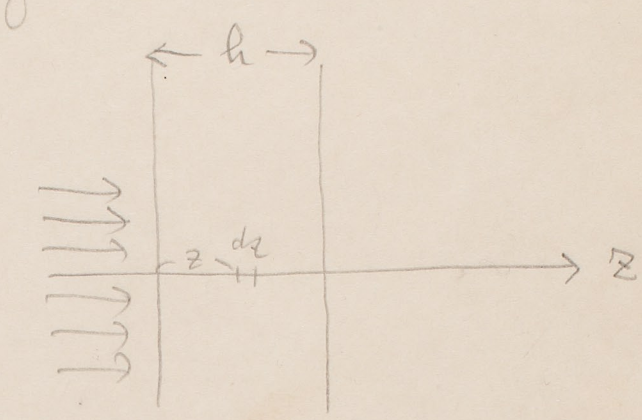
(b) Hydrogen以外のatomもふくまれる場合.

(i) 一回の衝突による neutron velocity distribution の変化.

一定の velocity v_0 の neutron が z-方向に進んで来, 之に垂直な unit area を unit time に N_0 個 互に横切るとすると, z なる深さの depth の unit area を横切る数は



$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}}$$

に減って居る. 但し λ_0 は v_0 なる velocity の neutron の mean free path. (atomic scattering の cross section を σ_0 とすると

$$\frac{1}{\lambda_0} = n\sigma_0 \qquad (*)$$

但し, n は unit volume 中の scattering atom ~~centre~~ の数.) 詳しく考へると, absorber が数種類の atom をふくむならば (*) の右辺には各種の atom による contribution を皆加へねばならぬ.

(これに対して slowing down の方では hydrogen atom によるものが効いてくる. ~~ここを区別せねば~~.

heavy nucleus による scattering に際しては neutron は殆んど spherically symmetric に scatter される. それによって殆んど半分は scatter back され, ~~殆んど半分~~ が通り抜ける.)

~~従って z を通る neutron の数と z+dz を通るものの数の差は~~

$$N(z+dz) - N(z) = -N \cdot n\sigma_0 dz - N$$

従って

$$\frac{1}{\lambda_0} = n\sigma_0 + n'\sigma_0'.$$

とならねばならぬ. 例へば, 水なら n は H-atom の数, n' は O-atom の数. 而して O-atom によって scatter された総数は $(z, z+dz)$ の間で

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} n'\sigma_0' dz$$

この中る数は極く僅かである。 ($\lambda_0^s \gg h$)

ただし $N_0 \cancel{e^{-z/\lambda_0}} \lambda_0^s \cdot n'\sigma_0' \frac{1}{2}(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0^s}})$

$\doteqdot \frac{1}{2} N_0 \cancel{\lambda_0} h n'\sigma_0'$

個の v_0 neutronが余分に出てくる。

故に通過する総数は大体

$$N_0(1 + \frac{h}{\lambda_0^s} + \frac{1}{2} h n'\sigma_0')$$

$$= N_0 \cancel{(n\sigma_0)} (1 - h n\sigma_0 - \frac{h}{2} n'\sigma_0')$$

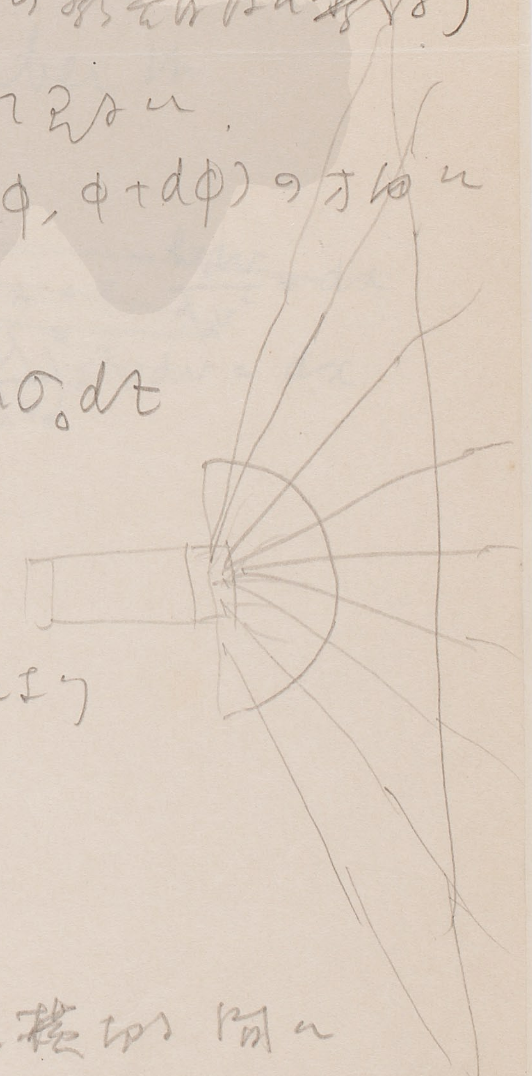
となりは多少少い。(scattered neutronが更に第一のabsorberを横切る際に(~~scattering~~ slowing downを受けないる)この影響は極めて少ない)

