湯川四，(7を23)

太字

W. Heisenberg : Über den Bau der Atomkerne.　原子核の構造

Zeits. f. Phys., **77** (1932), 1; **78** (1932), 156.

Curie 及び Joliot の實驗を Chadwick が中性子の假說に依つて說明して以來，原子核が陽子及び中性子から構成せられるとして同位元素の體系を說明しようとする多くの人々の企てが充分の意味を持つ樣になつた．而して陽子及び中性子が夫々 Pauli の排他律に從つて閉殼を作るといふ假定の下に一定の規則に從つて陽子又は中性子を一個宛附加へて行けば，H_1 から A_{36} に至る原子核を網羅しうるのみならず（但しその中 H_3 及び He_5 は實驗的には知られて居ないが），從來の陽子及び電子に依つて核が構成せられるとする假定の第一の難點であつた窒素の核 N_{14} が Bose の統計に從ふといふ事實も，N_{14} は七個の中性子と七個の陽子より成り，中性子及び陽子は共に Fermi の統計に從ふといふ假定に依つて說明され，他の事實と矛盾しない．併し Cl_{37} 以上の重い原子核を陽子及び中性子（勿論第二次的な要素としてα粒子を認めることは差支ない．）のみに依つて構成せられるとして說明するのは少しく困難であり，或は核内に電子をも認めねばならぬかも知れぬ．[1] この點は未だいづれとも定められぬが，元來核内の電子なるものの振舞は現

[1] 例へば J. H. Bartlett, Jr., Phys. Rev., **42** (1932), 145.

在の量子力學では理解が難しく、一定の放射性元素から出て來るβ線の速度が連續的な値を取り、それが核外に出てから他の影響を受ける爲めではないらしく、しかも崩壊常數がβ線の速度に拘らず一定であるといふ事實は、勢力保存の法則の成立をも疑はしめ、更に進んで核内では電子はその個性をさへ失つて居るのではないかと想像せしめるに至つた[2]。

Heisenberg はこの論文に於て核内電子に關したかゝる難問題を後廻しにして、核は凡て中性子と陽子のみよりなるといふ假定の下に、現在の量子力學の立場から如何なる結論を引出し得るかを考察して見た。これは要するに核内電子に關するいはゞ核全體の難問題を中性子自身の組成の問題へ移動したことを意味するが、これに依つて原子核に就いて現在の量子力學の立場から論じ得る範圍が擴げられたことも事實である。中性子を單位的なものと見るか、陽子と電子の結合したものと見るかに就いては Heisenberg も斷定的な意見を述べて居ないが、これは上記のβ崩壊の問題と關聯して現在の理論では解決出來ぬ事柄である。又核内には電子が獨立して存在して居ないとする考へが正しいかどうかも之等の問題が解決されぬ限りわからぬ。

(2) N. Bohr, Faraday Lecture, Journ. Chem. Soc., (1932), 349.

窒素の原子核 N_{14} の統計及び原子核の能率に関する實驗的事實と矛盾せぬためには、中性子は Fermi の統計に従ひ（$1/2 \cdot h/2\pi$）なるスピンを持つと假定することが必要である。そこで中性子が陽子と電子とから成ると考へると、電子は Bose の統計に従ひ、スピンは 0 であるとせねばならぬ。かゝる考へを押進めることは困難であるから、むしろ中性子は獨立した單位要素であるが、事情に依つては陽子と電子とに分裂すると考へるべきであらう。但し分裂に際しては Bohr の想像せる如く恐らくは勢力及び運動量の保存の法則は最早適用出来ぬであらう。

1. 原子核に對する Hamilton 函數

中性子と陽子とのみより成る體系に對する Hamilton 函數を考へて見る。先づ中性子と陽子との相互作用としては水素分子イオン H_2^+ から類推して、此等が核の大いさの範圍内に接近した場合、負電荷の位置變更による引力が起ると考へられる。その勢力を二粒子の間の距離 r の函數として $-J(r)$ と書けば、位置變更の頻度は $J(r)/h$ で與へられる。この位置變更は實際電子の飛移りであると考へるよりは、むしろ中性と陽子の一對の有する基本的性質と見る方がよいであらう。

同様にして中性子同志の間にも、水素分子 H_2 から類推して、交換引力が働くと考へ、その

勢力を $-K(r)$ と書くことにする。$J(r)$，$K(r)$ なる函數に就いては正確なことはわからぬが，唯 10^{-12} cm 位の距離では r が增せば急に 0 に近づき，且 r の正常の値に對しては $J(r)$ は $K(r)$ より大きいとしよう。この假定の重要性は後にわかる。

陽子同志の間には通常の Coulomb の斥力が働き，その勢力は e^2/r なる形であらう。尚中性子の陽子に對する質量缺陥を勢力であらはし D と書く。體系の要素間の相互作用としては此丈を考へ，相對律的な補正やスピンと軌道の相互作用等は凡て無視する。

