DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE April 4 1936
NO. 1

昭和十一年四月数物年会講演原稿

東京帝大にて

Hideki Yukawa, On the Theory of the Light Particle
(Proc. Phys.-Math. Soc. Japan 18, , 1936)

electron, positron 及び neutrino に関する理論は Dirac 以来，Fermi の β-ray の理論，Broglie 等の neutrino の photon theory 等によつて色々な方面に発展して来た。尚多くの欠点があり。殊に relativistic quantum theory の建設の問題と相俟って根本的な改革が要求されてゐる。

之に関聯して，light particle の理論に於ける infinity の問題は次の如き仮定によつて多少除去せられ Dirac, Heisenberg 等の positron の理論より多少の進歩が期待される。この方向に更に理論を発展さすことは今後の問題である。この仮定は又 neutrino の理論にも適用されるが，photon theory に関聯して又疑問が起る。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................

NO..................

i) Equivalence of Electron-Anti-Position, Position-Anti-electron, Neutrino-Anti-neutrino.

Positionの理論は最近 Dirac, Heisenberg 等によって完全な理論に対する第一近似が得られたかに見える。
又 neutrinoの photon theory も最近 Jordan, Kronig 等によって発展せしめられた。
これらの理論に形式的な統一を与へると同時に物理的な意味を明かにするために次の如き仮定を置く。
先最初に Electron, Position, Neutrino 等をおのおの particle 始めと与へ夫々その quantised wave function を

$$\left.\begin{array}{l} \psi_-(x^{*} k^{*}) \\ \psi_0(x\,k) \\ \psi_+(x\,k) \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} x \doteq (x, y, z, t) \\ k \doteq 1, 2, 3, 4 \end{array}$$

とする。之等は夫々 Dirac 型の式

$$\left.\begin{array}{l} \left\{\dfrac{E+eV}{c} + \alpha\left(\mathfrak{p} + \dfrac{e}{c}A\right) + \beta mc\right\}\psi_- = 0 \\ \cancel{\left\{\dfrac{E+eV}{c} + \alpha(\mathfrak{p}\right.} \\ \left\{E + \alpha\mathfrak{p} + \beta mc\right\}\psi_0 = 0 \\ \left\{\dfrac{E-eV}{c} + \alpha\left(\mathfrak{p} - \dfrac{e}{c}A\right) + \beta mc\right\}\psi_+ = 0 \end{array}\right\}$$

~~を満足~~

を満さねばならぬ。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................
NO..................

之等に対する complex conjugate operator を $\psi_-^\dagger, \psi_0^\dagger, \psi_+^\dagger$ とすると之等は夫々 ψ_+, ψ_0, ψ_- と同一の wave equation を満足せねばならぬ。
但し、α の element は凡て real, β の element は凡て imaginary であるような representation を取るとしての話。

例へば、 $\alpha_x = \rho_1\sigma_z \quad \alpha_y = \rho_1\sigma_x \quad \alpha_z = \rho_3$
$\beta = \rho_1\sigma_y$

即ち

$$\alpha_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \alpha_y = \begin{pmatrix} & & & 1 \\ & & 1 & \\ & 1 & & \\ 1 & & & \end{pmatrix}$$

$$\alpha_z = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} \quad \beta = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & i & 0 \\ 0 & -i & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

と取ればよい。
之は electron, neutrino, positron の穴 即ち anti-~~neutrino~~ele, anti-neutrino, ~~ele~~ anti-pos. は夫々 pos., neut., elec. と全く同様に振舞ふことを意味する。
もしも或る瞬間に

$$\psi_- = \psi_+^\dagger, \quad \psi_0 = \psi_0^\dagger, \quad \psi_+ = \psi_-^\dagger$$

$$\psi_i^{*(+)}$$

$$\psi_- = a_i^{(-)}\psi_i^{(-)} + a_i'^{(-)}\psi_i^{*(-)} = a_i^{(+)\dagger}\psi_i^{*(-)} + a_i'^{(+)\dagger}\psi_i^{(-)} = \psi_+^\dagger$$

$$\cancel{= \psi_+^\dagger = a\ \psi_i^-}$$

$$\cancel{\psi_+ = a_i^{(+)}\psi_i^{(+)}}$$

$$\therefore\ a_i^{(-)} = a_i^{(+)\dagger} \qquad a_i'^{(-)} = a_i'^{(+)\dagger}$$

