核内電子に関する一考察

§1. 核の問題、特に核内電子に関する問題は　相対性量子力学の問題と密接な関係を持つてゐる。而して相対性量子力学を完成するためには、概念的にも、形式的にも　現在の ~~scheme~~ 量子力学を根本的に改変することが必要であると一般に想像されてゐる。~~然この~~場合に対しては多くの量を同時に測定する際の避くべからざる現代の量子力学に不正確さ ~~のみならず、個々の量を正確に測定する~~ する手段がありや否やが問題となるのであるが、相対性的な理論に対しては ~~が問題~~ といふことさへも問題とする。この点に関し、definiteな結論は得られてゐない。~~むしろ~~ かへつて むしろ 理~~論~~論の数学的な形式が完成することによつてのみ、この問題は解決されるであらうか。~~かくの如き~~ ~~dilemma は~~ 我々はこの dilemma ~~に対して~~、~~其の~~を逃れるのには、先づ今日の理論 ~~の全体~~ と実験の範囲内に於て内的矛盾を発見するといふ事になつてゐる。

~~核といふものは決して~~ 核とはいかなるものか、その構成要素は何々であるか。中性子は果して elementary なものか又は複合的なものか。核の中には電子はあるのかないのか、又此等の問が果して意味をもつてゐるのかどうか

而てこれ等の問に対し我々は definite な答を与へることは出来ない。我々は Kern からしてある場合には電子が ~~ある場合には~~ 陽子、中性子、α-粒子が出てくることを知つてゐる。~~丈である~~。併し
今只軽い元素に対しては ~~that~~ それが proton 及び neutron よりなると考へ ~~れば矛盾のないこととは~~ て isotope の scheme を説明しうることから見れば、核内にある電子の数は今迄考へてゐたよりも小数であらうことは考へられる。
Proton と Neutron との間に働く force としては ~~これは electro-magnetic~~ neutrino elementary なものであれば、な性質のものとは考へにくい。何故かといへば charge が 0 ならば、spin による magnetic moment, electric moment 等も 0 となるからである。
Neutron を composit なものとすると、~~それは全く~~ neutron の formation 時は quantum theory では ~~捕へ得ない~~ 全く理解出来ないことは Heisenberg の論じた通りで現象である。
Proton と Neutron とが共に elementary particles であつてしかも ~~Neutron がないならば~~ その間に interaction を考へ様とするならば、我々は ~~electron~~ charged particles が ~~el~~ radiation field を中介として

interactした結果。electronを中介として interact するのではないかと~~考へねばならぬ~~推測される。Heisenbergが前論文で述べた negative charge の Platzwechsel なるものを考へた。neutron を elementary particle と~~して negative~~ みるならば radiation と同じ意味に於て、electron が中介となって居ると考へねばならぬ。

~~radiation の場合に於て~~ neutronをelementary particle と考へるならば ~~proton~~ neutron が proton に change する場合に electronが出て来ると考へられる。(~~或は electron は初めから核内に存在するが~~ この場合 electron の number に変化が起る。これを quantised wave ψ でいへば ~~electron~~

$$n=\int\sum_{i=1}^{4}\psi_i^\dagger(x)\,\psi_i(x)\,dv$$

に変化が起る。~~之を~~ 従って $\psi,\psi^\dagger$ の満足すべき式は linear homogeneous ~~では無い~~ な selbstadjungiert な式ではない。

今 neutron, Proton に対する quantised wave を $\chi,\chi^\dagger$ とすると electron に対する式は ~~Th~~ quelle の項を含む

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}=H\psi(x)+A \qquad (1)$$

なる形であらう。但し A は $\chi,\chi^\dagger$ のみを含んだ~~関係した~~量である。

同様に、$$-i\hbar\frac{\partial\psi^\dagger}{\partial t}=\psi^\dagger H+A^\dagger \qquad (1)'$$

かゝる式は $A, A^\dagger$ が $\psi,\psi^\dagger$ を含まないとすると、klassisch なる Hamilton 函数から derive することが出来ない。

何故かといへば radiation の場合に反して electron は Fermi の統計に従ふ~~故、からである~~。

~~従ってならう~~ $$\psi_i^\dagger(x)\psi_k(x')+\psi_k(x')\psi_i^\dagger(x)=\delta_{ik}\delta(x,x') \quad \text{etc}$$

