

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室
Yukawa Hall Archival Library
Research Institute for Fundamental Physics
Kyoto University, Kyoto 606, Japan

E 04130 P14

物質中に於る μ 粒子の発生及び消滅

空間全体を単位体積の立方体にとれば

$$H_{AB} = 2\pi i g e (\hbar c)^3 \frac{1}{E_{k'} \sqrt{E_R E_0}} \left\{ \frac{1}{Mc^2 - E - E_{k'}} + \frac{1}{E_0 - E_R - E_{k'}} \right\} \{u^\dagger \beta u_0\} (\vec{e}_\lambda, \vec{k} - \vec{k}')$$

となる。但し $E_0, E_R, E_{k'}, E$ はそれぞれ入射する光子、運動量 $\hbar\vec{k}$ をもつ Λ 粒子、運動量 $\hbar\vec{k}'$ をもつ Λ 粒子、運動量 $\hbar\vec{k}'$ をもつ陽子(或は中性子)のエネルギーを表はし、 Mc^2 は静止せる中性子(或は陽子)のエネルギーを表はす。又 u_0, u はそれぞれ静止せる中性子(或は陽子)、運動量 $\hbar\vec{k}'$ を有する陽子(或は中性子)の波動函数であつて β は Dirac のマトリックスである。尚 \vec{e}_λ は入射する光子の偏りの方向を示す単位 vector である。更に e は Λ 粒子の charge, g は e と同じ元をもつ Λ 粒子と陽子或は中性子との相互作用を定める常数である。

$|H_{AB}|^2$ を作り、光子の偏りの方向、中性子(或は陽子)のスピン方向で平均し、陽子(或は中性子)のスピン方向で和をとれば

$$\overline{|H_{AB}|^2} = \frac{1}{4} (ge)^2 (\hbar c)^6 (2\pi)^2 \frac{k^2 \sin^2 \theta}{E_R E_0 \{E_{k'}^2 - (E_0 - E_R)^2\}^2} \left\{ 1 + \frac{Mc^2}{E} \right\}$$

となる。こゝで θ は \vec{k}_0 と \vec{k} とのなす角である。

この式によつて、光子が中性子(或は陽子)に衝突して、 θ 方向の微小立体角 $d\Omega$ の中に Λ 粒子を放出する cross section とし

$$\begin{aligned} d\phi &= \frac{2\pi}{\hbar c} \overline{|H_{AB}|^2} \frac{\partial k}{\partial (E + E_R)} \frac{k^2}{(2\pi)^3} d\Omega \\ &= (ge)^2 (\hbar c)^3 \frac{k^4 (E + Mc^2) \sin^2 \theta}{E_0 \{E_{k'}^2 - (E_0 - E_R)^2\}^2 \{E_R (k - k_0 \cos \theta) + E_R\}} d\Omega \end{aligned}$$

を得る。

こゝで例へば $E_0 \sim Mc^2$ とおくと $d\phi$ は $1 - \cos \theta \gg \frac{1}{2} \left(\frac{m_\Lambda c^2}{E_0} \right)^2$ (但し m_Λ は Λ 粒子の静止質量) の領域に於ては

$$d\phi \doteq \frac{1}{2} (ge)^2 \frac{E_R^2}{E_0^4} \frac{1 + \cos \theta}{1 - \cos \theta} d\Omega$$

となり、 $1 - \cos \theta \ll \frac{1}{2} \left(\frac{m_\Lambda c^2}{E_0} \right)^2$ の領域に於ては

$$\phi: E_0 \sim 10^9 \text{ e.V.}$$

$$\phi \sim 10^{-29}$$

$$\underline{P_b} \quad Q \sim \phi \times (Z+N) \approx 2 \cdot 10^{-27}$$

$$\underline{\text{air. (N)}} \quad 1.4 \cdot 10^{-28}$$

$$\phi_{\text{pair}} \quad E_0 \sim 10^9 \text{ e.V.}$$

$$Q_{\text{pair}} \sim Z^2 \times 2 \cdot 10^{-32}$$

$$\underline{P_b} \quad 2 \cdot 10^{-28}$$

$$\underline{\text{air (N)}} \quad 10^{-30}$$

(6) Pauli Weisskopf. *loc. cit.* p. 729.

