^n}\prod_{\lambda=1}^{n}\dfrac{g(k_\lambda^+)}{K_\lambda^+-\alpha}\prod_{\nu=1}^{n}\dfrac{g(k_\nu^-)}{K_\nu^--\beta} \\ \varphi_{2n+1}(k_1^+,k_2^+\cdots k_{n+1}^+;k_1^-,k_2^-\cdots k_n^-)=(-1)^n\dfrac{C_{n+1,n}}{K_2^{n+1}L_2^n}\prod_{\lambda=1}^{n+1}\dfrac{g(k_\lambda^+)}{K_\lambda^+-\alpha}\prod_{\nu=1}^{n}\dfrac{g(k_\nu^-)}{K_\nu^--\beta} \end{cases} \tag{3.11}$$

ヲトリ $C_{0,0}$、$C_{1,0}\cdots$ 及ビαトβヲ変化ノパラメータート考ヘ、(3.11)ガ(3.4)ノ最モヨイ近似解ニナルヤウニコレラノパラメーターノ値ヲ決定スルコトヲ試ミルノデアル。但シ(3.11)ニ於テ K_2 トカ L_2 トカ書イタモノハ

$$K_2=\sqrt{\int\frac{g(k)^2}{(K-\alpha)^2}\,dk}\qquad L_2=\sqrt{\int\frac{g(k)^2}{(K-\beta)^2}\,dk} \tag{3.12}$$

デ与ヘラレルモノデアル。尚以下ニシバシバ

$$K_n=\left\{\int\frac{g(k)^2}{(K-\alpha)^n}\,dk\right\}^{\frac{1}{4-n}},\quad L_n=\left\{\int\frac{g(k)^2}{(K-\beta)^n}\,dk\right\}^{\frac{1}{4-n}} \tag{3.13}$$

ナル量ガ用ヒラレル。コレラハ何レモエネルギーノ(或ハ長サノ逆ノ)元ヲ有ツ。

問題ノC、α及ビβヲ決定スルニハ、シュレーディンガー函数(3.11)ヲ用ヒテHノ期待値ヲ作リ、ソノ期待値ヲ最小ナラシメルヤウナC、α及ビβヲ求メレバヨイ。

ソコデコノHノ期待値ヲ$\overline{K}(C_{0,0}, C_{1,0}\cdots, \alpha, \beta)$ト書クコトニスルト

$$
\left\{
\begin{aligned}
&\overline{K}(C_{0,0}, C_{1,0}, \cdots, \alpha, \beta) = \sum_{n=0}^{\infty}\left\{n\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right)+n\left(\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)\right\}C_{n,n}^2 \\
&\qquad + \sum_{n=0}^{\infty}\left\{(n+1)\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right)+n\left(\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)\right\}C_{n+1,n}^2 \\
&\qquad - \frac{2lK_1^3}{K_2}\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{n+1}\,C_{n,n}C_{n+1,n} - \frac{2lL_1^3}{L_2}\sum_{n=0}^{\infty}\sqrt{n+1}\,C_{n+1,n}C_{n+1,n+1} \\
&\text{但シ}\ \sum C_{n,n}^2 + \sum C_{n+1,n}^2 = 1
\end{aligned}
\right.
\tag{3.14}
$$

コレヲ極小ナラシメルC, α, βヲ決定スルノニ、先ヅαトβトヲ固定シテオイテCダケヲ色々変化セシメ、ソノ極小ノ位置ヲサガス。(3.14)ハCニツイテハ二次形式デアルカラ、ソノ位置ハ次ノ聯立一次方程式ノ固有解$C_{0,0}$、$C_{1,0}$…デ与ヘラレ、且ツソノ固有値Eガソノα, βニ対スル$\overline{K}$ノ極小値ヲ与ヘル。

$$
\left\{
\begin{aligned}
&-\frac{lL_1^3}{L_2}\sqrt{n}\,C_{n,n-1}+\left\{n\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right)+n\left(\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)-E\right\}C_{n,n} \\
&\qquad -\frac{lK_1^3}{K_2}\sqrt{n+1}\,C_{n+1,n} = 0 \\
&-\frac{lK_1^3}{K_2}\sqrt{n+1}\,C_{n,n}+\left\{(n+1)\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right)+n\left(\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)-E\right\}C_{n+1,n} \\
&\qquad -\frac{lL_1^3}{L_2}\sqrt{n+1}\,C_{n+1,n+1} = 0
\end{aligned}
\right.
\tag{3.15}
$$

コノ式ノ固有値ハナホαトβトヲ含ンデヰルカラ、次ニソノEヲ極小ニスルヤウニαトβトヲ決定スレバ、ソレデ変分パラメーターハ凡テ決定サレタコトニナリ、且ツ$\overline{K}$ノ真ノ極小値ガ得ラレル。ソシテ、コノCトαトβトヲ(3.11)ニ用ヒレバソレガ求ムル最モヨイ近似デアリ、コノ$\overline{K}$ノ極小値ハ(3.4)ノ固有値ノ最モヨイ近似値トナル。カヤウニシテ問題ハ(3.15)ノ固有値問題ヲ解クコトニ帰着シタコトニナル。

(3.15)ハコレヲ微分方程式ニ変形スルコトガ出来ル。イマ(3.15)ニ於ケル未知数$C_{n,n}$ヲ二ツノ自変数N_+トN_-トノ函数$\varphi(N_+, N_-)$ノ$N_+ = n$, $N_- = n$ノトコロノ値ト考ヘ、未知数$C_{n+1,n}$ヲ函数$\psi(N_+, N_-)$ノ$N_+ = n+1$, $N_- = n$ノトコロノ値ト考ヘル。即チ

$$
\left\{
\begin{aligned}
&C_{n,n} = \varphi(N_+, N_-)\Big|_{\substack{N_+ = n \\ N_- = n}} = \varphi(n, n) \\
&C_{n+1,n} = \psi(N_+, N_-)\Big|_{\substack{N_+ = n+1 \\ N_- = n}} = \psi(n+1, n)
\end{aligned}
\right.
\tag{3.16}
$$

次ニN_+トN_-トノ函数ニ作用シテN_+ヲ一ツ増シタリ、減ラシタリスル演算子A_+, A_+^*、及ビN_-ヲ一ツ増シタリ、ヘラシタリスル演算子A_-, A_-^*ヲ考ヘル、モウ少シ詳シクイフト、

$$
\left\{
\begin{aligned}
&A_+F(N_+, N_-) = \sqrt{N_+ + 1}\,F(N_+ + 1, N_-) \\
&A_+^*F(N_+, N_-) = \sqrt{N_+}\,F(N_+ - 1, N_-) \\
&A_-F(N_+, N_-) = \sqrt{N_{-1} + 1}\,F(N_+, N_-) \\
&A_-^*F(N_+, N_-) = \sqrt{N_-}\,F(N_+, N_- - 1)
\end{aligned}
\right.
\tag{3.17}
$$

コレラノ演算子A_+, A_+^*及ビA_-, A_-^*ハ次ノ性質ヲ有ツ。

$$
\left\{
\begin{aligned}
&[A_+, A_+^*] = [A_-, A_-^*] = 1 \\
&[A_+, A_-] = [A_+^*, A_-^*] = [A_+, A_-^*] = [A_+^*, A_-] = 0 \\
&A_+^* A_+ = N_+, \quad A_-^* A_- = N_-
\end{aligned}
\right.
\tag{3.18}
$$

次ニ、更ニ(3.16)ヲソノ二ツノ成分トシテ有ツ二行ノ函数Φヲ考ヘル、

$$
\Phi(N_+, N_-) = \begin{pmatrix} \varphi(N_+, N_-) \\ \psi(N_+, N_-) \end{pmatrix}
\tag{3.19}
$$

而シテコノ二行ノ函数ニ作用スル二行二列ノマトリックス

$$
\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},\ \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix},\ \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}
\tag{3.20}
$$