なる関係を満足せねばならぬからである。

所で electron が Fermi の統計に従ふ~~常に~~事の~~Vertauschungsrelation~~が wave equation と~~矛盾せぬ~~為めには ~~wave eq から~~

$$\frac{\partial}{\partial t}\{\psi_i^\dagger(x)\psi_k(x')+\psi_k(x')\psi_i^\dagger(x)\}=0$$

が満足されねばならぬ。これは (1) 及び (1') では $A, A^\dagger$ が $\psi,\psi^\dagger$ を含まぬければ満足されない。

∵ $$\psi_i^\dagger(x)A_k(x')+A_k(x')\psi_i^\dagger(x)+A_i^\dagger(x)\psi_k(x')+\psi_k(x')A_i^\dagger(x)\neq0,$$

30
39

そこで ~~$\Psi_i^\dagger(x), \Psi_k(x') \ldots \Psi_i^\dagger(x)$~~ $\psi^\dagger$ ψ に関する ~~任意の bilinear form は 任意の~~ product ~~は Ham~~ に対する equation of motion は Hamiltonian から derive されるとし、

$$\overline{H} = \int \{ \psi^\dagger H \psi + \psi^\dagger A + A^\dagger \psi \} dv$$

$$\psi \overline{H} - \overline{H} \psi$$

$$=$$

$$i\hbar(\psi \cancel{\psi} H_1 - H_1 \psi) + \psi \overline{H}_2 + \overline{H}_2 \psi$$

$$+i\hbar \dot{\psi}^\dagger = (\psi^\dagger \qquad) + \psi^\dagger \overline{H}_2 + \overline{H}_2 \psi^\dagger.$$

§2. Electron, Proton 及び Neutron に対する wave equation.

以上の考察の様に electron の number に変化がおこりうるとするならば これに対する wave eq. は radiation の場合から類推して

$$L_1\psi = \left\{\frac{W}{c}+\frac{e}{c}A_0+\rho_1\left(\sigma, p+\frac{e}{c}A\right)+\rho_3 mc\right\}\psi = \chi^\dagger\gamma\chi \qquad (1)$$

なる形となるであらう。

但し　$W = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$,　$p = -i\hbar\,\mathrm{grad}$

~~又~~　ψ は electron の wave function

χ, $\chi^\dagger$ は proton, neutron に対する wave function

$\chi^\dagger$ は その complex conjugate.

γ は ψ の四つの component に対応して四つの ~~component を持つ~~ matrix よりなる量.

又 ~~neutron~~ proton に対する wave equation は

$$\left\{\frac{W}{c}-\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A_0+\rho_1\left(\sigma, p-\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A\right)+\rho_3\left(\cancel{Mc}+\frac{1+\tau_3}{2}Mc+\frac{1-\tau_3}{2}M'c\right)\right.$$
$$\left.-\cancel{\chi^\dagger\gamma\chi}(\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\right\}\chi=0. \qquad (2)$$

or　$L_2\chi = (\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\chi$

~~となる~~。なる事になる。

但し　M, M' は夫々 Proton 及び Neutron の mass で、τ_3 の ~~固有値~~ は ±1 で +1 は proton に, -1 は neutron に対応してゐる。

(1)(2) の式は. ~~Lagrange function~~ Variation の Principle から得られる。即ち

$$\delta\int \bar{L}\,dt = \iiiint dv\,dt\left[\psi^\dagger L_1\psi + \chi^\dagger L_2\chi - \chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\chi\right] \qquad (3)$$

が $\psi, \psi^\dagger, \chi, \chi^\dagger$ の Variation に対して stationary であるといふ條件から得られる。

~~之からして~~ 扨て　ψ, χ に対する canonical conjugate は

$$\psi^* = \frac{\partial \bar{L}}{\partial\frac{\partial\psi}{\partial t}} = i\hbar\,\psi^\dagger \qquad \chi^* = \frac{\partial\bar{L}}{\partial\frac{\partial\chi}{\partial t}} = i\hbar\,\chi^\dagger$$

なるから、Hamilton 函数は

$$\bar{H} = \int\left(i\hbar\,\psi^\dagger\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)dv - \int\bar{L}\,dv \qquad (4)$$
$$= \int\psi^\dagger\left\{-\frac{e}{c}A_0-\rho_1\left(\sigma,p+\frac{e}{c}A\right)-\rho_3 mc\right\}\psi\,dv + \int\chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\chi\,dv$$
$$+\int\chi^\dagger\left\{\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A_0-\rho_1\left(\sigma,p-\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A\right)-\rho_3\left(\frac{1+\tau_3}{2}Mc+\frac{1-\tau_3}{2}M'c\right)\right\}\chi\,dv$$

