DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE May 22 1935
NO. 1

γ-ray の Internal Conversion について.

γ-ray の internal conversion には 2種類ある
i) extranuclear electron が eject される場合
ii) electron positron の pair の形に emit される場合.

で iii) ある. ~~第2の場~~ 後者に対して顕著な場合として, 外部に γ-ray の出ない ものがある. これは s→s transition として説明される.

この s→s transition は又 pair を作る場合にも考へられる. それはいづれにしても nucleus の附近 (又はその内部に) electron がやつてくる ためにおこる. であるから nucleus 附近の electron の density が問題になる.

pair を作る場合の方が, ~~electron~~ electron の density 1s-level の electron の density に比して (nucleus 附近で) ずつと小さいが, 数が沢山ある故, 全体としては相当な density になる.

nucleus の atomic number Z. その中の z なる charge の particle の transition によつて, electron の ejection が行はれるとする. Hamiltonian は

$$H = H_n + H_e - \frac{(Z-z)e^2}{r_e} - \frac{z e^2}{|r_e - r_n|}$$

$$= H_n + H_e - \frac{Z e^2}{r_e} - z e^2\left(\frac{1}{|r_e - r_n|} - \frac{1}{r_e}\right)$$

となる。但し、r_nは nuclear particle を、r_e は electron をあらはし、r_n, r_e は nucleus の中心からの radius vector. ~~r_e は electron の nucleus 之の中心~~ として、nuclear particle と残りの nucleus との interaction は H_n の中にふくまれて居る。$\frac{2e^2}{|r_n - r_e|} - \frac{2e^2}{r_e}$ なる perturbation によって

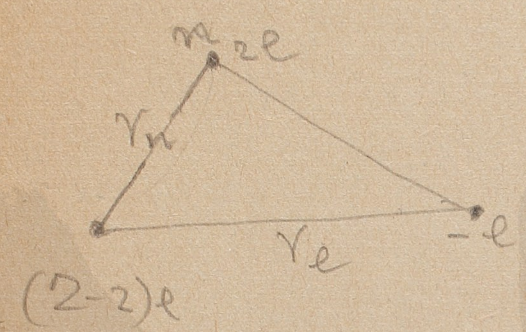
で1回近似は nuclear particle と electron とが simultaneous transition をやる probability を計算するにある。

nuclear particle は ある場合には、(充分な energy をもってゐれば) そのまゝ nucleus から飛出すであらう。その方の probability も比較のために計算せねばならぬ。

Fowler は

$$H = H_n + H_e - \frac{(Z-2)e^2}{r_e} - \frac{2e^2}{|r_e - r_n|}$$

$$= H_n + H_e - \frac{Ze^2}{r_e} - 2e^2\left(\frac{1}{|r_e - r_n|} - \frac{1}{r_e}\right)$$



$$\Psi^{(A)} = \Psi_n^{(A)} \cdot \Psi_e^{(A)}$$

$$\Psi^{(E)} = \Psi_n^{(E)} \cdot \Psi_e^{(A)}$$

$$H_{AE} = \iint \tilde{\Psi}_n^{(E)} \tilde{\Psi}_e^{(E)} \, 2e^2 \left(\frac{1}{|r_e - r_n|} - \frac{1}{r_e}\right) \Psi_n^{(A)} \Psi_e^{(A)} \, dv_n \, dv_e$$

$$\frac{1}{|r_e - r_n|} - \frac{1}{r_e} = \frac{1}{r_e}\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r_n}{r_e}\right)^n P_n(\cos\theta)$$

$$|r_e - r_n| = \sqrt{r_e^2 - 2 r_e r_n \cos\theta + r_n^2}$$

for $r_e > r_n$

$$= \frac{1}{r_n}\left\{\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r_e}{r_n}\right)^n P_n(\cos\theta)\right\} - \frac{1}{r_e}$$

for $r_e < r_n$

n: $S \to S$ }
e: $S \to S$ } transition を考へると.

$\Psi_n^{(A)} \Psi_e^{(A)}$, $\tilde{\Psi}_n^{(E)} \tilde{\Psi}_e^{(E)}$ は夫々

r_n, r_e のみの函数 [illegible].

expansion に入れてするのは、

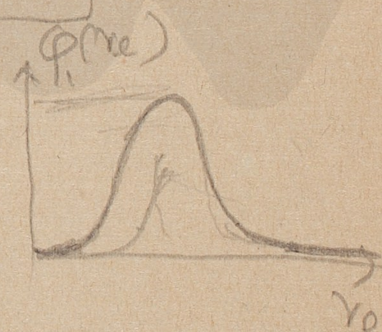
$r_e < r_n$ の時の $\frac{1}{r_n} - \frac{1}{r_e}$