中性子と陽子とを區別する為めに，各粒子は位置の座標 $(x, y, z,) = \mathbf{r}$ 及び z 方向のスピン σ^z の他に第五の數 ρ^ζ を含んだ五個の量に從つて表はされるとしよう。ρ^ζ は $+1$ と -1 の~~両方の~~いづれかの値を取り，$+1$ は中性子，-1 は陽子を意味する。更に $\rho^\zeta = +1$ から $\rho^\zeta = -1$ への遷移を表はすために

$$\rho^\xi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho^\eta = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \rho^\zeta = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

なる行列を導入すると， ~~$1/2(\rho_k^\xi \rho_l^\xi + \rho_k^\eta \rho_l^\eta)$ は k 番目の粒子と l 番目の粒子とが，共に陽子か共に中性子かの時には 0 であり，一方が中性子で他方が陽子の時には 1 であるから，位置交換の勢力は全體として~~

$$\cancel{-\frac{1}{2}\sum_{k>l} J(r_{kl})(\rho_k^\xi \rho_l^\xi + \rho_k^\eta \rho_l^\eta)}$$

~~で與へられる。但し r_{kl} は k 番目の粒子と l 番目の粒子の距離を表はす。従つて全體系の~~

全體系の Hamilton 函数は

$$\left.\begin{aligned} H = \frac{1}{2M}\sum_k p_k^2 - \frac{1}{2}\sum_{k>l} J(r_{kl})(\rho_k^\xi \rho_l^\xi + \rho_k^\eta \rho_l^\eta) - \frac{1}{4}\sum_{k>l} K(r_{kl})(1+\rho_k^\zeta)(1+\rho_l^\zeta) \\ + \frac{1}{4}\sum_{k>l}\frac{e^2}{r_{kl}}(1-\rho_k^\zeta)(1-\rho_l^\zeta) - \frac{1}{2}D\sum_k(1+\rho_k^\zeta) \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

なる形に書き得る。但し第一項は運動の勢力を意味しMは陽子の質量，p_k はk番目の粒子の運動量，~~を表はす。~~ r_{kl} は k 番目の粒子と l 番目の粒子の距離を表はす。

Hamilton 函数中には中性子の總数 $n_1 = 1/2 \sum_k (1+\rho_k^\zeta)$ 及び陽子の總数 $n_2 = 1/2 \sum_k (1-\rho_k^\zeta)$ を變へる様な項は含まれて居ないから，此等は積分常数である。更にHの中の後の三項を無視すれば，中性子を全部陽子に，陽子を全部中性子に變へても，即ち $\sum_k \rho_k^\zeta$

の符號を変へても勢力に変化はない。故に $\sum_k \rho_k^\zeta = 0$ は勢力の極値である。所がかゝる近似では中性子丈即ち $\sum_k \rho_k^\zeta = n$ の時には結合の勢力は存在しないから，$\sum_k \rho_k^\zeta = 0$ 即ち中性子と陽子が同数の時が一般に勢力の最小値となり，之は核の質量数が大體荷電数の二倍であるといふ事實に適合して居る。Hの後の三項をも考慮すれば勢力の極小となるのは中性子の數が陽子の數より稍多い所で，粒子の總數が増せばCoulombの斥力の為めに極小は益々中性子の多い方に移つて行く。

質量数2なる水素の同位元素は一個の中性子と一個の陽子から成る故，波動函数はHe原子から類推せられる様に

$$\psi(r_1\rho_1^\zeta, r_2\rho_2^\zeta) = \varphi(r_1 r_2)\left(\alpha(\rho_1^\zeta)\beta(\rho_2^\zeta) \pm \alpha(\rho_2^\zeta)\beta(\rho_1^\zeta)\right) \qquad (2)$$

なる形に書き得る。括弧の中の符號が＋の時に引力を與へる。但し $\alpha(\rho) = \delta_{\rho,1}$，$\beta(\rho) = \delta_{\rho,-1}$ で $\varphi(r_1 r_2)$ は方程式

$$\left\{\frac{1}{2M}(p_1^2 + p_2^2) - J(r_{12}) - D - W\right\}\varphi(r_1 r_2) = 0 \qquad (3)$$

大字

を満足せねばならぬ。勢力 W の最小の状態では $\varphi(r_1, r_2)$ は r_1 r_2 に関して対称である。

次に~~二個の中性子に関して~~波動函数は二個の中性子（二個以上は Pauli の原理に依り許されぬ。）の r 及び ρ^ζ に関して対称であり得るが，二個の中性子から成る核は特に安定である筈である~~故~~から（中性子のみより成る核が一般に不安定な理由は後に述べる）~~と~~，二個の中性子と二個の陽子からなる He の核では全スピンが 0 で閉殻が許され特に安定であると考へられる。

