 19(+11)

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

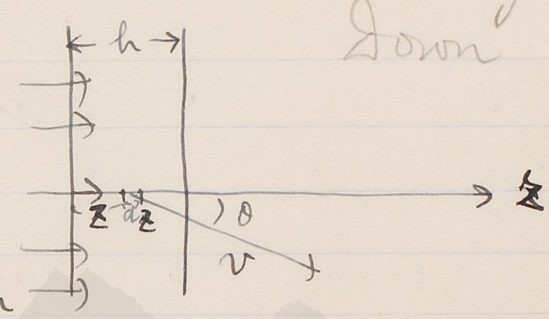
DATE

NO. 1

1936 七月数物学会原稿

@ Hydrogen の外をふくむ物質による slowing down

(i) 一回の衝突による neutron の velocity distribution の変化.



v_0 なる velocity の neutron が z-方向に進んで来, unit time に unit area を N_0 個丈横切るとすると z なる depth の unit area を横切る数は

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}}$$

になっておる. (但し, λ_0 は v_0 なる velocity の neutron の mean free path.) これが $(z, z+dz)$ の間で $(\theta, \theta+d\theta)(\phi, \phi+d\phi)$ の方向に scatter され ~~prob.~~ は unit time に出て行く数は

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \cancel{2v\,dv} \frac{\sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi}{\pi}\cdot\frac{dz}{\lambda_0} = N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{\cos\theta\cdot d\omega}{\pi}\frac{dz}{\lambda_0}$$

φについて積分し, $\frac{v}{v_0} = \cos\theta$ なる関係により θ の代りに v を使って,

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2}\frac{dz}{\lambda_0}$$

この scattered neutron は z に screen を斜に横切る間に scatter される故, 外へ出て来る数は (unit time に)

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2}\frac{dz}{\lambda_0}\cdot e^{-\frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}},$$

である. 但し λ は v なる velocity の neutron の mean free path. 従って screen の後の unit area を unit time に横切る $(v, v+dv)$ の間の

$$\lambda \propto \epsilon' + \frac{1}{2}E_0 \propto \frac{mv^2}{4}$$

ca $\epsilon' = 40000\ \mathrm{eV}$

$$\frac{1}{\lambda} = n\sigma$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 2

velocity v の neutron の数は

$$N_1(v)dv = N_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2 \lambda_0} \int_0^h e^{-\frac{z}{\lambda_0} - \frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}} dz$$

$(h,$

$$= N_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2\lambda_0} e^{-\frac{hv_0}{\lambda v}} \frac{e^{\left(\frac{v_0}{\lambda v} - \frac{1}{\lambda_0}\right)h} - 1}{\frac{v_0}{\lambda v} - \frac{1}{\lambda_0}}$$

$$= \frac{N_0 2v\,dv}{v_0^2\lambda_0} \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-\frac{hv_0}{\lambda v}}}{\frac{v_0}{\lambda v} - \frac{1}{\lambda_0}}.$$

h が充分小さく, $h \ll \lambda_0$, $h \ll \frac{\lambda v}{v_0}$ なる時は

~~上式~~ $N_1(v)dv = \frac{N_0 2v\,dv}{v_0^2} \frac{h}{\lambda_0}$

~~(前)~~ となり, scatter される total number は

$$\int_0^{v_0} N_1(v)dv = N_0 \frac{h}{\lambda_0}$$

scatter されずに通り抜ける total number は

$$N_0\left(1 - \frac{h}{\lambda_0}\right)$$

である.

但し, $v \ll v_0$ なる所, 即ち large angle scattering に於いては

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

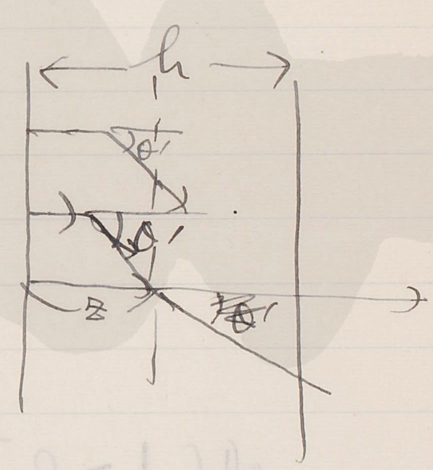
DATE

NO. 3

h が相当小さくても、 $h \sim \frac{\lambda v}{v_0}$ になり、二回以上の scattering の影響を neglect 出来ない。

(ii) 二回目の衝突に依る velocity distribution の変化。

一回目の衝突で (θ', ϕ') 方向を向き $d\omega'$ なる solid angle 内に scatter されて z なる深さの unit area を unit time に横切る数は前の計算により



$$N_1(z, \theta', \phi')d\omega'$$
$$= N_1(z, v')d\omega' \cdot \frac{d\phi'}{2\pi}$$
$$= \frac{N_0 v'dv'd\phi'}{\pi \lambda_0 v_0^2} \frac{e^{-\frac{z}{\lambda_0}} - e^{-\frac{v_0 z}{\lambda' v'}}}{\frac{v_0}{\lambda' v'} - \frac{1}{\lambda_0}}$$

である。但し $\frac{v'}{v_0} = \cos\theta'$. λ': v' なる vel. の neutron の mean free path.

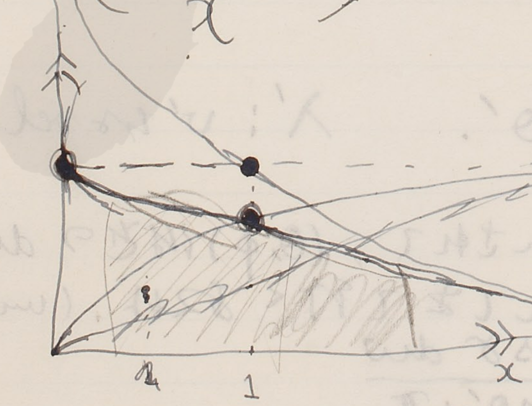
之が更に dz の間で scatter されて、(θ, ϕ) 方向の $d\omega$ なる solid angle 内に scatter されて出て行く数は (unit time に)

$$N_1(z, \theta', \phi')d\omega' \cdot \frac{dz \cos\gamma \, d\omega}{\lambda' \cos\theta' \cdot \pi}.$$

である。但し $\cos\gamma = \cos\theta'\cos\theta + \sin\theta'\sin\theta\cos(\phi' - \phi) = \frac{v}{v'}$