となる。~~Poisson~~ ψ, χ 等に対する wave eq は [ ] をにて Poisson Bracket をあらはすと

$$i\hbar\dot{\psi} = [\psi, \overline{H}] \qquad etc$$

と~~して与えられ、之は分布~~なる。但し $\psi, \psi^*, \chi, \chi^*$ は

$$[\psi_i(r,t), \psi_j^*(r',t)] = i\hbar\delta_{ij}\,\delta(r, r') \qquad [\chi_k(r,t), \chi_l^*(r',t)] = i\hbar\delta_{kl}\,\delta(r, r')$$

etc　　　　etc

を満足せねばならぬ。従って

$$i\hbar[\psi_i(r,t), \psi_j^\dagger(r',t)] = \delta_{ij}\,\delta(r, r'), \quad i\hbar[\chi_k(r,t), \chi_l^\dagger(r',t)] = \delta_{kl}\,\delta(r, r')$$

かくして得られる式は夫々 (1)(2) と一致する。

以上は wave field を quantise しない場合であるが、これを quantise するときは ~~neut~~ Electron も Neutron, Proton も Fermi の統計を満足するから、V.R. は

$$\psi_i(r,t)\,\psi_j^\dagger(r',t) + \psi_j^\dagger(r',t)\,\psi_i(r,t) = \delta_{ij}\,\delta(r, r') \qquad (5)$$
$$\chi_k(r,t)\,\chi_l^\dagger(r',t) + \chi_l^\dagger(r',t)\,\chi_k(r,t) = \delta_{kl}\,\delta(r, r')$$

なる形をとる。

この場合の wave eq 等は

$$i\hbar\dot{\psi} = \psi\overline{H} - \overline{H}\psi \qquad etc$$

となる。$\chi, \chi^\dagger$ に関するものは (2) と一致するが $\psi, \psi^\dagger$ に関するものは $\overline{H}$ の中に $\psi, \psi^\dagger$ に関し linear な項があるため (1) と一致しない。即ち

$$\left\{\frac{W}{c} + \frac{e}{c}A_0 + \rho_1\left(\sigma, p + \frac{e}{c}A\right) + \rho_3 mc\right\}\psi = \psi\cdot\int\chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger + \gamma^\dagger\psi)\chi dv$$
$$- \int\chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger + \gamma^\dagger\psi)\chi dv\cdot\psi \qquad (6)$$

なる形となり、右辺は~~一点~~ 空間の凡ての点に於ける $\chi, \chi^\dagger$ の値に depend することになる。この点が Radiation の場合と根本的に違ってゐる。(1)と(6)といづれが正しいかといふに (1) の式は Hamiltonian から derive 出来ないから、(5)の V.R. と矛盾する。故にむしろ(6)をとらねばならぬ。しかし (5)の V.R. と wave eq とが矛盾せぬためには $\psi, \psi^\dagger$ の偶数個の積に対する eq. of motion が Hamiltonian から derive 出来ればよい。従って 必ずしも $\psi, \psi^\dagger$ が (6) の式を満たす必要はない。又(1)の如き形ではいけない。従って $\overline{H}$ は conserve するとは限らぬ。
実際の中に $\psi, \psi^\dagger$ の linear term を含むから

之れ Electron と Proton, の interaction を表はす項 の形は ~~を決定する~~ charge の conservation の law が満足されねばならぬといふ條件から定まる。 electron の charge に対する equation of continuity は成立しない。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger\psi) = (i\hbar)^{-1}\,\psi^\dagger\left[\left\{\frac{e}{c}A_0+\rho_1(\sigma,\mathfrak{p}+\frac{e}{c}A)+\rho_3 mc\right\}\psi \mp \chi^\dagger\gamma\chi\right]$$

$$+(i\hbar)^{-1}\left[\left\{\frac{e}{c}A_0+\rho_1(\sigma,\mathfrak{p}+\frac{e}{c}A)+\rho_3 mc\right\}\psi^\dagger - \chi^\dagger\gamma^\dagger\chi\right]\psi$$

$$= c\,\mathrm{div}(\psi^\dagger\rho_1\sigma\psi) + \frac{c}{i\hbar}\chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger-\gamma^\dagger\psi)\chi$$

or
$$-e\frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger\psi) + \mathrm{div}\{\psi^\dagger(ec\rho_1\sigma)\psi\} = -e\left(\frac{c}{i\hbar}\right)\cdot\chi^\dagger(\gamma\psi^\dagger-\gamma^\dagger\psi)\chi$$

