15(+2)

$^{60}_{28}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{60}_{27}Co + ^{1}_{1}H$ Nature, 135, 515

E 21 070 P05

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

第三回大阪支部
数物講演草稿

DATE Sept. 28, 1935
NO. 1

湯川秀樹 ~~Neutron~~ Heavy Particle と原子核の相互作用について。
宮川行彦.

Heavy Particle といふのはここでは neutron と proton とを一緒にしたものを考へて居る。

之が原子核に衝突して elastic に scatter される場合、及び核に捕獲されて γ-ray を出す場合、は ~~Born Collision~~ One Body Problem に reduce 出来るから、cross section もはっきりとわかるが、neutron が入って proton が出る事、又はその逆、又 α が出て neutron or proton が出る事又はその逆等は一般には many body problem と考へられ、従って cross section は非常に rough な estimation しか出来ない。

所で neutron が入って proton が出ることが、proton が入って neutron が出る場合は、もしも 1つの neutron が proton に、proton が neutron にかはることによって起こるとするならば、通常の scattering の場合と同じく one body problem に reduce しうるわけである。此の場合には neutron or proton と nucleus の間に一種の exchange type の force が働く丈が違ってゐる。

そうでなくて実際 neutron は中へ入り、別の proton が中から出るなら問題は異なってくる。しかし、Heisenberg-Majorana の exchange force の仮定がある程度迄正しいなら、始めの意味の disintegration が相当度起ってよい。で、この場合の cross section を計算してみるのも多少意味

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 2

があると思はれる。
吾々は問題を出来る丈 phenomenological に考へて行くがよいと思ふので、nucleus を構成する ~~各種の~~ particle と ~~外から衝突する~~ 衝突する Heavy Particle との相互作用の ~~性質~~ mechanism は考へず 今假りとして

i) neutron と nucleus 間の ordinary force
ii) proton と nucleus 間の Coulombe force 等。
iii) ~~neutron~~ を proton にかへ、そのかはりに nucleus の atomic number が一つ丈へる様な transition をひきおこす様な force.
iv) ~~neu~~ proton を neutron にかへ、そのかはりに nucleus の atomic number を一つ丈増す様な transition をひきおこす様な force.

等の ~~f~~force が働くと考へる。
今 neutron と atomic number Z なる nucleus の結合せる state を 1、proton と atomic number $Z-1$ なる nucleus と結合せる state を 2 と名づければ system の eigenfunction は二つの component をもつことになる。
$\begin{pmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{pmatrix}$ とかいておく。

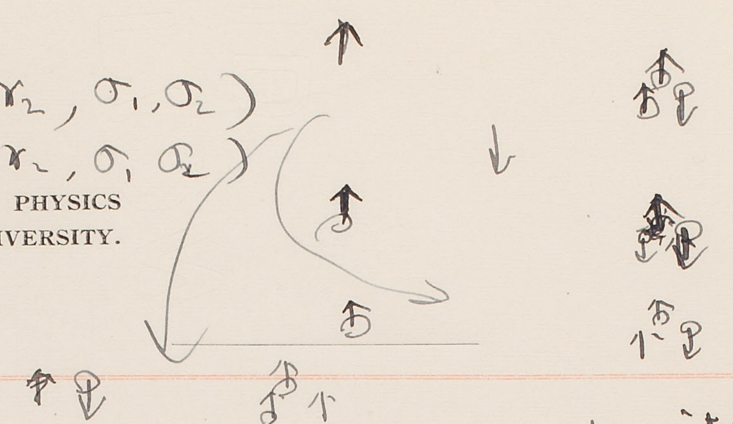
すると interaction の energy は

$$\begin{pmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{pmatrix}$$

\# 但し. van Vleckが使った様に仮定 Majoranaの forceからは ~~d~~disintegrationの場合は出てこない. それは neutron, proton 或るいは Fermiの statisticsに従ふとしたからである. heavy particleが全体として Fermiの statisticsに従ふとすると, 上の様な ~~transition~~ disintegrationに相当する interactionが出てくる.
β-rayの問題と結びつけられれば猶の事 早く六ヶ敷い..