ヲ考ヘル。

サテ、コレラノ演算子 A, B, A^*, B^*, T ヲ用ヒ、(3.19) ニヨッテ Φ ヲ導入スルト、(3.15) ノ方程式ハ次ノ形ニ書キ得ルコトガ判ル。

$$\left[\left\{\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right)A_+^*A_+ + \left(\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)A_-^*A_-\right\} - \frac{\ell}{2}\left\{\left(\frac{K_1^3}{K_2}A_+ + \frac{L_1^3}{L_2}A_-^*\right)(\tau_1+i\tau_2) + \left(\frac{K_1^3}{K_2}A_+^* + \frac{L_1^3}{L_2}A_-\right)(\tau_1-i\tau_2)\right\} - E\right]\Phi = 0 \qquad (3.21)$$

(3.21) ノ方程式ヲ微分方程式ニ変換スルニハ、量子力学ノ変換理論ヲ用ヒレバヨイ。ソノタメニ A, A^* ト

$$\begin{cases} A_+ + A_-^* = \xi_1 - i\xi_2 & A_+ - A_-^* = p_2 + ip_1 \\ A_+^* + A_- = \xi_1 + i\xi_2 & A_+^* - A_- = p_2 - ip_1 \end{cases} \qquad (3.22)$$

ナル変換ニヨッテ結ビツケラレテヰル演算子 ξ_1, ξ_2, p_1, p_2 ヲ導入スル ((2.1) ト本質的ニ同ジ変換デアル)。サウスルトコレラノ ξ、p ハ何レモ エルミト的デアッテ且ツ次ノ交換関係ヲミタス。

$$[\xi_j, p_{j'}] = i\delta_{jj'}, \quad [\xi_j, \xi_{j'}] = [p_j, p_{j'}] = 0 \qquad (3.23)$$

ソレ故 Φ ニ対シテ ξ_1, ξ_2 － 表示ヲ用ヒルコトニスルト、p_1, p_2 ハ夫々 $\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\xi_1}$、$\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\xi_2}$ ナル演算子トナル。カクシテ (3.21) ハ次ノ形ノ微分方程式トナル。

$$\begin{cases} \left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_2^2}\right)+\frac{1}{2}(\xi_1^2+\xi_2^2)+ia\left(\xi_1\frac{\partial}{\partial\xi_2}-\xi_2\frac{\partial}{\partial\xi_1}\right)-1-W_0\right\}\varphi(\xi_1,\xi_2) \\ \qquad -\left\{v(\xi_1+i\xi_2)+w\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}+i\frac{\partial}{\partial\xi_2}\right)\right\}\psi(\xi_1,\xi_2)=0 \\ \left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi_1^2}+\frac{\partial^2}{\partial\xi_2^2}\right)+\frac{1}{2}(\xi_1^2+\xi_2^2)+ia\left(\xi_1\frac{\partial}{\partial\xi_2}-\xi_2\frac{\partial}{\partial\xi_1}\right)-1-W_0\right\}\psi(\xi_1,\xi_2) \\ \qquad -\left\{v(\xi_1-i\xi_2)-w\left(\frac{\partial}{\partial\xi_1}+i\frac{\partial}{\partial\xi_2}\right)\right\}\varphi(\xi_1,\xi_2)=0 \end{cases} \qquad (3.24)$$

但シコヽニ

$$\begin{cases} a = \left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha+\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)^{-1}\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha-\frac{L_1^3}{L_2^2}-\beta\right) \\ v = \ell\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha+\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)^{-1}\left(\frac{K_1^3}{K_2}+\frac{L_1^3}{L_2}\right) \\ w = \ell\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha+\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)^{-1}\left(\frac{K_1^3}{K_2}-\frac{L_1^3}{L_2}\right) \\ W_0 = 2\left(\frac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha+\frac{L_1^3}{L_2^2}+\beta\right)^{-1}E \end{cases} \qquad (3.25)$$

コヽデ ξ_1, ξ_2 ノ代リニ 1-2-空間ノ極座標 r, θ ヲ

$$\begin{cases} \xi_1 = r\cos\theta \\ \xi_2 = r\sin\theta \end{cases} \qquad (3.26)$$

ニヨッテ導入シテ用ヒル。サウスルト (3.24) ハ

$$\begin{pmatrix}\varphi(r,\theta)\\ \psi(r,\theta)\end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{r}}\begin{pmatrix} f(r)\,e^{i(m-\frac{1}{2})\theta} \\ g(r)\,e^{i(m+\frac{1}{2})\theta}\end{pmatrix} \qquad (3.27)$$

$$m = \cdots \frac{-3}{2}, \frac{-1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \cdots$$

ノ形ノ解ヲ有スルコトガ判ル。但シ $f(r)$ 及ビ $g(r)$ ハ

$$\begin{cases} \left\{-\frac{d^2}{dr^2}+\frac{m(m-1)}{r^2}+r^2+2a\left(m-\frac{1}{2}\right)-2(W_0+1)\right\}f(r)-2vrg(r)-2w\left(\frac{d}{dr}+\frac{m}{r}\right)g(r)=0 \\ \left\{-\frac{d^2}{dr^2}+\frac{m(m+1)}{r^2}+r^2+2a\left(m+\frac{1}{2}\right)-2(W_0+1)\right\}g(r)-2vrf(r)+2w\left(\frac{d}{dr}-\frac{m}{r}\right)f(r)=0 \end{cases} \qquad (3.28)$$

ヲミタス。

カクシテ問題ハ (3.28) ナル微分方程式ノ固有値 W_0 及ビ固有解 $f(r)$, $g(r)$ ヲ求メルコトニ帰着スル。但シコヽデ注意シテオクコトハ、(3.24)、(3.28) 或ハ (3.21) ハ、モトノ方程式 (3.15) ヨリモ包括的デアッテ、(3.15) ノ解ニ相当シタ解以外ニ特別ノ解ヲ有ツコトデアル。容易ニ証明サレルコトデアルガ、(3.27) ニ於テ $m=\frac{1}{2}$ トシタトキノ解ガ丁度 (3.15) ノ解ニ対応シテヰル。m ガ他ノ値ヲ

トツタトキノ(3.28)ノ解ハ丁度荷電 $m+\frac{1}{2}$ ノ状態ニ相当シテ来ルコトモ同様ニ証明スルコトガ出来ル。ソレ故(3.28)ヲ一般的ニ取扱ヘバ、我々ガ最初ニ行ツタ制限、即チ電荷+1ノ状態ダケヲ考ヘルトイフ制限ハオノヅカラ解消シタコトニナル。

C.―― 極限ノ場合.

コノ方法ガ果シテ、ドノ程度ノ近似ヲ与ヘルカヲシラベルタメニ、ℓガ小サイ場合及ビℓガ大キイ場合ノ我々ノ方法ノ結果ヲ夫々摂動論及ビWentzelノ方法或ハ古典論的方法ノ結果トシテ先ヅクラベテミヨウト思フ。

先ヅℓガ小サイ場合

コノ場合ニハドウセ陽子ノ同重体ハ存在シナイノデアルカラ$m=\frac{1}{2}$ダケヲ考ヘル，而シテ(3.27)ヲ用ヒルヨリモ直接(3.15)ヲ解ク方ガ簡単デアル。

イマ例ヘバ$C_{1.0}=1$ニナルヤウニ解ヲトルモノトスルト、$C_{1.0}=O(\ell)$, $C_{2.1}=O(\ell^2)$, …… デアルコトガ先ヅワカル。ソレ故固有解ヲℓ^1ノ項マデトルコトニスルナラ$C_{2.1}$以下ヲ無視シテヨイ。從ツテ(3.15)ハ簡単ニ.

$$\begin{cases} -E\,C_{0.0} - \dfrac{\ell^2 K_1^3}{K_2}\,C_{1.0} = 0 \\ -\dfrac{\ell K_1^3}{K_2}\,C_{0.0} + \left\{\left(\dfrac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right) - E\right\} C_{1.0} = 0 \end{cases} \qquad (3.29)$$

トナル、コノ方程式ノ固有値ハ

$$\begin{vmatrix} -E & -\dfrac{\ell K_1^3}{K_2} \\ -\dfrac{\ell K_1^3}{K_2} & \left(\dfrac{K_1^3}{K_2^2}+\alpha\right) - E \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.30)$$

ノ根デアリ、ソレハℓ^2ノ項マデヲトルト

$$E = -\frac{\ell^2 K_1^6}{(K_1^3 + K_2^2\alpha)} \qquad (3.31)$$

デアル.

