Yukawa Hall Archival Library
Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University, Kyoto 606, Japan
E02122P12

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

Yukon の Field は Four Vector $(U, \vec{V})$ $(U^*, \vec{V}^*)$ 及 Scalar M M^* で describe されるものとする。之等に次の様な Fourier 展開を行って置く。

$$U = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_\sigma a_\sigma e^{i \vec{k}_\sigma \vec{x}},$$

$$\vec{V} = \vec{V}_t + \vec{V}_l,$$

$$\vec{V}_t = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_\lambda q_\lambda \vec{e}_\lambda e^{i \vec{k}_\lambda \vec{x}}, \qquad (\vec{e}_\lambda \vec{k}_\lambda) = 0$$

$$\vec{V}_l = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_\sigma q_\sigma \vec{n}_\sigma e^{i \vec{k}_\sigma \vec{x}}, \qquad \vec{n}_\sigma = \frac{\vec{k}_\sigma}{k_\sigma}$$

$$M = \frac{1}{\sqrt{V}} \sum_\sigma s_\sigma e^{i \vec{k}_\sigma \vec{x}}$$

etc.

Yukon 及重粒子より成る系全体の Hamiltonian H は

$$H = H_{sch.} + H_{Y.} + H'$$

$$H_{sch.} = \sum_i \left\{ \vec{\alpha}_i \vec{p}_i + \beta_i \left(\mu + \frac{1+\tau_3^{(i)}}{2} \delta \right) \right\}$$

$$\vec{p}_i = -i \hbar c \, \mathrm{grad}_i, \qquad \mu = M_{Proton} c^2$$

$$\delta = (M_{Neutron} - M_{Proton}) c^2$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

$$H_Y = \sum_\lambda (p_\lambda^* p_\lambda + E_\lambda^2 q_\lambda^* q_\lambda) + \sum_\sigma (p_\sigma^* p_\sigma + E_\sigma^2 q_\sigma^* q_\sigma)$$
$$- \sum_\sigma (b_\sigma^* b_\sigma + E_\sigma^2 a_\sigma^* a_\sigma) + \sum_\sigma (r_\sigma^* r_\sigma + E_\sigma^2 s_\sigma^* s_\sigma)$$

$$i\,[p_\lambda, q_\mu] = \delta_{\lambda\mu}$$
$$i\,[p_\sigma, q_{\sigma'}] = \delta_{\sigma\sigma'}$$
etc.

$$E_\lambda = \sqrt{\hbar^2 c^2 k_\lambda^2 + \mu_Y^2} \qquad \mu_Y = M_{Yukon}\, c^2$$
$$E_\sigma = \sqrt{\hbar^2 c^2 k_\sigma^2 + \mu_Y^2}$$

$$H' = g \sum_i \left\{ \vec{\alpha}_i \vec{V}^*(\vec{x}_i) - U^*(\vec{x}_i) - \beta_i \frac{\delta}{\mu_Y} M^*(\vec{x}_i) \right\} Q_i^*$$
$$+ g \sum_i \left\{ \vec{\alpha}_i \vec{V}(\vec{x}_i) - U(\vec{x}_i) - \beta_i \frac{\delta}{\mu_{Y_1}} M(\vec{x}_i) \right\} Q_i$$

$$Q_i^* = \frac{\tau_1^{(i)} + i\tau_2^{(i)}}{2}, \qquad Q_i = \frac{\tau_1^{(i)} - i\tau_2^{(i)}}{2}$$

上の Hamiltonian を用ひて

$$\dot{q}_\lambda = \frac{i}{\hbar}[H, q_\lambda] = \frac{1}{\hbar} p_\lambda^*$$ (ℏは Dirac の ℏ)

$$\dot{q}_\sigma = \frac{i}{\hbar}[H, q_\sigma] = \frac{1}{\hbar} p_\sigma^*$$
$$\dot{a}_\sigma = \frac{i}{\hbar}[H, a_\sigma] = -\frac{1}{\hbar} b_\sigma^*$$
$$\dot{s}_\sigma = \frac{i}{\hbar}[H, s_\sigma] = \frac{1}{\hbar} r_\sigma^*$$
etc.