$v = v_0 \cos\theta' \cos\gamma$.

$$h\left(\frac{1-e^{-x}}{x}\right)$$



$$\frac{d}{dx}\left(\frac{1-e^{-x}}{x}\right)=\frac{xe^{-x}-(1-e^{-x})}{x^2}$$

$$=\frac{(1+x)e^{-x}-1}{x^2}\simeq e^{-x}\frac{\cancel{\quad}\;\frac{x^2}{2}}{x^2}=-\cancel{\quad}\;\frac{1}{2}$$

$$e^{-x}=\frac{1}{2}\quad 2$$

$$x=\log 2$$

$$\frac{1-\frac{1}{2}}{\log 2}=\frac{1}{2}\,\frac{1}{\log 2}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

その数は
$$\wedge\ N_1(z,\theta',\phi')\,d\omega'\,\frac{dz\cos\gamma\,d\omega}{\lambda'\cos\theta'\,\pi}\,e^{+\frac{z}{\lambda\cos\theta}}$$

DATE

NO. 4

このneutronはscreenを出る迄にscatterされるから、screenの外に出る数は $(0\leq\theta\leq\frac{\pi}{2})$

$$N_1(z,\theta',\phi')\,d\omega'\,\frac{dz\cdot\cos\gamma\,d\omega}{\lambda'\cos\theta'\,\pi}\cdot e^{-\frac{h-z}{\lambda\cos\theta}}$$

である。

(若 $\frac{\pi}{2}\leq\theta\leq\pi$ の場合は neutron は screen の方へ reflect back される. 之は後に述べる)

故に. $(0,h)$ の間で scatter されて出てくる ~~(θ,ϕ)~~ neutron の数は,

$$\frac{\cos\gamma\,\cancel{d\omega}\,d\omega}{\lambda'\cos\theta'\cdot\pi}\int_0^h N_1(z,\theta',\phi')\,e^{-\frac{h-z}{\lambda\cos\theta}}\,dz$$

$$=\frac{\cos\gamma\,\cancel{d\omega}\,d\omega}{\lambda'\cos\theta'\cdot\pi}\cdot\frac{N_0 v'd\omega'd\phi'}{\pi\lambda_0 v_0^2}\cdot\frac{e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}}{\frac{v_0}{\lambda'v'}-\frac{1}{\lambda_0}}\int_0^h\left\{e^{\frac{z}{\lambda\cos\theta}-\frac{z}{\lambda_0}}-e^{\frac{z}{\lambda\cos\theta}-\frac{v_0 z}{\lambda'v'}}\right\}dz$$

$$=\quad ''\quad\left\{\frac{e^{\left(\frac{h}{\lambda\cos\theta}-\frac{h}{\lambda_0}\right)}-1}{\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{1}{\lambda_0}}-\frac{e^{\left(\frac{h}{\lambda\cos\theta}-\frac{v_0 h}{\lambda'v'}\right)}-1}{\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{v_0}{\lambda'v'}}\right\}$$

$$=\frac{\cos\gamma\,\cancel{d\omega}\,d\omega}{\lambda'\cos\theta'\,\pi}\cdot\frac{N_0 v'd\omega'd\phi'}{\pi\lambda_0 v_0^2}\,\frac{1}{\frac{v_0}{\lambda'v'}-\frac{1}{\lambda_0}}\left\{\frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}-e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{1}{\lambda_0}}-\frac{e^{-\frac{v_0 h}{\lambda'v'}}-e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{v_0}{\lambda'v'}}\right\}$$

$$\left\{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\left\{\frac{1-e^{-\left(\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{1}{\lambda_0}\right)h}}{\frac{1}{\lambda\cos\theta}-\frac{1}{\lambda_0}}\ \cancel{\pm}\ e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}\frac{1-e^{-(\cdots)}}{\frac{v_0}{\lambda'v'}-\frac{1}{\lambda\cos\theta}}\right.\right.$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 5

† 但し v をきめても <u>ϕ は unique にはきまらぬ</u>, zweideutig. 故に v を variable にすること=[illegible]せねばならぬ.

更に variable として $\theta, \phi\,;\ v', \phi'$ を選つてみるが, 之等をきめると v もきまつてくる. 逆に例へば $\theta, v\,;\ v'\phi'$ を variable にとると ~~ϕ は之等の~~

$$\cos\gamma = \cos\theta'\cos\theta + \sin\theta'\sin\theta\cos(\phi'-\phi) = \frac{v}{v'}$$

により, ϕ はそれらの函数になる.

~~ϕ について積分すると integrand には ϕ' はでてこない故. 之について $(0, 2\pi)$ の間で積分すると 2π なる factor がつく.~~

~~又~~ 故に $\sin\theta'\sin\theta\,\sin(\phi'-\phi)\dfrac{\partial\phi}{\partial v} = \dfrac{1}{v'}$

なるな！†

$$d\omega\, dv'\, d\phi' = \sin\theta\, d\theta\, d\phi\, dv'\, d\phi'$$

$$= \sin\theta \frac{\partial\phi}{\partial v}\, d\theta\, dv\, dv'\, d\phi'$$

$$= \frac{d\theta\, dv\, dv'\, d\phi'}{v'\sin\theta'\sin(\phi'-\phi)}$$

$$\sin\theta' = \sqrt{1-\frac{v'^2}{v_0^2}}$$

而して $\sin(\phi'-\phi) = \cancel{\dfrac{1}{\sin^2\theta'\sin\theta}}\sqrt{1-\left(\dfrac{v}{v'}-\cos\theta'\cos\theta\right)^2/\sin^2\theta'\sin^2\theta}$

$$= \frac{1}{\sin\theta'\sin\theta}\sqrt{\left(1-\frac{v'^2}{v_0^2}\right)\sin^2\theta - \left(\frac{v}{v'}-\frac{v'}{v_0}\cos\theta\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\sin\theta\cdot\sqrt{1-\frac{v'^2}{v_0^2}}}\sqrt{\qquad ,\ ,\qquad}$$

$$= \frac{\sin\theta\cdot d\theta\, dv\, dv'\, d\phi'}{v'\sqrt{\left(1-\frac{v'^2}{v_0^2}\right)\sin^2\theta - \left(\frac{v}{v'}-\frac{v'}{v_0}\cos\theta\right)^2}}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 6