† el. mg. field がない場合には electron 及び positron の neg. energy state が総て満されて居る時 charge density は

$$\frac{e}{2}\Big\{\sum_i\{N_i^{(+)}|\psi_i^{(*)}|^2 + (1-N_i^{(-)})|\psi_i^{(*)}|^2\}$$

$$-\sum_i\{N_i^{(-)}|\psi_i^{(*)}|^2 + (1-N_i^{(+)})|\psi_i^{(*)}|^2\}\Big\}$$

$$+\frac{e}{2}\{\text{non diagonal}\} = e\sum_i(N_i^{(+)} - N_i^{(-)})\cdot\epsilon\ \text{finite}$$

である。 + non diagonal term

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................

NO..................

な関係が成立つならば、それから後いつまでもこの関係は成立つ筈である。

これは、el. と anti-pos.、pos. と anti-el.、neut. と anti-neut. の equivalence を意味する。

~~このかはりに~~ これからは初めから neg. energy の el. pos. neut. を取除いておいたらよささうであるがそれは難しい。∵ el. mg. field が存在すると ~~el.~~ と pos. energy state と negative energy state の間の symmetry が失はれ、又両者の区別は field によってかはるからである。且 energy 大きさを指定してその pos. neg. 丈で区別しようとすることは必然的に rel. invariance を破壊することになる。

そのかはりに el. neut. pos の全ての state を保存し、そのかはりに ~~それが全部~~ 同じものを二度数へてゐることを考慮してあらゆる expression を 2 にわっておくことにする。

例へば、charge density は、先 (~~matrix~~)

$$\frac{e}{2}\sum_k\{\psi_+^\dagger(x\,k)\psi_+(x\,k)-\psi_-^\dagger(x\,k)\psi_-(x\,k)\}$$

で与へられるが、上の関係を採用すると

$$=\pm\frac{e}{2}\sum_k\{\psi_\pm^{*}(x\,k)\psi_-^\dagger(x\,k)\pm\psi_-^\dagger(x\,k)\psi_-^{*}(x\,k)\}$$

or

$$=\frac{e}{2}\sum\{\psi_+^\dagger(x\,k)\psi_+(x\,k)-\psi_+(x\,k)\psi_+^\dagger(x\,k)\}$$

となる。之は Dirac, Heisenberg 等の対称的な意味で

$$\{a_i^{(+)\dagger} a_j^{(+)} - a_{-j}^{(-)\dagger} a_{-i}^{(-)}\} e^{+\cdots} + \{a_{-i}^{(+)\dagger} a_{-j}^{(+)} - a_j^{(-)\dagger} a_i^{(-)}\} e^{-\cdots}$$

$$\{a_{-i}^{(-)} a_{-j}^{\dagger(-)} - a_{-j}^{(-)\dagger} a_{-i}\} e \quad + \quad \{a_i^{(-)\dagger} a_j^{(-)}\} e$$

$$\cancel{a_i^{(+)\dagger} a_j^{(+)} - a_i^{(-)\dagger} a_j^{(-)}} + a_{-i}^{(+)\dagger} a_{-j}^{(+)} - a_{-i}^{(-)\dagger} a_{-j}^{(-)}$$

$$(a_i^{(-)} a_j^{(-)\dagger} - a_i^{(-)\dagger} a_j^{(-)}) e^{+i\cdots} \quad a_i^{(-)} a_j^{\dagger(-)} - a_{-i}^{(-)\dagger} a_{-j}^{(-)}$$

$$\times (+a_{-i}^{(-)} a_j^{\dagger(-)} \pm a_i^{(-)\dagger} a_j^{(-)}) e$$

一つは $\frac{e}{2}\{\psi_+^\dagger(xk)\psi_+(x'k') - \psi_-^\dagger(xk)\psi_-(x'k')\}^*$