同様に Proton の charge に対する equation of continuity も成立しない。

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\chi^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\chi\right) = \left(\frac{c}{-i\hbar}\right)\chi^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\left\{-\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A_0+\rho_1(\sigma,\mathfrak{p}+\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A)+\rho_3\left(\frac{1+\tau_3}{2}Mc+\frac{1-\tau_3}{2}M'c\right)\right.$$
$$\left.-(\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\right\}\chi$$

$$+\left(\frac{c}{i\hbar}\right)\left\{-\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A_0+\rho_1(\sigma,-\mathfrak{p}+\frac{e}{c}\frac{1+\tau_3}{2}A)+\rho_3(\quad)\right.$$
$$\left.-(\gamma\psi^\dagger+\gamma^\dagger\psi)\right\}\chi^\dagger\cdot\frac{1+\tau_3}{2}\chi$$

$$= c\,\mathrm{div}\left(\chi^\dagger\rho_1\sigma\frac{1+\tau_3}{2}\chi\right)$$
$$+\frac{c}{i\hbar}\chi^\dagger\left\{\left(\frac{1+\tau_3}{2}\gamma-\gamma\frac{1+\tau_3}{2}\right)\psi^\dagger\right.$$
$$\left.+\left(\frac{1+\tau_3}{2}\gamma^\dagger-\gamma^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\right)\psi\right\}\chi.$$

or
$$e\frac{\partial}{\partial t}\left(\chi^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\chi\right)+\mathrm{div}\left\{\chi^\dagger\left(ec\rho_1\sigma\frac{1+\tau_3}{2}\right)\chi\right\}$$
$$= e\frac{c}{i\hbar}\chi^\dagger\{\qquad\}\chi$$

~~従って~~ total charge が conserve するためには. ~~total cha~~ continuity の式

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(-e\psi^\dagger\psi+e\chi^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\chi\right)+\mathrm{div}\left\{\psi^\dagger(ec\rho_1\sigma)\psi+\chi^\dagger\left(-ec\rho_1\sigma\frac{1+\tau_3}{2}\right)\chi\right\} = 0 \qquad (7)$$

が成立せねばならぬ。従って γ は

$$\left.\begin{aligned}\gamma &= \frac{1+\tau_3}{2}\gamma-\gamma\frac{1+\tau_3}{2}\\ -\gamma^\dagger &= \frac{1+\tau_3}{2}\gamma^\dagger-\gamma^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

を満足させねばならぬ。

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

とおくと.

$$\left.\begin{aligned} \gamma &= \tfrac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2)\lambda \\ \gamma^\dagger &= \tfrac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2)\lambda^\dagger \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

$$\tfrac{1}{2}\{\tau_3(\tau_1 + i\tau_2) - (\tau_1 - i\tau_2)\tau_3\} = i\tau_2 + i(-i\tau_1) = \tau_1 + i\tau_2$$

なる形となる。但し $\lambda, \lambda^\dagger$ は τ's と commute する量である。

~~之は~~ electron との interaction ~~により~~ τ_3 を入れると ~~τ_3 は~~

$$X^\dagger \frac{1+\tau_3}{2} X \quad \text{或ひ} \quad X^\dagger \frac{1-\tau_3}{2} X$$

は constant でない。neutron から proton へ、proton から neutron への transition が起り得る。

§3. Lorentz Invariance

$$x'_\mu = a_{\mu\nu} x_\nu \qquad x' = Ax$$

$$\sum_\nu a_{\lambda\nu} a_{\mu\nu} = \delta_{\lambda\mu}.$$

$a_{0\nu}, a_{\nu 0}$: imag. $\nu \neq 0$

$a_{00}, a_{\mu\nu}, \mu,\nu \neq 0$: real.