Zweideutigkeit から来る factor

integrand 中には ϕ' は含まれてゐないから, それについて $(0, 2\pi)$ の間で積分すると,

$$(2)\frac{\cos\gamma}{\lambda'\cos\theta'}\frac{2N_0\nu'\sin\theta\, d\theta\, d\nu\, d\nu'}{\lambda_0\nu_0^2\sqrt{\left(1-\frac{\nu'^2}{\nu_0^2}\right)\sin^2\theta-\left(\frac{\nu}{\nu'}-\frac{\nu'}{\nu_0}\cos\theta\right)^2}}$$

$$\times\frac{1}{\frac{\nu_0}{\lambda'\nu'}-\frac{1}{\lambda_0}}\left\{\qquad ,,\qquad\right\}$$

~~$\cos\theta = x$ とおくと,~~ 又 θ と ν' についての積分が限って居る. 何故なら,

$$\cos\gamma=\frac{\nu'}{\nu_0}\cos\theta+\sqrt{1-\frac{\nu'^2}{\nu_0^2}}\sin\theta\cdot\cos(\phi'-\phi)=\frac{\nu}{\nu'}$$

$$\text{or}\quad \cos(\phi'-\phi)=\frac{\frac{\nu}{\nu'}-\frac{\nu'}{\nu_0}\cos\theta}{\sqrt{1-\frac{\nu'^2}{\nu_0^2}}\sin\theta}$$

故に

$$\left(\frac{\nu}{\nu'}-\frac{\nu'}{\nu_0}\cos\theta\right)^2\leq\left(1-\frac{\nu'^2}{\nu_0^2}\right)\sin^2\theta,$$

でなければならぬ.

$$\text{or}\quad\left(\frac{\nu}{\nu'}\right)^2-\frac{2\nu}{\nu_0}\cos\theta+\left(\frac{\nu'}{\nu_0}\right)^2\cos^2\theta\leq 1-\left(\frac{\nu'}{\nu_0}\right)^2-\left\{1-\left(\frac{\nu'}{\nu_0}\right)^2\right\}\cos^2\theta$$

$$\left(1-\left(\frac{\nu'}{\nu_0}\right)^2\right)\left\{1-\left(\frac{\nu}{\nu'}\right)^2\right\}\geq\left(\cos\theta-\frac{\nu}{\nu_0}\right)^2$$

$$\frac{\nu}{\nu_0}+\sqrt{(\ )(\ )}\geq\cos\theta\geq\frac{\nu}{\nu_0}-\sqrt{(\ )(\ )}.$$

or 0.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 7

v'をきめると θの積分範囲はこの間に限られてる。（但し $\frac{v}{v_0}-\sqrt{\ }$ <0 なら low limit は 0 にとる）

$\cos\theta = x$ とおけば、積分は x について、

$$\frac{v}{v_0}+\sqrt{(\ )(\ )} \ge x \ge \frac{v}{v_0}-\sqrt{\ } \quad \text{又は } 0$$

の間で行ふ。の点は integrand は x に関して $\sqrt{x^2+a^2}$ の如き項と $e^{-\frac{k}{x}}$ factor 及び natural な ~~項~~ factor よりなる。

一般に積分は不可能。

v'の方で先に積分しても困難な~~点~~である。

ではこ 一回目の ~~collision~~ scattering or large angle っぽ大二回の scattering を考へると、

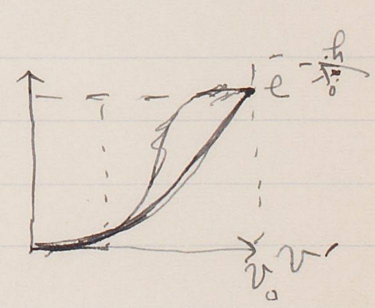
即ち、θ' についての積分は

$$\frac{\pi}{2}-\delta \le \theta' \le \frac{\pi}{2}$$

の範囲 ~~について行ふことにする~~。即ち、$v\sin\delta \ge v' \ge 0$ の範囲になる。

~~すると~~ ~~…~~ もう少し考へて、

$\frac{v_0}{\lambda v'}$ が大、従って $e^{-\frac{v_0 h}{\lambda v'}}$ が小さ~~ければ~~い時は困る



~~大~~ 従って $\lambda v'$ も相当小さい様な v'（$<v'$）迄を考へると、

$\frac{v_0}{\lambda v'} \gg \frac{1}{\lambda\cos\theta}$ ~~…~~ $\gg \frac{1}{\lambda_0}$ は ~~negligible~~.

~~又 $e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}$ の項も $e^{-\frac{h}{\lambda_0}}$ に比して negligible~~ になる故。

~~(θ, h) の内で scatter される neutron の数は~~

$\frac{\lambda v'}{v_0}$ ~~≪~~ h ~~≪~~ $\lambda\cos\theta \ll \lambda_0$ とすると。

$$\int_0^a \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = -\sqrt{a^2-x^2}\,\Big|_0^a$$

$$= a$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 8

(0, h) の間に scatter される率

$$A = \frac{v v'}{v_0} \frac{N_0 h}{\pi^2 \lambda_0} \cancel{dv}\, dv'\, d\phi' \sin\theta\, d\theta \qquad dv$$

$$A \simeq \frac{v}{v'} \cdot \frac{dv}{\lambda' \frac{v'}{v_0}} \cdot \frac{N_0 v' dv' d\phi'}{\pi^2 \lambda_0 v_0^2} \frac{\lambda' v'}{v_0} \cdot h$$

$$dv\, dv'\, d\phi' \simeq \frac{\sin\theta\, d\theta\, dv\, dv'\, d\phi'}{v' \sqrt{\cancel{1-\frac{v}{v'}}\sin^2\theta - \left(\frac{v}{v'}\right)^2}}$$

$$= \frac{(2)\, dx\, dv\, dv'\, d\phi'}{v' \sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2 - x^2}}$$

ϕ' について積分すると

$$\overline{A}^{\phi} = (2) \frac{v\, dv\, dv'}{v' v_0^2} \frac{2 N_0 h}{\pi \lambda_0} \cdot \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2 - x^2}}$$

$$\overline{\overline{A}}^{\phi} = \frac{4 N_0 h}{\pi \lambda_0} \frac{v\, dv\, dv'}{v' v_0^2} \int_0^{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2}} \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2 - x^2}} \qquad \left(x - \sqrt{1-\left(\tfrac{v}{v'}\right)^2}\right)\left(\sqrt{\ } - x\right)$$