他は $\frac{e}{2}\{\psi_+^\dagger(xk)\psi_+(x'k') - \psi_-^\dagger(x'k')\psi_-(xk)\}^{**}$

である。

前者からは

$$\frac{e}{2}\{\psi_+(xk)\psi_-^\dagger(x'k') - \psi_-^\dagger(xk)\psi_-(x'k')\}^*$$

後者からは $\frac{e}{2}\{\psi_-(xk)\psi_-^\dagger(x'k') - \psi_-^\dagger(x'k')\psi_-(xk)\}^{**}$

が出て来る

Diracの仕方のように field を考えての方は neg. energy state が全て occupy されて、pos. energy state が全て empty の場合には light cone 上で、

$$(t^2-r^2)^{-2},\ (t^2-r^2),\ \log|t^2-r^2|$$

の如き singularity を有する。

(Diracの仕方は quantise しない場合で、上式の中 β diagonal な部分をとったことを意味する)

又、$\frac{e}{2}\{\psi_+^\dagger(x'k')\psi_+(x''k'') - \psi_-^\dagger(x'k')\psi_-(x''k'')\} = R(xk;x'k')$ は Dirac Heisenberg の場合の様に positron, electron ... 両方の wave equation を満足しない。即ち

$$\left\{\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right\} R = \frac{e^2}{2c}\left\{\psi_+^\dagger(x'k')\left(\cancel{\frac{V}{c} + \alpha}\right)(V+\alpha A)\psi_+(xk) + \psi_-^\dagger(x'k')(V+\alpha A)\psi_-(xk)\right\}$$

$$= \frac{e}{2c}(V+\alpha A) \cdot S \quad **$$

$i=j>0.$ $\quad - e^{+i(\cdot\cdot)}_{+(\cdot\cdot)} \cancel{+} e^{-(\cdot\cdot)}_{-(\cdot\cdot)} \neq 0.$

$i=j<0.$ $\quad - e^{+i(\cdot\cdot)} \quad - e^{-i(\cdot\cdot)}$

$i=j<0$

$i=j>0$ $\quad + e^{i(\cdot\cdot)} \cancel{+} e^{-i(\cdot\cdot)}$

$\parallel$

0 . ?

$-i \cdots$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

symmetrize した density matrix の (diagonal element の) −e 倍に他ならぬ.
~~non-diag~~ density matrix 自身を作ればこうつ方法がある.† Dirac, Heisenberg の matrix と一致するかは問題である. Diagonal element をとって k について sum up すれば いずれも同上 式は一致する.
しかし current density を作るには交番の方が都合がよい. 即ち,

$$\frac{e}{2}\,\alpha_{kk'}\{\psi_+^\dagger(xk)\,\psi_+(x'k') - \psi_-^\dagger(xk)\,\psi_-(x'k')\}$$

を作れば...

そこで交番の方の singularity を調べてみる.
field がない時には symmetry から云って 0 である. (Dirac の approximation において).
field があるとどうなるか.
その為に field はなくて, potential V, A だけが残れる場合を考えてみると. ψ_+, ψ_- はまた,

$$e^{\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda} \qquad e^{-\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda}$$

なる phase がかかる. 故に 上の ~~expres~~(*) は 0 でなくなる.
で $\overline{\psi}_+ = e^{-\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda}\psi_+ \qquad \overline{\psi}_- = e^{\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda}\,\psi_-$

