§1. Interaction of the U-field with the Light Particle.

Heavy particle と light particle が共に存在する場合に U-field の充す場方程式は III (36), (37) を一般化して次の如く書ける：

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{F}}{\partial t} - \mathrm{curl}\,\vec{G} - \kappa \vec{U} &= -4\pi g_1 \vec{M} - 4\pi g' \vec{M}' \\ \mathrm{div}\,\vec{F} + \kappa U_0 &= 4\pi g_1 M_0 + 4\pi g' M_0' \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \mathrm{grad}\,U_0 + \kappa \vec{F} &= 4\pi g_2 \vec{T} + 4\pi g' \vec{T}' \\ \mathrm{curl}\,\vec{U} - \kappa \vec{G} &= -4\pi g_2 \vec{S} - 4\pi g' \vec{S}' \end{aligned}\right\} \quad (2)$$

此處に $M_0, \vec{M}, \vec{S}, \vec{T}$ は III に於て与へた如く次の式である。

$$\left.\begin{aligned} M_0 &= \tilde{\Psi}\Psi \\ \vec{M} &= \tilde{\Psi}\rho_1^{(s)}\vec{\sigma}^{(s)}\Psi \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{S} &= \tilde{\Psi}\rho_3^{(s)}\vec{\sigma}^{(s)}\Psi \\ \vec{T} &= -\tilde{\Psi}\rho_2^{(s)}\vec{\sigma}^{(s)}\Psi \end{aligned}\right\} \quad (4)$$

之等の形の決定に際しては次の二つの要求を用いた。*

(i) Lorentz 変換に依り，$M_0, \vec{M}$ は Four Vector として，$\vec{T}, \vec{S}$ は six vector として変換される。

(ii) 之等は重粒子の陽子状態に於ける波動函数 $\Psi(\vec{r}, t)$ 及中性子状態に於ける波動函数の complex conjugate $\tilde{\Psi}(\vec{r}, t)$ を一次的に含む。

U-field と軽粒子の交互作用を表わす項 $M_0', \vec{M}', \vec{S}', \vec{T}'$ も

* $\rho^{(s)}, \sigma^{(s)}$ は重粒子に対する Dirac の matrix である。

若し重粒子の場合と同様の要求から決定すると次の如くなる筈である

$$M_0' = \tilde{\psi}\phi$$
$$\vec{M}' = \tilde{\psi}\rho_1\vec{\sigma}\phi$$
$$\vec{S}' = \tilde{\psi}\rho_3\vec{\sigma}\phi$$
$$\vec{T}' = -\tilde{\psi}\rho_2\vec{\sigma}\phi$$

此處に ψ は電子の，ϕ は中性微子の波動函数で $\vec{\rho}, \vec{\sigma}$ は軽粒子に対する Dirac の matrix である．所が，后で分る様に，斯様な Ansatz から出發して β-disintegration に対する matrix element を計算すると Fermi[(1)] が最初与えたものと全く同一のものしか得られない．実験的に決定された β-spectrum の形を正しく出す為には Konopinski-Uhlenbeck[(2)] 型の matrix element を得る様な Ansatz を選ぶ必要がある．それには (ii) の要求では狭まずぎるので U-field と軽粒子の交互作用を決定する際は次の二つの要求から出發する**

(i)′ Lorentz 変換に依り，$M_0', \vec{M}'$ は Four vector として，$\vec{T}', \vec{S}'$ は Six vector として変換される．

(ii)′ $M_0', \vec{M}', \vec{T}', \vec{S}'$ は軽粒子の電子状態に於ける波動函数の conjugate complex $\tilde{\psi}(\vec{r},t)$ 及中性微子(状態)の波動函数 $\phi(\vec{r},t)$ 或は其微係数 $\frac{\partial\phi}{\partial t}$ 或は gradϕ を一次的に含む．

(1) E. Fermi, ZS. f. Phys. 88, 161, (1934)
(2) Konopinski & Uhlenbeck, Phys. Rev. 48, 7 (1935)

** Fierz (Helv. Phys. 10, 123 (1937)) が指摘した様に一般に斯る Ansatz に対しては軽粒子が Fermi-Dirac 統計に従ふ様な量子化を不可能ならしめぬ形である事を要求すべきである．此要求の満足されてゐる事は后に分る．

此等の要求を充す最も一般のAnsatzは次の如くなる：

$$\left.\begin{aligned} M_0' &= \tilde{\psi}\left\{ \lambda_1 - i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc}\rho_2\vec{\sigma}\,\mathrm{grad} + i\lambda_3\frac{\hbar}{mc^2}\rho_3\frac{\partial}{\partial t}\right\}\phi \\ \vec{M}' &= \tilde{\psi}\left\{ \lambda_1\rho_1\vec{\sigma} + i\lambda_2\frac{\hbar}{mc}\left(\rho_2\vec{\sigma}\frac{\partial}{c\partial t} + \rho_3\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right) - i\lambda_3\frac{\hbar}{mc}\rho_3\,\mathrm{grad}\right\}\phi \end{aligned}\right\} \quad (5)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{S}' &= \tilde{\psi}\left\{ \mu_1\rho_3\vec{\sigma} - i\mu_2\frac{\hbar}{mc}\rho_1\vec{\sigma}\times\mathrm{grad} + i\mu_3\frac{\hbar}{mc}\left(\vec{\sigma}\frac{\partial}{c\partial t} + \rho_1\,\mathrm{grad}\right)\right\}\phi \\ \vec{T}' &= \tilde{\psi}\left\{ -\mu_1\rho_2\vec{\sigma} - i\mu_2\frac{\hbar}{mc}\left(\rho_1\vec{\sigma}\frac{\partial}{c\partial t} + \mathrm{grad}\right) + i\mu_3\frac{\hbar}{mc}\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right\}\phi \end{aligned}\right\} \quad (6)$$

此處に $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ は dimensionless の常数で任意の値をとつてよい。之等は種々なAnsatzの組合せの割合を決めるもので β-spectrum の実験的結果と比較することによつてしか決定出来ない。(1)及(2)に於て U-field と重粒子の交互作用の大さを規定する常数としては g_1 及 g_2 の二つの常数を導入したのに対して、軽粒子のそれに対應する~~とは唯一つの~~常数としては g' 唯一ケのみしか考へなかつたのは (5)(6) の Ansatz の中に上記の任意常数を含んでゐるからである。

扨て、Field equation (1) 及 (2) は次の Lagrangian より導くことが出来る。

$$\bar{L}_U = \iiint L_U \, dv \qquad (7)$$

with

$$\begin{aligned} L_U = \frac{1}{4\pi}&\left(\tilde{F}F - \tilde{G}G + \tilde{U}_0U_0 - \tilde{U}U\right) \\ &+ \frac{g_1}{\kappa}\left(\tilde{U}M - \tilde{U}_0M_0 + U\tilde{M} - U_0\tilde{M}_0\right) \qquad (8) \\ &+ \frac{g'}{\kappa}\left(\tilde{U}M' - \tilde{U}_0M_0' + U\tilde{M}' - U_0\tilde{M}_0'\right) \end{aligned}$$