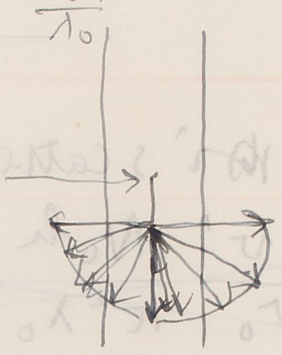
Δ

$$= \frac{4 N_0 h}{\pi \lambda_0} \cdot \frac{v\, dv\, dv'}{v' v_0^2} \cdot 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{x - \sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2}}{-\sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2} - \sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2}}}\,\Bigg|^{\sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2}}$$

$$= \frac{8 N_0 h}{\pi \lambda_0} \frac{v\, dv\, dv'}{v' v_0^2} \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{2 N_0 h}{\lambda_0} \frac{v\, dv}{v_0^2} \frac{dv'}{v'}$$

2 ~~中~~ factor はなくなる.

$$\frac{N_0 h}{\lambda_0}\int_{v'=v}^{v_c}\frac{2v'dv'}{v_0^2}\cdot\frac{v\,dv}{v'^2} = \frac{N_0 h}{\lambda_0}\frac{2v\,dv}{v_0^2}\cdot\log\frac{v_c}{v}.$$



$$N_2(v)dv = \frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}D(v)\log\frac{v_c}{v}.$$

damping factor $D(v)$ の estimation.

$$\log\frac{E_0}{E}\int_0^{E_0}(\log E_0 - \log E)\,dE$$

$$= E_0\log E_0 - (E_0\log E_0 - E_0)$$

$$= E_0$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 9

但し、ϕについての積分をすれば x の $\sqrt{1-\cancel{\left(\frac{v}{v'}\right)^2}}$ に近い所の方の contrib. は少い。（この部分は ~~this~~ 二回目の scattering に contribute する）∴ factor は $\frac{\pi}{4}$ より小さくなる。

$$\overline{A}^{\phi} = \frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}\oint_{v}^{v_c}\frac{dv'}{v'}$$

$$N_2(v)\,dv = \frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}\log\frac{v_c}{v} \qquad \text{for } v < v_c$$

$$N_1(v)\,dv = \frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}. \qquad \text{for } v_c \leqq v < v_0$$

従って slow neutron $(v \ll v_c)$ に於いては二回の scattering によるものの方が overwhelming である。
又 $v \lessapprox v_c$ では、一回衝突の方は

$$N_1'(v)\,dv = \frac{N_0\, 2v\,dv}{v_0^2\lambda_0}\,\frac{\lambda v}{v_0}$$

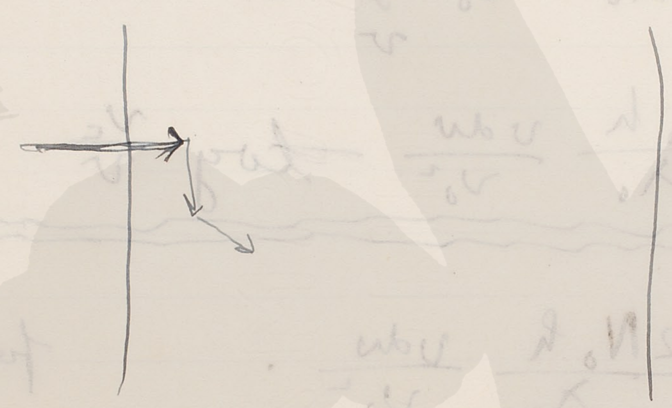
$$= \frac{N_0\, 2v^2 dv\, \lambda}{v_0^3\lambda_0} \qquad \frac{\lambda v}{v_0} \ll h \text{ とれ}$$

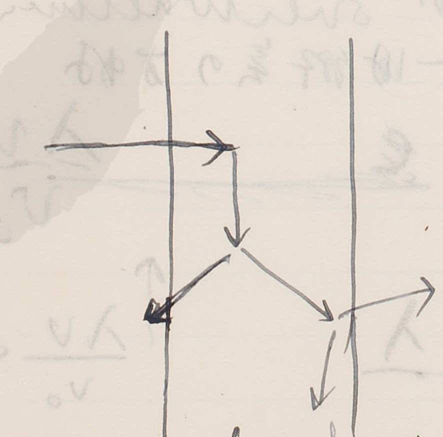
ば減少してる。今の、

$$N_1'(v)\,dv \ll N_1(v)\,dv \qquad \text{for } v \ll v_c$$

$\boxed{d\cdot\delta + sS}\ f(E) = d\cdot f(E) + s\cdot Sf(E)$

$T\cancel{D}\cdot\delta + S\cdot$





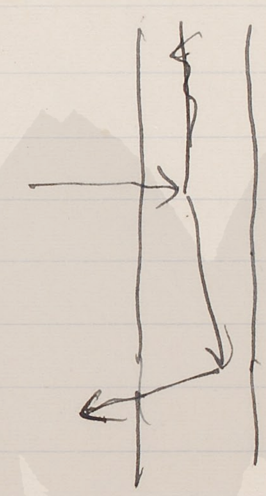
両子のため二回以上scatterした中の半分はtransmitされ半分はreflectされるとすると、
2回のscatteringで出来た$(v, v+dv)$
$$\frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}\log\frac{v_c}{v}$$

f as fraction
銅のneutronの~~一分~~が scatterされるとすると、それによって生じたslow neutronのvel. distrib.は (tran. ref. 共)
$$\frac{2N_0 h}{\lambda_0}\frac{v\,dv}{v_0^2}\log^2\frac{v_c}{v}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 10