更に一般に遠く離れた二つの核の間の相互作用の勢力は ~~k, k' に依って~~

$$H^{(1)} = -\frac{1}{2}\sum_{kk'} J(r_{kk'})(\rho_k^\xi \rho_{k'}^\xi + \rho_k^\eta \rho_{k'}^\eta) - \frac{1}{4}\sum_{kk'} K(r_{kk'})(1+\rho_k^\zeta)(1+\rho_{k'}^\zeta) + \frac{1}{4}\sum_{kk'} \frac{e^2}{r_{kk'}}(1-\rho_k^\zeta)(1-\rho_{k'}^\zeta) \quad (4)$$

となる。~~これを摂動と考へ摂動のない場合~~但し k, k' は夫々第一及び第二の核の粒子を表す。$H^{(1)}$ を摂動と考へ，摂動のない場合に対する時間的平均を取ると，第一項は 0 となり[(1)] 中性子同志の引力と陽子同志の斥力が残る。第二近似を取れば第一項が van der Waals 型の引力を与へる。従つて二つの核の間には遠距離では正電荷による斥力が働き，近距離では van der Waals の引力と中性子相互の引力に依つて結合される。

(1) $\sum \rho_k^\zeta$ 及び $\sum \rho_{k'}^\zeta$ を対角行列とする様な表示に於て $\rho_k^\xi \rho_{k'}^\xi$ 等の行列の対角要素が 0 となることから明かである。原論文の様に特に $\sum \rho_k^\zeta = \sum \rho_{k'}^\zeta = 0$ なる場合に限る必要はない。（抄録者註）

2. 原子核の安定度.

一般の安定な核の中性子の數は陽子の數より稍々多い事及びα粒子の特に安定な事はわかつた。次に(1)によれば中性子のみからなる核は安定な筈であるが, J(r)がK(r)に比して大きいと假定した故, この核から中性子を一個取除き陽子を附加へた方が結合の勢力が増す場合が存在し得る。かゝる場合, 核はβ線を出して崩壊すると考へる。この際果して勢力及び運動量の保存の法則が成立するか否かは疑問であるが, 従来の核の理論で通例假定せられて居た様に, 今考へて居る核の静止質量がβ崩壊に依つて生じた核の静止質量と電子の静止質量との和より大なる時而してその時丈β崩壊が起ると考へることは差支ないであらう。量子力學的な體系から類推すれば, 崩壊の起る様な場合には中性子を破壊する様な強い力の場が核の中に存在し, 然らざる時はかゝる力の場が存在しないことを意味する。この假定に從へば, 最初中性子丈から出来て居た核の中の中性子は次々とβ線を出して陽子に變つて行き, この上一つ中性子を取除けて陽子を附加へても勢力が減少しない所即ち粒子數を一定にした時の勢力の極小の値に到達して初めてβ崩壊は止むであらう。更に中性子の數の少ない核は勿論β崩壊に對して安定である。

勢力の極小の位置は陽子を附加へることに依つて得られる位置變更の勢力と, 中性子

を取除くため及びCoulombの斥力に抗して陽子を附加へるために要する勢力とが相殺するといふ條件から決定される。重い核では初めの二つの勢力は主として n_1/n_2 に關係する故まに $f(n_1/n_2)$ 及び $g(n_1/n_2)$ と書くことが出来、最後の勢力は核の半徑Rが大體 $\sqrt[3]{n}$ に比例するとすれば $\frac{n_2e^2}{R} \sim \mathrm{const.}\frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}$ で~~極大の位置~~あるから極小の位置は方程式

$$f\left(\frac{n_1}{n_2}\right) = g\left(\frac{n_1}{n_2}\right) + \mathrm{const.}\frac{n_2}{\sqrt[3]{n}} \qquad (5)$$

~~によって~~の解として與へられる。f, g を近似的に一次函數と見做せば(5)は

$$\frac{n_1}{n_2} = C_1 + C_2\frac{n_2}{\sqrt[3]{n}} \qquad (6)$$

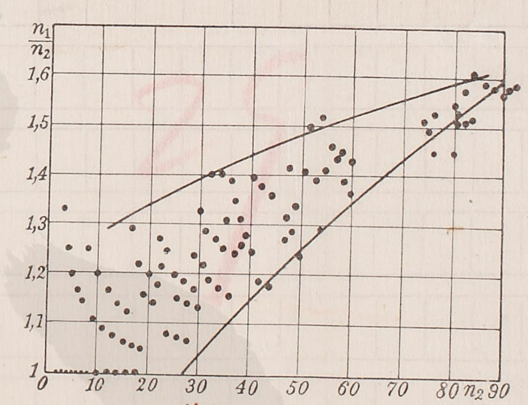
なる形となる。但し C_1, C_2 は常數である。

逆に n_1/n_2 の値が餘りに小さい場合には、特に重い元素に於ては正の電荷相互の斥力が位置變更の勢力及び中性子相互の引力より遙かに大となり、核はα粒子を放出して前より大きな n_1/n_2 の値を~~前より大きな~~持った核に變化するであらう。この際陽子が出ないでα粒子の出るのは一般に核に對するα粒子の結合が弱い為めである。又β崩壊に依つて生じた核から陽子