此處で $U, U_0, \tilde{U}, \tilde{U}_0$ は独立変数と見做し $F, G, \tilde{F}, \tilde{G}$ は (2) 式及

それと complex conjugate な式で定義されてゐるものと考へる。

U-Field 及重粒子及軽粒子より成る全体系に対する Lagrangian は次の如くかける：

$$\bar{L} = \iiint L\,dv = \iiint (L_U + L_S + L_l)\,dv \qquad (9)$$

with

$$L_S = \tilde{\Psi}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\,\vec{\alpha}^{(S)}\mathrm{grad} - \beta^{(S)}M_P c^2\right)\Psi + \tilde{\Phi}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\,\vec{\alpha}^{(S)}\mathrm{grad} - \beta^{(S)}M_N c^2\right)\Phi \qquad (10)$$

$$L_l = \tilde{\psi}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\,\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} - \beta m c^2\right)\psi + \tilde{\varphi}\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t} + i\hbar c\,\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} - \beta m c^2\right)\varphi \qquad (11)$$

之~~等~~を Hamiltonian に直すには 独立変数 $U_0, U, \tilde{U}_0, \tilde{U}, \Psi, \tilde{\Psi}, \Phi, \tilde{\Phi}, \psi, \tilde{\psi}, \varphi, \tilde{\varphi}$ に対する canonical conjugate variables を導入しなくてはならない。

$$\left.\begin{aligned}
U_0^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial U_0}{\partial t}} = 0\,, & \tilde{U}_0^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{U}_0}{\partial t}} = 0 \\
U_x^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial U_x}{\partial t}} = -\frac{1}{4\pi\kappa c}\tilde{F}_x\,, & \tilde{U}_x^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{U}_x}{\partial t}} = -\frac{1}{4\pi\kappa c}F_x \\
\Psi_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Psi_i}{\partial t}} = i\hbar\tilde{\Psi}_i\,, & \tilde{\Psi}_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{\Psi}_i}{\partial t}} = 0 \\
\Phi_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \Phi_i}{\partial t}} = i\hbar\tilde{\Phi}_i\,, & \tilde{\Phi}_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{\Phi}_i}{\partial t}} = 0 \\
\psi_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \psi_i}{\partial t}} = i\hbar\tilde{\psi}_i\,, & \tilde{\psi}_i^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{\psi}_i}{\partial t}} = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$$\left.\begin{aligned}
\phi^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \phi}{\partial t}} = i\hbar\tilde{\phi} + i\frac{g'}{\kappa}\frac{\hbar}{mc^2}\left[\lambda_2 \tilde{U}\cdot\tilde{\psi}\rho_2\sigma - \lambda_3 \tilde{U}_0\tilde{\psi}\rho_3 - \mu_2\tilde{F}\tilde{\psi}\rho_1\sigma - \mu_3\tilde{G}\tilde{\psi}\sigma\right] \\
\tilde{\phi}^{+} &= \frac{\partial L}{\partial \frac{\partial \tilde{\phi}}{\partial t}} = -i\frac{g'}{\kappa}\frac{\hbar}{mc^2}\left[\lambda_2\rho_2\sigma\psi\cdot U - \lambda_3\rho_3\psi U_0 - \mu_2\rho_1\sigma\psi\cdot F - \mu_3\sigma\psi\cdot G\right]
\end{aligned}\right\}$$

之等を用ひて普通の方法で Hamiltonian をつくる事が出来る

$$\overline{H} = \iiint H\,dv \qquad (13)$$

with

$$\begin{aligned}
H = {} & U^{+}\dot{U} + \tilde{U}^{+}\dot{\tilde{U}} + U_0^{+}\dot{U}_0 + \tilde{U}_0^{+}\dot{\tilde{U}}_0 + \Psi^{+}\dot{\Psi} + \Phi^{+}\dot{\Phi} \\
& + \tilde{\Psi}^{+}\dot{\tilde{\Psi}} + \tilde{\Phi}^{+}\dot{\tilde{\Phi}} + \psi^{+}\dot{\psi} + \phi^{+}\dot{\phi} + \tilde{\psi}^{+}\dot{\tilde{\psi}} + \tilde{\phi}^{+}\dot{\tilde{\phi}} - L
\end{aligned}$$

之を計算すると

$$H = H_s + H_l + H_U + H_g + H_{g'} + H_{g^2} + H_{gg'} + H_{g'^2} \qquad (14)$$

with

$$\begin{aligned}
H_s = {} & \tilde{\Psi}\left(-i\hbar c\vec{\alpha}^{(s)}\,\mathrm{grad} + \beta^{(s)}M_P c^2\right)\Psi \\
& + \tilde{\Phi}\left(-i\hbar c\vec{\alpha}^{(s)}\,\mathrm{grad} + \beta^{(s)}M_N c^2\right)\Phi
\end{aligned} \qquad (15)$$

$$\begin{aligned}
H_l = {} & \tilde{\psi}\left(-i\hbar c\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} + \beta mc^2\right)\psi \\
& + \tilde{\phi}\left(-i\hbar c\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} + \beta\mu c^2\right)\phi
\end{aligned} \qquad (16)$$

$$H_U = 4\pi\kappa^2c^2\,\tilde{U}^{+}U^{+} + 4\pi c^2\,\mathrm{div}\,\tilde{U}^{+}\cdot\mathrm{div}\,U^{+} + \frac{1}{4\pi\kappa^2}\,\mathrm{curl}\,\tilde{U}\cdot\mathrm{curl}\,U \qquad (17)$$

$$H_g = \frac{4\pi g_1 c}{\varkappa}\left(\mathrm{div}\, U^{+}\cdot M_0 + \mathrm{div}\,\tilde{U}^{+}\cdot\tilde{M}_0\right) - \frac{g_1}{\varkappa}\left(\tilde{U}M + U\tilde{M}\right)$$
$$+ \frac{g_2}{\varkappa^2}\left(\mathrm{curl}\, U\cdot\tilde{S} + \mathrm{curl}\,\tilde{U}\cdot S\right) + 4\pi g_2 c\left(U^{+}T + \tilde{U}^{+}\tilde{T}\right) \qquad (18)$$