$$(z' x' y' t') = \begin{pmatrix} a_{tt} & a_{tx} & a_{ty} & a_{tz} \\ a_{xt} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} (t\, x\, y\, z)$$

$$\sum_\nu a_{\lambda\mu} a_{\lambda\nu} = 0 \quad \text{for} \quad \mu \neq \nu$$

$$\sum_\lambda a_{\lambda t}^2 = \quad \text{for}$$

$$r'^2 - c^2 t'^2 = \Big\{\sum_{x,y,z} \{a_{\lambda x} a_{\lambda y} - c^2 a_{tx} a_{ty}\}\, xy + \cdots$$

$$p'_\mu = b_{\mu\nu} p_\nu$$

$$x'_\mu p'_\mu = a_{\mu\lambda} b_{\mu\kappa} x_\lambda p_\kappa$$

$$= \delta_{\lambda\kappa} x_\lambda p_\kappa.$$

Lorentz Invariance のみを問題としては之. Lagrange 下之 の Invariance.
次に V.-R. の Invariance を証明せねばならぬ。

$x'_\mu =$

§4. Interaction of ~~Elect~~ Protons and Neutrons.

$$\{-\frac{e}{c}A_0-\rho_1(\sigma, p+\frac{e}{c}A)-\rho_3 mc\}v_\mu=\frac{E_\mu}{c}v_\mu$$

E : constant

を満足する様な function の norm. orthogonal な complete set $\{v_\mu\}$ を考へ、v_μ に対する eigenvalue を E_μ ~~を eigenvalue に対する eigenfunction を v_μ~~ とする。し、

$$\psi=\sum_\mu b_\mu v_\mu \qquad \psi^\dagger=\sum_\mu b_\mu^\dagger \tilde{v}_\mu \qquad b_\mu^\dagger b_\mu=n_\mu$$

とおけば

$$b_\mu b_\nu^\dagger+b_\nu^\dagger b_\mu=\delta_{\mu\nu} \quad \text{etc.}$$

で

$$H=\sum_\mu E_\mu n_\mu+b_\mu^\dagger\int\chi^\dagger\gamma\tilde{v}_\mu\chi\,dv+b_\mu\int\chi^\dagger\gamma^\dagger v_\mu\chi\,dv$$

$$+\int\chi^\dagger\{\qquad\}\chi\,dv$$

$$i\hbar\dot{b}_\mu=E_\mu b_\mu+\sum_\nu(\delta_{\mu\nu}-2b_\nu^\dagger b_\mu)\int\chi^\dagger\gamma\tilde{v}_\nu\chi\,dv$$
$$-\sum_\nu 2b_\nu b_\mu\int\chi^\dagger\gamma^\dagger v_\nu\chi\,dv$$

$$=E_\mu b_\mu+\sum_\nu(\delta_{\mu\nu}-2b_\nu^\dagger b_\mu)V_\nu$$
$$-\sum 2b_\nu b_\mu V_\nu^\dagger$$

~~$i\hbar(n_1'n_2'\cdots|\dot{b}_\mu|n_1''n_2''\cdots)=$~~

$$b_\mu=\cancel{\sum b_\mu^{(k)}e^{-2\pi ikt}\,dk}\ \sum_\varepsilon b_\mu^{(\varepsilon)}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon$$

$$\int\varepsilon\, b_\mu^{(\varepsilon)}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon \qquad V_\nu=\int V_\nu^{(\varepsilon)}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon$$

$$V_\nu^\dagger=\int V_\nu^{\dagger(\varepsilon)}e^{\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon$$

$$=\int E_\mu b_\mu^{(\varepsilon)}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon+$$
$$+\int V_\mu^{(\varepsilon)}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t}d\varepsilon-2\sum_\nu\int b_\nu^{\dagger(\varepsilon')}e^{\frac{i}{\hbar}\varepsilon' t}d\varepsilon'\int b_\mu^{(\varepsilon'')}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon'' t}d\varepsilon''\int V_\nu^{(\varepsilon''')}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon''' t}d\varepsilon'''$$
$$-2\sum_\nu\int b_\nu^{(\varepsilon')}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon' t}d\varepsilon'\int b_\mu^{(\varepsilon'')}e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon'' t}d\varepsilon''\int V_\nu^{\dagger(\varepsilon''')}e^{\frac{i}{\hbar}\varepsilon''' t}d\varepsilon'''$$

$$(\varepsilon-E_\mu)b_\mu^{(\varepsilon)}=V_\mu^{(\varepsilon)}-2\sum_\nu\iint b_\nu^{\dagger(\varepsilon')}b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon'-\varepsilon'')}V_\nu^{(\varepsilon'')}d\varepsilon'd\varepsilon''$$
$$-2\sum_\nu\int b_\nu^{(\varepsilon')}b_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon'+\varepsilon'')}V_\nu^{\dagger(\varepsilon'')}d\varepsilon'd\varepsilon''$$