を引離すには勢力が必要であるから、その場合には原理的に陽子を放出し得ない。かくのごとく n_1/n_2 の値が小さ過ぎる間は核は次々とα粒子を放出して崩壊し n_1/n_2 の値は増加するが、一つのα粒子を放出することに依つて得られる Coulomb の勢力が、殘つた核とα粒子との他の種類の相互作用の勢力と相殺する様になれば崩壊は止むであらう。これが安定な核に對する n_1/n_2 の値の極小値を決定する條件であつて、重い核に對しては(6)と同~~様~~形の式となる

$$\frac{n_1}{n_2} = C_1 + C_2 \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}$$

~~なる形に書くことが出来る。但し C_1, C_2 は常數である~~



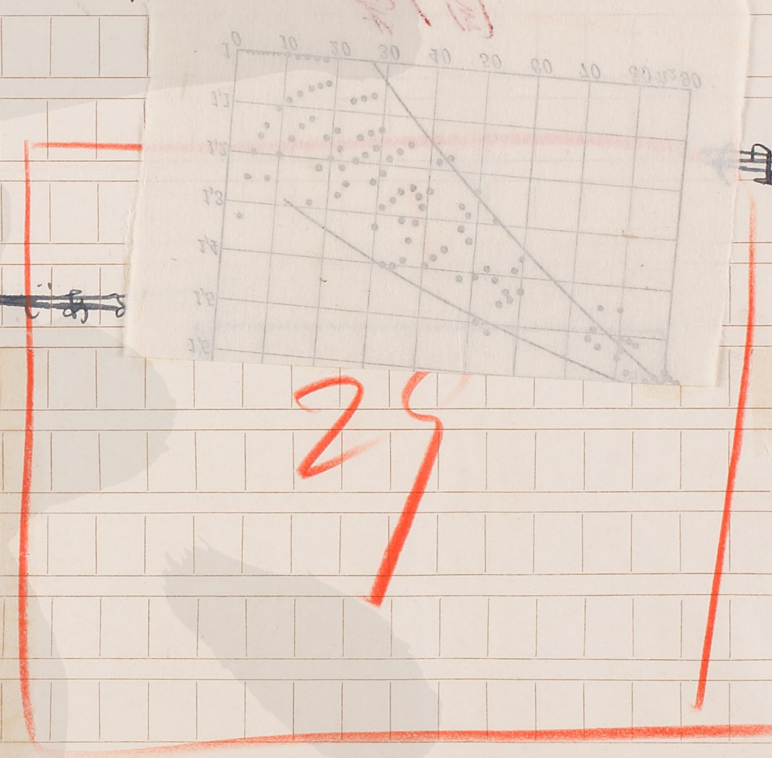
第1図

核の電荷数 n_2 の各々の値に對し實驗に依つて知られて居る n_1/n_2 の極大値及び極小値を書けば第一圖の點となり、一方(6)及(7)に於て夫々 $C_1 = 1{,}173$　$C_2 = 0{,}025$ 及び $C_2 = 0{,}47$　$C_2 = 0{,}077$ と取ると圖の二つの曲線が得られる。(6) は勿

を引離すには勢力が必要であるから、その場合には原理的に陽子を放出し得ない。かくの如く n_1/n_2 の値が小さ過ぎる間は核は次々とα粒子を放出して崩壊し n_1/n_2 の値は増加するが、更に一つのα粒子を放出することに依つて得られる Coulomb の勢力が、残つた核とα粒子との他の種類の相互作用の勢力と相殺する様になれば崩壊は止むであらう。これが安定な核に対する n_1/n_2 の値の極小値を決定する條件　　　　に対しては(6)と同~~様~~形の式となる

$$\frac{n_1}{n_2} = c_1 + c_2 \frac{n_2}{\sqrt[3]{n}}$$

~~なる形に書くことが出来る。但し c_1, c_2 は常数である~~



核の電荷数 n_2 の各々の値に対し實験に依つて知られて居る n_1/n_2 の極大値及び極小値を書けば第一圖の點となり、一方(6)~~(8)~~ ~~(7)~~ に於て夫々 $C_1 = 1,173$　$C_2 = 0,025$ 及び $C_1 = 0,47$　$C_2 = 0,077$ と取ると圖の二つの曲線が得られる。(6)~~　~~ は勿