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 3

更に

$$\ddot{q}_\sigma = -\frac{E_\sigma^2}{\hbar^2} q_\sigma - \frac{g}{\hbar^2}\sum_i Q_i^* (\vec{\alpha}_i \vec{n}_\sigma) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$

$$\ddot{a}_\sigma = -\frac{E_\sigma^2}{\hbar^2} a_\sigma - \frac{g}{\hbar^2}\sum_i Q_i^* \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$

$$\ddot{s}_\sigma = -\frac{E_\sigma^2}{\hbar^2} s_\sigma + \frac{g}{\hbar^2}\frac{\delta}{\mu_\Upsilon}\sum_i Q_i^* \beta_i \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$

$$\dddot{a}_\sigma = -\frac{E_\sigma^2}{\hbar^2} \dot{a}_\sigma + \frac{g}{\hbar^3}(i\hbar c)\sum_i (\vec{\alpha}_i \vec{k}_\sigma) Q_i^* \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$
$$- \frac{g}{\hbar^3}(i\delta)\sum_i Q_i^* \beta_i \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$
$$+ \frac{g}{\hbar^3}\, i \sum_i \tau_3^{(i)} \{(\vec{\alpha}_i \vec{V}(\vec{x}_i)) - U(\vec{x}_i)\} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$

これ等より

$$\left(\frac{d^2}{dt^2} + \frac{E_\sigma^2}{\hbar^2}\right)\left(\frac{1}{c}\dot{a}_\sigma + i k_\sigma q_\sigma + i\lambda s_\sigma\right)$$
$$= i\frac{g}{\hbar^3 c}\sum_i \tau_3^{(i)} \{(\vec{\alpha}_i \vec{V}(\vec{x}_i)) - U(\vec{x}_i)\} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i}$$

$$\left(\lambda = \frac{\mu_\Upsilon}{\hbar c}\right)$$

以上では Q_i^* と Q_i は互に commute しないとして計算したが 若し此を Charge を 1つ減す或は増す Operator と解釈すると 上の式の右辺は消える.（勿論そう考へる時には H^* の中の β_i にかかってゐる項は適当に書き直す必要がある.）

右辺の消えた場合には 次の様な Nebenbedingung を置くことが可能になる.

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$$b_\sigma^* = i\hbar c k_\sigma q_\sigma + i\mu_\gamma s_\sigma \tag{1}$$

$$i\hbar c k_\sigma p_\sigma^* + i\mu_\gamma r_\sigma^* = E_\sigma^2 a_\sigma + g\sum_i Q_i^* \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i} \tag{2}$$

$$b_\sigma = -i\hbar c k_\sigma q_\sigma^* - i\mu_\gamma s_\sigma^* \tag{3}$$

$$i\hbar c k_\sigma p_\sigma + i\mu_\gamma r_\sigma = -E_\sigma^2 a_\sigma^* - g\sum_i Q_i \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\vec{k}_\sigma \vec{x}_i} \tag{4}$$

(2) (4) は (1) (3) を t で微分して得られた式である。これらの式が互に commute することは容易に分る。(若し Scalar M, M^* を導入しないと commute しない)

之らの Nebenbedingung より H_γ 及 H' 中の U, U^* に関る部分を消去することが出来る。

即ち

$$\sum_\sigma b_\sigma^* b_\sigma = \sum_\sigma \left\{ (\hbar c k_\sigma)^2 q_\sigma^* q_\sigma + \hbar c k_\sigma \mu_\gamma (q_\sigma^* s_\sigma + q_\sigma s_\sigma^*) + \mu_\gamma^2 s_\sigma^* s_\sigma \right\}$$

$$-\sum_\sigma \left\{ E_\sigma^2 a_\sigma^* a_\sigma + \sum_i g Q_i^* U^*(\vec{x}_i) + \sum_i g Q_i U(\vec{x}_i) \right\}$$

$$= g^2 \sum_\sigma \sum_i \sum_j Q_i^* Q_j \frac{1}{V} e^{i\vec{k}_\sigma(\vec{x}_j - \vec{x}_i)} \frac{1}{E_\sigma^2} -$$

$$-\frac{1}{E_\sigma^2}(\hbar c k_\sigma p_\sigma^* + \mu_\gamma r_\sigma^*)(\hbar c k_\sigma p_\sigma + \mu_\gamma r_\sigma)$$

この第二式の右辺の第一項から static interaction を得る。

$$g = \frac{g_{=}}{\sqrt{4\pi}\,\hbar c}$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

Yukon の Field が Scalar のみで describe されるとして
種々な Process を計算した結果.

1.) Yukon の中性子(free)による散乱 (Compton Effect)

エネルギー E_0 の Yukon が来て静止した中性子で θ,ϕ の方向 $d\Omega$ の間に散乱される確率 $d\Phi$ は θ,ϕ の方向に散乱された Yukon のエネルギーを E とすると ($E_0, E \gg M_{Neutron}c^2$)

$$d\Phi = \frac{1}{4\mu^2}\left(\frac{g}{\sqrt{4\pi}\hbar c}\right)^4 \left(\frac{E}{E_0}\right)^2 \left\{\left(1+2\frac{\mu}{E_0}\right)^2 + \frac{E}{E_0}\right\} d\Omega$$

$$\mu = M_{Neutron}c^2.$$

で与へられる. 角に就き積分して

$$\Phi = \frac{\pi (g/\sqrt{4\pi}\hbar c)^4}{\mu^2}\left[\frac{(2+\gamma)^2}{\gamma^2}\frac{1}{(1+2\gamma)} + \frac{(1+\gamma)}{(1+2\gamma)^2}\right]$$

$$\gamma = \frac{E_0}{\mu}$$

$$\frac{3.14 \times (4\times10^{-18})^2}{\cancel{(1.6\times10^{[illegible]})^2}\ (1.6\times10^{-3})^2} = \cancel{5\times10^{-20}} = 2\times10^{-29}\ \mathrm{cm}^2$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