の如きものを初めからとっておけば, 気付く $\overline{\psi}_+^\dagger = \psi_+^\dagger e^{\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda}$
$= \psi_- e^{\frac{ei}{\hbar c}\int A^\lambda dx_\lambda} = \overline{\psi}_-$, $\overline{\psi}_-^\dagger = \overline{\psi}_+$ となり,
(*) の代りに $\frac{e}{2}\{\overline{\psi}_+^\dagger(xk)\,\overline{\psi}_+(x'k') - \overline{\psi}_-^\dagger(xk)\,\overline{\psi}_-^\dagger(x'k')\}$

** 1から n

$$S\left\{\frac{E}{c}+\alpha p+\beta mc\right\} = R\,\frac{e}{c}(V+\alpha A)$$

$$\left\{\frac{E}{c}+\alpha p+\beta mc\right\}$$

$$\left(\frac{E}{c}+\alpha p+\beta mc\right)R\left(\frac{E}{c}+\alpha p+\beta mc\right) + \frac{e}{c}(V+\alpha A)R\,\frac{e}{c}(V+\alpha A)$$

$$=0$$

$$\boxed{S\left\{\begin{array}{l}\left\{i\alpha_0\frac{E}{c}+\alpha p+mc\right\}R = \frac{e}{c}(V+\alpha A)\beta S \\ \qquad = -\frac{e}{c}R\cdot\frac{e}{c}(V+\alpha A)\end{array}\right.}$$

$$E\left(\frac{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}+\frac{e^2}{r}}{c}\mp\alpha i\hbar\,\mathrm{grad}+\beta mc\right)\psi_- = 0$$

$$E\left(\frac{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-\frac{e^2}{r}}{c}-\alpha i\hbar\,\mathrm{grad}+\beta mc\right)\psi_+ = 0$$

$$+E\left(\frac{-i\hbar\frac{\partial}{\partial t}-\frac{e^2}{r}}{c}+\alpha i\hbar\,\mathrm{grad}\mp\beta mc\right)\psi_+^\dagger = 0$$

$$\left(\frac{-E+\frac{e^2}{r}}{c}\mp\alpha i\hbar\,\mathrm{grad}+\beta mc\right)\psi_+^\dagger = 0.$$

$$\psi_-(E) = \psi_+^\dagger(-E).$$

$$R = e^{i\vec{k}(\vec{x}-\vec{x}') - ik_0(t-t')}$$

electron 一つ.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

$R =$

Dirac の approximation に於て をとれば，実際 0 になる．

さて field のある時には，どうなるか； positive charge をもつ その一例として Coulomb field を考へると，electron の方は positive energy state に於て discrete spectrum がつけ加はる． positron の方は neg. energy state に ~~於ける discrete state はない，つまり electron の stationary state は同じものがない．しかして，$\psi_+^\dagger = \psi_-$ 等の関係のために，~~ electron, positron 双方の ~~neg. energy state は全部満され，pos. energy state が全部空いてゐる様な場合を minimum energy state として採用することは不可能である．~~

~~一方，然るに electron の neg. energy state 又一様であるのと異って~~，positron の方は neg. energy state に discrete level がある．
故に electron の ~~positive~~ neg. energy state が全部つまっていれば，positron の方は neg. energy state の discrete levels が ~~空いてゐる~~ 空いてゐることになる．
従ってつまって ~~これによる charge 及び current density の~~
かくの如き distribution が ground state にあるとはいへない．問題は Energy Operator を最小にする様な distrib. を求めることにある．

Hamiltonian は

$$H = \sum_k \int \psi_+^\dagger(xk)(H_+\psi_+)(xk) + \sum_k \int \psi_-^\dagger(xk)(H_-\psi_-)(xk)\, dx$$ と

field のないときは

$R = 0$.

あ~~此時~~つても $R \neq 0$ ~~解は~~ は一つの solution である。

○ R に関する Vertauschungsrelation.

$$\sum_{occ} \bar{\psi}_n(q')\psi_n(q'') + \sum_{un} \bar{\psi}_n(q')\psi_n(q')$$

$$\pm \Big\{ \sum_{occ} \psi_n(q')\bar{\psi}_n(q'') + \sum_{un} \psi_n(q'')\bar{\psi}_n(q') \Big\}$$

$$= \begin{cases} 2\delta(q'q'') \\ -\frac{2i}{\hbar^2}\frac{\alpha_s x_s}{r^4} + \cdots \end{cases}$$

~~$\psi_n, \bar{\psi}_n$ は (field がない時) real な equation を~~

~~満足するから、real な~~

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$\frac{\hbar}{mc} - \hbar$

DATE $k_0 = \frac{mc}{\hbar}$

NO.