$u_1'(r_1, r_2, \sigma_1, \sigma_2)$
$u_2'(r_1, r_2, \sigma_1, \sigma_2)$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.



DATE
NO. 3

~~Hamiltonian~~ が Hermitisch といふ條件から
$J_{12} = J_{21}^*$.

与へられる。この中、J_{11} は i)、J_{22} は ii)
J_{12} は iv)　J_{21} は iii) を与へてゐる。
(Majorana の interaction では J_{12}, J_{21} は coordinate 丈ではなく、spin ~~...~~ の変換の operator をも含む。故に ~~neutron 或は heavy~~ transition によって nucleus と ~~neut~~ heavy particle の spin (方向、大いさ) が夫々にかはる場合、かはらぬ場合が両方あるわけである。
~~heavy~~ は 軽い nucleus 中に proton が多数あれば spin 方向の反対のものが殆んど (或は neutron) は相当ある故、heavy particle の spin の方向かはる時とかはらぬ時とが殆んど同じ位の prob. であらう。~~故に spin の方向が~~
かゝる複雑性は一先考慮の外におき J_{12}, J_{21} を relative coordinate 丈の函数とする。之は Heisenberg の interaction に当る。一般に小さく出過る傾向があるが? 是れは J_{12}, J_{21} の絶対値を適当にとることによって、この困難から逃れ得る。}
~~Majorana の interaction だと nuclear spin について~~ の重ね合せ ~~更に平均してとらねばならぬ~~) spin coordinate を separate した Majorana の interaction も結局これと同様な形になると考へられる)

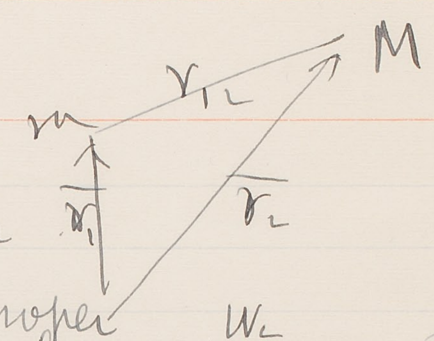
~~neutron~~ heavy particle の mass　m,
nucleus の mass　M
とする。函数 1 と 2 で m, M は小さい量だが、之は negligible.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

~~なかし~~ Majorana

DATE

NO. 4



而して kinetic energy は

$$\frac{1}{2m}\vec{p}^2 + \frac{1}{2M}\vec{P}^2$$

1 の ~~total~~ proper energy W_1 と 2 の ~~total~~ proper energy W_2 とは一般に異る. これ,

$$\begin{pmatrix} W_1 & 0 \\ 0 & W_2 \end{pmatrix}$$

なる形となる. energy の ~~原点~~ 0 のとり方を変へれば

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & W_2-W_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -D \end{pmatrix}$$

但し, $W_1 - W_2 = D$.

従つて Hamiltonian は

$$H = \frac{1}{2m}\vec{p}^2 + \frac{1}{2M}\vec{P}^2 + \begin{pmatrix} J_{11}(r_{12}) & J_{12}(r_{12}) \\ J_{21}(r_{12}) & J_{22}(r_{12}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -D \end{pmatrix}.$$

~~これ~~ この Hamiltonian に於て. 重心の座標と relative coordinate の座標とは容易に separate される.

eigenfunction は ~~(u_1, u_2)~~ といへば

$$\begin{pmatrix} u_1' \\ u_2' \end{pmatrix} = u''(\vec{R}) \cdot \begin{pmatrix} u_1(\vec{r}) \\ u_2(\vec{r}) \end{pmatrix}$$

$$E' = E'' + E.$$

E': total energy. — E: 1 の proper energy

E'': 重心の kinetic energy.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 5

$$\frac{\hbar^2}{2(M+m)}\left(\frac{\partial^2}{\partial X^2}+\frac{\partial^2}{\partial Y^2}+\frac{\partial^2}{\partial Z^2}\right)u''+E''u''=0.$$

$$\cancel{\frac{\hbar^2}{2\mu}}\ \Delta u_1+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[(E-J_{11})u_1-J_{12}u_2\right]=0$$