次ニコノ(3.31)ヲ極小ナラシメルヤウニαヲ決定シ、且ツソノトキノEノ極小値ヲ求メル。コノ極小値ガ即チ我々ノ近似ニ於ケル系ノエネルギーヲ与ヘル。簡単ナ計算ニヨツテコノα及ビE極小ハ

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ E_{極小} = -\ell^2 M_1^3 \end{cases} \qquad (3.32)$$

ニヨツテ与ヘラレルコトガ判ル.

(3.32)ノエネルギーノ値$E=-\ell^2 M_1^3$並ビニコレニ対応スル$C_{0.0}$, $C_{1.0}$及ビコノαヲ用ヒタ(3.11)ハ全ク摂動論ノ結果ト一致シテヰル。ソレ故我々ノ方法ハℓガ十分小サイ場合ニ摂動論ノ結果ト一致スルコトガ判明シタ.

次ニℓガ大キイ場合

コノ場合ニハ方程式(3.28)ニ於テ無元量vハℓM_1ノ程度ノ大キナ量デアル。コレハ前節ノWentzelノ方法ノ場合、方程式(2.16)ヲ取扱フ場合ニ(2.15)ノ$\sqrt{M_1^3}\,\ell$ガ大キイ量デアツタコトニ相当シテヰル。事実(3.28)ト(2.16)トハ実質的ニハ同ジ形ノ方程式デアル。ソレ故今ノ場合ニ前ト同様ナ考ヘ方ヲ用ヒテ、或ハ又コノ場合ハモツト問題ガ簡単デアルカラ直接観察ニヨツテvガ大キイトキノ(3.28)ノ解ハ第一近似ニ於テ

$$\begin{cases} f(r) = g(r) \\ \left\{-\dfrac{d^2}{dr^2} + \dfrac{m^2}{r^2} + r^2 + 2\lambda m - 2(W_0+1) - 2vr - \dfrac{2wm}{r}\right\} f(r) = 0 \end{cases} \qquad (3.33)$$

ニヨツテ与ヘラレルコトガ判ル。而シテ(3.33)ノ固有値及ビ固有解ノウチ基底状態ニ属スルモノハ

$$\begin{cases} W_0 = -\dfrac{1}{2}v^2 - \dfrac{1}{2} + \dfrac{m^2}{2v^2} - \left\{\dfrac{m}{v} - \ell\right\} M \\ f(r) = e^{-\frac{1}{2}(r-v)^2} \end{cases} \qquad (3.34)$$

デアル。

次ニコノW_0ニヨッテEヲ表ハシソノEヲ極小ナラシメルヤウニα, βヲ決定スル。α及ビβハ計算ノ結果カラ小サナ量デアルコトガ示サレルカラ、始メカラ色々ナ量ヲα, βノ冪ニ展開シテ計算スルノガヨイ。即チ、

$$\begin{cases} K_1^3 = \mathfrak{M}_1^3 + \mathfrak{M}_2^2\alpha + \mathfrak{M}_3\alpha^2 + \cdots\cdots \\ K_2^2 = \mathfrak{M}_2^2 + 2\mathfrak{M}_3\alpha + \cdots\cdots \\ L_1^3 = \mathfrak{M}_1^3 + \mathfrak{M}_2^2\beta + \mathfrak{M}_3\beta^2 + \cdots\cdots \\ L_2^2 = \mathfrak{M}_2^2 + 2\mathfrak{M}_3\alpha + \cdots\cdots \end{cases} \tag{3.35}$$

ノ展開ヲ(3.28)(3.34)ニ用ヒルト結局

$$E(\alpha,\beta) = -\frac{1}{2}l^2\mathfrak{M}_1^3 - \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^2} + \frac{1}{2l^2}\frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^4}\mathfrak{m}^2$$

$$+\left(\frac{\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^2} - \frac{\mathfrak{M}_2^2}{\mathfrak{M}_1^3}\right)\left[\frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^2}\frac{\alpha+\beta}{2} - \frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^2}\mathfrak{m}\frac{\alpha-\beta}{2} + \frac{l^2}{4}\frac{\mathfrak{M}_1^3\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^2}(\alpha^2+\beta^2) - \frac{l^2}{8}\left(\frac{\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^2} - \frac{\mathfrak{M}_2^2}{\mathfrak{M}_1^3}\right)\mathfrak{M}_1^3(\alpha+\beta)^2\right] \tag{3.36}$$

ヲ得ル。コレヲ極小ナラシメルα, βヲコレカラ求メルト直チニ

$$\begin{cases} \alpha = \dfrac{1}{l^2\mathfrak{M}_3}\left(\mathfrak{m} - \dfrac{\mathfrak{M}_1^3\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^4}\right) \\ \beta = \dfrac{1}{l^2\mathfrak{M}_3}\left(-\mathfrak{m} - \dfrac{\mathfrak{M}_1^3\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^4}\right) \end{cases} \tag{3.37}$$

ヲ得、コレニ対応スル$E_{極小}$ハ

$$E_{極小} = -\frac{1}{2}l^2\mathfrak{M}_1^3 - \frac{1}{2}\left\{\frac{\mathfrak{M}_1^3}{\mathfrak{M}_2^2} + \frac{1}{l^2}\left(\frac{\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^2} - \frac{\mathfrak{M}_2^2}{\mathfrak{M}_1^3}\right)\frac{\mathfrak{M}_1^6}{\mathfrak{M}_2^6}\right\} + \frac{\mathfrak{m}^2}{2l^2\mathfrak{M}_3} \tag{3.38}$$

デ與ヘラレルコトニナル。

ソコデコノ(3.38)ヲ以前ノ結果(1.21)及ビ(2.39)トクラベルト、(3.38)ノ第一項ト第三項ハ以前ノ公式ノ二ツノ項ト完全ニ同形デアルコトガ判ル。(3.38)ノ第二項ニ相当スル項ハ古典論ノ公式(1.21)ニハ存在シテイナイガ、Wentzel ノ取扱ヒニ於テ省略シタ零点エネルギーガ二ツノ項ニ当ルモノデアル。

エネルギーノ値ハコノヤウニヨイ結果ガHartree近似デ得ラレルガ、更ニ(3.37)ヲ(3.11)ニ用ヒ、ソノ確率振幅ニヨッテ場ノ量ノ期待値ヲ算出スルト、Wentzel ノ方法ニオイテ平衡位置ノ移動カラ得ラレタ固有場ニ相当シタモノガ得ラレル。実際(3.11)ニ現レル函数

$$f_+(k) = \frac{g(k)}{K-\alpha}, \quad f_-(k) = \frac{g(k)}{K-\beta} \tag{3.6}$$

ヲαニツイテ展開シタモノ

$$f_\pm(k) = \frac{g(k)}{K} \pm \frac{g(k)}{K^2}\frac{1}{l^2\mathfrak{M}_3}\mathfrak{m} - \frac{g(k)}{K^2}\frac{\mathfrak{M}_1^3}{l^2\mathfrak{M}_2^4} \tag{3.39}$$