2) Yukon により原子核中の中性子の遊離される確率 (Photoeffect)

E_0 ; Yukon のエネルギー, v ; Yukon の Velocity の大さ.
I : 中性子を原子核から遊離するに必要なエネルギー

$E_0 \ll \mu$, 出て行く中性子の速さ $\ll c$, 場合には
全横断面積 :—

$$\phi = 64\pi\left(\frac{\hbar c}{\mu_Y}\right)\frac{(g/\sqrt{4\pi}\hbar c)^2}{\mu_Y}\left(\frac{c}{v}\right)\left(\frac{\mu_Y}{E_0}\right)^2\left(\frac{I}{E_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{I}{E_0}\right)^{\frac{3}{2}}\left(1-\frac{4I}{E_0}\right)^2$$

$$\mu_Y = M_{Yukon}\,c^2$$

$$64\pi\left(\frac{\hbar c}{\mu_Y}\right)\frac{(g/\sqrt{4\pi}\hbar c)^2}{\mu_Y} \cong 0.75\times 10^{-26}\ \mathrm{cm}^2$$

Pb. $NZ = 3.32\times 82 = 2.72\times 10^{24}$
$\times 10^{22}$

$$\begin{array}{r} 3.32 \\ 82 \\ \hline 6.64 \\ 2656 \\ \hline 272.24 \end{array}$$

e^{-1} ; $d = \dfrac{\cancel{2.72\times 10}\ 1}{0.75\times 10^{-26}\times 2.72\times 10^{24}} = \cancel{}\ 50\ \mathrm{cm}$

$$\begin{array}{r} 2.72 \\ 0.75 \\ \hline 1360 \\ 1902 \\ \hline 2.00 \end{array}$$

$E_0 \cong 10^7\,eV$:
$\phi \cong 0.75\times 10^{-26}\times 2.2\times 10^2$
e^{-1} $d = \dfrac{50}{220} = 0.23\ \mathrm{cm}$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....
NO. ....

3. Like-Particle Force

$$K(r) = -\frac{4\pi^{\frac{5}{2}}(g/\sqrt{4\pi}\,\hbar c)^4}{\hbar c\, r}\left\{2K_0(2\lambda r) - \underset{\downarrow}{e^{-\lambda r}}\,K_0(\lambda r)\right\}$$

$$\frac{e^{-2\lambda r}}{r^{\frac{3}{2}}}$$

$z \gg$

$$K_0(z) \sim \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{\frac{1}{2}} e^{-z}\left[1 + O\left(\frac{1}{z}\right)\right]$$

4. Self-Energy of the heavy particle

$$W = \frac{1}{2\pi(\hbar c)}\left(\frac{g}{\sqrt{4\pi}\,\hbar c}\right)^2 \frac{1}{\mu}\int_0^\infty p\,dp$$

$$(\mu = M_{Proton} \times c^2)$$

5, Magnetic Moment of the ~~Prot~~ Heavy Particle

$$W \approx \frac{1}{2\pi(\hbar c)}\, g^2 \frac{R^2}{\mu} = \mu.$$

Prob. $\left(\frac{W}{E}\right)^2 \cong \frac{g^2}{2\pi\hbar c}$

mag. Moment $= \frac{g^2}{2\pi\hbar c}\,\frac{e\hbar}{4\pi \cancel{M_p c}\, M_Y c}$

$$\cong \frac{1}{4000}\,\frac{e\hbar}{2mc},$$

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所　湯川記念館史料室

$$K(r) = -\frac{g^4}{\hbar c} \frac{i H_0^{(1)}(2i\lambda r)}{r}$$

$$= -\frac{1}{\sqrt{\pi\lambda}} \frac{g^4}{\hbar c} \frac{e^{-2\lambda r} S_0(4\lambda r)}{\sqrt{r^3}}$$

$$S_0(x) = \sqrt{\frac{\pi}{2}x}\; e^{-x}\, i H_0^{(1)}(ix)$$

$$\sim 1 + O\left(\frac{1}{x}\right) \qquad x \gg 1$$

$$\frac{|K(r)|}{|J(r)|} = \frac{g^2}{\hbar c} \underbrace{e^{\lambda r}\, i H_0^{(1)}(2ia)}$$

0,2 for $\lambda r = 1$,
0,44 $\lambda r = 0,5$
1,23 $\lambda r = 0,1$