$$\Delta u_2+\frac{2\mu}{\hbar^2}\left[(E+D-J_{22})u_2-J_{21}u_1\right]=0$$

$$\mu=\frac{Mm}{M+m}$$

J's は r のみの函数と考へるならば θ, φ に関する部分は spherical harmonic として separate 出来る ~~radial function~~ $\cancel{\frac{d^2 f_1}{dx^2}}$ を ~~$\frac{f(r)}{r}$~~ f
故、

$$u_1=\frac{f_1(r)}{r}Y_{lm}\ ,\qquad u_2=\frac{g_1(r)}{r}Y_{lm}$$

とおくと、

$$\frac{d^2 f_1}{dr^2}+\left\{\kappa^2(E-J_{11})-\frac{l(l+1)}{r^2}\right\}f_1-\kappa^2 J_{12}g_1=0$$

$$\frac{d^2 g_1}{dr^2}+\left\{\kappa^2(E+D-J_{22})-\frac{l(l+1)}{r^2}\right\}g_1-\kappa^2 J_{21}f_1=0.$$

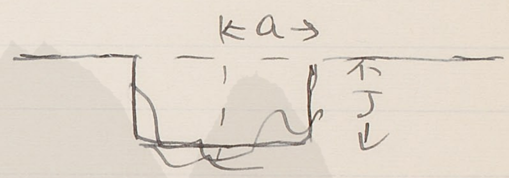
$$\kappa^2=\frac{2\mu}{\hbar^2}.$$

問題は適当に J's の形をきめて、適当な boundary condition を満足する solution を求め、それから cross section を出すことである。こゝでは組合せる粒子の両方が [illegible] についてのみ論ず。[illegible] 一般的な場合は後に述べる

先ずneutronによるproton disintegrationを計算して見る.

J_{12} = real = J_1 ~~= −J~~ と仮定し.

$$= \begin{cases} -J(r) & \text{for } r<a \\ 0 & \text{for } r>a \end{cases}$$



とする: a : nucleusのradius

(粒子の大きさの nuclear radius は同一と考へてよい)

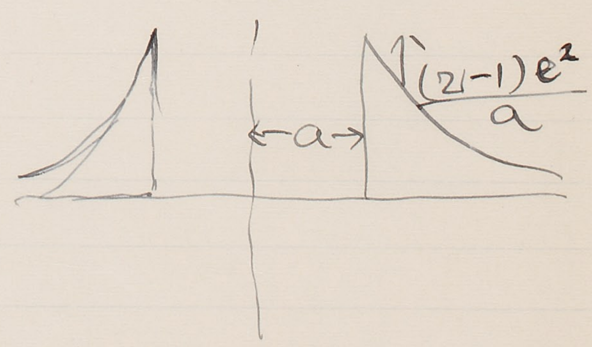
~~$J_{11}=0$ とすれ~~

~~一般に J_{11} は 0 ではないが~~ 今 J が(予想して)非常に大きく. 従って nucleus中では E, D, J_{11}, J_{22} 等は neglect出来るとする. limiting case を考へる.

もっと一般の場合も取扱へるが. まだ計算が進んでない..

r>a では. J=0 となる. ~~E, D, J_{11}~~ 之等は neglect出来ぬ. (但し. $J_{11}=0$)

$$J_{22} = \frac{(Z-1)e^2}{r} \qquad r>a$$



neutronがあまり多くない. 即ち energyが 10^6 eV 程度ならば l=0 が効いてくるから その時には

$$\left.\begin{aligned} f_1'' + J_0 g_1 &= 0 \\ g_1'' + J_0 f_1 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad r<a$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 7

但し、~~f_1~~ $x^2 J = J_0$

$$\left.\begin{aligned} & f_1'' + E_0 f_1 = 0 \\ & g_1'' + \left(E_0 + D_0 - \frac{K}{r}\right) g_1 = 0 \end{aligned}\right\} \quad r > a$$