$$H_{g'} = \frac{4\pi g' c}{\varkappa}\left(\mathrm{div}\, U^{+}\cdot M_0^{(1)} + \mathrm{div}\,\tilde{U}^{+}\tilde{M}_0^{(1)}\right) - \frac{g'}{\varkappa}\left(\tilde{U}M^{(1)} + U\tilde{M}^{(1)}\right)$$
$$+ \frac{g'}{\varkappa^2}\left(\mathrm{curl}\, U\cdot\tilde{S}^{(1)} + \mathrm{curl}\,\tilde{U}\cdot S^{(1)}\right) + 4\pi g' c\left(U^{+}T^{(1)} + \tilde{U}^{+}\tilde{T}^{(1)}\right) \qquad (19)$$

$$H_{g^2} = \frac{4\pi g_1^2}{\varkappa^2}\tilde{M}_0 M_0 + \frac{4\pi g_2^2}{\varkappa^2}\tilde{S}S \qquad (20)$$

$$H_{gg'} = \frac{4\pi g_1 g'}{\varkappa^2}\left(\tilde{M}_0 M_0^{(1)} + M_0\tilde{M}_0^{(1)}\right) + \frac{4\pi g_2 g'}{\varkappa^2}\left(\tilde{S}S^{(1)} + S\tilde{S}^{(1)}\right) \qquad (21)$$

$$H_{g'^2} = \frac{4\pi g'}{\varkappa^2}\left(\tilde{M}_0^{(1)}M_0^{(1)} + \tilde{S}^{(1)}S^{(1)} - \tilde{M}_0^{(2)}M_0^{(2)} - \tilde{S}^{(2)}S^{(2)}\right) \qquad (22)$$

此處に

$$\left.\begin{aligned}
M_0^{(1)} &= M_0' - M_0^{(2)}, & M_0^{(2)} &= i\lambda_3\frac{\hbar}{mc^2}\tilde{\psi}\rho_3\frac{\partial\phi}{\partial t}\\
\vec{M}^{(1)} &= \vec{M}' - \vec{M}^{(2)}, & \vec{M}^{(2)} &= i\lambda_2\frac{\hbar}{mc^2}\tilde{\psi}\rho_2\vec{\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial t}\\
\vec{S}^{(1)} &= S' - S^{(2)}, & \vec{S}^{(2)} &= i\mu_3\frac{\hbar}{mc^2}\tilde{\psi}\vec{\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial t}\\
\vec{T}^{(1)} &= T' - T^{(2)}, & \vec{T}^{(2)} &= -i\mu_2\frac{\hbar}{mc^2}\tilde{\psi}\rho_1\vec{\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial t}
\end{aligned}\right\} \quad (23)$$

此理論を量子化する際には次の如き困難な事情があらわれる.

(i) $H_{g/2}$ の中には $M_0^{(2)}, \tilde{M}_0^{(2)}, S^{(2)}, \tilde{S}^{(2)}$ なる量が在る. 之等は $\frac{\partial\Phi}{\partial t}$ 或は $\frac{\partial\tilde{\Phi}}{\partial t}$ なる factor を含んであるから 斯る様は canonical variables であらわして置かねばならない. 所がその様な手續を行なはんとすると Hamiltonian は分数式になる.

(ii) $\tilde{\Phi}, \tilde{\Theta}, \tilde{\psi}, \tilde{\phi}$ は $\Phi^+, \Theta^+, \psi^+, \phi^+$ 等と関係があるから独立変数として量子化する事は出来ない. $\tilde{\Phi}, \tilde{\Theta}, \tilde{\psi}$ と Φ^+, Θ^+, ψ^+ の関係は夫々 numerical factor を掛けただけであるから難点は起らないが, $\tilde{\phi}$ を他の canonical variables で表はす関係は (12) の終から二行目の式 即ち

$$i\hbar\tilde{\phi} = \phi^+ - i\frac{g'}{\kappa}\frac{\hbar}{mc^2}\left[\lambda_2\tilde{U}\cdot\tilde{\psi}\rho_2\sigma - \lambda_3\tilde{U}_0\tilde{\psi}\rho_3 - \mu_2\tilde{F}\tilde{\psi}\rho_1\sigma - \mu_3\tilde{G}\tilde{\psi}\sigma\right] \quad (24)$$

であるが, 之右辺の $\tilde{U}_0, \tilde{G}$ は勿論場方程式を用ひて canonical variable で表はして置かねばならない. 所が其らは夫々 $\tilde{M}_0', \tilde{S}'$ を含んで居る為 (i) と同様の難点に遭遇する.

併し乍ら, 此等の難点を回避するのは容易である. それには $M_0^{(2)}, \tilde{M}_0^{(2)}, S^{(2)}, \tilde{S}^{(2)}$ を零にする様に λ 或は μ を選べばよい. 即ち

$$\lambda_3 = \mu_3 = 0 \quad (25)$$

斯様にすると

$$\left.\begin{aligned}
M_0^{(1)} &= \tilde{\psi}\left\{\lambda_1 - i\lambda_2\frac{\hbar}{mc}\rho_2\vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\right\}\phi \\
\vec{M}^{(1)} &= \tilde{\psi}\left\{\lambda_1\rho_1\vec{\sigma} + i\lambda_2\frac{\hbar}{mc}\left(\rho_2\vec{\sigma}\frac{\partial}{c\partial t} + \rho_3\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right)\right\}\phi \\
\vec{S}^{(1)} &= \tilde{\psi}\left\{\mu_1\rho_3\vec{\sigma} - i\mu_2\frac{\hbar}{mc}\rho_1\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right\}\phi \\
\vec{T}^{(1)} &= \tilde{\psi}\left\{-\mu_1\rho_2\vec{\sigma} - i\mu_2\frac{\hbar}{mc}\left(\rho_1\vec{\sigma}\frac{\partial}{c\partial t} + \mathrm{grad}\right)\right\}\phi \\
M_0^{(2)} &= S^{(2)} = 0
\end{aligned}\right\} \quad (26)$$

斯様簡單化を行なつて置けば，理論の量子化は全く容易である．即ち $U, \tilde{U}, \Psi, \Phi, \psi, \phi$ を独立な Feldgröße と考へ，其と夫々の canonical conjugate な Feldgröße $U^+, \tilde{U}^+, \Psi^+, \Phi^+, \psi^+, \phi^+$ の間に普通の如く交換関係を設ければよい．所が $\Psi^+, \Phi^+, \psi^+, \phi^+$ の代りに (12) に従て定義された $\tilde{\Psi}, \tilde{\Phi}, \tilde{\psi}, \tilde{\phi}$ を用ひた方が便利であるから次の様な contact transformation を行なつて置く．***

$$\left.\begin{aligned} i\hbar\,\tilde{\Psi} &= \Psi^+ \\ i\hbar\,\tilde{\Phi} &= \Phi^+ \\ i\hbar\,\tilde{\psi} &= \psi^+ \\ i\hbar\,\tilde{\phi} &= \phi^+ - i\frac{g'}{\kappa}\frac{\hbar}{mc^2}\left[\lambda_2\,\tilde{U}\cdot\tilde{\psi}\rho_2\sigma + 4\pi\kappa c\mu_2\,U^+\cdot\tilde{\psi}\rho_1\sigma\right] \end{aligned}\right\} \quad (27)$$