ノ初ノ二ツノ項ハ、夫々Wentzel ノ場合ニ考ヘタ平衡位置ノ移動即チ(2.28)ノ$l\frac{g(k)}{K\sqrt{K}}$（或ハ(2.32)ノlY_s）及ビ(2.36)ノ$\frac{\mathfrak{m}}{l\mathfrak{M}_3}Y_s$ニ丁度対応シテヰルノデアル。(3.39)ノ第三項即チ$\mathfrak{m}$ニ無関係デ且l^{-2}ノ程度ノモノニ対応スルモノハWentzel ノ場合(2.34)ニ於テ書キ出シテナカッタl^{-1}ノ項中ノ、変数ニ就テ三次以上ノ項ニヨッテ惹起サレル平衡位置移動デアル。又(3.37)ノ$\mathfrak{m}$ニ比例スル項ハ、ソレヲ(1.19)、(1.21)トクラベテミルト、丁度古典論ノ歳差角速度ωニ対応シタモノデアルコトガ判ル。コレニ対シテ(3.37)中ノ$\mathfrak{m}$ヲ含マヌ項ハ、古典論デハ得ラレナイ。Wentzel ノ方法ヲ用ヒレバ、スグ上デノベタヤウニ(2.34)ノl^{-1}ノ項カラヤハリコレニ対応シタモノガ出テクル。カヤウニシテ(3.37)ノ$\mathfrak{m}$ヲ含マヌ項ハ量子力学的ナ取扱ヒニヨッテ始メテ現ハレテキタモノデアル。

コノ項ノ存在スル結果トシテ現レル物理的帰結ハ多少興味ガアルカモシレナイ。ソレニツイテハ次節ニノベルコトニシテ、次ニ中位ノ相互作用ノ場合ヲ吟味スル。

D.—— 中位ノ相互作用ノ場合

相互作用ノ小ナイトキニ我々ノ方法ハ摂動論ノ結果ト一致シ、ソレガ大キイトキニハWentzelノ方法ノ結果ト一致スルコトカラミテ、コノ方法ハ中程度ノ相互作用ノ場合ニモ信頼シ得ル結果ヲ与ヘルモノト考ヘテヨカラウ。

相互作用ガ強クモ弱クモナイ場合ニハ（3.15）或ハ（3.26）ヲ数値的ニ解カネバナラナイ。コレヲ一般的ニ行フコトハ相当面倒ナコトデアルノデ、今マデノトコロ $n=\pm\frac{1}{2}$ ニ対シ、$\alpha=\beta=0$ トオイタ、従ッテ多少近似ノ悪イ結果シカ得ラレテヰナイ。シカシ、コレデモ大体ノ模様ハ判ルダラウカラコヽニソレヲノベル。

$\alpha=\beta=0$ トオクト（3.15）ハ非常ニ簡単ニナル。即チ

$$V = l M_2 \tag{3.40}$$

及ビ

$$W = E\frac{M_2^2}{M_1^3} \tag{3.41}$$

ナル無元量ヲ導入スルト、（3.15）ハコノ場合

$$\begin{cases} -V\sqrt{n}\,C_{n,n-1}+(2n-W)\,C_{n,n}-V\sqrt{n+1}\,C_{n+1,n}=0 \\ -V\sqrt{n+1}\,C_{n,n}+(2n+1-W)\,C_{n+1,n}-V\sqrt{n+1}\,C_{n+1,n+1}=0 \end{cases} \tag{3.42}$$

トナル。コヽデVハ相互作用ノ強弱ノ尺度トナルパラメータート考ヘテヨイコトヽナル。

（3.42）ハ十分簡単ナ形デアルカラ、コレノ固有値問題ヲ数値的ニ解クコトハ容易デアル。第5図ニイロイロナVノ値ニ対スルWノ値ヲ与ヘテオイタ。

コノ図カラCガ適当ナパラメーターV'ヲ用ヒテPoissonノ公式

$$C_N = e^{-\frac{V'^2}{2}}\frac{V'^N}{\sqrt{N!}} \tag{3.43}$$

デ近似シ得ルコトヲ一寸注意シテオコウ。図ヲミヨ。但シコヽニ

C_N トカイタノハ

$$C_N = \begin{cases} C_{\frac{N}{2},\frac{N}{2}} & n\text{ガ偶数ノトキ} \\ C_{\frac{N+1}{2},\frac{N-1}{2}} & n\text{ガ奇数ノトキ} \end{cases} \tag{3.44}$$

ノ意味デアル。

第4図ハ固有値WヲVノ函数トシテ表ハシタ。$V\ll 1$ ノトキハ、

$$W = -V^2 \qquad V\ll 1 \tag{3.45}$$

デアリ、$V\gg 1$ ノトキハ

$$W = -\frac{1}{2}V^2-\frac{1}{2}+\frac{n^2}{2V^2} \qquad V\gg 1 \tag{3.46}$$

ナル式ガ成立スルコトハ容易ニ示シ得ル。（3.45）カラEトシテ前ノ公式（3.32）ガ得ラレルコトハ当然デアル。何トナレバ（3.32）ニアル通リ弱イ相互作用ノトキハ $\alpha=0$ デアッタカラデアル。コレニ反シ相互作用ノ強イトキハ α,β ハホンタウハ（3.37）デ与ヘラレルベキモノデアルカラ、（3.46）ハ多少悪イ結果ヲ与ヘル。而シテ（3.46）カラ計算シタEハ当然（3.36）ノ $\alpha=\beta=0$ トオイタモノニナル。即チ

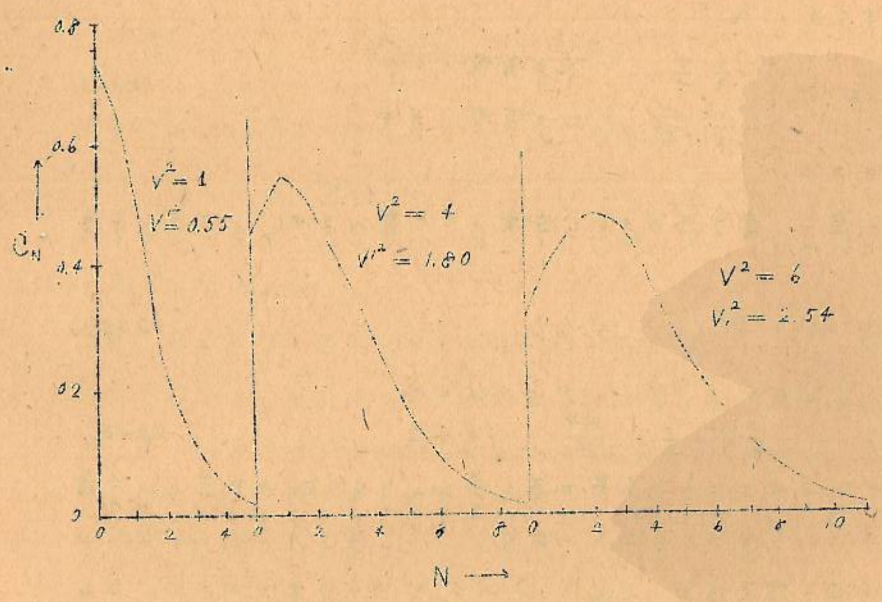
$$E = -\frac{1}{2}l^2M_1^3-\frac{1}{2}\frac{M_1^3}{M_2^2}+\frac{M_1^3}{2l^2M_2^4}n^2 \tag{3.46'}$$

第4図ノ曲線ハ数値計算ノ結果得ラレタモノデアッテ、（3.45）ト（3.46）ノ両極限曲線ガ如何ニツナガレルカヲ示ス。特ニ（3.45）即チ摂動論ノ結果ガVガ増大スルニツレテ如何ニ悪クナルカガ図デヨク見ラレル。