$x^2 E = E_0 \qquad x^2 (2-1) e^2 = K.$

$r<a$ に対しては、原点で0になる様に

$$\left.\begin{aligned} & f_1 = a_1 \sin \sqrt{J_0}\, r + a_2 \sinh \sqrt{J_0}\, r \\ & g_1 = a_1 \sin \sqrt{J_0}\, r \pm a_2 \sinh \sqrt{J_0}\, r \end{aligned}\right\} \quad r<a$$

$r>a$ に対しては f_1は、遠方で z-方向に進む plane wave e^{ikz} $(k=\sqrt{E_0})$

~~の $l=0$ の part 即ち $\sqrt{\frac{4\pi}{E_0}}$~~ と scattered wave $\frac{e^{ikr}}{r}$ の sum になる様なものをとる。

$l=0$ の part 丈を書けば、

$$f_1 = \sqrt{\frac{4\pi}{E_0}} \sin \sqrt{E_0}\, r + C e^{i\sqrt{E_0}\, r} \quad \text{for large } r.$$

g_1 に対しては遠方で scattered wave ~~に相当~~ をあらはすものをとるべきである。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 8

故に. $\sqrt{E_0+D_0}\, r = R$ $\qquad R_1 = \frac{K}{\sqrt{E_0+D_0}}$

$$g_1'' + \left(1 - \frac{R_1}{R}\right) g_1 = 0 .$$

$\cancel{R}$ は 0.3 $\frac{2}{\sqrt{E+D}}$

E, D in MV.

(*) $$g_1 = (F(R))^{-\frac{1}{4}} e^{i\int_{R_1}^{R} \sqrt{F(R)}dR}$$ (W. K. B) for $R \gg R_1$

~~$R \approx \sqrt{E_0+D_0}\, a$ の近くでは~~

故に. $R \approx R_1$ の近では $F(R) = 1 - \frac{R_1}{R} \approx 0$ となる. この近では. $F(R)$ を $\left(\frac{R}{R_1}-1\right)$ ~~$R - R_1$~~ の power で expand すると $F(R) = \left(\frac{R}{R_1}-1\right) - \left(\frac{R}{R_1}-1\right)^2 + \cdots$

$\frac{1}{R_1} = \rho^2$ $\quad R - R_1 = \xi$ とおく. ~~と~~ さ. $F(R) \approx \rho^2 \xi$ となる

$$g_1'' + \kappa^2 \xi g_1 = 0$$

この solution は Bessel function

$$g_1 = \sqrt{\xi}\, H^{(1)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2\rho}{3}\xi^{\frac{3}{2}}\right)$$

$$\sqrt{\xi}\, H^{(2)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2\rho}{3}\xi^{\frac{3}{2}}\right)$$

これの asymptotic form が (*) と一致 ~~すればよい~~ しなければならぬ.
(之は 非常に rough な 考へ方であるが)

ば よれ

$$H^{(1)}_\nu(z) \to e^{i\left(z - \frac{(2\nu+1)}{4}\pi\right)} \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \qquad (-\pi < \arg z < 2\pi)$$

$$H^{(2)}_\nu(z) \to e^{-i(\quad '' \quad)} \sqrt{\frac{2}{\pi z}} \qquad (-2\pi < \arg z < \pi)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 9

~~所で 故に~~ $H^{(2)}_{\frac{1}{3}}$ はとれない. 一方 (*) に於いて. $F(R) = \zeta^2\zeta$
とおいて. 積分を遂行すると.

$$g_1 = \frac{1}{\sqrt{\rho}}\,\zeta^{-\frac{1}{4}}\,e^{i\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}}$$

∴ ~~因~~ $R = R_1$ の附近で

☆ $$g_1 = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{i\frac{5\pi}{12}}\sqrt{\zeta}\,H^{(1)}_{\frac{1}{3}}\left(\frac{2}{3}\zeta^{\frac{3}{2}}\right)$$