V. R. を之等の変数の間で書いておくと次の如くなる：

$$\left.\begin{aligned} &U_x(\vec{r},t)\,U_x^+(\vec{r}',t) - U_x^+(\vec{r}',t)\,U_x(\vec{r},t) = i\hbar\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \\ &U_x(\vec{r},t)\,U_y^+(\vec{r}',t) - U_y^+(\vec{r}',t)\,U_x(\vec{r},t) = 0 \\ &U_x(\vec{r},t)\,\tilde{U}_x^+(\vec{r}',t) - \tilde{U}_x^+(\vec{r}',t)\,U_x(\vec{r},t) = 0 \quad \text{etc.} \end{aligned}\right\} \quad (28)$$

$$\left.\begin{aligned} &\Psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\Psi}^{(j)}(\vec{r}',t) + \tilde{\Psi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Psi^{(i)}(\vec{r},t) = \delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \\ &\Phi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t) + \tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Phi^{(i)}(\vec{r},t) = \delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \\ &\Psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\Psi^{(j)}(\vec{r}',t) + \Psi^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Psi^{(j)}(\vec{r},t) = 0 \\ &\Psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t) + \tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Psi^{(j)}(\vec{r},t) = 0 \\ &\Phi^{(i)}(\vec{r},t)\,\Phi^{(j)}(\vec{r}',t) + \Phi^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Phi^{(i)}(\vec{r},t) = 0 \\ &\qquad\text{etc.} \end{aligned}\right\} \quad (29)$$

*** (27) の最初の三つの式は全く trivial であるが最后の変換が可能である事は輕粒子の波動函数を (30) の如く Pauli の Ausschließungsprinzip に従て量子化しても矛盾の起らない事を示してゐる．(Fierz, 前出)

$$\left.\begin{aligned}
&\psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\psi}^{(j)}(\vec{r}',t) + \tilde{\psi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\psi^{(i)}(\vec{r},t) = \delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}')\\
&\phi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\phi}^{(j)}(\vec{r}',t) + \tilde{\phi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\phi^{(i)}(\vec{r},t) = \delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}')\\
&\psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\psi^{(j)}(\vec{r}',t) + \psi^{(j)}(\vec{r}',t)\,\psi^{(i)}(\vec{r},t) = 0\\
&\psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\phi^{(j)}(\vec{r}',t) + \phi^{(j)}(\vec{r}',t)\,\psi^{(i)}(\vec{r},t) = 0\\
&\phi^{(i)}(\vec{r},t)\,\phi^{(j)}(\vec{r}',t) + \phi^{(j)}(\vec{r}',t)\,\phi^{(i)}(\vec{r},t) = 0\\
&\qquad\qquad \text{etc.}
\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

其他はすべて commute するものと考へる.

従て軽粒子, 重粒子の共存する場合の U-field の理論の出發点は (14) — (22) で与へられた Hamiltonian と (26) の式並びに V. R. (27) — (30) である.

§2. Theory of β-disintegration

β-崩壊現象は Fermi[1] に從ふと原子核内で中性子が陽子に轉移する際，核の周囲に在る負勢力狀態の中性微子を正勢力狀態の電子に轉化せしめて，電子と反中性微子の對を創生し放出する過程と考へられる．§1 に於て展開した理論に依ると斯る過程は次の二つの交互作用の爲に起る．

(I) 重粒子と輕粒子の直接の交互作用 $H_{gg'}$

(II) 中性子が H_g の爲に陽子に轉移して U^- 粒子を virtual に放出し，其れを中性微子が $H_{g'}$ の爲に吸收して電子に變る二次の交互作用．

始めの狀態の中性子の勢力を W_N，后の狀態の陽子の勢力を W_P とし，負狀態 σ の中性微子の勢力（固有質量も含めて）を $-E_\sigma$，正勢力狀態 s に於ける電子の勢力を E_s とする．其等の夫々の波動函數を次の如くかく．

$$\left.\begin{aligned}
\Psi(\vec{r},t) &= u_n(\vec{r})\, e^{-i\frac{W_N}{\hbar}t} \\
\Phi(\vec{r},t) &= v_m(\vec{r})\, e^{-i\frac{W_P t}{\hbar}} \\
\phi(\vec{r},t) &= \phi_\sigma(\vec{r})\, e^{+\frac{iE_\sigma t}{\hbar}} \\
\psi(\vec{r},t) &= \psi_{\cancel{\sigma}\, s}(\vec{r})\, e^{-\frac{iE_s t}{\hbar}}
\end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

(I) の交互作用に依る轉移の matrix element は，直ちに分る様に，下の如くかける；

$$\begin{aligned}
H^{I}_{\beta^-} &= \frac{4\pi g_1 g'}{\varkappa^2}\int \tilde{M}_0(\vec{r})\, M_0^{(1)}(\vec{r})\, d\vec{r} \\
&\quad + \frac{4\pi g_2 g'}{\varkappa^2}\int \tilde{S}(\vec{r})\, S^{(1)}(\vec{r})\, d\vec{r}
\end{aligned} \qquad (32)$$

此處に

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{M}_0(\vec{r}) &= \tilde{v}_m(\vec{r})\, u_n(\vec{r}) \\
\tilde{S}(\vec{r}) &= \tilde{v}_m(\vec{r})\, \sigma^{(s)}\, u_n(\vec{r}) \\
M_0^{(1)}(\vec{r}) &= \tilde{\psi}_s(\vec{r}) \left\{ \lambda_1 - i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc}\, \rho_2\, \vec{\sigma}\cdot \mathrm{grad} \right\} \phi_\sigma(\vec{r}) \\
S^{(1)}(\vec{r}) &= \tilde{\psi}_s(\vec{r}) \left\{ \mu_1 \rho_3 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc}\, \rho_1\, \vec{\sigma} \times \mathrm{grad} \right\} \phi_\sigma(\vec{r})
\end{aligned}\right\} \quad (33)$$

$\tilde{S}(\vec{r})$の式には嚴密には$\sigma^{(s)}$の代りに$\rho_3^{(s)}\sigma^{(s)}$があらわれるのであるが重粒子の速度はおそいものと見做して$\rho_3^{(s)} \cong 1$においた。