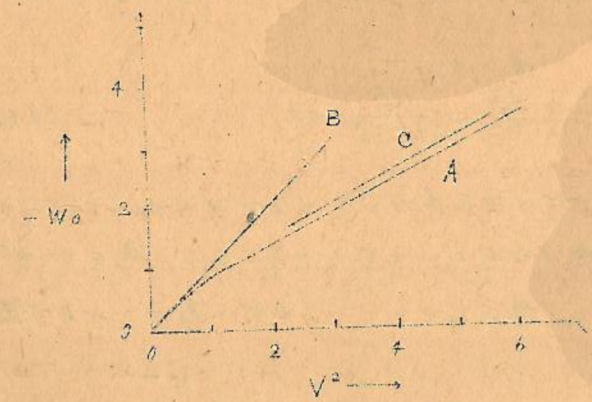
物理的ニ興味ガアルノハ、例ヘバ状態1ノ状態ニ於テ、核粒子ガドレ位中性子状態ニキルカトイフコト、即チ所謂“転移ノ確率”デアル。コレハ

$$P = \frac{\sum C_{n+1,n}^2}{\sum C_{n,n}^2+\sum C_{n+1,n}^2} \tag{3.47}$$

デ与ヘラレル量デアル。コノ量ハ摂動論デ計算スルト、

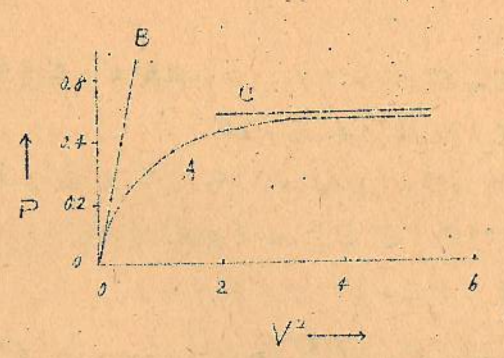


第3図　種々ノ V^2 ニ於ケル C_N



A：数値計算ニヨル値
B：(3.45) ニヨル値
C：(3.46) ニヨル値

第4図　固有値 W_0 ト相互作用パラメーター V^2 トノ関係



A：Hartree ノ方法ニヨル値
B：摂動論ニヨル値
C：Wentzel ノ方法ニヨル値

第5図　解離確率 P ト相互作用パラメーター V^2 トノ関係

$$P = V^2 \qquad V \ll 1 \qquad (3.48)$$

トナリ、Wentzel ノ方法ニヨツテ計算スレバ

$$P = \frac{1}{2} \qquad V \gg 1 \qquad (3.49)$$

トナル。途中ノ V ノ値ニ対シテコレヲ数値的ニ計算シタモノガ第5図デアル。コレモ V ガ少シ大キクナルト如何ニ摂動論ガ用ヒラレナクナルカヲ示シテヰル。

尚我々ハ $\alpha=\beta=0$ トオクコトナシニ中程度ノ相互作用ノ場合ノ計算ヲ行ツテ、(3.32) ト (3.37) ノ途中ヲツナイデ見タイノデアルガ、ソノ計算ハマダ行ハレテヰナイ。タダコヽデ注意シテオクコトハ $\ell \to 0$ ト共ニ (3.32) ノヤウニ α ハ零ニ近ヅクケレドモ、β ハ増大シ或ル程度ノ極限値ニ近ヅクコトデアル。

ソレヲ示スコトハ容易デアル。今考ヘテヰル場合ニハ ℓ ガ小サイカラ、モトノ方程式 (3.4) ニ於テ $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2$ マデヲトリ、アトハ

全部無視シテモ誤差ハ ℓ^4 ヨリ小サイ。ソレ故我々ハ固有値問題

$$\begin{cases} K_0\varphi_0 = -\ell\int \psi_1(k_1^+)\,g(k_1^+)\,dk_1^+ \\ (K_0-K_1^+)\,\psi_1(k_1^+) = -\ell\left\{g(k_1^+)\,\varphi_0-\int\varphi_2(k_1^+;k_1^-)\,g(k_1^-)\,dk_1^-\right\} \\ (K_0-K_1^+-K_1^-)\,\varphi_2(k_1^+,k_1^-) = \ell\,g(k_1^-)\,\psi(k_1^+) \end{cases} \tag{3.50}$$

ノ解ヲ ℓ ノ適当ナ冪マデ正シイヤウニ求メルト

$$\begin{cases} K_0 = -\ell^2\int\frac{g(k)^2}{K}dk+\ell^4\int dk\frac{g(k)^2}{K^2}\int g(k')^2\left\{\frac{1}{K+K'}-\frac{1}{K'}\right\}dk' \\ \varphi_0 = 1 \\ \psi_1(k_1^+) = \dfrac{\ell g(k_1^+)}{K_1^+-\ell^2\int g(k)^2\left\{\frac{1}{K_1^++K}-\frac{1}{K}\right\}dk} \\ \varphi_2(k_1^+;k_1^-) = \dfrac{\ell g(k_1^+)}{K_1^+-\ell^2\int g(k)^2\left\{\frac{1}{K_1^++K}-\frac{1}{K}\right\}dk}\cdot\dfrac{\ell g(k_1^-)}{K_1^++K_1^--\ell^2\int\frac{g(k)^2}{K}dk} \end{cases} \tag{3.51}$$

コレト Hartree ノ近似

$$\begin{cases} \varphi_0 = 1 \\ \psi_1(k_1^+) = \dfrac{C_{1,0}}{K_2^2}\,\dfrac{g(k_1^+)}{K_1^+-\alpha} \\ \varphi_2(k^+;k_1^-) = \dfrac{C_{1,1}}{K_2^2L_2^2}\,\dfrac{g(k_1^+)}{K_1^+-\alpha}\cdot\dfrac{g(k_1^-)}{K_1^--\beta} \end{cases} \tag{3.52}$$

トヲ較ベルト

$$\begin{cases} \alpha = \ell^2\left\langle\int g(k)^2\left\{\frac{1}{K_1^++K}-\frac{1}{K}\right\}dk\right\rangle_{\text{平均}} \\ \beta = \left\langle K_1^+-\ell^2\int\frac{g(k)^2}{K}dk\right\rangle_{\text{平均}} \end{cases} \tag{3.53}$$

デアルコトガ判ル。但シ $\langle\ \rangle_{\text{平均}}$ トハ括弧内ノ K_1^+ ノ函数ノ適当ナ平均値トイフ意味デアル。$\ell\to 0$ ニスレバ $\alpha\to 0$ トナリ $\beta\to\langle K_1^+\rangle_{\text{平均}}$ トナルワケデアルガ、$\varphi_2(k^+;k_1^-)$ ニオイテ、K_1^+ ノ効果的ナ範囲ハ K_1^+ ガ大体 $\mathfrak{M}$ ノ程度ノ大サノトコロニアルカラ、コノ平均値モ $\mathfrak{M}$ ノ

程度ノ量デアル。カクシテ、

$$\begin{cases} \lim\limits_{\ell\to 0}\alpha = 0 \\ \lim\limits_{\ell\to 0}\beta = O(\mathfrak{M}) \end{cases} \tag{3.54}$$

ガ証明サレタ。

コノ事実ハ又 ℓ ガ小サイトキノ α、β ノ意味ヲ明カニシタワケデアル。

E. —— 同重体ノ準安定性

相互作用ノ大キイ場合ニハ (3.38) カラミテ $|m|>\frac{1}{2}$ ニ対シ安定ナ状態ガ存在スル。即チ前ニモノベタヤウニ同重準位ノ間隔ハ (3.28) ニヨツテ、

$$\Delta E = \frac{1}{2\ell^2\mathfrak{M}_3}\left\{m^2-(m-1)^2\right\} = \frac{1}{\ell^2\mathfrak{M}_3}\left(m-\frac{1}{2}\right) \tag{3.55}$$

デアリ、ココデ $\ell^2\mathfrak{M}_3$ ガ十分大ナラバ

$$\Delta E_{\text{同重}} < \mathfrak{M} \tag{3.56}$$

トナリ得ルカラデアル。

トコロデ、一次波動函数ノ方ノ形ヲミルト、(3.6) 及ビ (3.37) ヲモウ一度書イテ、

$$\begin{cases} f_+(k) = \dfrac{g(k)}{K-\alpha},\quad f_-(k) = \dfrac{g(k)}{K-\beta} \\ \alpha = \dfrac{1}{\ell^2\mathfrak{M}_3}\left(m-\dfrac{\mathfrak{M}_1^3\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^4}\right),\quad \beta = -\dfrac{1}{\ell^2\mathfrak{M}_3}\left(m+\dfrac{\mathfrak{M}_1^3\mathfrak{M}_3}{\mathfrak{M}_2^4}\right) \end{cases} \tag{3.57}$$