(iii) 次に reflectされるものであるが．
直角に近く 1st scattering をやつたものだけが 2nd scattering をやると，transmission と reflection とは 1st approximation として殆んど同じ位になつて来る．



$$N_r(v)\,dv = \frac{2N_0 h}{\lambda_0}\,\frac{v\,dv}{v_0^2}$$

$$\times \log\frac{v_c}{v} \qquad \text{for } v<v_c$$

となる．

(iv) 3回以上の scattering の場合を考へてみると，之は主として $\cos\theta \cong 0$ 即ち $\theta \cong \frac{\pi}{2}$ 附近のものが問題になる．
この為めに v の ~~…~~ v_c に近い所がへつて，v_c よりずつと小さい所がふえる．
~~…~~ ~~しかし~~，又 それに一部が reflection ~~をやる~~ に contribute するものの数がへる．
そのかわり reflection についても同様なことがいはれ，一部が transmission に contribute する．
結局においては distribution が違いはあるかもしれぬが，slow neutron の総数に大した変化はない．

$$x = 2x_0$$

$$\frac{e^{-x_0} - e^{-x}}{x - x_0} = \frac{e^{-x_0}(1 - e^{-x_0})}{x_0}$$

$$\frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-\frac{h\nu_0}{\lambda\nu}}}{\frac{h\nu_0}{\lambda\nu} - \frac{h}{\lambda_0}} = 1 \text{ for } \nu \gg \nu_c$$

$$= \frac{1}{2} \text{ for}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 11

$(v_c \ll v_0)$

(V) 以上の計算では ⓐ はっきりとした critical velocity v_c を仮定し、それ以上の velocity のものは殆んど全部透過し、2nd scattering は negligible である。
ⓑ v_c 以下のものは殆んど全部 2nd scattering を起すとした。
ⓒ 2nd scattering を起したものは殆んど 3rd scattering を起さずに出るとした。

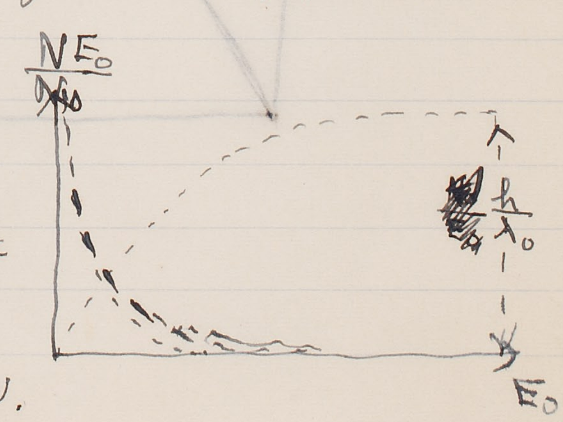
この中、ⓐ の仮定は勿論不正確で、velocity がおそくなる（deflection が垂直に近くなる）に従って 2nd scattering の prob が次第に増すというのが本当のことである。この効果を考へると、N_1 は v_c より大きい所でも v_c に近づくに従って減じる。之に相当して、v_c 以下で v_c に近い所が 2nd scattering の結果として増す。
ⓑ は v_c に近い所では完全には成りたたぬ。この結果で v_c に近い所（v_c 以下で）が減じます。
ⓒ (iv) で見た様に、これは更に $v \ll v_c$ の所の…を増す。

* 以上の結果を綜合し、又 velocity を energy に直すと次の如くなる。

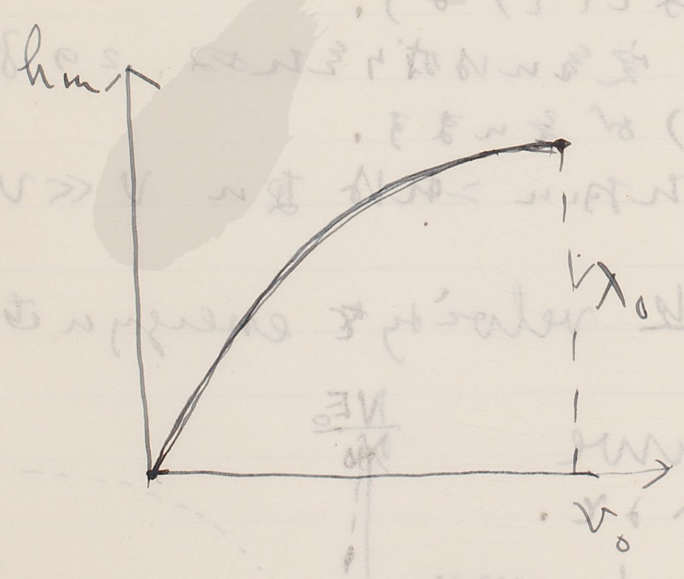
(VI) Energy Distribution Curve
1st scattering を考へると、

$$N_1(E)dE = \frac{N_0\,dE}{E_0}\frac{h}{\lambda_0} \quad \text{for } v \gg v_c$$

$$= \frac{N_0\,dE}{E_0}\frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}\left(\frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}-1\right)}\right)}{\frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}-1} \quad \text{for any } v.$$



$$\frac{-\cancel{\frac{\lambda_0 v_0}{(\lambda v)^2}}\left(\frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}\right)^{-1}}{\frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}-1} - \frac{\log\frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}}{(\quad)^2}$$



$$= \frac{\lambda_0 v_0}{\lambda v}\cdot\frac{x-1}{x} - \log x$$

$$= 0 \qquad = \frac{y}{y+1} - \log(1+y),$$

$$= y - (1+y)\left\{y - \frac{y^2}{2} + \cdots\right\}$$

$$= -\frac{y^2}{2} + \cdots$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 12

$$= \frac{N_0 dE}{E_0} \cancel{\frac{h}{\lambda_0} \cdots \frac{h\nu_0}{\lambda\nu} - \frac{h}{\lambda_0}} \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-\frac{h\nu_0}{\lambda\nu}}}{\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1}$$

$$\left(\frac{d}{dh}\left(e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-\frac{h\nu_0}{\lambda\nu}}\right) = 0, \quad \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}}{\lambda_0} = \frac{\nu_0 e^{-\frac{h\nu_0}{\lambda\nu}}}{\lambda\nu} \right.$$

$$\left(\frac{\nu_0}{\lambda\nu} - \frac{1}{\lambda_0}\right) h_m = \log \frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}$$

$$h_m = \cancel{\frac{\log \frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}}{\lambda_0\lambda\nu},} \; \frac{\log \lambda_0\nu_0 - \log \lambda\nu}{\lambda_0\nu_0 - \lambda\nu}$$

$$= \lambda_0 \cdot \frac{\log \frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}}{\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1}$$

$$\cong \lambda_0 \frac{\left(\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1\right) - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1\right)^2 + \cdots}{\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1}$$

$$= \lambda_0 \left\{ 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1\right) \right\}$$

即ち 一定の velocity の neutron の数は或る値で max. になる.