で与へられる。

Dirac の approximation に於ては (Solvay Report. p.203)

$$(q'|R|q'') = \sum_{occ.} \bar{\psi}_n(q')\psi_n(q'') - \sum_{unocc.} \bar{\psi}_n(q')\psi_n(q'')$$

field のなければ W に $R=0$ が一つの solution.

$$\cancel{W = c(m^2c^2 + p^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

field があって、

$$\left(\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right) R = \frac{e}{c}(V + \alpha A)\Big\{\sum_{occ.} \bar{\psi}_n(q')\psi_n(q'') + \sum_{unocc.} \bar{\psi}_n(q'')\psi_n(q')\Big\} = \underline{\underline{\frac{e}{c}(V + \alpha A)\,\delta(q'q'')}}$$

~~これから~~ 両辺に $\left(-\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right)$ を operate すると、

$$\left(-\frac{E^2}{c^2} + p^2 + m^2c^2\right) R = \left(-\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right)\frac{e}{c}(V + \alpha A)\,\delta(q'q'')$$

$$\cancel{R(q\,q'') = }$$

V, A : indep of time, R : indep of time.

$$(\Delta - k_0^2) R(q'q'') = \left(-\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right)\frac{e}{c}(V + \alpha A)\,\delta(q'''q'')$$

$$R(q'q'')_{x', x''} = \iint \frac{\left\{\left(-\frac{E}{c} + \alpha p + \beta mc\right)_{k'''k''}\frac{e}{c}(V + \alpha A)\right\}'''\,\delta(k'''k'')}{|x''' - x'|\, e^{-k_0|x'-x'''|}}\,\delta(q''q'')\,dx'''$$

$=$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

$$R(x'k', x''k'') = \left\{ \frac{e^{-k_0|x'-x''|}}{|x'-x''|} \right\} \cancel{\times \delta(x'x'')\,\delta(k'k'')}$$

$$-\left(\alpha_{k'k'''}\,\beta + \beta_{k'k'''}\,\mu c\right) \qquad \frac{e}{c}\big(\underbrace{V}_{\delta_{k'''k''}} + \alpha_{k'''k''}A\big)(x''k'')$$

$$+ \cdots$$

~~然るに $|x'-x''|$ が大きい時 R は小さい.~~

$x'=x''$ の limit に於ては $|x'-x''|^{-2}$ に比例して con[illegible]する.

own field によって induce される charge は 無限 [illegible]になる.

S の中で singular な (δ-関数) 部分 よりなければ finite な solution が許される.

実際には S の中にも V, A は入ってる. 故に S を V, A の函数として、その形を定めることが問題になる.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

Jordan に於ける neutrino field は Kronig の a_ν, c_ν を用ひて

$$\alpha_\kappa = \frac{a_\kappa + i c_\kappa}{\sqrt{2}} \qquad \alpha_{-\kappa} = \gamma_\kappa^\dagger$$
$$\gamma_\kappa = \frac{a_\kappa - i c_\kappa}{\sqrt{2}} \qquad \gamma_{-\kappa} = \alpha_\kappa^\dagger$$

で Darstellen される.

$$N_\kappa^{(+)} = \alpha_\kappa^\dagger \alpha_\kappa \qquad N_\kappa^{(-)} = \gamma_\kappa^\dagger \gamma_\kappa$$

と置いて.

$$N^{(+)} = \sum_{\kappa=1/2}^{\infty} N_\kappa^{(+)} \qquad N^{(-)} = \sum_{\kappa=1/2}^{\infty} N_\kappa^{(-)}$$

$$B = N^{(+)} - N^{(-)}$$

$$E - W = \frac{B^2}{2}.$$

となる.