デアル。ソコデイマ $m\geqq\frac{3}{2}$ ノ場合ヲ考ヘルト、β ハ常ニ負デアルカラ問題ハナイガ、α ハ正デアリ従ツテ $K-\alpha$ ガ零トナル可能性ガ存在スル。

波動函数

$$f_{+}(k) = \frac{g(k)}{K-\alpha}$$

ノ分母ガ $K=\alpha$ ノトコロデ零ニナルコトハ、コノ状態ニ於テ中間子ガ安定ニ核粒子ニ結合サレテヰナクテ、α ナルエネルギーヲモツタ正ノ中間子ガ外ニモレ出テキルコトヲ示ス。従ツテ今ノ場合ニハ

$$\langle K \rangle = \frac{1}{\ell^2 M_3^2}\left(m - \frac{M_1^3 M_3}{M_2^4}\right) \qquad (3.58)$$

ナルエネルギーノ正中間子ガ外部ニモレ出テキルワケデアル。但シ我々ハハートリー近似ヲ行ツテヰルノデアルカラ、コノ $\langle K \rangle$ ハ外部ニモレ出ル中間子ノエネルギーノ一種ノ平均値トミルベキデアル。

トコロガ、若シ量子数 m ヲモツタ状態ガ不安定デアツテ、正中間子ヲ放出シテ量子数 $(m-1)$ ノ状態ニ移ルナラ、(3.55) ニヨツテ与ヘラレル ΔE ダケノエネルギーガ外部ニモレル筈デアル。トコロガ $\frac{M_1^3 M_3}{M_2^4} \approx \frac{4}{3} > \frac{1}{2}$ デアル故

$$\langle K \rangle < \Delta E \qquad (3.59)$$

デアル。コノ関係ハ何ヲ語ルカトイフト、量子数 m ヲモツタ不安定ナ同重体状態ハ、単ニ量子数 $(m-1)$ ノ状態ト一個ノ自由中間子ヲ意味スルノデナイコトデアル。従ツテ (3.55) ノ ΔE ガ μ ヨリ大キクナルヤウナコトガアツテモ、ソノ状態ハナホ所謂仮想準位トシテ独自ノ存在ヲナシテヰルノデアル。

(3.59) ガ成立シテヰルコトハ、量子数 m ノ同重体ガ量子数 $m-1$ ノ同重体ニ崩壊スルトキ平均

$$\langle N \rangle = \Delta E / \langle K \rangle \qquad (3.60)$$

ダケノ個数ノ中間子ガ放出サレルコトヲ意味スル。

コノヤウニ同重体状態ガ準安定デアルトイフ事情ハ、$\Delta E > \mu$ デアリナガラ $\alpha < \mu$ ガ成立スルヤウナ場合ニ特ニ著シイデアラ

ウ。即チコノ場合ニハ波動函数ノ分母ガ零ニナルコトハナイカラ、粒子ハ"平均ニ於テ"外部ニモレ出ナイコトニナル。

以上ノ事柄ハ前節Dデノベタコトト全ク対応シテヰル。タヾ、コヽデハコレヲ粒子像ニヨツテ考ヘ、前ニハソレヲ波動像（或ハ振動子像）ニヨツテ考ヘタノデアル。

以上デ中程度ノ相互作用ノトキノ議論ヲ終ルコトニスル。コノ場合ニ中間子ノ散乱ヲ何ラカノ方法デ取扱フコトハ非常ニ望マシイコトデアルガ、アイニク今マデニ良イ方法ガ見ツカラナイ。

§4. 結果ヲ物理的ニ吟味スルコト

以上多クノ頁ヲ理論的考察ニ費シテキタガ、コノ理論ノ結果ヲ実験トクラベルニハナホ多クノ計算ヲ行ハナケレバナラナイ。特ニ、中程度ノ相互作用ノ場合ノ数値計算ヲ行フコトト、議論ノ基礎ニトル中間子理論ノ形ヲモツト一般ノモノニスルコトガ必要デアル。シカシコレラノ仕事ハ現在マダ十分ニ行ハレテヰナイノデ、コレカラ行フ吟味モアマリ迫力ノアルモノニハナリ得ナイ。タヾカツテ専ラ行ハレタ摂動論的取扱ニハ現レナカツタ二三ノ結果ヲトリアゲテ定性的ナ議論ヲ試ミテミヨウト思フ。

A —— 中間子ノ核粒子ニヨル散乱

核粒子ニヨル中間子ノ散乱ヲ摂動論的ニ取扱フト、散乱断面積トシテ (3.27)′ 即チ

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2}\frac{(4\pi^2 \ell^2 g(k)^2 K k)^2}{K^2} \qquad (4.1)$$

ヲ得ル。但シ k 及ビ K ハ夫々入射中間子ノ運動量及ビエネルギーデアル。$g(k)$ トシテ (4.9) ヲ用ヒルト、

$$\sigma = 64\pi^5 \ell^4 \frac{k^4 F(k)^4}{K^2} \qquad (4.2)$$

トナル。

コノσノ大キサニハℓガ関係シテヰル。通常核力ニ関スル実験事実カラ、$g^2/\hbar c \approx 0.1$、$\kappa \approx \frac{1}{1.4 \times 10^{-13}}$ cm^{-1}、位ノ値ガ用ヒラレル。コレカラ $\ell \approx 10^{-14}$ cm. 又通常切断運動量トシテ $\mathfrak{M} \approx 10\kappa$ ガ用ヒラレル。

ソコデ先ヅ入射中間子ノ運動エネルギーガ𝔐ノ程度デアルト

$$\sigma \approx 64\pi^5 \ell^4 \mathfrak{M}^2 \approx 3.5 \times 10^{-25} \qquad (4.3)$$

又入射中間子ノ運動エネルギーガκノ程度デアルト

$$\sigma \approx 32\pi^5 \ell^4 \kappa^2 \approx 8 \times 10^{-27}\ cm^2 \qquad (4.4)$$

一方実験トシテハ Wilson ノモノガアッテソレニヨレバ
$10^9 eV$ ノ程度ノ中間子ニ対シテハ

$$\sigma \lesssim 10^{-28}\ cm^2 \qquad (4.5)$$

又 $10^8 eV$ ノ程度ノ中間子ニ対シテ

$$\sigma \lesssim 10^{-27}\ cm^2 \qquad (4.6)$$

トナッテヰル。従ッテ（4.3）ハ明カニ過大デアリ、（4.4）モカナリアブナイトコロデアル。

トコロガ我々ガ場ノ反作用ヲ考慮ニ入レテ計算シタ散乱断面積（1.27）或ハ（2.48）ハ

$$\sigma = \sigma_+ + \sigma_- = \frac{1}{2}\frac{\pi}{k^2}\frac{(4\pi^2 g(k)^2 K k)^2}{\mathfrak{M}_s^2 K^4 + \frac{1}{4}(4\pi^2 g(k)^2 K k)^2}$$
$$= \frac{8\pi^5 k^4}{\mathfrak{M}_s^2 K^4 + 4\pi^4 k^6} \qquad (4.7)$$

トナル。入射中間子ノ運動エネルギーガκノ程度ダトコレハ

$$\sigma \approx \frac{8\pi^5}{K_s^2}\left(\frac{k}{K}\right)^4 \approx 9 \times \frac{1}{\mathfrak{M}^2} \approx 2.6 \times 10^{-27}\ cm^2 \qquad (4.8)$$

コレハ（4.4）ヨリハ小サイ。Kガ𝔐ノ程度ニナルト（4.7）ノ公式ハ用ヒラレナイケレド、大体ノ程度ヲミルタメニ、コレヲ敢テ用ヒテミルト

$$\sigma \approx \frac{4.8}{\mathfrak{M}^2} \approx 1.3 \times 10^{-27}\ cm^2 \qquad (4.9)$$