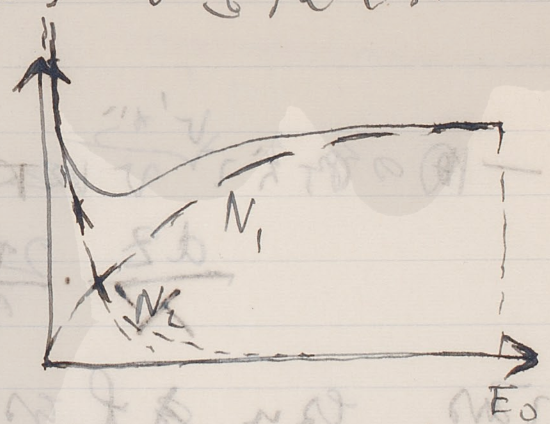
$$h_m = \lambda_0 \frac{\log \frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}}{\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu} - 1}$$

~~2nd~~ scattering をも考へると、slow neutron の数は logarithmic に増す。即ち

$$N_2(E)dE = \frac{N_0 h\,dE}{2\lambda_0 E_0}\log\frac{E_c}{E}\cdot D(E)$$

for $E < E_c$

但し、~~E~~ E_c は sharper critical frequency があるわけではないから N_2 は 0 ~~E_c~~ から E_0 迄尾をひいてゐる。



N_1, N_2 を一緒にすると curve は E_c の附近(下)に於いて min. をもつことになる。

reflection の方向には N_2 丈が あらはれる。両者の差をとると、丁度 N_1 丈が得られるわけである。

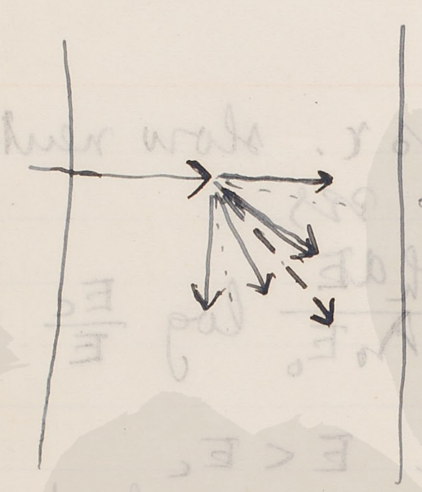
ν_{min} の位置は丁度、

$$\frac{h\nu_0}{\lambda\nu} \cong 1, \qquad \frac{E}{E_0} = \left(\frac{h}{\lambda}\right)^2$$

の辺にあらはれるであらう。

$h = 5\,\mathrm{mm}$. $\lambda = 5\,\mathrm{cm}$ ~~4 cm~~. $\frac{E}{E_0}$ = ~~2 volt~~ $\frac{1}{100}$

$E_0 = 200$万. $E \approx 2$万.



$$\frac{2v\,dv}{v_0^2} = 2\cos\theta\sin\theta\,d\theta$$

一回の衝突で v' から v 以下になる確率は

$$\frac{dz}{\lambda'}\cdot\frac{2v\,dv}{v'^2}$$

である。これは l_1 なる距離を進む間に v' から v 以下になる確率は

$$\int^{l} e^{-\frac{z}{\lambda'}}\,dz\ \frac{2v\,dv}{\lambda' v'^2} = \left(1-e^{-\frac{l_1}{\lambda'}}\right)\frac{2v\,dv}{v'^2}$$

二回の衝突で v_0 から v 以下になるのは

$$\left(1-e^{-\frac{l_1}{\lambda_1}}\right)\int_{v}\frac{2v_2\,dv_2}{v_1'^2}\cdot\frac{2v\,dv}{v_2^2}\left(1-e^{-\frac{l_2}{\lambda_2}}\right) = \left(1-e^{-\frac{l_1}{\lambda_1}}\right)\left(1-e^{-\frac{l_2}{\lambda_2}}\right)\times\frac{2^2\,v\,dv}{\lambda_1 v_1}\log\frac{v_1}{v}$$

vii) 非常に厚い limit に於ては neutron の大部分は
二回以上の scattering をすることになる。
今 (v, θ, ϕ) ~~なる new~~ の附近の $dv, d\theta, d\phi$ なる neutron
が一回の衝突をやって (v', θ', ϕ') の附近の $dv'd\theta'd\phi'$
~~(各層 厚さの所の)~~ のになる prob は
dz の間で $\frac{2v'dv'}{v^2}$ ~~$dv\,dw$~~ dw''

$$\frac{dz}{\lambda\cos\theta}\,dv\,dw\cdot\frac{\cos\gamma\,dw'}{\pi}$$

である。但し、

$$dw = \sin\theta\,d\theta\,d\phi \qquad dw' = \sin\theta'\,d\theta'\,d\phi'$$

$$\cos\gamma = \frac{v'}{v} = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\phi-\phi')$$

従って ~~一回も~~ z_0 を出発した neutron ~~衝突せずに~~ が $(z, z+dz)$ の間で scatter される確率は

$$\frac{e^{-\frac{(z-z_0)}{\lambda\cos\theta}}}{\lambda\cos\theta}\,dz$$

外へ出るまでに scatter される確率は

$$\int_{z_0}^{h}\frac{e^{-\frac{z-z_0}{\lambda\cos\theta}}}{\lambda\cos\theta}\,dz = 1-e^{-\frac{h-z_0}{\lambda\cos\theta}}$$

故に scatter されずに直接外に出る prob. は

$$e^{-\frac{h-z_0}{\lambda\cos\theta}}$$

$$(1-D_0)$$

$$D_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2}.$$

$$D_0 \int_{v_1=v}^{v_0} \frac{2v_1 dv_1}{v_0^2} D_1 \frac{2v_2 dv_2}{v_1^2} = D_0 D_1 \frac{2^2 v\,dv}{v_0^2} \left\{ \log \frac{v_0}{v} \right.$$

$$D_0 D_1 \int_{v_2=v}^{v_0} \frac{2^2 v_2 dv_2}{v_0^2} \log \frac{v_0}{v_2} \quad D_2 \frac{2v\,dv}{v_2^2}$$

$$= D_0 D_1 D_2 \frac{2^3 v\,dv}{v_0^2} \cdot \int_v^{v_0} \frac{dv_2}{v_2} \log \frac{v_0}{v_2} \qquad \frac{v_0}{v_2} = x$$