我々の理論では.

$$\psi_0 = \sum_\kappa \alpha_\kappa \varphi_\kappa = \sum_\kappa \alpha_{-\kappa} \varphi_{-\kappa}$$

とおくと,

$$\psi_0^* = \sum \alpha_\kappa^\dagger \varphi_\kappa^* = \sum \alpha_\kappa^\dagger \varphi_{-\kappa}$$

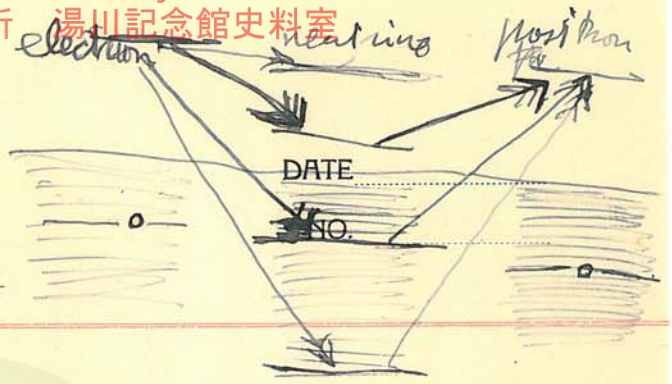
此 $\psi_0 = \psi_0^*$ から $\alpha_\kappa^\dagger = \alpha_{-\kappa}$

となる. (之は Jordan の様に ± の neutrino を区別しなかつたのに当る.) すると,

$$B_0 = 0$$

となり, reines Lichtfeld よりしか出てこない.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.



DATE
NO.

之はneutrinoを一つ出せばantineutrinoを同時に一つ出すことから考へて当然である。すると β-ray process によって neutrino が一つ出来ると antineutrino も一つ出し、之は一種の Lichtfeld に於ける矛盾である。~~[illegible]~~

然し β-ray の理論と conform させようとすれば

i) 先づ neutrino との関係を ~~考へない~~ 仮定しないか
β-ray に伴う

又は

ii) Jordan のように二種の neutrino を考へ、一方の neutrino が他の方の anti-neutrino と同じである。

と仮定するかである。

前者を採用すると、~~neut~~ β-ray の時の neutrino, anti-neutrino は上の二種のいづれか一方の neutrino ~~[illegible]~~, anti-neutrino について云ふものであると考へればよい。

後者を採用すると、electron → neutrino = antineutrino → positron の transition が可能になり、high speed particle の effective charge が ~~0 になる~~ 小さくなる可能性がある。

前者を採用しても、electron ⇄ $\pm$ neutrino = $\mp$ anti-neutrino ⇄ positron なる transition が可能とすると high speed particle の effective charge が小さくなる可能性がある。

といふのは ~~electron → neutrino の~~ ~~Übergang~~ transition の prob. は

$\frac{1}{2}(a_i^* a_{j'} + a_i^* a_{-j'}) \varphi_i^{*\prime} \varphi_{-j}'$
$+\frac{1}{2}(a_{j'}^* a_{-i} + a_i^* a_{-j'}) \varphi_{j'}^{*\prime} \varphi_{-i}$
$= \frac{1}{2}(a_i^* a_{j'} + a_{j'}^* a_{-i})(\varphi_i^{*\prime}\varphi_{-j'}' + \varphi_i \varphi_{-j}^{*\prime})$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....