コレハ（4.3）ヨリヨホド満足ナモノデアル。（4.8）及ビ（4.9）ハ𝔐ヲ大キクトレバ更ニ小サクスル可能性ガアル。シカシ𝔐ガ核粒子ノ静止エネルギーヨリ大キイナラバ、核粒子ヲ不動トシテ取扱ッタ我々ノ計算法ハ誤差ヲ伴フカラ、単ニ上ノ結果ニ大キナ𝔐ヲ入レタダケデハ意味ガナイ。シカシ定性的ニハカウシテ散乱断面積ガカナリ小サクナルト考ヘテヨカラウ。又Kガ𝔐ノ程度ニナルト衝突粒子ノエネルギーガ核粒子ノ静止エネルギーノ程度ニナッタワケデアルカラ、反跳ガ起ルノデ、コレ又核粒子ヲ不動ト考ヘルワケニハイカナクナル。コノ反跳ノ影響ハ通常ノトムソン散乱トコンプトン散乱ノ場合ノ類推カラミテσヲ更ニ小サクスルデアラウ。

モシ、カウイフ考ヘデ散乱ノ実験結果ノ説明ガウマクツクモノトスレバ、而シテ相互作用ガ十分大キイトシテ実験事実ガウマクマトマルモノトスレバ、（4.7）ノ式ガℓヲ含マナイ点ヲ利用シテ、切断運動量ヲ実験カラ直接見出スコトガ出来ルカモシレナイ。

B.—— 核力ノ大サト到達距離

相互作用ノ強イ場合ノ自己エネルギーノ公式ヲミルト（1.21）ニセヨ、（3.38）ニセヨ、又ハ（3.46）ニセヨソノ主ナ項ハ

$$E = -\frac{1}{2}\ell^2 \mathfrak{M}_1^3 \qquad (4.10)$$

デアル。コレニ対シ、モシ振動論ヲ用ヒテ計算スルナラバ（3.32）ト同ジ結果即チ

$$E = -\ell^2 \mathfrak{M}_1^3 \qquad (4.11)$$

ガ得ラレル。（4.10）ハ（4.11）ノ半分デアル。コノ事情ハ既ニ3.1ノ

§3ノ終リデ注意シテオイタ。コノ事実ハ、相互作用ノ強イ核粒子ノ周囲ノ場ノ強サガ、摂動論デ計算シタモノヨリ実際ハ因子 $1/\sqrt{2}$ ダケ小サイコトヲ意味スル。

ソレ故、二ツノ核粒子ノ間ノ核力ヲ計算スル場合ニモ、モシ相互作用ガ強イナラバ、今マデ摂動論ヲ用ヒテ得ラレタモノハ因子2ノ程度（対称理論ニ於テハ3ノ程度）過大デアル。ソレ故、逆ニ核力ニツイテノ実験事実カラ相互作用常数 g ヲ決定スル場合ニ、摂動論ニヨル理論結果ヲ用ヒルト、g ガ過小ニ決定サレルコトニナル。

今マデノトコロ、$g^2/\hbar c \approx 0.1$, $M \approx 10\varkappa$ トイフコトニナッテキルガ、コレカラ相互作用ノ強サノ尺度デアル V ヲモトメテミルト（(3.40)ヲミヨ）、

$$V^2 = \ell^2 M_2^2 = \frac{1}{4\pi^2}\frac{g^2}{\hbar c}\frac{1}{\varkappa^2}\frac{4\pi}{2}M^2 \approx 1.6 \qquad (4.12)$$

デアッテ、ソレホド小サクハナイ。ソレ故相互作用ハ今マデノ g ヲ用ヒテモヨ小サイトハ云ヘナイ。故ニ今マデノ g ノ決定法ハヤリ直シヲ要スルコトニナル。実際ノ g ニハモット大キクトラネバナラナイ。

次ニ、相互作用ガ大キイナラバ、固有場ノ形ハ(3.6)デ導入シタ二ツノパラメーター α 及ビ β ノ存在ニヨッテ、通常考ヘラレテキル形ト異ル筈デアル。通常ノ形 $e^{-\varkappa r}/r$ ハ $\alpha = \beta = 0$ ノトキニ実現スル。(3.37)ニヨルト $M = \frac{1}{2}$ ニ対シテ

$$\alpha = \frac{1}{\ell^2 M_3}\left(\frac{1}{2} - \frac{4}{3}\right) = -\frac{5}{6}\frac{1}{\ell^2 M_3}$$

$$\beta = \frac{-1}{\ell^2 M_3}\left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3}\right) = -\frac{11}{6}\frac{1}{\ell^2 M_3} \qquad (4.13)$$

デアリ、α モ β モ負デアル。負ノ α, β ガ(3.6)ノ分母ニ存在スル結果、固有場ハ $e^{-\varkappa r}/r$ ノ形ヲ有ッテキタトキヨリ更ニ小到達距離ノモノトナル。従ッテ、相互作用ガ強イナラバ、核力ノ到達距離

ハ $1/\varkappa$ ヨリ小デアル。

今マデハ中間子ノ質量ヲ200×電子質量トシテ $1/\varkappa \approx 1.9\times10^{-13}$ cm ヲ得テキタ。シカシ上ノ事情カラ核力ノ到達距離ハ中間子ノ質量ガ200デアッテモ 1.9×10^{-13} cm ヨリ小サクナルコトニナル。

Breit ハ陽子対陽子ノ散乱ノ実験ヲ分析シテ、陽子－陽子間ニ働ク力ノ到達距離ガ上ノ $1/\varkappa$ ノ値ヨリ実際ニ小ナイコトヲ示シタ。而シテモシコノ力ノポテンシャルヲ $e^{-\varkappa' r}/r$ ノ形デ表ハシテ実験結果ト合フヤウニスルト、$\varkappa'$ トシテ中間子ノ質量326ニ相当スル値ヲ得タ。中間子ノ質量ハ大体200ノ程度デアルト現在考ヘラレテキルカラ、コレハ、核力ノ到達距離ガ摂動論デ計算サレタ値ノ $\frac{2}{3}$ デアルベキコトヲ意味スル。

コノ事実ハ丁度上ノ理論的帰結ト一致シテキルヤウニ見エル。而シテ *Breit* ノ結論ヲ我々ノヤウニ相互作用ノ大キイコトノ結果トシテ説明スルコトガ許サレルトスレバ、コノ実験事実カラ α ヤ β ガ決定サレ、従ッテ ℓM_3 ガ決メラレル。

精密ナコトハ現在言ヘナイガ、コノ事実カラ α ハ大体 $\varkappa$ ノ程度ノ大サヲモツトミテヨカラウ。サウスルト、

$$\frac{1}{\ell^2 M_3} \approx \frac{1}{4\pi\ell^2 M} \approx \varkappa \qquad (4.14)$$

従ッテ、

$$V^2 \approx \frac{1}{4\pi}\left(\frac{M}{\varkappa}\right) \qquad (4.15)$$

一方、前ニノベタヤウニ散乱ノ小サイコトヲ説明スルノニ大体 $M \approx 10\varkappa$ トトッテヨサソウデアッタカラ、コレハ

$$V^2 \approx 5 \qquad (4.16)$$

ヲ与ヘル。コレカラ $g^2/\hbar c$ ヲ求メルト、再ビ $M \approx 10\varkappa$ ヲ用ヒテ

$$g^2/\hbar c \approx 0.3 \qquad (4.17)$$

コノ $g^2/\hbar c$ ハ今マデ用ヒラレタモノヨリカナリ大デアルガ、大キ

スギル心配ハナイダラウ。ナゼナラ、上ニノベタヤウニ今マデノ g ハ摂動論ノ誤差ノタメ過小デアツタシ、又実験結果カラ g ヲ決定スルニ当ツテ核力ノ到達距離ガ $1/\varkappa$ デアルトイフコトヲ仮定シテキルカラデアル。到達距離ガ $1/\varkappa$ ヨリ小サイナラバ、今マデノ計算ニヨツテモ、モット大キナ g ガ要求サレテヰタ筈デアル。