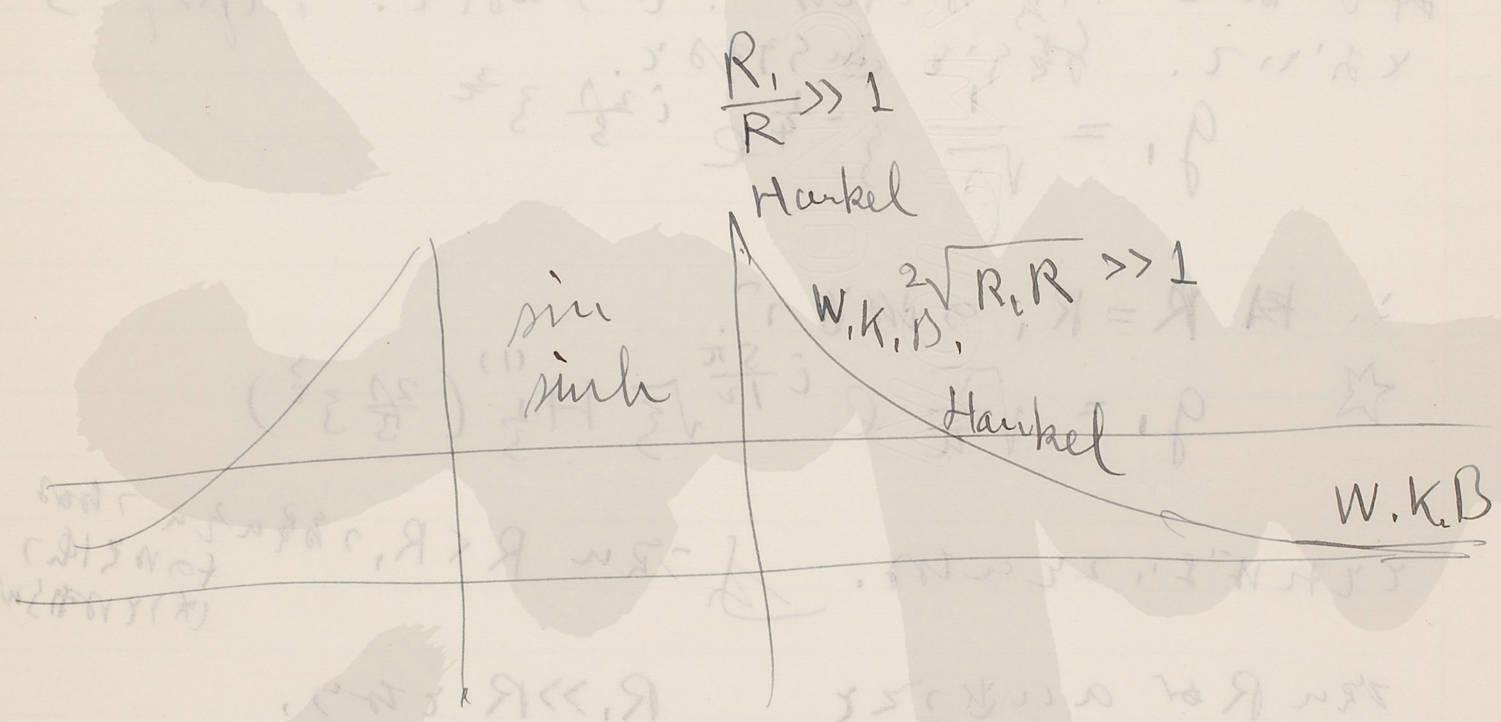
とすればよいことになる. 次に $R < R_1$ の解に之につなぐ f の性質を使って (*) と比較すれば

次に R が a に近づくと $R_1 \gg R$ となり,

$$g_1'' - \frac{R_1}{R}\,g_1 = 0$$

$$g_1 = \sqrt{R}\;H_1^{(1)}\left(2i\sqrt{R_1R}\right)$$
$$H_1^{(2)}\left(2i\sqrt{R_1R}\right)$$

所で ~~之故~~ ~~asymptotic~~ に ☆ と~~一致するのは~~ $R_1 \gg R$ へ
~~(之から云ひ得るのは, R_1 は相当大き)~~
於て ~~ゆえ~~ ~~g_1~~ = で. $F(R) = 1 - \frac{R_1}{R} \approx -\frac{R_1}{R}$


$\frac{R_1}{R} \gg 1$
Hankel
sin
sinh
W.K.B.
$2\sqrt{R_1 R} \gg 1$
Hankel
W.K.B.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