$$-\frac{v_0 dv_2}{v_2^2} = dx$$

$$= D_0 D_1 D_2 \frac{2^3 v\,dv}{v_0^2} \int_1^{\frac{v_0}{v}} \frac{dx}{x} \log x \qquad \frac{dv_2}{v_2} = \frac{-dx}{x}$$

$$= D_0 D_1 D_2 \frac{2^3 v\,dv}{v_0^2\, 2} \log^2 \left(\frac{v_0}{v}\right) \qquad D_1 = D_2 = D_3$$

$$= \cdots = D,$$

$$\boxed{\sum_{n=1}^{\infty} D_1 D_2 D_3 \cdots D_n \frac{2^n v\,dv}{(n-1)!\, v_0^2} \log^{n-1} \left(\frac{v_0}{v}\right)}$$

$$D \log$$

$$D_1 = D_0$$

$$\frac{2 v\,dv}{v_0^2} \cdot \cancel{\frac{1}{1 - D \log\left(\frac{v_0}{v}\right)}} \; \cancel{\log^{-1}\left(\frac{v_0}{v}\right)}\, D_0 e^{2D \log\left(\frac{v_0}{v}\right)}$$

$$= D_0 \left(\frac{v_0}{v}\right)^{2D(v)}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 15

~~今~~ t なる時間の neutron distribution を

$$f(\cancel{z}, v, \theta, \phi, t)\, \cancel{dz}\, dv\, \cancel{d\theta\, d\phi}\, dw$$

とすると、~~之等が更に一~~ 回にある scattering ~~をやられぬ~~ ~~ものは~~ それから dt 時間の間に ~~其~~ neutron はそれ $v\,dt$ 丈の距離を進む。その為めに起るは

$$\frac{v\,dt}{\lambda} f(\cancel{x}, v, \theta, \phi, t)\, d\cancel{x}\, dv\, \cancel{d\theta\, d\phi}\, dw$$

である。

~~一方、~~ 第3. 之と等しいは

$$\iint_{v', \theta', \phi'} \frac{v'\,dt}{\lambda'} \cdot f(v' \theta' \phi' t)\, dv' dw' \frac{\cos\gamma\, dw}{\pi}$$

~~$dw\, dv' d\phi' = \sin\theta$~~ v', θ', ϕ', v, θ, ϕ の間には

$$\cos\gamma = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\phi - \phi') = \frac{v}{v'}$$

なる関係がある。故に、$v', \theta', \phi', \theta, \phi$ の代りに $v', \cancel{\theta'}, v, \theta, \phi$ ~~を~~ variable にとると

$$\frac{\partial \phi'}{\partial v} = \frac{1}{v'}$$

$\sin\theta\sin\theta'$ / $\sin(\phi-\phi')$

$$\therefore\ dv' dw' dw = \frac{dv' d\theta' dv\, d\theta\, d\phi}{v' \sin(\phi - \phi')} \quad \times (2)$$

案

v なる velocity の neutron が 平均として 何回 scatter されたことになるか.

$$D_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2}\left(\frac{v_0}{v}\right)^{2D(v)}$$

$$= D_0 \frac{dE}{E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^{D(v)}$$

$$D_0 = \frac{h}{\lambda_0} \qquad D(v) = \frac{h}{\lambda\sqrt{2}}$$

$$= 1 - e^{-\frac{h}{\lambda\sqrt{2}}}$$

$$= \frac{h}{\lambda_0}\frac{dE}{E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^{\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda\sqrt{2}}}\right)}$$

① $D_0 \frac{dE}{E_0}$

② $D_0(1-D)\frac{dE}{E_0}$ $\qquad D_0 D \frac{dE}{E_0}\log\frac{E_0}{E}$

③ $D_0(1-D)\cancel{(1-D)}\frac{dE}{E_0}$ $\qquad D_0 D(1-D)\frac{dE}{2E_0}\log^2\frac{E_0}{E}$ $\qquad D_0 D^2\frac{dE}{2E_0}\log^2\frac{E_0}{E}$,

④

$$\frac{dE}{E_0}D_0\cancel{\sum}(1-D)\sum_{n=0}^{\infty} D^n\frac{1}{n!}\log^n\left(\frac{E_0}{E}\right) = \frac{dE}{E_0}D_0(1-D)\left(\frac{E_0}{E}\right)^D$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 16

$$\therefore \iiiint_{v'\theta\theta\phi} \frac{v\, f(v',\theta',\phi',t)}{\lambda' \pi v'} \frac{dv'd\theta' dv d\theta d\phi}{\sin(\phi-\phi')} \times (2)$$

$$\cancel{\sin\theta \sin\theta'} \sin(\phi-\phi') = \cancel{\ldots}$$

$$\cos(\phi-\phi') = \left(\frac{v}{v'} - \cos\theta\cos\theta'\right) \Big/ \sin\theta\sin\theta'$$

$$\sin(\phi-\phi') = \sqrt{1 - \frac{\left(\frac{v}{v'}-\cos\theta\cos\theta'\right)^2}{\sin^2\theta\sin^2\theta'}}$$

$$\cancel{\theta'} = \frac{\sqrt{\sin^2\theta\sin^2\theta' - \left(\frac{v}{v'}-\cos\theta\cos\theta'\right)^2}}{\sin\theta\sin\theta'}$$

$\therefore \theta'$ は $\cos\theta = x$ $\cos\theta' = x'$ とおけ $\frac{v}{v'} = \alpha$

$$\cancel{1-\cos^2\theta}\ (1-x^2)(1-x'^2) - (\alpha - xx')^2$$

$$1 - \cancel{\frac{(\alpha - xx')^2}{(1-x^2)(1-x'^2)}} \leq 1.$$

$$(\alpha - xx')^2 \leq (1-x^2)(1-x'^2)$$

でないといかぬ，

$$\alpha \quad \cancel{(1-x^2)x'^2}\ \alpha^2 - 2\alpha x x' + \alpha^2 x^2 x'^2 + (1-x^2)(x'^2-1) \cancel{\geq 0} \leq 0.$$