なる項までである。

$$V_{AE} = (4\pi)^2 \Sigma e^2 \int_{r_e=0}^{\infty}\int_{r_n=r_e}^{\infty} \left\{ \frac{\tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)}}{r_n} \tilde{\psi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e^2 dr_e \, r_n^2 dr_n - \tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)} \cdot \frac{\tilde{\psi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)}}{r_e} r_n^2 r_e^2 dr_e dr_n \right\}$$

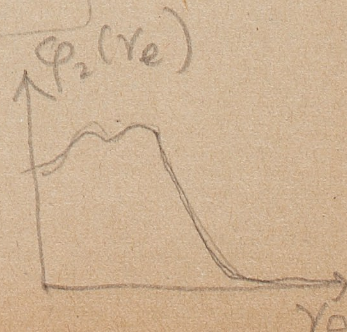
$$+ \int_{r_e=0}^{\infty} \left[\int_{r_n=0}^{r_e} \tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)} r_n^2 dr_n \right] \tilde{\psi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e dr_e$$

$$\left[\int_{r_n=0}^{r_e} \tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)} r_n^2 dr_n \right] = \varphi_1(r_e)$$



$$+ \int_{r_e=0}^{\infty} \left[\int_{r_n=r_e}^{\infty} \tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)} r_n dr_n \right] \tilde{\psi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e^2 dr_e$$

$$\left[\int_{r_n=r_e}^{\infty} \tilde{\psi}_n^{(E)} \psi_n^{(A)} r_n dr_n \right] = \varphi_2(r_e)$$



$\varphi_1(r_e) = 0$ for $r_e \geq a$,

$$\int_{r_e=0}^{\infty} \varphi_1(r_e)\, \tilde{\varphi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e\, dr_e$$

$$= \int_0^a \varphi_1(r_e)\, \tilde{\varphi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e\, dr_e = I_1$$

$\varphi_2(r_e) = 0$ for $r_e \geq a$

$$\int_{r_e=0}^{\infty} \varphi_2(r_e)\, \tilde{\varphi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e^2\, dr_e$$

$$= \int_0^a \varphi_2(r_e)\, \tilde{\varphi}_e^{(E)} \psi_e^{(A)} r_e^2\, dr_e = I_2$$

$$V_{AE} = (4\pi)^2 Z e^2 (I_1 + I_2)$$

$$\frac{4\pi^2}{h} \cdot |V_{AE}|^2 \cdot \rho_E$$

$$\frac{4\pi^2}{h} \int |V_{AE}|^2 \cdot \rho_E \cdot \rho_A(W)\, dW\, d\Omega_E\, d\Omega_A$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..............
NO..............

Schrödinger equation

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dL}{dr}\right)+\left[\frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(E-\frac{ZZ'e^2}{r}\right)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right]L=0$$

a positive energy a solution で asymptotic に

$$L \sim (kr)^{-1}\sin\left(kr-\tfrac{1}{2}l\pi+\eta_l-\alpha\log 2kr\right)$$

の形になるものは、

$$L_l(r)=e^{-\frac{1}{2}\pi\alpha}\frac{|\Gamma(l+1+i\alpha)|}{(2l+1)!}(2kr)^l e^{ikr}$$

$$\times F(i\alpha+l+1;\,2l+2;\,-2ikr)$$

で与えられる.

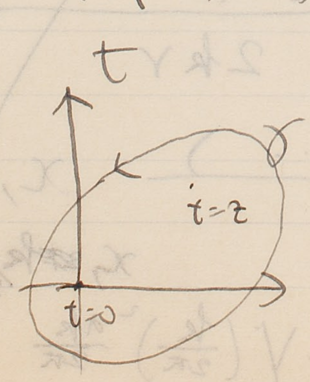
但し.

$$k^2=8\pi^2 mE/h^2$$

$$\alpha=\frac{2\pi ZZ'e^2}{hv}=\frac{8\pi^2 m ZZ'e^2}{h^2}\cdot\frac{1}{2k}$$

$$\eta_l=\arg\Gamma(l+1+i\alpha)$$

$$F(a;b;z)=1+\frac{a}{b\cdot 1}z+\frac{a(a+1)}{b(b+1)\cdot 1\cdot 2}z^2+\cdots$$



$$=\frac{(b-1)!}{2\pi i}\int_\gamma\left(1-\frac{z}{t}\right)^{-a}e^t t^{-b}\,dt$$

$n_{p\omega} dp\, d\omega = \frac{V \cdot p^2 dp . d\omega}{h^3}$ $\quad n_p dp = \frac{4\pi V}{h^3} p^2 dp$