次に(II)の過程による轉移行列$H^{II}_{\beta-}$を求めるにはH_g及$H_{g'}$を小さい攝動項として，普通やる樣に，攝動理論の第二次近似のmatrix elementを計算すればよい。併しI §3及§4に於て用ひた如く，電磁量子力學に於けるMøllerの方法と同一の計算法に從った方がより早く結果に到達する。それには先づ重粒子の轉移に對應するU-fieldを，場方程式を古典的に解く事により求めて，其の場の中で軽粒子の轉移行列を計算すればよい。即ち先づ$\tilde{U}$及U^+に對する二次の場方程式III (49)の右辺に(31)の波動函數を代入し，重粒子の運動勢力が其静止質量に比し小さい事を考慮すればIII (55)を導いたと全く同樣にして次の式を得る。

$$\left.\begin{aligned}
(\Delta - \omega^2)\, \tilde{U}(\vec{r}) &= 4\pi g_2\, \mathrm{curl}\, \tilde{S}(\vec{r}) \\
(\Delta - \omega^2)\, U^+(\vec{r}) &= -\frac{g_1}{\varkappa c}\, \mathrm{grad}\, \tilde{M}_0(\vec{r})
\end{aligned}\right\} \quad (34)$$

但し

$$\left.\begin{aligned}
\tilde{U}(\vec{r}, t) &= \tilde{U}(\vec{r})\, e^{-i\frac{\Delta E}{\hbar}t} \\
U^+(\vec{r}, t) &= U^+(\vec{r})\, e^{-i\frac{\Delta E\, t}{\hbar}} \\
\omega^2 &= \varkappa^2 - \left(\frac{\Delta E}{\hbar c}\right)^2 \\
\Delta E &= W_N - W_P
\end{aligned}\right\} \quad (35)$$

(34) は直ちに積分出来て $\vec{r_1}$ なる場所に於ける $\tilde{U}, U^+$ として次の式を得る：

$$\left.\begin{aligned} \tilde{U}(\vec{r_1}) &= -g_2 \,\mathrm{curl}_1 \int \frac{e^{-\omega r}}{r} \tilde{S}(\vec{r_2})\, d\vec{r_2} \\ U^+(\vec{r_1}) &= \frac{g_1}{4\pi\kappa c} \,\mathrm{grad}_1 \int \frac{e^{-\omega r}}{r} \tilde{M}_0(\vec{r_2})\, d\vec{r_2} \end{aligned}\right\} \quad (36)$$

但し

$$r = |\vec{r_1} - \vec{r_2}|$$

一方 U-field 内に於ける軽粒子の波動方程式は

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\psi = [H, \psi]$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}\phi = [H, \phi]$$

に依り得られ次の如くなる．

$$\left.\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial\psi}{\partial t} &= \{-i\hbar c\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} + \beta mc^2\}\psi + H'\phi \\ i\hbar \frac{\partial\phi}{\partial t} &= \{-i\hbar c\vec{\alpha}\,\mathrm{grad} + \beta \mu c^2\}\phi + H''\psi \end{aligned}\right\} \quad (37)$$

此處に

$$\begin{aligned} H' = &\frac{4\pi g' c}{\kappa} \,\mathrm{div}\, U^+ \left(\lambda_1 - i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_2 \vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\right) \\ &- \frac{g'}{\kappa} \tilde{U} \left(\lambda_1 \rho_1 \vec{\sigma} + i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_3 \vec{\sigma} \times \mathrm{grad}\right) \\ &+ \frac{g'}{\kappa^2} \,\mathrm{curl}\, \tilde{U} \left(\mu_1 \rho_3 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_1 \vec{\sigma} \times \mathrm{grad}\right) \\ &+ 4\pi g' c\, U^+ \left(-\mu_1 \rho_2 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc} \mathrm{grad}\right) \qquad (38) \\ &+ \frac{4\pi g'^2}{\kappa^2} \tilde{M}_0^{(1)} \left(\lambda_1 - i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_2 \vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\right) \\ &+ \frac{4\pi g'^2}{\kappa^2} \tilde{S}^{(1)} \left(\mu_1 \rho_3 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_1 \vec{\sigma} \times \mathrm{grad}\right) \\ &+ \frac{4\pi g_1 g'}{\kappa^2} \tilde{M}_0 \left(\lambda_1 - i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_2 \vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\right) \\ &+ \frac{4\pi g_2 g'}{\kappa^2} \tilde{S} \left(\mu_1 \rho_3 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_1 \vec{\sigma} \times \mathrm{grad}\right) \end{aligned}$$

(36)に得た $\tilde{U}$ 及 U^+ の値を (37)の H' に入れると容易に $H_{\beta^-}^{\mathrm{II}}$ を計算することが出来る．その結果は次の通りである．

$$H_{\beta^-}^{\mathrm{II}} = \frac{g_1 g'}{\varkappa^2}\iint \mathrm{div}_1\, \mathrm{grad}_1 \left(\frac{e^{-\omega r}}{r}\right) \tilde{M}_0(\vec{r}_2)\, M_0^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2$$
$$+ \frac{g_2 g'}{\varkappa}\iint \mathrm{curl}_1 \left(\frac{e^{-\omega r}}{r}\tilde{S}(\vec{r}_2)\right) M^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2$$
$$+ \frac{g_1 g'}{\varkappa}\iint \mathrm{grad}_1 \left(\frac{e^{-\omega r}}{r}\right)\tilde{M}_0(\vec{r}_2)\, T^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2 \qquad (39)$$
$$- \frac{g_2 g'}{\varkappa}\iint \mathrm{curl}_1\, \mathrm{curl}_1 \left(\frac{e^{-\omega r}}{r}\tilde{S}(\vec{r}_2)\right) S^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2$$

但し

$$\left.\begin{aligned} M^{(1)}(\vec{r}_1) &= \tilde{\psi}_s \left\{ \lambda_1 \rho_1 \vec{\sigma} + i\lambda_2 \frac{\hbar}{mc} \rho_3 \vec{\sigma}\times \mathrm{grad}\right\} \phi_0 \\ T^{(1)}(\vec{r}_1) &= \tilde{\psi}_s \left\{ -\mu_1 \rho_2 \vec{\sigma} - i\mu_2 \frac{\hbar}{mc}\, \mathrm{grad}\right\} \phi_0 \end{aligned}\right\} \quad (40)$$

所が

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{div}\ \mathrm{grad} &= \Delta \\ \mathrm{curl}\ \mathrm{curl} &= \mathrm{grad}\ \mathrm{div} - \Delta \\ \Delta\left(\frac{e^{-\omega r}}{r}\right) &= \omega^2 \frac{e^{-\omega r}}{r} - 4\pi\,\delta(\vec{r}) \end{aligned}\right\} \quad (41)$$