NO. ....

transposition

$$R(xk; x'k') = \frac{1}{2}\{\psi_+^*(x'k')\psi_-(x'k')$$

complex conj. $R(\quad) = \frac{1}{2}\{$

density matrix

$$\frac{1}{2}\{\psi_-^*(x'k')\psi_-^*(xk) - \psi_+(x'k')\psi_-^*(xk)\}$$

$$= \frac{1}{2}\, a_i^* \varphi_i^{*\prime}\, a_j \varphi_j - a_i \varphi_i' a_j^* \varphi_j^*$$

$$= \frac{1}{2}(a_i^* - \cancel{a_{-i}\varphi_i}\; a_j \varphi_j - a_i a_j^* \varphi_j^*)\varphi_i^{*\prime}$$

$$= \frac{1}{2}(a_i^* a_j - a_{-i} a_{-j}^*)\varphi_j \varphi_i^{*\prime}$$

empty space

$j>0 \quad a_j = 0. \qquad i<0 \quad a_i^* = 0.$
$i>0 \quad a_{-i} = 0 \qquad j>0 \quad a_{-j}^* = 0$

$i,j>0 \quad i>0,\ j<0.\ (j'>0)\ a_i^* a_{j'} - a_{-i} a_{-j'}^*$
$i=j': \quad a_i^* a_{-i} - a_{-i} a_i^* \neq 0. \qquad a_{-i} a_{j'}^*$

non-diagonal term が残る. $\frac{1}{2}(a_i^* a_{-j'} \varphi_i^{*\prime} \varphi_{-j'}$.

Dirac の a_i^* approximation ならばよい.

で $\quad R(xk; x'k') = 0$

が empty space の solution.

momentum energy が夫々 $\vec{p}, E$ なる electron が一つ

ある時の solution は Dirac の approx. で

$$R(xk; x'k') = A_{kk'} e^{\frac{i}{\hbar}\{\vec{p}(\vec{x}-\vec{x}') - E(t-t')\}} + A_{kk'}^* e^{-\frac{i}{\hbar}\{\vec{p}(\vec{x}-\vec{x}') - E(t-t')\}}$$

で与へられる. ($\quad a_p^* = 0 \quad \cancel{a_p = 1}. \quad a_i = 0$ for $i>0\ (\neq p)$
$\quad a_p = 0 \qquad a_i^* = 0$ for $i<0$

$$a_p^* a_p\, \varphi_p \varphi_p^{*\prime} + a_{+i}^* a_p\, \varphi_p \varphi_{+i}^{*\prime}$$
$$- \cancel{a_{-j}^* a_{-j}\, \varphi_j \varphi_j^{*\prime} - a\; a_{-j} - a_{i\neq p} a_{-j}\, \varphi_{-j} \varphi_i^{*\prime}}$$

$$\frac{1}{2}\sum_{i,j>0}(a_i^* a_j + a_{-j}^* a_{-i})\,\varphi_i^{*\prime}\varphi_j$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\substack{i>0\\ j\gtrless 0}}(a_i^* a_{-j} + a_j^* a_{-i})\,\varphi_i^{*\prime}\varphi_{-j}$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\substack{i\gtrless 0\\ j>0}}(a_{-i}^* a_j + a_{-j}^* a_i)\,\varphi_{-i}^{*\prime}\varphi_j$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{i,j\gtrless 0}(a_{-i}^* a_j + a_{-j}^* a_{-i})\,\varphi_{-i}^{*\prime}\varphi_{-j}$$

$$= \frac{1}{2}\sum_{i,j>0}(a_i^* a_j + a_{-j}^* a_{-i})(\varphi_i^{*\prime}\varphi_j + \varphi_i^*\varphi_j^{\prime})$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{i,j>0}(a_i^* a_{-j} + a_j^* a_{-i})(\varphi_i^{*\prime}\varphi_{-j} + \varphi_i^*\varphi_{-j}^{\prime})$$

$$+\frac{1}{4}\sum_{i,j>0}(a_{-i}^* a_j + a_{-j}^* a_i)(\varphi_{-i}^{*\prime}\varphi_j + \varphi_{-i}^*\varphi_j^{\prime})$$

$$R_{ji}^{(tt')} = \iint \varphi_j^* R\,\varphi_i^{\prime}\,dv\,dv' = \frac{1}{2}(a_i^* a_{-j} + a_j^* a_{-i})\cos\cdots t$$