$n_E dE = n_E \frac{p}{m} dp . \quad n_E = \frac{m n_p}{p} = \frac{4\pi m V p}{h^3}$

energy scala で normalize すると

$4\pi \int_E^{E+\Delta E} \int_{r=0}^{R} \left| L_{\ell}(kr) \right|^2 r^2 dr\, dE = n_E \Delta E .$

$V = \frac{4\pi}{3} R^3$

$~~\frac{4\pi e^{-\pi\alpha} |\Gamma(\ell+1+i\alpha)|^2}{\{(2\ell+1)!\}^2} (2k)^{2\ell}~~ 2k\,dk = \frac{8\pi^2 m}{h^2} dE .$

$\int_{r=0}^{R} 4\pi \int k^{-2} C^2 \sin^2 (kr - \frac{1}{2}\ell\pi + \eta_\ell - \alpha \log 2kr) dr$

$\times ~~\frac{4\pi^2 m}{h^2}~~ dk \frac{h^2 k\,dk}{4\pi^2 m}$

$= \frac{C^2 h^2}{\pi m} \int_{r=0}^{R} \int_{k=k}^{k+\Delta k} \frac{\sin^2 (kr - \frac{1}{2}\ell\pi + \eta_\ell - \alpha \log 2kr)}{k} dr\, dk$

$= \frac{C^2 h^2}{\pi m} \int_{r=0}^{R} dr \int_{k=k}^{k+\Delta k} \frac{1 - \cos \{2kr - \frac{1}{2}\ell\pi + \eta_\ell - \alpha \log 2kr)}{2k} dk$

$\frac{1}{2}$ $\quad \frac{\sin^2 kr}{r^2}$

$= \frac{C^2 h^2}{\pi m} \int_{r=0}^{R} dr \left[\frac{1}{2} \log \frac{k+\Delta k}{k} \right] - \left\{ \frac{\sin 2(kr - \frac{1}{2}\ell\pi + \eta_\ell - \alpha \log 2kr)}{2kr} \right|^{k+\Delta k}$

$- \frac{\sin 2kr - \cdots}{})$

$x, \frac{np}{h}$

$x, k. \quad x, k/2\pi .$

$4\pi \cdot V \cdot \left(\frac{k}{2\pi}\right)^2 \frac{dk}{2\pi}$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY

DATE ....
NO. ....

$\Gamma(1+i\alpha)\Gamma(1-i\alpha)$
$= i\alpha\Gamma(i\alpha)\Gamma(1-i\alpha)$
$= \frac{\pi\alpha}{\sinh\pi\alpha}$

$\frac{2\pi\alpha e^{-\frac{1}{2}\pi\alpha}}{e^{\pi\alpha}-e^{-\pi\alpha}}$

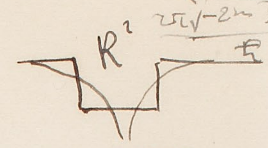
$\left(\frac{a}{2}\right)^{-3/2}$ $\quad a = \frac{h^2}{4\pi^2 m e^2} = (2k\alpha)^{3/2}$

$\sin(kR - \cdots) = 0$

$k = \frac{n\pi}{R}$

$\frac{R}{\pi} dk$

$\propto k dk$



$\frac{2\pi\sqrt{-2mE}}{h}$

かされ。V なる volume 中にて dp dω なる範囲の state の数は．

$$n_{p,\omega}\, dp\, d\omega = \frac{V p^2 dp\, d\omega}{h^3}$$

or $$n_p dp = \frac{4\pi V}{h^3} p^2 dp$$

$$n_E dE = n_E \frac{p}{m} dp = n_p dp$$

$$\therefore n_E = \frac{4\pi m V p}{h^3}$$

$k^2 = \frac{8\pi^2 m}{h^2} E$ $\left(= \frac{4\pi^2}{h^2} p^2\right)$

$$n_k dk = \frac{n_k}{k} \frac{4\pi^2 m}{h^2} dE = n_E dE$$

$$\therefore n_k = \frac{V p k}{\pi h} = \frac{V k^2}{2\pi^2}$$

$p = \frac{h}{2\pi} k$

~~$4\pi \int_0^R |L_e(r)|^2 r^2 dr$~~ $\frac{4\pi R^3}{2k^2}$ ~~$= \frac{3}{2} V/k^2$~~. ~~for large~~ R. $\int_0^{kR} \frac{\cdots}{k} =$

$\sin kR =$

$$C^2 4\pi \int_0^R |L_e(r)|^2 r^2 dr$$

$$= \frac{4\pi}{k^2} C^2 \int_0^R \sin^2(\quad) dr \simeq \frac{2\pi R}{k^2} C^2 = 1$$

$$C = \frac{k}{\sqrt{2\pi R}}.$$