の関係を用ひ 更に partial integration を行なって ∇_1 の operation を后に移す．そうすると 次の如くなる．

$$H_{\beta^-} = H_{\beta^-}^{\mathrm{I}} + H_{\beta^-}^{\mathrm{II}}$$
$$= g_1 g' \iint \frac{e^{-\omega r}}{r}\tilde{M}_0(\vec{r}_2)\left\{\frac{\omega^2}{\varkappa^2} M_0^{(1)}(\vec{r}_1) - \frac{1}{\varkappa}\,\mathrm{div}\, T^{(1)}(\vec{r}_1)\right\} d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2$$
$$+ g_2 g' \iint \frac{e^{-\omega r}}{r}\tilde{S}(\vec{r}_2)\left\{\frac{\omega^2}{\varkappa^2} S^{(1)}(\vec{r}_1) + \frac{1}{\varkappa}\,\mathrm{curl}\, M^{(1)}(\vec{r}_1) - \frac{1}{\varkappa^2}\,\mathrm{grad}\ \mathrm{div}\, S^{(1)}(\vec{r}_1)\right\} d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2 \qquad (42)$$

所が普通の β-崩壊の際には

$$\Delta E \ll m_\nu c^2$$

であるから

$$\omega = \kappa$$

と置いてよい。又 $S^{(1)}, T^{(1)}, M^{(1)}$ 等に $\frac{\nabla}{\kappa}$ を operate した量は元の量に比し $\frac{\Delta E}{m_\nu c^2}$ の order になるから無視する事が出来る。そうすると (42) は簡単になり下の如くかける：

$$H_{\beta^-} = g_1 g' \iint \frac{e^{-\kappa r}}{r} \tilde{M}_0(\vec{r}_2) M_0^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2 + g_2 g' \iint \frac{e^{-\kappa r}}{r} \tilde{S}(\vec{r}_2) S^{(1)}(\vec{r}_1)\, d\vec{r}_1\, d\vec{r}_2 \quad (43)$$

$\tilde{M}_0, M_0^{(1)}, \tilde{S}, S^{(1)}$ は (33) にて与えられる。~~(43) 及 (33) を吾々の β 崩壊理論の出発点と見做すことが出来る~~。

所が κ は電子及中性微子の波数に比して遙かに大きいから、I §4 に行ふった如く (43) の積分の中の $\frac{e^{-\kappa r}}{r}$ は $\frac{4\pi}{\kappa^2}\delta(\vec{r})$ で置き換えて宜しい。斯様な近似を行ひ，$\tilde{M}_0, M_0^{(1)}, \tilde{S}, S^{(1)}$ に (33) の式を代入して，(43) をかき直すと次の如くなる：

$$\begin{aligned} H_{\beta^-} = {} & f_1 \iiint (\tilde{\Psi}_s \phi_\sigma)(\tilde{v}_m u_n)\, d\tau \\ & + f_2 \iiint (\tilde{\Psi}_s \rho_2 (\vec{\sigma}\vec{\eta}) \phi_\sigma)(\tilde{v}_m u_n)\, d\tau \\ & + f_3 \iiint (\tilde{\Psi}_s \rho_3 \vec{\sigma} \phi_\sigma)(\tilde{v}_m \vec{\sigma}^{(s)} u_n)\, d\tau \\ & + f_4 \iiint (\tilde{\Psi}_s \rho_1 [\vec{\sigma} \times \vec{\eta}] \phi_\sigma)(\tilde{v}_m \vec{\sigma}^{(s)} u_n)\, d\tau \end{aligned} \quad (44)$$

此處に

$$\vec{\eta} = -i\frac{\hbar}{mc}\,\mathrm{grad} \quad (45)$$

$$\left.\begin{aligned} f_1 &= \frac{4\pi g_1 g' \lambda_1}{\varkappa^2}, \quad f_2 = \frac{4\pi g_1 g' \lambda_2}{\varkappa^2} \\ f_3 &= \frac{4\pi g_2 g' \mu_1}{\varkappa^2}, \quad f_4 = \frac{4\pi g_2 g' \mu_2}{\varkappa^2} \end{aligned}\right\} \quad (46)$$

f_1, f_2, f_3, f_4 は Fermi の理論に現われる常數 g と同一の次元を有する常數である．(44) の matrix element を吾々の β-崩壊理論の出發点と見做す事が出來る．

f_1 の項は Fermi の最初与えた β崩壊の matrix element と全く同一の式であり，f_3 の項も亦 Fermi 型の勢力分布曲線を与える．f_2 及 f_4 の項が Konopinski-Uhlenbeck 型のものと見做されるもので，之等の項は次の点で彼等が最初に与えたものと異なる．即ち彼等の場合には最大の寄與をなす項は中性微子の時間に関する微係数を含んでゐたが，吾々の場合では空間に関する微係数のみが現われてゐる点である．この事は軽粒子の場の量子化が正当に行ふはれてゐる事と関聯してゐる．

(44) を出發点として，Fermi が行ったと全く同様の計算に依り，β-崩壊の確率及勢力分布曲線を理論的に勘定する事が出來る．原子核と電子の間の Coulomb Field を無視すると，上記の理論に依り，E と E+dE の間の勢力の電子が単位時間に放出される確率は次の式で与へられる；

$$\xcancel{\begin{aligned} P_{\beta^-}\,dE &= \frac{64\pi^4}{h^7 c^6} E\sqrt{E^2 - m^2c^4}\,(\Delta E - E)\sqrt{(\Delta E - E)^2 - \mu^2 c^4}\,dE \times \\ &\times \Bigg[\left(1 - \frac{m\mu c^4}{E\sqrt{(\Delta E - E)^2 - \mu^2 c^4}}\right)\left\{ K_1^* K_1 + (\vec{L}_1^* \vec{L}_1) \right\} + \\ &+ \left\{(\Delta E - E)^2 - \mu^2 c^4\right\}\left(1 + \frac{m\mu c^4}{E\sqrt{(\Delta E - E)^2 - \mu^2 c^4}}\right)\left\{ K_2^* K_2 + (\vec{L}_2^* \vec{L}_2) \right\} + \end{aligned}}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

$$P_{\beta^-}\,dE = \frac{64\pi^4}{h^7c^6}\,E\sqrt{E^2-m^2c^4}\,(\Delta E-E)\sqrt{(\Delta E-E)^2-\mu^2c^4}\;dE \times$$

$$\Big[\Big(1-\frac{m\mu c^4}{E(\Delta E-E)}\Big)\Big\{f_1^2\Big|\int\tilde{v}_m u_n\,d\tau\Big|^2+f_3^2\Big|\int\tilde{v}_m\sigma^{(s)}u_n\,d\tau\Big|^2\Big\}$$

$$+\frac{\{(\Delta E-E)^2-\mu^2c^4\}}{m^2c^4}\Big(1+\frac{m\mu c^4}{E(\Delta E-E)}\Big)\Big\{f_2^2\Big|\int\tilde{v}_m u_n\,d\tau\Big|^2+\frac{2}{3}f_4^2\Big|\int\tilde{v}_m\sigma^{(s)}u_n\,d\tau\Big|^2\Big\}$$

$$+\frac{\{(\Delta E-E)^2-\mu^2c^4\}}{E(\Delta E-E)}\Big\{i(f_1^*f_2-f_1f_2^*)\Big|\int\tilde{v}_m u_n\,d\tau\Big|^2+\frac{2i(f_4^*f_3-f_4f_3^*)}{3}\Big|\int\tilde{v}_m\sigma^{(s)}u_n\,d\tau\Big|^2\Big\}\Big]$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