C.—— 同重体ノ存在

(4.14) ガ成立スルモノトスレバ (3.55) ヲ用ヒテ回転準位ノ間隔トシテ

$$\Delta E \approx \varkappa\left(n-\frac{1}{2}\right) \qquad (4.18)$$

ヲ得ル。従ツテ $n=\frac{3}{2}$ ノ状態ハ真ノ意味デ安定ニ存在シ得ルカモシレナイ。コノ状態ガ真ノ安定状態デナイニシテモ、コノ状態ニ対シテ (3.34) ニヨリ、

$$\alpha \approx \varkappa\left(\frac{3}{2}-\frac{4}{3}\right)=\frac{1}{6}\varkappa \qquad (4.19)$$

デアリ、コレハ $\varkappa$ ヨリ小デアルカラ、コノ状態カラハ"平均ニ於イテ"中間子ガモレ出ナイコトニナル。即チコノ同重体ハカナリ長イ寿命ヲ有ツテヰルデアラウ。

更ニ一般ニ

$$\alpha \sim \varkappa\left(n-\frac{4}{3}\right) \qquad (4.20)$$

デアルカラ $n=\frac{5}{2}$ ニ対シテモ α ハナホカナリ小サイ。即チコノ場合 $\alpha \approx \frac{7}{6}\varkappa \approx \varkappa$ デアル。ソレ故或ハコノ状態モ準安定状態トシテ存在スルカモシレナイ。

コノ種ノ状態ノ寿命ガドレ位アルカノ計算ヲドウヤルカハアイニク未ダ見当ガツカナイ。シカシ若シコレガ相当長ケレバ電荷2,3、或ハ-1、-2ノ核粒子ガ時ニハ見ツカツテヨイ筈デアル。

コノ種ノ同重体ノ存在ヲ示スモノト解釈出来ルヤウナウィルソン霧箱写真ガ二枚ダケ現在存在シテヰル。即チ Anderson ノトツタ第6図ノヤウナ写真デアル。第6図ノ(イ)ニアル濃イ飛跡ハソノ飛

程カラモシ陽子ナラ 1.5 MeV ノエネルギーヲ有ツ筈デアリ、モシ 1.5 MeV ノ陽子ナラ磁場ニヨル曲リノ半径ガ 20 cm デアル筈デアル。シカルニ実際ノ ρ ハコノ 1/3 デシカナイ。図ノ(ロ)ノ濃イ飛跡ハ $H\rho$ ヲ測ツテミルト $H\rho = 1.4\times10^5$ ガウスcm デアル。コレヲ陽子ノ飛跡ノ仮定シテコノ $H\rho$ ニ相当スルエネルギーヲ算出スルト 1 MeV トナル。1 MeV ノ陽子ナラバソノ飛程ハ 2 cm デアル筈デアルノニ実際ノ飛程ハ 5 cm ヲ超エテヰル。

ソコデ、コノ写真ニトレタ粒子ガ核粒子ノ同重体デアルトシテ説明ガツクカヲシラベテミル。即チコノ粒子ノ質量ハ大体核粒子ノ質量ト等シク、ソノ電荷ガ 2, 3, …… ト考ヘテミル。イマ例ヘバ(ロ)ノ飛跡ノ粒子ノ電荷ヲ Ze トスルト、$H\rho$ ハ粒子ノ運動量ニ比例シ Z ニ逆比例スル筈ダカラ、ソノ粒子ノエネルギーハ $Z^2\times1$ MeV デアル。次ニ質量ガ一定ノ場合ニハ、粒子ノ飛程ハ粒子ノエネルギーヲ與ヘタ場合ニソノ電荷ノ二乗ニ逆比例スル。ソレ故問題ノ粒子ノ飛程ハ

$$R=\frac{1}{Z^2}R_{陽子}(Z^2\times1\,\mathrm{MeV}) \qquad (4.21)$$

トナル。但シ $R_{陽子}(Z^2\times1\,\mathrm{MeV})$ トハ $Z^2\times1$ MeV ノ陽子ノ飛程デアル。

試ミニ $Z=2$ トオイテミルト $R_{陽子}(4\,\mathrm{MeV})=23$ cm デアルカラ $R=5.8$ cm ヲ得ル。コレハ丁度実験ノ $R>5$ cm ト合ツテヰル。

$Z=1$	2	3	4	5	6	7
$\rho=20\times1$	0.75	0.63	0.55	0.50	0.46	0.43 cm

第1表 —— 写真(イ)ノ飛程カラ種々ノ Z ヲ仮定シテ ρ ヲ計算シタモノ、$Z=1$ ト仮定スレバ 20 cm ヲ得ル 20/3 cm ヲ得ルニハ非常ニ大キナ Z ガ必要デアル。但コノ計算デ質量ハ Z ニ無関係ニ一定トシタ。

第6圖 (Anderson (イ)12圖 と (ロ)15圖)

飛程カラ陽子トスルト 1.5 MeV ノ筈、1.5 MeV ノ陽子トスルト $\rho = 20$ cm ノ筈、実際ノ $\rho = 20/3$ cm

(イ)

$H\rho = 1.4 \times 10^5$ gauss cm.

コノ $H\rho$ カラ陽子ナラ 1 MeV トナル。サウスルト飛程ハ陽子ナラ 2 cm、実際ノ飛程ハ 5 cm 以上。

(ロ)

同様ナコトヲ(イ)ノ方ニ行フト非常ニ大キナZガ必要デアル。第1表参照。ダカラコノ方ハ(ロ)ノ方ホドウマク説明サレナイ。カヤウニ同重体ノ存在ハマダアマリ確カトハ言ヒ得ナイ。負ノ荷

電ノ同重体ラシイモノハ未ダ一ツモ見出サレテヰナイ。シカシ負ノ同重体ハ今マデノヤウニZノ大キイ物質ヲ原核内ニモチコンデヰタノデハ、電気的ナクーロン力デ原子核ニ吸引サレテシマフカラ、外部ニ現レテ観察サレルコトガムツカシイコトニナル。

最後ニ、モシ同重体ガホントニ存在スルナラバ、原子核ニモヤハリ中間子ノ運動状態ノ異ッタイクツカノ励起状態ガ存在シ得ルワケデアル。コレハ分子ニ所謂電子準位ガ存在シテヰルヤウニ、原子核ニ中間子準位ガ存在スルトイフコトヲ意味スル。多分コノ準位ハ 10^6 eV 程度ノ励起エネルギーノアタリニ多カレ少カレ存在スルデアラウカラ、コノ程度ノエネルギーノモノガ外部カラ入射スレバ中間子準位ノ励起ガ起ルデアラウ。コノ状態ハ不安定デアラウカラ、中間子ノ放出ガ後ニ続クデアラウシ或ハ分子ノ場合ノ Franck-Condon ノ原理ニ相当シタ原理ニヨッテ原子核ハ熱セラレタリ、或ハ解離ガ後続シテ起ルデアラウ。コレガ光ニヨッテ起ル場合ニハ多分双極子的相互作用ニヨッテ過程ガ行ハレルデアラウカラ、通常ノ核光電効果ヨリモ確率ガ大キイコトモアリ得ル。而シテコレラノ事情ガ或ハ宇宙線硬成分ノ発生ノ問題ト関聯シテヰルノカモシレナイ。

参考文献

§ 1. W. Heisenberg: Z. Phys 113 (1939). 61
J. R. Oppenheimer & J. Schwinger : Phys. Rev. 60 (1941) 150
T. Miyazima & S. Tomonaga: Sc. Pap. I.P.C.R 印刷中
§ 2. G. Wentzel : Helv. Phys. Acta 13 (1940). 269
J. R. Oppenheimer & J. Schwinger : 前掲
§ 3. S. Tomonaga: Sc. Pap. I.P.C.R. 39 (1941). 247
T. Miyazima & S. Tomonaga : 同上 40 (1942), 21
§4. Hoisington, Share and Breit,
Phys. Rev. 56 (1939), 884.
Anderson & Neddermeyer
Phys. Rev. 50 (1936) 263