深さ l にある速度 v の U の数を（未だコハレていない!）$N(v(l))$ とする

$\phi(v)$；速度 v なる U が absorb される（dl なる間に）確率

$P(v)$；〃　〃　コハレル〃〃

U は anihilate するだけで，creat されないものとしてしまふ。

すると，深さ l に於ける U の数の変化は

$$-\frac{dN(v)}{dl} = N(v)(\phi(v) + P(v)) \text{ ---------- (1)}$$

で与へられる。

他に物質中の U にともなふ現象として，ionisation を取り上げる。此れは U の数の減少には何等あづからないが，専ら Energy loss を支配する。従って，Energy 即ち速度 v と深さ l と関係づけるものである。これは次式で与へられる。

$$-\frac{d}{dl}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \frac{a}{\beta^2} \text{ ---------- (2)}$$

但し $\beta = \frac{v}{c}$，a は物質に依る常数である。
Pb に於ては $a = 10^7 e.V./cm$

書き変へて

$$mc^2 \frac{\beta^3}{(1-\beta^2)^{3/2}} d\beta = -a\, dl \text{ -------- (2)'}$$

キヨリ（distance）変化と時間変化に関する公式

(3) ……… $\frac{1}{c}\frac{dl}{dt} = \beta$ に依って時間微分的に書き変へば

$$mc \frac{\beta^2}{(1-\beta^2)^{3/2}} d\beta = -a\, dt \text{ -------- (2)''}$$

(2)', (2)'' より，入射 U の β を β_0 とすれば

$$l = \frac{mc^2}{a}\left(\sqrt{1-\beta_0^2} + \frac{1}{\sqrt{1-\beta_0^2}} - \sqrt{1-\beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) \text{ -------- (4)}$$

$$t = \frac{mc}{a}\left(\frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} - \sin^{-1}\beta_0 - \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} + \sin^{-1}\beta\right) \text{ -------- (5)}$$

3 さて次に $P(v)$, $\Phi(v)$ の型定め。

Ⅱの absorption total cross section は $\frac{b}{\beta}$ (但し b に物質に依る常数) ~~の~~ の型で与へられるから、(3) に依り

$$\Phi(v) = \frac{b}{\beta}\beta c\,dt = \frac{b}{\beta}dl$$

同様に

$$P(v) = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}\,dt = \omega_0\sqrt{1-\beta^2}\frac{dl}{c\beta}$$

結局 (1) 式は、(2)′ or (2)″ を参照して

$$\frac{dN}{N} = \frac{mc^2}{a}\frac{\beta^2}{(1-\beta^2)^{\frac{3}{2}}}\left(b + \frac{\omega_0}{c}\sqrt{1-\beta^2}\right)d\beta$$

即ち

(6) ……… $N(\beta) = A\exp\left[\frac{mc^2}{a}\left\{b\left(\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} - \sin^{-1}\beta\right) + \frac{\omega_0}{c}\left(-\beta + \frac{1}{2}\log\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)\right\}\right]$

此所に A は initial condition に依る Normalizing factor で特に unit area に ~~that term~~ 1ケの Ⅱ が来るとすれば

$N(\beta_0) = 1$ により定められる。

(7) ……… $A = \exp-\left[\frac{mc^2}{a}\left\{b\left(\frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} - \sin^{-1}\beta_0\right) + \frac{\omega_0}{c}\left(-\beta_0 + \frac{1}{2}\log\frac{1+\beta_0}{1-\beta_0}\right)\right\}\right]$。

後々の為に (6) の式を (5) を用ひて時間の函数として書きあらはそう。特に完全の意味が $\beta_0, \beta \ll 1$ の場合に限られている事から、β_0^3, β^3 迄で考慮に入れて

$$N(\beta) = \exp\frac{mc^2}{3a}\left\{(b + \omega_0/c)(\beta^3 - \beta_0^3)\right\}$$

又 (5) より

$$t = \frac{mc}{3a}(\beta_0^3 - \beta^3)$$

$$N(t) = \exp-(bc+\omega_0)t \quad \text{---------} (8)$$

尚ほ (4) と (5) より l と t の関係は

$$t = \frac{mc}{3a}\left\{\beta_0^3 - \sqrt[4]{\left(\beta_0^4 - \frac{4la}{mc^2}\right)^3}\right\} \quad \text{………} (9)$$

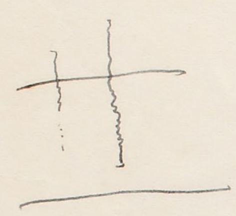
$$l = \frac{mc^2}{a}\left(\frac{\beta_0^2}{2} \ldots\right)$$

$$= \frac{mc^2}{4a}(\beta_0^4 - \beta^4)$$

所で

$$b = \left(4\pi\left(\frac{ge}{mc^2}\right)^2 + 4.5\times10^{-28}\right) N$$

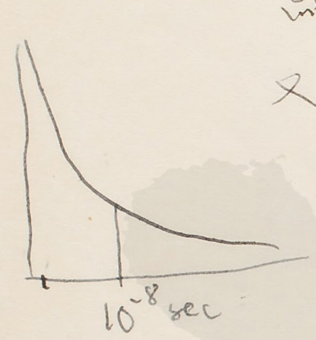
此所で第一項は Kobayashi Formula, 第二項は Sakata-Tanikawa Formulaに依るものであり, Nは物質の unit cube 中の Proton or Neutron の数である.