$$\iint \{ b_\mu^{(\varepsilon'')} b_\nu^{\dagger(\varepsilon')} + b_\nu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon'')} \} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon''-\varepsilon')t} d\varepsilon'' d\varepsilon' = \delta_{\mu\nu}.$$

$$\varepsilon'' - \varepsilon' = \varepsilon.$$

$$\int \{ b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} b_\nu^{\dagger(\varepsilon')} + b_\nu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} \} d\varepsilon' = \delta_{\mu\nu}\, \delta(\varepsilon)$$

同様にして

$$\iint \{ b_\mu^{(\varepsilon'')} b_\nu^{(\varepsilon')} + b_\nu^{(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon'')} \} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon''+\varepsilon')t} d\varepsilon'' d\varepsilon' = 0.$$

$$\varepsilon'' + \varepsilon' = \varepsilon.$$

$$\int \{ b_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon')} b_\nu^{(\varepsilon')} + b_\nu^{(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon')} \} d\varepsilon' = 0.$$

etc.

$$n_\mu = b_\mu^\dagger b_\mu = \iint b_\mu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon'')} e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon''-\varepsilon')t} d\varepsilon' d\varepsilon''$$

$$= \iint b_\mu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t} d\varepsilon' d\varepsilon.$$

$$= \int n_\mu^{(\varepsilon)} e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t} d\varepsilon$$

$$n_\mu^{(\varepsilon)} = \int b_\mu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} d\varepsilon'$$

$$\delta(\varepsilon) - n_\mu^{(\varepsilon)} = \int b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} b_\mu^{\dagger(\varepsilon')} d\varepsilon'$$

$$i\hbar \dot{n}_\mu = b_\mu^\dagger V_\mu - b_\mu V_\mu^\dagger.$$

$$i\hbar n_\mu^{(\varepsilon)} = \int b_\mu^{\dagger(\varepsilon')} V_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} d\varepsilon' - \int b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon')} V_\mu^{\dagger(\varepsilon')} d\varepsilon'$$

$$\int \{ b_\mu^{(\varepsilon')} V_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon')} - V_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon')} \} d\varepsilon' = 0 \quad \text{etc}$$

先 ~~$b_\mu^{(\varepsilon)}$ に関する式の~~ $V_\mu^{(\varepsilon)} = V_\mu^{(\varepsilon_0)}\delta(\varepsilon, \varepsilon_0) + V'^{(\varepsilon)}_\mu$

$b_\nu^{\dagger(\varepsilon_0)} b_\mu^{(\varepsilon)} \delta(\varepsilon, \varepsilon_0) V_\mu^{(\varepsilon_0)}$

$\delta(\varepsilon_0', \varepsilon_0) \quad \delta(\varepsilon + \varepsilon' - \varepsilon_0)$

とす. $V'^{(\varepsilon)}_\mu$ は小さいとすると

$$(\varepsilon - E_\mu) b_\mu^{(\varepsilon)} = V_\mu^{(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon, \varepsilon_0) + V'^{(\varepsilon)}_\mu - 2\sum_\nu \int b_\nu^{\dagger(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon+\varepsilon'-\varepsilon_0)} V_\mu^{(\varepsilon_0)} d\varepsilon'$$

$$-2\sum_\nu \int b_\nu^{(\varepsilon')} b_\mu^{(\varepsilon-\varepsilon'+\varepsilon_0)} V_\mu^{\dagger(\varepsilon_0)} d\varepsilon'$$

$$b_\nu^{(\varepsilon)} \quad b_\mu^{(\varepsilon)} \delta(\varepsilon, \varepsilon_0)$$

$$-2 \cdots$$

$V'^{(\varepsilon)}_\mu$ を neglect すると. $b_\mu^{(\varepsilon)}$ の大きいのは. $\varepsilon = \varepsilon_0$, $E_\mu \cong \varepsilon_0$ の附近までである. 故に右辺の第二項以下を neglect し. これを $n_\mu^{(\varepsilon)}$ に代入すると,

$$i\hbar n_\mu^{(\varepsilon)} = \int \frac{V_\mu^{\dagger(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon', \varepsilon_0) V_\mu^{(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon+\varepsilon', \varepsilon_0)}{\varepsilon' - E_\mu} d\varepsilon' - \int \frac{V_\mu^{(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon + \varepsilon') V_\mu^{\dagger(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon', \varepsilon_0)}{\varepsilon' - E_\mu} d\varepsilon'$$