さて、protonによるscatteringを詳しく考へてみよう。

zが $(z, z+dz)$ の間で $(\theta, \theta+d\theta)(\phi, \phi+d\phi)$ の方向にscatterされてunit timeに出て行く数は

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{\sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi}{\pi} \cancel{\frac{dz}{\lambda}} n\sigma_0 dz$$

$$= N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{\cos\theta\, d\omega}{\pi} n\sigma_0 dz$$



ϕ について積分し、又 $\frac{v}{v_0} = \cos\theta$ なる関係により

θ のかわりに v を使ふと、

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} n\sigma_0 dz.$$

このscattered neutronが更にscreenを斜めに横切る間にscatterされずに外へ出てくる数はunit timeに

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} n\sigma_0 dz \cdot e^{-\frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}}$$

である. 但し. λ は v なる velocity の neutron の mean free path
従って absorber の今の unit area を横切る neutron $(v, v+dv)$
の数は.

$$N_1(h,v)\,dv = N_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2} n\sigma_0 \int_0^h e^{-\frac{z}{\lambda_0} - \frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}} dz$$

$$= N_0 \frac{2v\,dv}{v_0^2} n\sigma_0 \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-\frac{h v_0}{\lambda v}}}{\frac{v_0}{\lambda v} - \frac{1}{\lambda_0}}$$

$h \ll \lambda_0$, $h \ll \frac{\lambda v}{v_0}$ ならば

$$N_1(h,v)\,dv = \frac{N_0\, 2v\,dv}{v_0^2} h n\sigma_0$$

となり. slow down された total number は

$h \ll \lambda_0$, $\frac{\lambda v}{v_0}$ ならば $\int_0^{v_0} N_1(h,v)\,dv = N_0 h n\sigma_0$

である. 一般の場合は $\frac{h v_0}{\lambda v} = x$ とおくと $-\frac{h v_0 dv}{\lambda v^2} = dx$

$-\left(\frac{\lambda}{h v_0}\right)^2 x^3 v\,dv = dx$

$$\frac{2N_0 n\sigma_0}{v_0^2} \cancel{\int^{v_0} \left(\frac{\lambda}{h v_0}\right)} \left(\frac{h v_0}{\lambda}\right)^2 \int_{\frac{h}{\lambda_0}}^{\infty} \frac{h\left(e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - e^{-x}\right)}{x - \frac{h}{\lambda_0}}$$

λ が v のどんな函数か知らねばならぬ.

(計)

(ii) = 以下の衝突による slowing down

ⓐ proton と一回衝突して slow down されたものの対象に ~~neutr~~ どう一度 slow down される事.

ⓑ ~~proton~~ ~~heavy~~ heavy nucleus と衝突して ~~slow down される事~~ 今度は scatter される

ⓒ ~~proton~~ heavy nucleus と衝突して scatter されたものが最後に proton によって ~~scat~~ slow down される事.

ⓓ heavy nucleus に引続き二回 scatter されるもの,

~~実は~~ この中 ⓓ は ~~primary~~ v_0-neutron の数を ~~変ずる量~~ 変化させず, 問題でない. 且それは減ると増しとは大体 compensate している.

ⓑ からの寄与は多く大体 v にある. v_c なる critical velocity 以下の neutron が quasi scattering をやる確率の中, θ がある angle より小さいものだけ, ~~~~ $\sin\theta = \frac{v}{v_c}$ がある値より小さいものの丈が外へ出ると考えると

$$N_2(v)\,dv = \frac{2N_0 n\sigma_0}{\cancel{x_0}}\,\frac{v\,dv}{v_0^2 \,\ell\left(\frac{n\sigma_0}{\cancel{x_0}}\right)}\log\left(\frac{v_c}{v\,\delta}\right) \qquad (*)$$

$$\frac{1}{1+\frac{n\sigma_{0c}}{n\sigma_{0}}}$$

$$= \frac{2N_0 n\sigma_0}{\cancel{x_0}\; x_0(n\sigma_0)}\,\frac{v\,dv}{v_0^2}\left\{\log\left(\frac{v_c}{\delta}\right) - \log v\right\}$$

~~然るに~~ critical velocity は sharp なものではないから v_c は或範囲で平均すると ~~あれば~~ 適当な値に,

$$N_2(v)\,dv = \frac{2N_0 n\sigma_0}{x_0}\,\frac{v\,dv}{v_0^2}\left\{c_2 - \log v\right\}$$

$$\frac{1}{1+\frac{n\sigma_{0c}}{n\sigma_0}}$$

とかけるであらう. 然しながら, (*) の如く かけば v_c の意味が少しかはつたわけである.