9 ダブリ

DATE ....
NO. 9

~~(*)を~~ 所 v とが asymptotic に（Z が大きくなれば ~~$R_1 \gg R$ で~~ R_1 は相当大きくなる）(*)と一致するためには、(*)の結果を $R_1 \gg R$ に対して、
$F(R)$ を $-\frac{R_1}{R}$ とおいて近似すると、

$$g_1 = e^{-i\frac{\pi}{4}}\left(\frac{R_1}{R}\right)^{-\frac{1}{4}} e^{2R_1\left(1-\sqrt{\frac{R}{R_1}}\right)}$$

となり、
~~一方、~~ さて ~~RH_1~~ $H_1^{(1)}, H_1^{(2)}$ の asym. express と比較すると
$H_1^{(2)}$ はすてることとわかり、

$$g_1 = e^{i\frac{3\pi}{4}}\sqrt{\pi}\, e^{2R_1}\sqrt{R}\; H_1^{(1)}(2i\sqrt{R_1 R})$$

for $R \ll R_1$,

となる $r=a$ における solution がまつれ、これをつなげる。
注意すべきことは $r>a$ の solution のよくあてはまるのは、$\frac{R_1}{a} \gg 1$, $2\sqrt{R_1 a} \gg 1$

の時である。$\frac{R_1}{Ka} \approx 0.5\,\frac{Z}{E+D}$ $\left(\begin{array}{l} a=5\cdot 10^{-13} \\ E, D \text{ in MV} \end{array}\right)$

$2\sqrt{R_1 a} = 2\sqrt{Ka} \approx \sqrt{Z}$ $\quad a=5\times 10^{-13}$

$\therefore$ $\frac{Z}{E+D} \gg 3$ ならよい

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 10

$r=a$ で wave function をつなげる。時: ~~この場合、第一式~~
~~の term C の~~

$$a_1 \sin\sqrt{J_0}\,a + a_2 \sinh\sqrt{J_0}\,a = \sqrt{\frac{4\pi}{E_0}}\sin\sqrt{E_0}\,a + Ce^{i\sqrt{E_0}a}$$

$$a_1 \cos\sqrt{J_0}\,a + a_2 \cosh\sqrt{J_0}\,a = \sqrt{\frac{E}{J_0}}\left(\sqrt{\frac{4\pi}{E_0}}\cos\sqrt{E_0}\,a + iCe^{i\sqrt{E_0}a}\right)$$

~~下~~の方の C は小さいと考へて neglect する。∵ $J_0 \gg E$

$\sqrt{J_0}\,a=\varphi$　　$\sqrt{E_0}\,a=\xi$ とおくと、

. . .

之を a_1, a_2 について解く。
次に g_1 をつなげる　　D ; unknown constant

$$g_1 = -D\left(\frac{R}{R_1}\right)^{\frac{1}{4}} e^{2R_1-2\sqrt{R_1R}}$$

$$g_1' = \cdots$$

之から又 a_1 a_2 を求める。
両方が一致するためには。

$$D = \cdots$$

photon emission の total cross section は

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 11

$$|D|^2 \frac{\sqrt{E_0+D_0}}{\sqrt{E_0}}$$ 但し、$E_0+D_0>0$ の場合に限る。

$$= \frac{\pi A_1^2}{J_0 \cosh^2\sqrt{J_0}a \cos^2\sqrt{J_0}a} \frac{e^{4\sqrt{K}a}}{\sqrt{a}} \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{E_0}} e^{-\frac{4K}{\sqrt{E_0+D_0}}}$$

$$\cos^2\sqrt{E_0}a.$$

$$A_1 = \cosh\varphi \sin\varphi - \sinh\varphi \cos\varphi.$$

$$\varphi = \sqrt{J_0}a$$

$\therefore \varphi = \sqrt{J_0}a = \cancel{n\pi+\frac{\pi}{2}}\ (n+\frac{1}{2})\pi$, の近傍で