論近似式であつて、核の安定度は n_1/n_2 のみならず核の構造のもつと微細な特徴に関係して居る筈である。

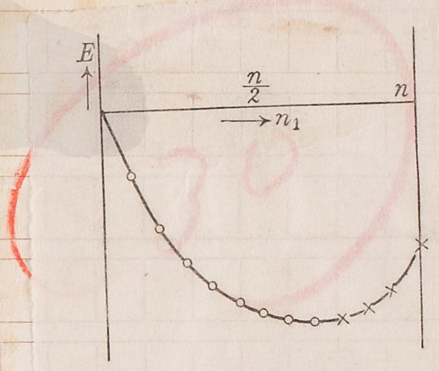
放射性元素の辺では二つの曲線は接近して居るが、第一表を見れば明かな様に核の安定度は n_1/n_2 の値のみからは定まらぬ。~~最初~~ある放射性の核がα崩壊に対し不安定で何回もα粒子を出して他の核に変つて行けば n_1/n_2 は段々増加し遂に限界値を越え今度はβ崩壊が起るであらう。所で最初の核内の陽子の数が偶数ならば、かくして出来た核内の陽子の数は奇数であるから核内に安定なα粒子を作る為めに更に一つの中性子が陽子に変るであらう。最初陽子の数が奇数であればかゝる変化は起らぬであらう。即ち陽子の数が偶数ならばβ崩壊は二回続いて起り、奇数ならば一回しか起らぬ。二回起る時には n_1/n_2 の限界値は第一回の方が大きな値を取る筈である。此等の規則は第一表に示す様に實際によくあてはまる。さてβ線を出せば n_1/n_2 の値は少さくなり、今度は又α崩壊に対して不安定となりうる。かくして n_1/n_2 の増減に従つてβ崩壊とα崩壊とが引続いて起り結局何時かは安定な核に到達するであらう。放射性核の三つの系列に対し夫に n_2, n_1 及び n_1/n_2 を表にすれば第一表の様になる

第一表　(太字はβ崩壊の起る時の n_1/n_2 の値を示す.)

トリウム系列				ラヂウム系列								アクチニウム系列			
元素	n_2	n_1	n_1/n_2	元素	n_2	n_1	n_1/n_2	元素	n_2	n_1	n_1/n_2	元素	n_2	n_1	n_1/n_2
Th α	90	142	1,579	U_I α	92	146	1,588	RaD β	82	128	**1,561**	Pa α	91	140	**1,539**
MTh_1 β	88	140	**1,591**	UX_1 β	90	144	**1,600**	RaE β	83	127	**1,530**	Ac β	89	138	**1,551**
MTh_2 β	89	139	**1,562**	UX_2 β	91	143	**1,571**	RaF α	84	126	1,500	RaAc α	90	137	1,522
RaTh α	90	138	1,533	U_{II} α	92	142	1,544	RaG	82	124	1,512	AcX α	88	135	1,535
ThX α	88	136	1,545	J_o α	90	140	1,556					AcEm α	86	133	1,547
ThEm α	86	134	1,558	Ra α	88	138	1,569					AcA α	84	131	1,560
ThA α	84	132	1,571	RaEm α	86	136	1,582					AcB β	82	129	**1,574**
ThB β	82	130	**1,587**	RaA α	84	134	1,595					AcC β	83	128	**1,542**
ThC β	83	129	**1,555**	RaB β	82	132	**1,610**					AcC' α	84	127	1,512
ThC' α	84	128	1,524	RaC β	83	131	**1,579**					AcD	82	125	1,524
ThD	82	126	1,537	RaC' α	84	130	1,548								

表を見ると各系列に就いてβ崩壊に對~~する安定度~~し安定な核のn_1/n_2の限界値は大體一定でトリウム系列では1,585及び1,55，ラヂウム系列では1,595及び1,57，アクチニウム系列では1,57及び1,54である。[(1)]

以上の考察を一般の核に擴張して見ると、質量数nの一定な核の勢力Eをn_1の函数として書けば第二圖の様になり，陽子丈の時には結合して核を作り得ないから$n_1=0$で$E=0$でn_1/n_2が1より少し大なる所でEは極小となり$n_2=n$でも中性子相互の引力の為に$E<0$である。而して上の考察からして×で示された核はβ崩壊に對して不安定な筈である。



第2圖

所で更にα粒子が特に安定であるといふ事情を考慮するとnが偶数の時には，n_1, n_2が共に偶数の場合の方がn_1, n_2共に奇数の場合に較べて勢力は遥かに小さいであらう。従って第三圖の様に曲線は二つに分れ×で示された様にn_1, n_2共に奇数の場合にはn_1/n_2の限界値に違

(1) 但しRaD及びRaEは例外でこれは上に考察した以外の核の特性が安定度に關係することを示す。

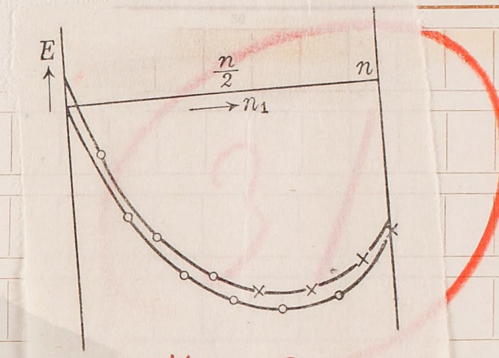
表を見ると各系列に就いてβ崩壊に對~~する安定度の~~し安定な核のn_1/n_2の限界値は大體一定でトリウム系列では1,585及び1,55，ラヂウム系列では1,595及び1,57，アクチニウム系列では1,57及び1,54である。註(1)