† $P_b (Z=82)$ に対し 約 10 倍, 空気に対しは更に大きくなる。

§ 物質中に於る Λ 粒子の発生

Λ 粒子が真空中に於て自然に消滅することは前の paper⁽¹⁾ に於て示した通りである。従つて Cosmic ray の中に Λ 粒子が含まれてゐるものとすれば、それ等は大気中で発生した二次的のものでなければならぬ。実際に実験結果も cosmic ray の所謂 hard component が二次的のものであることを示してゐるやうである。それ故高エネルギーをもつ γ 線或は電子が物質中で Λ 粒子を創る確率が実験結果を説明するに足るだけの大きさをもちねばならぬ。その内電子に依つて Λ 粒子の創られる確率は電子と Λ 粒子或は電子と陽子, 中性子との相互作用が小さいため γ 線に依つて創られる確率にくらべて遙かに小さいと想像される。 γ 線が核の Coulomb 場内で Λ 粒子の pair をつくり得ることは前の論文⁽³⁾ に述べたが、その他に次のやうな process に依つても Λ 粒子を創る可能性がある。即ち一個の光子と一個の中性子(或は陽子)が存在する状態が光子と Λ 粒子との相互作用及び Λ 粒子と中性子(或は陽子)との相互作用に依つて一個の Λ 粒子と一個の陽子(或は中性子)とが存在する状態へ遷移を起すことに依つて Λ 粒子が創成される process である。以下ではこのやうな遷移の起る確率を Λ 粒子に対する scalar の波動函数を用いて estimate し、その結果を前に述べた Λ 粒子の pair が創られる確率と比較して見よう。

さて Λ 粒子と中性子或は陽子との相互作用 H_g は前の paper⁽⁴⁾ に於て求めてある。又光子と Λ 粒子との相互作用 H_e としては Pauli 及び Weisskopf⁽⁵⁾ が求めたものをその儘用ひることが出来る。而して運動量 $\hbar \mathbf{k}_0$ をもつ光子と静止せる中性子(或は陽子)とが存在する状態 A より、運動量 $\hbar \mathbf{k}$ をもつ Λ 粒子と運動量 $\hbar \mathbf{k}'$ ($\mathbf{k}' = \mathbf{k}_0 - \mathbf{k}$) をもつ陽子(或は中性子)が存在する状態 B へ遷移が起る確率は

$$w = \frac{2\pi}{\hbar} |H_{AB}|^2$$

但し

$$H_{AB} = \sum_{Z, Z'} \left\{ \frac{(A|H_g|Z)(Z|H_e|B)}{E_A - E_Z} + \frac{(A|H_e|Z')(Z'|H_g|B)}{E_A - E_{Z'}} \right\}$$

で与へられる。こゝに Z, Z' は夫々許される中間状態を表はし、 $E_A, E_Z, E_{Z'}$ は夫々状態 A, Z, Z' のエネルギーを表はす。 H_g, H_e に夫々の表式を入れ

入射する μ 粒子のエネルギーを E_k ,
放出される γ 線のエネルギーを E_0

©2022 YHAL, YITP, Kyoto University
京都大学基礎物理学研究所 湯川記念館史料室

~~入射する μ 粒子のエネルギーを E_k~~ , 衝突後の陽子 (或は中性子) のエネルギーを E とし, 放出される γ 線の運動量を k_0 とすれば, 入射粒子の方向と θ の角を有する方向に微小立体角 $d\Omega$ の中に光子が放出されることに対する cross section は

$$d\phi = \frac{2\pi}{k\nu} |H_{AB}|^2 \frac{\partial k_0}{\partial(E+E_0)} \frac{k_0^2}{(2\pi)^3} d\Omega$$

となる。但し ν は入射する μ 粒子の速度であり, $|H_{AB}|^2$ は前節に於て求めたものをそのまま用ひればよい。^{*} 而して μ 粒子が消滅して, γ 線を放出する total cross section は, 前節と同様の計算により, $E_k \sim Mc^2$ のエネルギーに対して

$$\phi \doteq 8\pi(g_e)^2 \frac{1}{E_k^2} \log \frac{2E_0}{m_{\mu}c^2}$$

を得る。 $E_k \gg Mc^2$ に対しては ϕ はやはり $\frac{1}{E_k}$ に比例して減少する。この process は物質中に於て μ 粒子が自然に消滅する確率よりも大きい時に, μ 粒子のエネルギー損失, 及び ~~光~~ 高エネルギーの γ 線の発生の確率を決定し, 従つて又物質中に於て μ 粒子が shower をつくる確率を決定する。

* 但し平均は ~~μ 粒子のスピン方向~~, 中性子 (或は陽子) のスピン方向により, γ 線の偏り, 陽子 (或は中性子) のスピン方向によつては和をとる。従つて $|H_{AB}|^2$ は前節のものに二倍になる。

$$d\phi_{II} \doteq 2(g_e)^2 \frac{1}{(m_{\mu}c^2)^4} \frac{E_R^6}{E_0^4} \sin^2\theta d\Omega$$

となる。order を求める目的には $1 - \cos\theta \geq \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\mu}c^2}{E_0}\right)^2$ で $d\phi_{II}$ が成立し、
 $1 - \cos\theta \leq \frac{1}{2} \left(\frac{m_{\mu}c^2}{E_0}\right)^2$ で $d\phi_{II}$ が成立するものと見做しても差支へない。さうすれば
 全有效断面積は $d\Omega$ で積分して

$$\phi \doteq 4\pi (g_e)^2 \frac{1}{E_0^2} \log \frac{2E_0}{m_{\mu}c^2}$$

となる。

又 $E_0 \gg M_{\mu}c^2$ に対しては同様にして

$$\phi \doteq \frac{\pi}{2} \frac{(g_e)^2}{M_{\mu}c^2} \frac{1}{E_0}$$

を得る。而してこれ等の cross section は一個の中性子或は一個の陽子
 に対するものであるから N 個の中性子及び Z 個の陽子をもつ核に対して
 は陰陽 μ 粒子の発生する cross section は上に求めたもの、 $(Z+N)$ 倍
 となる。