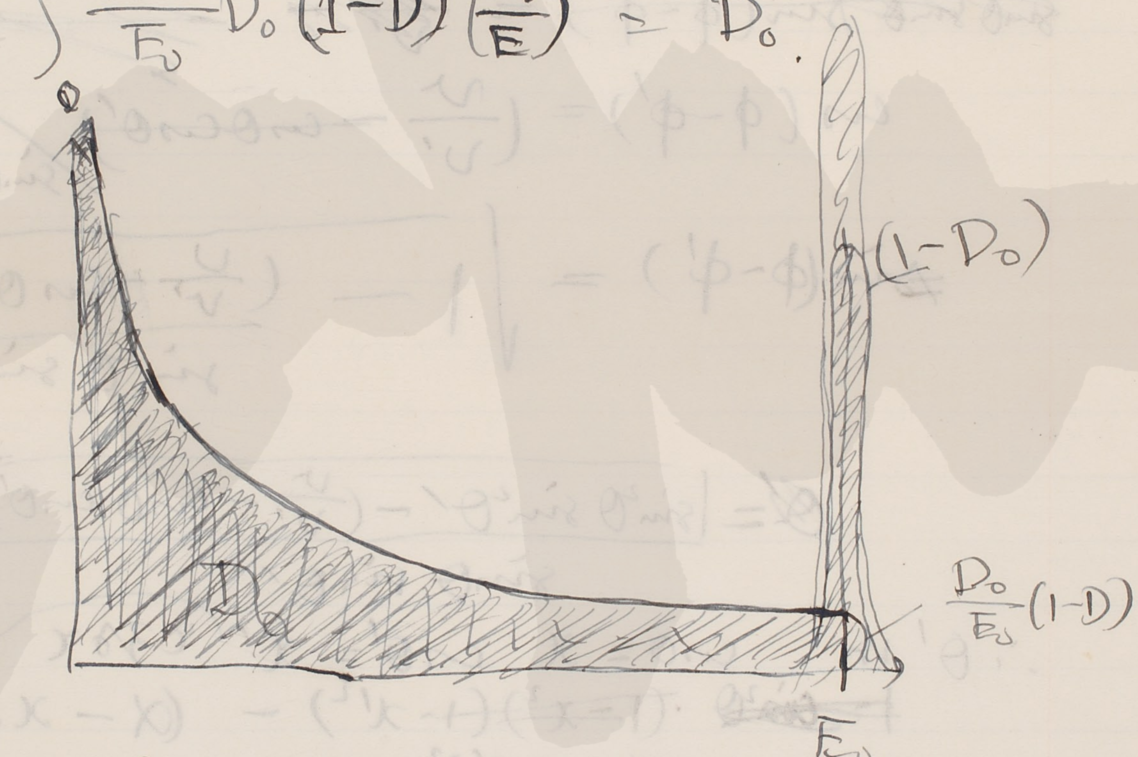
$$(\alpha^2 x^2 + 1 - x^2) x'^2 - 2\alpha x x' + \alpha^2 \cancel{+} 1 + x^2 \leq 0$$

$$(\alpha^2 x^2 + 1 - x^2)\left\{x' - \frac{\alpha \cancel{x}}{1-(1-\alpha^2)x^2}\right\}^2 \cancel{+} \frac{\cancel{x}\alpha^2}{1-(1-\alpha^2)x^2} + \alpha^2 \pm 1 + x^2 \leq 0$$

$$\int_0^{E_0}\left(\frac{E_0}{E}\right)^D dE = \left.\frac{E_0^D\left(\frac{E_0}{E}\right)^{D+1}E^{1-D}}{1-D}\right|_0^{E_0}$$

$$= \frac{E_0^D\cdot E_0^{1-D}}{1-D}$$

$$\int_0^{E_0}\frac{dE}{E_0}D_0(1-D)\left(\frac{E_0}{E}\right)^D = D_0.$$



非常に多ければ, $D\to1$, $D_0\to1$, 此の distribution curve は

$$\frac{dE}{E} = \frac{2v\,dv}{v^2} = \frac{2dv}{v}.$$

に近いであらう.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 17

$$(*) \quad \left\{x' - \frac{\alpha}{1-(1-\alpha^2)x^2}\right\}^2 \leq \frac{1}{\{1-(1-\alpha^2)x^2\}^2}\left\{\alpha^2 + (1-(1-\alpha^2)x^2)(1-\alpha^2-x^2)\right\}.$$

$$= \frac{1}{\{\quad\}^2}\left\{\alpha^2 + 1 - \alpha^2 - x^2 - (1-\alpha^2)^2 x^2 + (1-\alpha^2)x^4\right\}$$

$$= \frac{1}{\{\quad\}^2}\left\{1 - x^2 + (1-\alpha^2)x^4 - (1-\alpha^2)^2 x^2\right\} \geq 0$$

ゆゑに

$$x^2\left\{(1-\alpha^2) - \frac{\cancel{x}^2}{2}\right\}^2 \leq \frac{x^6}{4} + (1-x^2)$$

$$\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\sqrt{\;''\;} \leq (1-\alpha^2) \leq \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}\sqrt{1-x^2+\frac{x^6}{4}}$$

$$1 - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{x}\sqrt{\;''\;} \geq \alpha^2 \geq 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\sqrt{\quad ''\quad}$$

更に α 範囲、(ν, θ, ν') きめたければ θ' は (*) の範囲にいれなければならぬ

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATED
NO.

6.73
1.5
3365
673
10.095

235) 1.000 (0.0042
940
2950

18

viii) Captureの影響.

$$\frac{\sigma_c}{\sigma_s} \fallingdotseq 10^{-2} \quad \text{for } E = kT, \quad \text{(Bethe, p.129)}$$

故にcaptureの影響は無視してよい,

(ix) mean free path と cross section の関係は

$$\cancel{\frac{1}{\lambda}=} \; \lambda = \frac{1}{N\sigma_s}$$

$N = 6.73 \cdot 10^{22}$ for H_2O,

6.73
35
3365
2019
235.55

$\sigma_s = 35 \cdot 10^{-24}\,cm^2$ for $E=kT$.

$$\lambda = \frac{10^{-22} \times 10^{24}}{6.73 \times 35} \fallingdotseq 0.42cm.$$

$\sigma_s = 1.5 \times 10^{-24}\,cm^2$ for $E = 2MEV$.

$$\lambda = \frac{100}{6.73 \times 1.5} \fallingdotseq 10cm$$

ex. paraffin $\lambda = 4.5 \pm 1.5$
th. $\lambda = 1.3cm$

$E = 20,000$ volt

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 19

半径 well に

(x) spherical shell の場合, shell が厚すければ
上の場合と大して変らぬ.

9-10

少し reflect back されないで殆ど全く
外へ出るが, transmit する slow
neutron の数は高まり得ない.