しかして、v_c は

$$\frac{\lambda_c v_c}{v_0} \sim h$$

or $\lambda_c v_c \sim h v_0$

の order である。 or $\left(\frac{\lambda_c}{\lambda_0}\right)\left(\frac{v_c}{v_0}\right) \sim \frac{h}{\lambda_0}$

(b) による値は、1回の scattering 丈で ~~over estimate~~ されて居る、減りが一部 compensate
つまり、中性子は transmit する。

故に

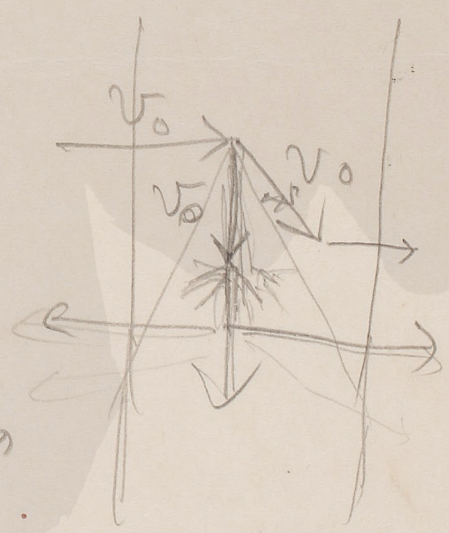
$$N_2^{(b)} = \frac{1}{2}\lambda \cdot n'\sigma' \, N_1(h,v)\,dv$$

$$= \frac{1}{2}\frac{n'\sigma'}{n\sigma+n'\sigma'}\, N_1(h,v)\,dv.$$

(c) に於ては 先ず scattering で $(\theta, \theta+d\theta)$ の間に来る確率は

$$N_0 n'\sigma_0' dz \frac{\sin\theta\, d\theta}{2}$$

之が更に ~~second sc~~ proton との衝突を起す prob は、



$$N_0 n'\sigma_0' dz\, e^{-\frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2} \quad \text{for } \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\left(1-\left(1-e^{-\frac{z}{\lambda\cos\theta}}\right)\right) \quad \text{for } \theta > \frac{\pi}{2}$$

今 θ の $\frac{\pi}{2}$ に近い所丈を考へ、その中性子が transmit すると考へるなら、之によって生ずる v なる neutron の数は

$$N_1' \frac{v\, dv}{v_0^2}$$

である。但し、N_1' は heavy atom との第一回の collision によって

(unit time に ~~来る~~) 方向に 遅く scatter される。

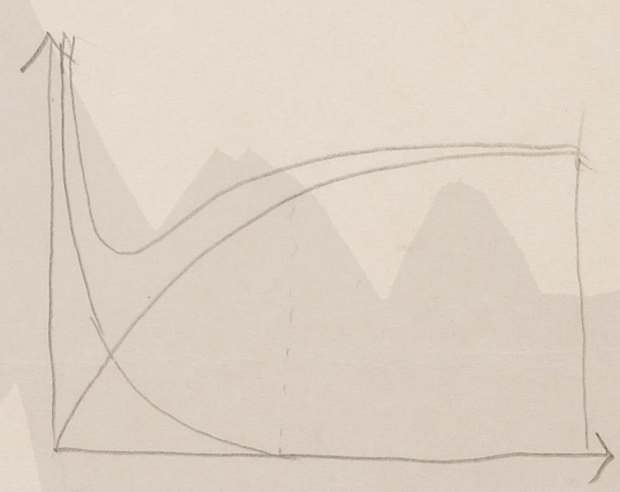
之等を 寄集めると 在る。

$$2N_0 h(n\sigma_0)\frac{v\,dv}{v_0^2}\,\lambda_0(n\sigma_0)\left\{\log\frac{v_c'}{v}\right\}$$

始めの ~~...~~ の 積と、

$$2N_0 (n\sigma_0)\frac{v\,dv}{v_0^2}\,\frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}-e^{-\frac{hv_0}{\lambda v}}}{\frac{v_0}{\lambda v}-\frac{1}{\lambda_0}}\left(1+\frac{1}{2}\frac{n'\sigma'}{n\sigma+n'\sigma'}\right)$$