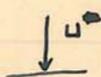
他方 γ 線による μ 粒子 pair の発生の確率はやはり Pauli Weiss-
 Ropf の計算した結果をそのまま用いることが出来、唯質量を μ 粒子に
 対するものに代へればよい。而して cross section の order は

$$Z^2 \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{e^2}{m_{\mu}c^2}\right)^2 \left\{ \frac{16}{9} \log \frac{2E_0}{m_{\mu}c^2} - \frac{104}{27} \right\} \left\{ \frac{28}{9} \log 183 \frac{m_{\mu}}{m} Z^{-\frac{1}{2}} - \frac{2}{27} \right\}$$

である。(6) 但し m は電子の質量である。この式と上に得た式とを比較すれば
 $E_0 \sim M_{\mu}c^2$ の程度のエネルギーに対しては上の式の値は下のもの、 $\frac{g^2}{e^2}$ 倍位大き
 くなり、 g^2 の値として前の論文に用いた値 ($10e^2$) を入れば pair creation による
 ものが遙かに小さいことが判る。† エネルギーが $M_{\mu}c^2$ より遙かに大きくなれば
 ϕ は $\frac{1}{E_0}$ に比例して減少するから、pair creation の確率の方が大きくなる。

§ 物質中に於る μ 粒子の消滅

上の逆の process として、 μ 粒子が中性子(或は陽子)に衝突して消滅し、 γ 線
 を放出する process も存在する。その確率は上と同様にして計算でき、



$$E_0 \sim 10^9 \text{ eV}$$

$$\phi: 2 \times 10^{-29}$$

Pb 1cm の Proton の数 2.5×10^{28}

\therefore Pb の μ^- の mean free path. $2 \times 10^4 \text{ cm}$.

~~$1.25 \times 10^5 \text{ cm}$~~

空間全体を単位体積の立方体と考へれば

$$H_{AB} = 2\pi i g e (\hbar c)^3 \frac{1}{E_{R'} \sqrt{E_R E_0}} \left\{ \frac{1}{Mc^2 - E - E_{R'}} + \frac{1}{E_0 - E_R - E_{R'}} \right\} (u^* \beta u_0) (\vec{e}_\lambda, \vec{k} - \vec{k}')$$

となる。但しこの式に於て $E_0, E_R, E_{R'}, E$ は夫々入射する光子, 運動量 \vec{k} を有する Λ 粒子, 運動量 \vec{k}' を有する Λ 粒子, 運動量 \vec{k}' を有する陽子 (或は中性子) のエネルギーを表はし, Mc^2 は静止せる中性子 (或は陽子) のエネルギーを表はす。又 u_0 は静止せる中性子 (或は陽子) の波動函数であり u^* は運動量 \vec{k}' を有する陽子 (或は中性子) の波動函数であつて, これ等には Dirac の波動函数を用ひる。尚 \vec{e}_λ は入射する光子の偏りの方向を示すベクトルである。 e は Λ 粒子の荷電であり, g は e と同じ元をもつ常数であつて Λ 粒子と陽子或は中性子との相互作用の大きさを定める数である。 $|H_{AB}|^2$ を作り, 光子の偏りの方向及び中性子 (或は陽子) のスピン方向で平均し, 陽子 (或は中性子) のスピン方向で和をとれば

$$|H_{AB}|^2 = \frac{1}{4} (g e)^2 (\hbar c)^6 (2\pi)^2 \frac{1}{E_R E_0} \frac{k^2 \sin^2 \theta}{\{E_{R'}^2 - (E_0 - E_R)^2\}^2} \left\{ 1 + \frac{Mc^2}{E} \right\}$$

となる。こゝで θ は \vec{k}_0 と \vec{k} とのなす角である。

この式より光子が中性子 (或は陽子) に衝突して, θ 方向の微小立体角 $d\Omega$ の中に Λ 粒子を放出することに対する cross section とし

$$d\phi = \frac{2\pi}{\hbar c} |H_{AB}|^2 \frac{\partial k}{\partial (E + E_R)} \frac{k^2}{(2\pi)^3} d\Omega$$

$$= g^2 e^2 (\hbar c)^3 \frac{k^4 \sin^2 \theta (E_0 + Mc^2)}{E_0 \{E_{R'}^2 - (E_0 - E_R)^2\}^2 \{E_R (k - k_0 \cos \theta) + E_R\}} d\Omega$$

を得る。

こゝで E_0 は宇宙線の問題に必要な大きさとして $E_0 \sim 10^9 \text{ e.V}$

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ e^{i(\vec{k}_0 - \vec{k} - \vec{p}) \cdot \vec{r}} \right\} \\ & \left\{ e^{-i(\vec{k}_0 - \vec{k} - \vec{p}) \cdot \vec{r}} \right\} \end{aligned} \right\}$$