以上の考察を一般の核に擴張して見ると，先づ質量數nの一定な核の勢力Eをn_1の函數として書けば第二圖の様になり，陽子丈の時には結合して核を作り得ないから$n_1=0$でE=0でn_1/n_2が1より少しく大なる所でEは極小となり$n_2=n$でも中性子相互の引力のためにE<0である。而して上の考察からして×で示された核はβ崩壊に對して不安定な筈である。

所で更にα粒子が特に安定であるといふ事情を考慮するとnが偶數の時には，n_1, n_2が共に偶數の場合の方がn_1, n_2共に奇數の場合に較べて勢力は遙かに小さいであらう。従つて第三圖の様に曲線は二つに分れ×で示された核にn_1, n_2共に奇數の場合にはn_1/n_2の限界値に達

(1)註 但しRaD及びRaEは例外でこれは上に考察した以外の核の特性が安定度に關係することを示す。

するに從つて核はβ崩壊に對し不安定となる。質量數nが増してα崩壊に對して安定なn_1/n_2の限界値がβ崩壊に對する限界値に接近すれば、上の曲線でβ崩壊に對し安定な所は最早α崩壊に對して不安定~~であり~~となり、n_1, n_2が共に奇數で安定な核は一つも存在し得ないことになる。

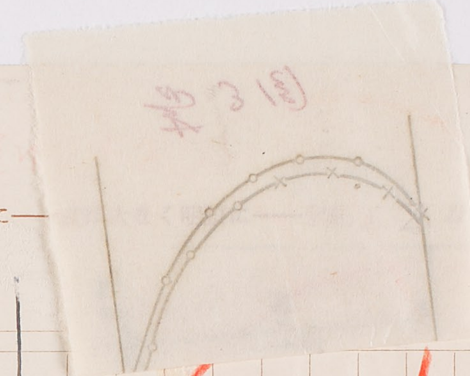


第3圖

實際n_1, n_2が奇數で安定な核はH_2, Li_6, B_{10}, N_{14}丈しか知られて居ない。放射性の核中にはn_1, n_2が奇數のものも幾つかあるが上述の理由に依りいづれもβ線を出して崩壊する。α崩壊とβ崩壊の兩方の起る分岐點にある核の中、ThC及びRaCはn_1, n_2が共に奇數でβ崩壊に對し特に不安定であるから主としてβ崩壊が起るが、AcCの中性子の數は偶數であるから主としてα崩壊が起る。

nが非常に大きくなれば、下の曲線に於てβ崩壊に對~~安定な核も~~して安定な核も最早α崩壊に對して不安定となり、安定な核は一つも存在し得ないことになる。

質量數nが奇數の時にはn_1が偶數でも奇數でも大差はない。何故かといへばPauliの排他律は中性子にも陽子にも適用される故、いづれが閉殼を作らうと勢力的には著しい差異はないであらう。唯陽子の偶數である場合の方が、中性子の偶數である場合よりも稍々



(31)

する以前に於て核はβ崩壊に対し不安定となる。質量数nが増してα崩壊に対して安定なn_1/n_2の限界値がβ崩壊に対する限界値に接近すれば、上の曲線でβ崩壊に対し安定な所は最早α崩壊に対して不安定となり、n_1, n_2が共に奇数で安定な核は一つも存在し得ないことになる。

実際n_1, n_2が奇数で安定な核はH_2, Li_6, B_{10}, N_{14}丈しか知られて居ない。放射性の核中にはn_1, n_2が奇数のものも幾つかあるが上述の理由に依りいづれもβ線を出して崩壊する。α崩壊とβ崩壊の両方の起る分岐点にある核の中、ThC及びRaCはn_1, n_2が共に奇数でβ崩壊に対し特に不安定であるから主としてβ崩壊が起るが、AcCの中性子の数は偶数であるから主としてα崩壊が起る。

nが非常に大きくなれば、下の曲線に於てβ崩壊に対して安定な核も最早α崩壊に対して不安定となり、安定な核は一つも存在し得ないことになる。

質量数nが奇数の時にはn_1が偶数でも奇数でも大差はない。何故かといへばPauliの排他律は中性子にも陽子にも適用される故、いづれが閉殻を作らうと勢力的には著しい差異はないであらう。唯陽子の偶数である場合の方が、中性子の偶数である場合よりも稍々

好都合であらうと推測され，實際アクチニウム系列にもこの特徴は現はれて居るが，輕元素，重元素を通じて原子番號 n_2 が奇數の場合も偶數の場合も同様に現はれてゐることから見ればこの特徴は n 偶數の場合程著しくはない。

Pauli の排他律が核内の中性子及び陽子に對して重要な意味を持つことは，與へられた n_2 の値に對し實際知られて居る n_1 の値の極大及び極小が一般に偶數であり，逆に n_1 の一つの値に對する n_2 の極大極小が一般に偶數であることからもわかる。この規則に對する例外は輕元素の場合であるが，之は粒子を一つ附加へ又は取去ることが既に核に重大な變化をひき起す爲めであらう。更に重い元素にも二三例外があるが，之は同位元素に對する吾々の知識の不足に依るものかもしれぬ。