$$+\frac{1}{2}a_i^* a_{-j}^{\prime}$$

$$+\ \cdots$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

$i \quad -j' \qquad j' \quad -i$

$j' \quad i$

$-j \; , \; -i \qquad \varphi^{*\prime}_{-j} \varphi_{-i}$

$i \quad j \qquad -j \quad -i$

$$\frac{1}{2}(N_i + \cancel{8}\, 1 - N_{-i}) \varphi^{*\prime}_i \varphi_i$$

$$+ \frac{1}{2}\sum_{i \neq j}(a_i^* a_j + a^*_{-j} a_{-i}) \varphi^{*\prime}_i \varphi_j$$

$$= \cancel{\frac{1}{2}}\sum_{i>0}(N_i \mp 1 + N_{-i})(\varphi^{*\prime}_i \varphi_i \cancel{+\frac{1}{2}(N_{-i}} + \varphi^*_i \varphi'_i)$$

$$+\frac{1}{2}\sum_{\substack{i>0\\ j>0}}\{(a_i^* a_j + a^*_{-j} a_{-i})(\varphi^{*\prime}_i \varphi_j + \varphi^*_i \varphi'_j)$$

$$\cancel{+ (a^*_{-j} a_i}$$

$$\cancel{+\frac{1}{2}\sum_{i>0j}\{(a_i^* a_{-j} + a^*_j a_{-i})(\varphi^{*\prime}_i \varphi_{-j} + \varphi^*_i \varphi'_{-j})}$$

$$\cancel{+\frac{1}{4}\sum_{i=j} a_i^* a_{-i} + a_i a}(\varphi^{*\prime}_i \varphi_{-i} + \varphi^*_i \varphi'_{-i})$$

$$+\frac{1}{4}\sum_i \; ,$$

$+ \; - \; —$

Empty space $\quad a^*_j = 0 \quad a_j = 0, \qquad i, j > 0$

$$R = \frac{1}{4}\sum (a_i^* a_{-j} + a^*_j a_{-i})(\varphi^{*\prime}_i \varphi_{-j} + \varphi^*_i \varphi'_{-j})$$

となる。

然るに ~~neg~~ empty space をあらはす ~~state~~ $\Psi(N_i \cdots N_{-i} \cdots)$ に operate すると

$$R\Psi = \frac{1}{2}\sum_{i,j>0} \varepsilon(i,j)(\varphi^{*\prime}_i \varphi_{-j} + \varphi^*_i \varphi'_{-j})\Psi$$

$$R_{-j\,i}\Psi = \frac{1}{2}\,\varepsilon(i,j) \cdots$$

† potential ある時には gauge invariant density matrix を とれば pos. neg の symmetry が成立つ.

$$\varepsilon(\cancel{t}k, \cancel{t'}k') = \delta(t, t_0)\,\delta(t', t_0)\,\delta(\vec{r}, \vec{r}')\,\delta(k, k')$$

$$\varepsilon R =$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....

NO. ....

One electron space.

$$R = \frac{1}{\cancel{2}}(\varphi_i^* \varphi_i + \varphi_i^* \varphi_i')$$

$$+ \frac{1}{4} \sum_{\substack{i \neq p \\ j \neq p}} (a_i^* a_{-j} + a_j^* a_{-i})(\varphi_i^{*\prime} \varphi_{-j} + \varphi_i^* \varphi_{-j}')$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i \neq p} a_i^* a_p^{\sim} (\varphi_i^{*\prime} \varphi_p + \varphi_i^* \varphi_p')$$

field のある場合,

negative energy state と positive energy state の間の symmetry はなくなる。故に density matrix の diagonal ~~(spat~~ (statical) element は ~~0 に~~ 一般に 0 にならない。

その finite な solution 故で

$$\mathrm{Spur}\ \cancel{\delta(t)}\ \delta(t,t')\ (\varepsilon \cdot R) = \cancel{\text{integer}}\ 0$$

になる様なものが empty space になる。