特に Pbに於ては $N \fallingdotseq 3.32\,10^{24}$。

結局 $b = (3.5\,10^{-28} + 4.5\,10^{-28}) \times 3.32\,10^{24} = 2.66\,10^{-3}$

又 $\omega_0 = 2\,10^{6}$ (理論値) $5\,10^{5}$ (実験値).



従って

$$N(t) \sim e^{-8\cdot10^{7}t}$$

ここでいよいよ本論に入る.

人為的時間をくれ Δt よりも大きい t 以後に counter に入る charged particle は皆実験に入るとする。

此所で一寸気にかかるのは, 直接, 鉛板を通ったUが Counterに入るか, どうかである。

この時間は (5) に依って算出すれば

Kinetic Energy of Incident U	t^*	l^*	
10^6 eV	$2.5\,10^{-12}$ sec	0.0046 cm	(A)
10^7	$6.\,10^{-11}$	1.66 cm	
6×10^7		2.5 cm	
10^8	$2.1\,10^{-10}$	~~4.5 cm~~ 4.5 1.6	

但し t^*, l^* は それぞれ U が止まる迄に要する時間, 距離である。

随って $\Delta t \sim \frac{1}{\omega_0} \sim 10^{-6}$ sec を取るなら, Δt 後に於ては, 鉛中で(せいぜい数cm の) シュンカン的に生じた, 何如なる charged particle も, counter には入って来ないと見るべきであろう。

だから Δt 以後に Counterに入るものは, すべて鉛中に静止した U の作用に依るものと見なされる。

鉛板の厚さ l が与へられれば必然的に鉛中に静止すべき ~~最大~~ 入射 μ の最大の β_0 が定る。

それは (4) より

$l_0 = 2\,\mathrm{cm}$

$$l_0 = \frac{mc^2}{a}\left(\sqrt{1-\beta_{0\,Max}^2} + \frac{1}{\sqrt{1-\beta_{0\,Max}^2}} - 2\right) \quad \cdots\cdots\cdots (11)$$

$\beta_{0\,Max}$ に対応して t^*_{Max} が定まる。

今 $t^* < t^*_{Max}$ なる如き t^* をもつ入射 μ を一つ取出して考へよう。

t^* に於てまだ μ が鉛中に生存する確率は (10) に依って $N(t^*)$ で与へられる。この静止した μ が、これから確率は — (静止した μ は absorb されないとするならば) $\omega_0\,dt$ であるから、これが Δt 以後 ~~に~~ 入って来る確率

即 Δt 以後に counter に入る確率は

(12)′ ……… $\displaystyle\int_{\Delta t}^{\infty} N(t^*)\, e^{-\omega_0(t-t^*)}\,\omega_0\, dt = N(t^*)\frac{\omega_0}{\omega_0} e^{-\omega_0(\Delta t - t^*)} = N(t^*)\, e^{-\omega_0(\Delta t - t^*)}$　$\omega_0 t + bc$

入射 μ の Spectrum が分ってをれば $F(\beta_0)$, counter に入る全部は

$$\int_0^{t^*_{Max}} dt^*\, F(\beta_0(t^*))\, N(t^*)\, e^{-\omega_0(\Delta t - t^*)} \quad \cdots\cdots\cdots (12)$$

所で β_0 と t^* との関係は

(5) より

$$t^* = \frac{mc}{a}\left(\frac{\beta_0}{\sqrt{1-\beta_0^2}} - \sin^{-1}\beta_0\right) \quad \cdots\cdots\cdots (13)$$

$$\sim \frac{mc}{3a}\beta_0^3$$

t^*_{Max} は (13) と (11) とより β_0 を消して求められる。

(12) の exponential に於て $\Delta t \gg t^*$ であるから t^* を neglect して、

又、$\Delta t \approx \frac{1}{\omega_0} \sim 10^{-6}\,\mathrm{sec}$ として、(10) を参照し

$$(12) = \int_0^{t^*_{Max}} F(t^*)\, e^{-8\cdot 10^7 t^*}\; {}^1\!/\!_e \; dt^*$$

expoe

τ^*は(ハ)と見較べて、せいぐ

$\tau^* < 10^{-10}$ sec であるから

Spectrum の一つを取り出して考へれば上式は $\sim \frac{1}{e}$ となり incident の約 $\frac{1}{3}$ が counter に入る事になる。
然し実際は止つた μ も absorb される(コハレルのではない!)確率が相当大で(もし $\frac{1}{\beta}$ 則に従ふとすると)あらうから、換言すれば (12)′に於て ω_0 を大きくした事となるから

$\frac{1}{\beta c} < \omega_0 +$ abo. coef.

従つてそれだけ (12), (12)′の値は小さくなる。
それに Spectrum F も決つして大きなものではないから counter に入る数は非常に少くなるであらう。

Montgomery, Ramsey, Cowie and Montgomery
(Bull. Amer. Phys. Soc. 14 (1939) No. 2, 12.)

1.6×10^{-6} sec の delay に於し

theory	exp
40 per hour	2.5 ± 3.4 per hour