勢力をすべて mc^2 の単位で測る事にし

$$E_s = \varepsilon mc^2$$
$$\Delta E = \varepsilon_0 mc^2$$
$$E_\sigma = \Delta E - E_s = (\varepsilon_0 - \varepsilon) mc^2$$
$$\mu c^2 = \zeta mc^2$$

とかくと，吾々の理論から得られる最も一般の β スペクトルの形は次の式で示される；

$$\left\{ A + B(\varepsilon_0-\varepsilon)^2 + C\frac{\varepsilon_0-\varepsilon}{\varepsilon} - (\zeta A + \zeta^3 B + \zeta^2 C)\frac{1}{\varepsilon(\varepsilon_0-\varepsilon)} \right\} \varepsilon\sqrt{\varepsilon^2-1}\,(\varepsilon_0-\varepsilon)\sqrt{(\varepsilon_0-\varepsilon)^2-\zeta^2}$$

こゝに A, B, C は電子の勢力や中性微子の質量には independent な常数であり次の如くかける；

$$A = a_1 \left|\int \tilde{v}_m u_n d\tau\right|^2 + a_2 \left|\int \tilde{v}_m \sigma^{(s)} u_n d\tau\right|^2$$
$$B = b_1 \left|\int \tilde{v}_m u_n d\tau\right|^2 + b_2 \left|\int \tilde{v}_m \sigma^{(s)} u_n d\tau\right|^2$$
$$C = c_1 \left|\int \tilde{v}_m u_n d\tau\right|^2 + c_2 \left|\int \tilde{v}_m \sigma^{(s)} u_n d\tau\right|^2$$

$a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ は任意常数で実験との比較に依り決定されるものであるが之等は次の條件を充さねばならない．

$$\cancel{A_1+\zeta^2 B_1,\ A_2+\zeta^2 B_2}$$

$$a_1+\zeta^2 b_1,\ a_2+\zeta^2 b_2,\ b_1,\ b_2,\ > 0$$
$$|c_1 - \zeta b_1| \leqq \sqrt{b_1(a_1+\zeta^2 b_1)}$$
$$|c_2 - \zeta b_2| \leqq \tfrac{2}{3}\sqrt{b_2(a_2+\zeta^2 b_2)}$$

上の理論の如く交互作用の Ansatz 中に軽粒子の波動函数の時間に関する微係数が存在する場合には量子化の際非常に困難な事態の生ずる事は既に Konopinski-Uhlenbeck の理論に対して Fierz[15] が指摘した通りである. 所が β崩壊の起る確率は非常に小さいから吾々は, Fierz の行った如く, g' を無限小の量の如く考へて g'^2 はすべて無視出来る様な近似の下に量子化を遂行する. 斯様にすると交互作用の中に現はれる時間に関する微分はすべて波動方程式を用ひて空間に関する微分に書直して差支ないから量子化に際して特別の困難があらはれて来なくなる. 又此場合には (27) 及 (28) の各式の第二項と第三項は全く equivalent になるから何れか一方のみを取ればよい.
従て $\lambda_3 = \mu_3 = 0$ とすると之等の式は次の如くかける: —

$$\left.\begin{aligned} M_0' &= \tilde{\psi}\{\lambda_1 - i\lambda_2 \tfrac{\hbar}{mc} \rho_2 \vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\}\phi \\ \vec{M}' &= \tilde{\psi}\{(\lambda_1 + i\lambda_2\zeta)\rho_1\vec{\sigma} - \lambda_2 \tfrac{\hbar}{mc}\rho_3\,\mathrm{grad}\}\phi \end{aligned}\right\} \quad (33)$$

$$\left.\begin{aligned} \vec{S}' &= \tilde{\psi}\{\mu_1 \rho_3 \vec{\sigma} - i\mu_2 \tfrac{\hbar}{mc} \rho_1 \vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\}\phi \\ \vec{T}' &= \tilde{\psi}\{-(\mu_1 - i\mu_2\zeta)\rho_2\vec{\sigma} + \mu_2 \tfrac{\hbar}{mc}\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\}\phi \end{aligned}\right\} \quad (34)$$

但し $\zeta = \mu/m$

U_0, U etc., Ψ, etc., ψ etc. の canonical variable は次の式で定義出来る: —

$$\left.\begin{aligned} & U_0^+ = \tilde{U}_0^+ = 0, \quad U_x^+ = -\tfrac{1}{4\pi\kappa c}\tilde{F}_x, \text{ etc.} \quad \tilde{U}_x^+ = -\tfrac{1}{4\pi\kappa c}F_x, \text{ etc} \\ & \Psi^+ = i\hbar\tilde{\Psi}, \quad \Phi^+ = i\hbar\Phi, \quad \tilde{\Psi}^+ = \tilde{\Phi}^+ = 0 \\ & \psi^+ = i\hbar\tilde{\psi} \quad \phi^+ = i\hbar\tilde{\phi}, \quad \tilde{\psi}^+ = \tilde{\phi}^+ = 0 \end{aligned}\right\} \quad (35)$$

15) Fierz, Helv. Phys. 10, 123, 284, 1937

従て，全体系に対する Hamilton 函数は次の形をとる：

$$\overline{H} = \iiint H\, dv \tag{36}$$

with

$$\begin{aligned} H &= \vec{U}^{+}\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + U_0^{+}\frac{\partial U_0}{\partial t} + \Psi^{+}\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \Phi^{+}\frac{\partial \Phi}{\partial t} \\ &\quad + \psi^{+}\frac{\partial \psi}{\partial t} + \phi^{+}\frac{\partial \phi}{\partial t} + \text{comp. conj.} - L \\ &= H_s + H_L + H_U + H_g + H_{g'} + H_{g^2} + H_{gg'} \end{aligned} \tag{37}$$

$$\begin{aligned} H_s &= \tilde{\Psi}(-i\hbar c\, \rho_1 \vec{\sigma}\, \text{grad} + \rho_3 M_P c^2)\Psi \\ &\quad + \tilde{\Phi}(-i\hbar c\, \rho_1 \vec{\sigma}\, \text{grad} + \rho_3 M_N c^2)\Phi \end{aligned} \tag{38}$$