$$= \cancel{\infty \text{ for } \varepsilon = 0.}$$

$$\frac{V_\mu^{\dagger(\varepsilon_0)} V_\mu^{(\varepsilon_0)} \cdot \delta(\varepsilon_0 + \varepsilon, \varepsilon_0)}{\varepsilon_0 - E_\mu} - \frac{V_\mu^{(\varepsilon_0)} V_\mu^{\dagger(\varepsilon_0)} \delta(\varepsilon_0 + \varepsilon, \varepsilon_0)}{\varepsilon_0 - E_\mu}$$

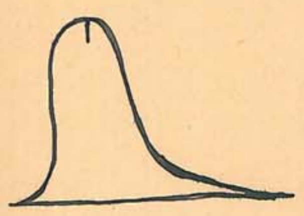
$n_\mu^{(\varepsilon)}$ ∞ for $\varepsilon_0 = 0$

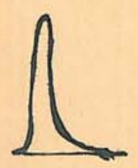
$\varepsilon_0 \cong E_\mu$ 以外では. n_μ は殆んど constant. $\varepsilon_0 \cong E_\mu$ では然らず.

~~$i\hbar n_\mu^{(\varepsilon)}$~~

$$n_\mu = \int n_\mu^{(\varepsilon)} e^{-\frac{i}{\hbar}\varepsilon t} d\varepsilon = \frac{V_\mu^{+(\varepsilon_0)} V^{(\varepsilon_0)}}{\varepsilon_0 - E_\mu}$$

所が $i\hbar n_\mu^{(\varepsilon)} = 0.$





Energysatz.

$\dot{\overline{H}} =$

ψ, ψ^+ に関して linear な量の time derivative が eindeutig に決まらぬ。

$\cancel{H\psi = \ldots}$

time derivative の mean を考へる。

$\overline{\overline{H}}$

$\cancel{H_1\psi - \psi}$

$$i\hbar\dot{\psi} = \psi\overline{H}_1 - \overline{H}_1\psi + \varepsilon\{\psi\overline{H}_2 + \overline{H}_2\psi\}$$

$$-1 \leq \varepsilon \leq 1.$$

$$\psi^+(x)\dot{\psi}(x') + \dot{\psi}^+(x)\psi(x)$$

$$= \psi^+(x)\{\psi(x')\overline{H}_1 - \overline{H}_1\psi(x') + \varepsilon(\psi\overline{H}_2 + \overline{H}_2\psi(x'))\}$$

$$+\{\psi^+(x)\overline{H}_1 - \overline{H}_1\psi^+(x) + \varepsilon'(\psi^+\overline{H}_2 + \overline{H}_2\psi^+)\}\psi(x')$$

$$= \psi^+(x)\psi(x')\overline{H}_1 - \overline{H}_1\psi^+(x)\psi(x')$$

$$+ \varepsilon\psi(x)\psi(x')\overline{H}_2 + \varepsilon'\overline{H}_2\psi^+(x)\psi(x') + (\varepsilon+\varepsilon')\psi^+(x)\overline{H}_2\psi(x')$$

$$\varepsilon = -\varepsilon', = 1,$$

$$= [\psi^+(x)\psi(x'), \overline{H}_1 + \varepsilon\overline{H}_2]$$

$$= \cancel{\psi^+(x)\psi(x')H_1}$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(AB) = i\hbar(\dot{A}B + A\dot{B})$$

$$= \{(A\overline{H}_1 - \overline{H}_1A)B + \varepsilon(A\overline{H}_2 + \overline{H}_2A)B\}$$

$$\{A(B\overline{H}_1 - \overline{H}_1B) + A\,\varepsilon'\,\cancel{(A\overline{H}_2+\overline{H}_2A)B}\ (B\overline{H}_2 + \overline{H}_2B)\}$$

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}(AB+BA) = [(AB+BA), \overline{H}_1]$$

$$+$$

$$\psi = \psi_0 + \int \chi(x) G(x, x') \chi(x') \, dv'$$

$$\psi^\dagger = \psi_0^\dagger + \int \chi^\dagger(x') G^\dagger(x, x') \chi(x') \, dv'$$

$$\frac{\overline{H}}{c} =$$