3. 原子核に依るγ線の散亂

今考へて居る核の模型に於ては，γ線の散亂は次の二つの原因に依つてひき起されるであらう。第一は外部からの輻射の作用に依つて中性子及び陽子の運動が變化し，その爲めに之と同じ振動數の輻射（Rayleigh の散亂輻射）又は核の固有振動數丈異つた振動數の輻射（Raman 輻射）が發射せられる場合であり，第二は個々の中性子，いひかへればその中に束縛された負電荷が外部からの輻射に刺戟せられて Rayleigh 又は Raman の散亂

日本數學物理學會誌原稿用紙　——一字を一劃に——式は大きく明瞭に——分數, ∫, ∑, Π 等は二行にまたがつて　16　數學會誌

輻射を發射する場合である。

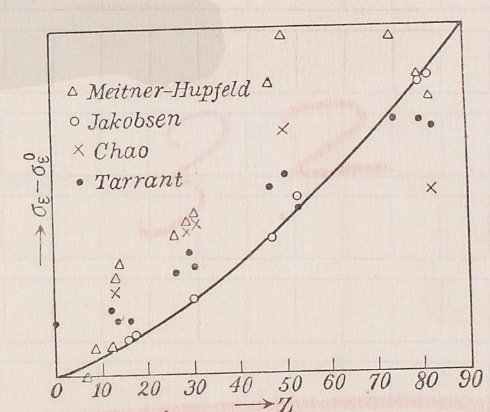
中性子が陽子と電子とから成るとすれば、第二の原因に依る散亂の分が遙かに強いであらう。この場合の散亂の強さは一定の波長のγ線に對する中性子の作用断面を σ_N とすると、Rayleigh 散亂の場合には核の作用断面は

$$\sigma_K = \sigma_N \cdot n_1^2 \qquad (8)$$

Raman 散亂の場合には

$$\sigma_K = \sigma_N \cdot n_1 \qquad (9)$$

となる。所が波長 $\lambda = 4{,}7$ X-E. なるγ線に對する實驗と比較して $\sigma_N = 1{,}5 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{cm}^2$ と取り、(8) 式に依つて與へられる σ_K を使つて σ_K/n_2 の曲線を書くと第四圖の様になり、實驗と比較的によく一致する故、散亂光の振動數は入射光の振動數と同じであるとする Meitner 及び Hupfeld[1] の說に都合がよい樣に見える。



第4圖

△ Meitner-Hupfeld
○ Jakobsen
× Chao
• Tarrant

(1) L. Meitner u. H. Hupfeld, ZS. f. Phys., **75**, (1932), 705. 之に反して L. Gray & G. Tarrant, Proc. Roy. Soc., **136**, (1932), 662. には振動數が之と異なる散亂輻射が存在することが述べられてゐる。

輻射を發射する場合である。

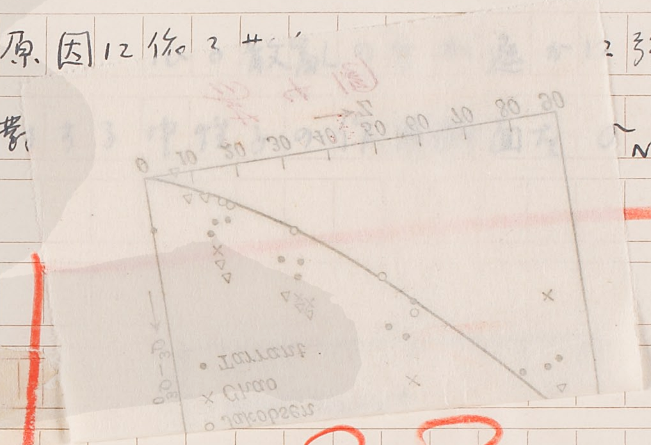
中性子が陽子と電子とから成るとすれば，第二の原因に依る散[illegible]強いであらう。この場合の散亂の強さは一定の波長のγ線に對[illegible]σ_N とすると，Rayleigh 散亂の場合には核の作用断面は

$$\sigma_K = \sigma_N \cdot n_1^2 \qquad (8)$$

Raman 散亂の場合には

$$\sigma_K = \sigma_N \cdot n_1 \qquad (9)$$

となる。所が波長 $\lambda = 4,7$ X-E. なるγ線に對する實驗と比較して $\sigma_N = 1,5 \cdot 10^{-28}\ cm^2$ と取り，(8) 式に依つて與へられる σ_K を使つて σ_K / n_2 の曲線を書くと第四圖の様になり，實驗と比較的によく一致する故，散亂光の振動數は入射光の振動數と同じであるとする Meitner 及び Hupfeld[(1)] の說に都合がよい様に見える。



