§ Mesotronと電磁場との相互作用.

Mesotronと電磁場との相互作用による種々のprocessに対する確率は電子に対して得られた結果に於て單に電子の質量 m を mesotron の質量 m_u でおきかへるだけでは与へられない。電子に対してDiracの波動方程式を用ひて計算したやうにMesotronに対してはProcaの方程式より出発して正当に計算をしなければならない。以下に於てはその様な計算を高勢力の範囲で近似的に計算し、その結果について吟味を行ふ。

前の論文で示したやうに、mesotronと電磁場との相互作用は

$$
\begin{aligned}
H^{e} = {} & \frac{ie}{\hbar} A_0 (\tilde{U}^{+}\tilde{U} - U^{+}U) + \frac{4\pi i e c}{\hbar} (U^{+} A \operatorname{div} \tilde{U}^{+} - \tilde{U}^{+} A \operatorname{div} U^{+}) \\
& + \frac{1}{4\pi\kappa^2} \frac{ie}{\hbar c} \{ [A\tilde{U}] \operatorname{curl} U - [AU] \operatorname{curl} \tilde{U} \} \\
& + \frac{4\pi e^2}{\hbar^2} (AU^{+})(A\tilde{U}^{+}) + \frac{e^2}{4\pi \hbar^2 c^2 \kappa^2} [AU][A\tilde{U}]
\end{aligned}
$$

で与へられる。この式に現れてゐる電磁場のPotential A 及び mesotronの場の量 U, U^{+} を量子化し、通常の攝動の方法に従って計算すればよい。

結果. $E_k \gg m_u c^2$

Compton効果

	diff. cross-section	total cross-section
long. → long.	$\frac{5}{16}\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2 \left(\frac{E_k}{m_u c^2}\right)^2 (1-\cos\theta)^2 d\Omega$	$\frac{5}{3}\pi \left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2 \left(\frac{E_k}{m_u c^2}\right)^2$
trans. → trans.	$\frac{1}{4}\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2 \left(\frac{E_k}{m_u c^2}\right)^2 (3+\cos^2\theta)\, d\Omega$	$\frac{5}{3}\pi \left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2 \left(\frac{E_k}{m_u c^2}\right)^2$

但し E_k は全体（光子＋mesotron）の運動量が０になるやうな系での mesotron の energy である。
この外、long. → trans. 及び trans. → long. の process は上のものにくらべ $\frac{E_k}{m_u c^2}$ の power が低い。
従って、平均の cross-section は $\frac{5}{3}\pi\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2\left(\frac{E_k}{m_u c^2}\right)^2$ となる。最初に mesotron が静止してゐる系では Total cross-section は

$$
\frac{5}{6}\pi \left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2 \frac{\hbar\nu}{m_u c^2}
$$

(但し $\hbar\nu$ は その系での入射光子の energy) となる。これを, この場合に対応する電子の cross-section

$$\pi\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\left\{\log\frac{2\hbar\nu}{mc^2}+\frac{1}{2}\right\}\frac{mc^2}{\hbar\nu}$$

とくらべると, この式は $\hbar\nu$ の大となると共に linear に減少するのに対し, mesotron の場合は linear に増加することになる。然し, これは理論がどこまでも成立するとしての話であって, もし, Wataghin-Heisenberg 流に cut off すれば trans.–trans. の case のみがのこり, total cross-section は入射光子の energy に無関係に(但し $\hbar\nu \gg m_u c^2$)

$$\underline{\frac{1}{4}\pi\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2}$$

となる。

Bremsstrahlung.

相互作用の項の中の A_0 を $\frac{Ze}{r}$ とえらび, mesotron が光子を一個 emit して出る cross-section を計算すれば核の field による Bremsstrahlung の確率が計算できる。やはり入射する mesotron の energy E が $E \gg m_u c^2$ である場合に限れば diff. cross. section は, trans. → ~~trans.~~ long. 及び long. → trans. に対し

$$\propto Z^2\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2\frac{E^2}{(m_u c^2)^2}\frac{dE_l}{E_l}d\Omega_l\, d\Omega_k$$

の order のものを得る。ここに $d\Omega_l$, $d\Omega_k$ は夫々放出される光子及び mesotron が入る立体角であり, dE_l は光子の energy E_l の微分である。trans.–trans. 及び long.–long. の process に対しては $\frac{E}{m_u c^2}$ の order が低くなる。さて, もし上に得た式が正しいならば入射する mesotron の energy が大きい程, 光子を放出する確率が大きくなり, 高勢力の mesotron は soft でなければならなくなり, 宇宙線の実験結果と反することになる。しかし, ここでも Wataghin-Heisenberg の条件で cut off を行なふと, Total cross-section は E, E_l 及び E_k (出る mesotron の energy) が共に $m_u c^2$ より非常に大きい所では,

$$\propto Z^2\left(\frac{e^2}{m_u c^2}\right)^2\frac{dE_l}{E_l}$$

の order となり, この式は electron の場合の m を m_u でおきかへたものと同じ order であって

実験事実と矛盾しないことになる。

~~同様に~~

Pair Creation

光子による mesotron の pair creation の確率の計算も Bremsstrahlung の場合と全く同様であつて, $\frac{Ze}{r}$ の field における cross-section は cut ~~off~~ off しなければ

$$\propto Z^2\left(\frac{e^2}{m_\mu c^2}\right)^2\left(\frac{h\nu}{m_\mu c^2}\right)^2$$

で増大することになり, W-H 流にきれば

$$\propto Z^2\left(\frac{e^2}{m_\mu c^2}\right)^2$$

の order になる。従つてこの場合も, やはり実験結果と合致させるためには W-H 流のきり方が妥当であるやうに思はれる。

附. Coulomb field による mesotron の散乱

この場合の計算は一体問題として既に Laporte が行つてゐる。最初に書いた interaction の項を量子化して計算しても同じ結果が直ちに得られた。~~即ち然し乍ら, cut off の~~ 然し乍ら cut off のことを考へれば, この結果はそのまゝどこまでも用ひられると推論することは出来ない。Rutherford scattering と異る結果を与へる項は cut off によつて小になり, この式から直ちに予期される様な polarization の影響は非常に減少される。即ち scatter される角 Θ としては $\Theta \lesssim \frac{m_\mu c^2}{E}$ (E は mesotron の energy) の制限をうけることになり, large angle の scatter は少なくなり, Rutherford formula からのずれは E が如何に大きい所でも全体より一桁小さくなると考へられる。(これに反し Laporte の式をその儘用ひれば $E \gg m_\mu c^2$ では Θ が小さくない所では polarization のために附け加はる項が全体の大部分を占めることになる).