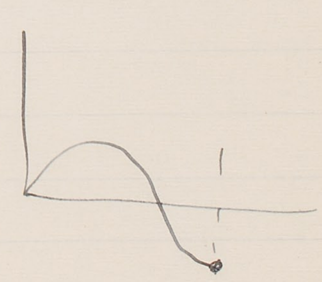
Cross section が非常に大きくなる。

~~中の potential が後~~

これは通常の scattering からきている

resonance の経過と相似している。

これは容易に除去される。



E, D : MV で表わし、 a を 10^{-12} cm unit で

あらわすと、

$$|D|^2 \frac{\sqrt{E_0+D_0}}{\sqrt{E_0}} = 0.2\cdot 10^{-24} \frac{e^{3.3\sqrt{Za}}}{J\sqrt{a}} \sqrt{\frac{2}{E}} e^{-1.35 Z/\sqrt{E+D}}$$

$$\times \cos^2(2.2\sqrt{E}\,a) \times \frac{A_1^2}{\cosh^2\sqrt{J_0}\,a\,\cos^2\sqrt{J_0}\,a}$$

$$e^{3.3\sqrt{2a}} \simeq 10^{1.45\sqrt{2a}}$$

$$e^{-1.35\frac{2}{\sqrt{E+D}}} \approx 10^{-0.6\frac{2}{\sqrt{E+D}}}$$

である.

次に ~~Bを求めると~~ Cを求めると neutronのscatteringのcross sectionは

$$|C|^2 = 4\pi\left[a - \frac{1}{\sqrt{J_0}}\,\frac{\tan\varphi + \tanh\varphi + 2\sqrt{\frac{K}{J_0 a}}\tanh\varphi\tan\varphi}{2}\right]^2$$

Betheでは.

$$\Phi_{el} = 4\pi\left(\cancel{A}\,a + \frac{1}{\sqrt{J_0}}\tan\sqrt{J_0}\,a\right)^2$$

故に $\tan\varphi$ の代りに,

$$-\frac{1}{2}\left(\tan\varphi + \tanh\varphi + 2\sqrt{\frac{K}{J_0 a}}\tanh\varphi\tan\varphi\right)$$

が入ってる.

resonanceはない.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 13

~~$\kappa^2 \cong 3 \cdot 10^{30}$~~ $\quad K = 0.7 \cdot 10^{12}(Z-1)$

Energy を ~~MV であらわして,~~ $\quad E_0 = 5 \cdot 10^{24} E$.

disintegration の式は Bethe による

$$\Phi_{dis} = \cancel{2\alpha}\,\pi^3 \frac{1}{\sqrt{E_0}} \frac{1}{\sqrt{J_0}} \frac{1}{\cos^2\varphi + \frac{E_0}{E_0+D_0}}$$

$$\times \frac{\cancel{4}\, e^{-4\left(\frac{K}{\sqrt{E_0+D_0}} - \sqrt{Ka}\right)}}{4\sin^2\varphi_\alpha} \cdot I$$

φ_α : α-particle wave function の phase

我々の場合は

$$\Phi_{dis} = \pi \frac{\sqrt{K}}{J_0\sqrt{a}\sqrt{E_0}} (\tan\varphi - \tanh\varphi)^2 e^{\cdots}$$

$$\varphi \sim \cos^2 \sqrt{E_0}\, a$$

$$I \sim \frac{1}{\pi^2} \sqrt{\frac{K}{J_0 a}} \cos^2 \sqrt{E_0}\, a$$

$J_0 = 10^8$ Volt. $\quad a = 5 \cdot 10^{-13}$ cm

$$\approx \frac{\sqrt{Z}}{100}$$

(Bethe $I \simeq \frac{1}{60}$)

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 14

但し、Betheのとは場合が異なる（αが出る場合）故に直接
比較は出来ぬ。
実験的dataとの比較は後に譲る。

猶 上の計算をもつと詳しくせること。
又 proton による neutron emission の場合と競争する相
手は実際は少い。 $\;{}_6C^{13}+H^1\to{}_7N^{13}+{}_0n^1$
$\;{}_6B^{11}+H^1\to{}_6C^{11}$
$\cancel{C^{13}+H^1\to N^{13}+\gamma}$

$l>0$ の時も 取扱ふ必要あり
詳細は後に譲る。