32

△ Meitner-Hupfeld
○ Jakobsen
x Chao
• Tarrant

(1) L. Meitner u. H. Hupfeld, ZS. f. Phys., **75**, (1932), 705. 之に反して L. Gray & G. Tarrant, Proc. Roy. Soc., **136**, (1932), 662. には振動數が元と異なる散亂輻射が存在することが述べられてゐる。

圖の實驗値[(1)]は一つの電子についての全散亂の強さの Klein－仁科の式からのずれから更に Sauter の式[*(2)]に依つて與へられる核外電子の光電効果を引去つた殘りである。

次に第一の原因に據る散亂を考へて見ると核と外部の電場 $\mathfrak{E}$ との相互作用の勢力は

$$H_1 = \mathfrak{E}\cdot e\sum r_k \frac{1}{2}(1-\rho_k^5) = \mathfrak{E}\cdot\frac{e}{2}\sum r_k - \mathfrak{E}\cdot\frac{e}{2}\sum r_k\rho_k^5$$

なる形で書かれるが、この内第一の部分は核の重心と電場との相互作用と考へられ、之による散亂の強さは小さくて問題にならぬ。第二の部分に依る影響は入射光の振動數が核の固有振動數の一つに近づ~~いた時夫稍、夫~~けば大きくなり、共鳴の位置では散亂輻射は非常に強くなる。特に水素の核 H_2 の場合には $r_1\rho_1^5 + r_2\rho_2^5$ の行列要素の中 0 でないのは關係する二つの状態の一方が ρ^5 に關して對稱で他方が反對稱の場合に限られる。所が反對稱の場合には中性子と陽子とは互に反撥する故勢力のスペクトルは連續で、從つて普通の意味に於る sharp な共鳴の位置は存在しない。

4. 中性子の諸性質

(1) L. Meitner u. Hupfeld, ZS. f. Phys., **67**, (1931), 147; J. Jacobsen, ebenda, **70**, (1931), 145; Chao, Proc. Nat. Acad. Amer., **16**, (1930), 431; G. Tarrant, Proc. Roy. Soc., **135**, (1932), 223.

(2) F. Sauter, Ann. d. Phys., **11**, (1931), 454. Pb 及び Hg に對しては近似がよくないから、Sauter の値から 20% 丈減してある。

この論文では中性子は何時も核内の單位要素として取扱ひ、位置變更及びβ崩壊を考慮する場合にのみ陽子と電子より成るかの如く見做した。[3] 實際輕い核を破壊すれば中性子が出て來ることは中性子を單位的な要素とする見方に都合よい様であるが、一方に於て中性子の質量缺陥（勢力にすれば大體 10^6 Electron Volt）が核の中での粒子の相互作用の勢力に比して餘りに小さいことはこの見方に疑ひを抱かしめる。所が Fermi の統計が中性子に適用されること及びβ崩壊に際して勢力保存の法則が成立しないことは、本來中性子といふものの存在すること自身が既に現在の量子力學と矛盾することを示してゐるのである。~~中性子の本質について現在の量子力學の立場から云々しようとするのは無理であるかもしれぬ、~~更に中性子が陽子と電子から成るとしてその間の結合の勢力を計算して見るに、先づ第一に質量缺陥からは mc^2 の程度の値が得られ、第二に中性子の大いさから計算すると、$\Delta q \sim e^2/mc^2$ の程度であるから不確定關係に依れば平均の運動量は

$$\Delta p \sim \frac{h}{2\pi\Delta q} \sim \frac{hmc^2}{2\pi e^2} = \frac{hc}{2\pi e^2} mc \cong 137\, mc$$

となり、從つて結合の勢力は

$$E = c \cdot \Delta p \sim 137\, mc^2$$

(3) γ線の散亂の場合にも中性子を複合的に見た。（抄錄者註）

の程度の大いさとなる。最後にγ線の散亂から計算して見ると，波長 $\lambda=4,7$ X-E，なるγ線に對する作用断面が中性子と同じ値を與へる様な古典的振動子の振動数 ν_0 は

$$\sigma=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2\left(\frac{\nu^2}{\nu_0^2-\nu^2}\right)^2$$

に於て $\lambda=4,7$ X-E，即ち $h\nu=5,15\ mc^2$，$\sigma=\sigma_N=1,5\times10^{-28}\ \mathrm{cm}^2$ と置けば $h\nu_0=42,6\ mc^2$ と出て来，これが大體電子の結合の勢力を與へる。かくの如く中性子の中の電子の結合の勢力なるものは之を定める方法に依つて著しく異なる値を得るのであるから，この場合には結合の勢力といふ概念を一義的に定めることが出来ない。

要するに中性子自身が本来今日の量子力學では記述し得ないものであるから~~とも~~，この論文の基礎となつてゐる所の中性子を核内の單位要素と見るといふ假定は，中性子の知られてゐる諸性質と矛盾するとはいはれない。

（湯川秀樹）

よろしく
要録の部のみは返送下され
字体はっきり書いて下さい