$$\begin{aligned} H_L &= \tilde{\psi}(-i\hbar c\, \rho_1 \vec{\sigma}\, \text{grad} + \rho_3 m c^2)\psi \\ &\quad + \tilde{\phi}(-i\hbar c\, \rho_1 \vec{\sigma}\, \text{grad} + \rho_3 \mu c^2)\phi \end{aligned} \tag{39}$$

$$\begin{aligned} H_U &= 4\pi\kappa^2 c^2\, \tilde{U}^{+} U^{+} + 4\pi c^2\, \text{div}\, \tilde{U}^{+}\, \text{div}\, U^{+} + \\ &\quad + \frac{1}{4\pi}\tilde{U}U + \frac{1}{4\pi\kappa^2}\text{curl}\, \tilde{U}\, \text{curl}\, U \end{aligned} \tag{40}$$

$$\begin{aligned} H_g &= \frac{4\pi g_1 c}{\kappa}\text{div}\, U^{+}\cdot M_0 - \frac{g_1}{\kappa}\tilde{U}M + \frac{g_2}{\kappa}\text{curl}\, U\cdot S \\ &\quad + 4\pi g_2 c\, U^{+} T + \text{comp. conj.} \end{aligned} \tag{41}$$

$$\begin{aligned} H_{g'} &= \frac{4\pi g' c}{\kappa}\text{div}\, U^{+}\cdot M_0' - \frac{g'}{\kappa}\tilde{U}M' + \frac{g'}{\kappa}\text{curl}\, U\cdot S' \\ &\quad + 4\pi g' c\, U^{+} T' + \text{comp. conj.} \end{aligned} \tag{42}$$

$$H_{g^2} = \frac{4\pi g_1^2}{\kappa^2}\tilde{M}_0 M_0 + \frac{4\pi g_2^2}{\kappa^2}\tilde{S}S \tag{43}$$

$$H_{gg'} = \frac{4\pi g_1 g'}{\kappa^2}\tilde{M}_0 M_0' + \frac{4\pi g_2 g'}{\kappa^2}\tilde{S}S' \tag{44}$$

扨て, 上の general scheme の量子化を行ふには普通やる様に canonical variables の間に次の様な交換関係を設置すればよい.

$$\left.\begin{aligned} &U_x(\vec{r},t)\,U_x^+(\vec{r}',t)-U_x^+(\vec{r}',t)\,U_x(\vec{r},t)=i\hbar\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \\ &U_x(\vec{r},t)\,U_y^+(\vec{r}',t)-U_y^+(\vec{r}',t)\,U_x(\vec{r},t)=0 \\ &\qquad\text{etc.} \end{aligned}\right\}\quad(45)$$

$$\left.\begin{aligned} &\Psi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\Psi}^{(j)}(\vec{r}',t)+\tilde{\Psi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Psi^{(i)}(\vec{r},t)=\delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \\ &\Phi^{(i)}(\vec{r},t)\,\tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t)+\tilde{\Phi}^{(j)}(\vec{r}',t)\,\Phi^{(i)}(\vec{r},t)=\delta_{ij}\,\delta(\vec{r},\vec{r}') \end{aligned}\right\}\quad(46)$$

(47)

他の変数の對はすべて commute するものとする. 此等の交換関係と Hamiltonian (37) から重粒子, 軽粒子並びに U 場に對するすべての基礎方程式を導くことが出来る.

§5. の訂正.

① (59)式；—

$$H' = \frac{4\pi g'}{\kappa}\left(c\,\mathrm{div}\,U^+ + \frac{g_1}{\kappa}\tilde{M}_0\right)\left(\lambda_1 - i\lambda_2\frac{\hbar}{mc}\rho_2\vec{\sigma}\,\mathrm{grad}\right)$$
$$- \frac{g'}{\kappa}\tilde{U}\left\{(\lambda_1 + i\lambda_2\zeta)\rho_1\vec{\sigma} - \lambda_2\frac{\hbar}{mc}\rho_3\,\mathrm{grad}\right\}$$
$$+ \frac{g'}{\kappa^2}\left(\mathrm{curl}\,\tilde{U} + 4\pi g_2\tilde{S}\right)\left(\mu_1\rho_3\vec{\sigma} - i\mu_2\frac{\hbar}{mc}\rho_1\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right)$$
$$+ 4\pi g'c\,U^+\left\{-(\mu_1 - i\mu_2\zeta)\rho_2\vec{\sigma} + \mu_2\frac{\hbar}{mc}\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right\}$$

② (61)式；—

$$M'(\vec{r}) = \tilde{\psi}_s\left\{(\lambda_1 + i\lambda_2\zeta)\rho_1\vec{\sigma} - \lambda_2\frac{\hbar}{mc}\rho_3\,\mathrm{grad}\right\}\phi_\sigma$$
$$T'(\vec{r}) = \tilde{\psi}_s\left\{-(\mu_1 - i\mu_2\zeta)\rho_2\vec{\sigma} + \mu_2\frac{\hbar}{mc}\vec{\sigma}\times\mathrm{grad}\right\}\phi_\sigma$$

③ (53)(54)(59)(60)(61)(63)(64)式中の　$M_0^{(1)}, M^{(1)}, S^{(1)}, T^{(1)}$ はすべて M_0', M', S', T' でおきかへる.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

§6 の訂正

(72)式：—

$$w = \frac{g'}{\hbar c}\frac{m_u c^2}{\hbar}\frac{m_u c^2}{E}\left\{\frac{2}{3}\left|\lambda_1 + i\frac{1-3}{2}\lambda_2 - i\frac{3u}{2}\mu_2\right|^2 + \frac{1}{3}\left|\mu_1 + i\frac{1-3}{2}\mu_2 - i\frac{3u}{2}\lambda_2\right|^2\right.$$

$$\boxed{w = \frac{g'}{4\hbar c}\frac{m_u c^2}{\hbar}\frac{m_u c^2}{E}\left(\frac{m_u}{m}\right)^2\left\{\frac{2}{3}|\mu|^2 + \frac{1}{3}|\lambda|^2\right\}}$$

$\lambda_2 = \mu_2 = 0$ の場合

$$w = \frac{g'}{\hbar c}\frac{m_u c^2}{\hbar}\frac{m_u c^2}{E}\left\{\frac{2}{3}|\lambda_1|^2 + \frac{1}{3}|\mu_1|^2\right\}$$

$\lambda_1 = \mu_1 = 0$, $\mu_2 = \lambda_2 = 1$ の場合

K.E	0	10^9	10^{10}	10^{11}	10^{12}	
τ	1.3×10^{-11}	1.3×10^{-10}	1.3×10^{-9}	1.3×10^{-8}		sec.
λ	—	4 cm	40	400	4000	cm