の 積との sum になる、



一回 heavy nucleus で scatter されて出て行くら

$$\int_0^h \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{-\frac{(h-z)}{\lambda(v_0)\cos\theta}} \qquad \frac{1}{x} - 1$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}} \cdot \frac{e^{\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta} - \frac{h}{\lambda(v_0)}} - 1}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(v_0)}} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)}$$

$$\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta} = x$$

$$= \int_{x_0}^{\infty} \frac{e^{-x_0} - e^{-x}}{x - x_0} \frac{h x_0}{2\lambda_2(v_0)} \frac{dx}{x^2} \qquad \frac{h \sin\theta\, d\theta}{\lambda(v_0)\cos^2\theta} = dx,$$

$$\sin\theta\, d\theta = \frac{\lambda(v_0)}{h} \cdot \left(\frac{h}{\lambda(v_0)\, x}\right)^2 dx = x_0 \frac{dx}{x^2}$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1 - e^{-x}}{x} e^{-x_0} \frac{h x_0}{2\lambda_2(v_0)} \frac{dx}{(x + x_0)^2} \cong \frac{h}{2\lambda_2(v_0)} (1 - -$$

もう一つ proton で scatter されて来るのは

$$\left(\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{z=0}^{h} \int_{z'=z}^{h} \int_{\phi} + \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma} \int_{z=0}^{h} \int_{z'=0}^{z} \int_{\phi}\right) \left\{ e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{-\frac{(z'-z)}{\lambda(v_0)\cos\theta}} \frac{dz'}{\lambda_1(v_0)\cos\theta}\right.$$

$$\times \frac{2\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\phi}{2\pi} e^{-\frac{(h-z')}{\lambda(v)\cos\theta'}}$$

$$\cos\theta' = \cos\theta\cos\gamma + \sin\theta\sin\gamma\cos\phi.$$

$$\cos\phi > \cot\theta\cot\gamma.$$

$$\frac{h}{\cos\theta_c} = \lambda(v_0)$$

$$\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\phi} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} \frac{2\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\phi}{2\pi\, \lambda_1(v_0)\cos\theta} \left(\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}\right)^{-1}$$

$$\times \left[\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(v_0)}} - \frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(v_0)}} \right]$$

$$+\int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma}\int_{\phi} \cdots \left(\quad \right) \int_0^h dz\, e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}+\frac{z}{\lambda(v_0)\cos\theta'}} e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}} \left(e^{\frac{z}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{z}{\lambda(v_0)\cos\theta}} - 1 \right)$$

$$\int_0^h dz \cdot e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}} \left\{ e^{\frac{z}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{z}{\lambda(v_0)}} + e^{\frac{z}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{z}{\lambda(v_0)}} \right\}$$

$$= e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}} \left[\frac{e^{\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - 1}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} + \frac{e^{\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - 1}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right]$$

$$= \left[\frac{-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} + \frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}+\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}} e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}} - e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right]$$

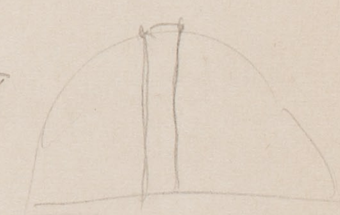
$\lambda(v_0)\cos\theta \ll h \gg \lambda(v)\cos\theta'$

$$\int_{\theta_c}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} \cdot \cancel{\frac{\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma}{\lambda_1(v_0)\cos\theta}} \cdot \cancel{\frac{\lambda(v_0)\cos\theta}{\lambda(v)\cos\theta}} \left[\cancel{\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}} - \right.$$

$\theta_c > \theta_c$

$$\boxed{\cos\theta_c = \frac{h}{\lambda(v_0)}}$$

$$+\int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\pi-\theta_c} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} \frac{\lambda(v_0)\cos\theta}{\lambda_1(v_0)\cos\theta} \cdot h \cdot \cancel{e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta}}}$$



$$+\int_0^{\theta_c} \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} \frac{\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma}{\lambda_1(v_0)\cos\theta} \frac{h^2}{2} \ldots + \int_{\pi-\theta}^{\frac{\pi}{2}+\gamma}$$

$\cos\theta_c = \frac{h}{\lambda(v_0)}$

$\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_c\right) = \ldots$

$$= \left\{ \frac{\lambda(v_0)h}{2\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)} \left. \cos\theta \right|_{\pi-\theta_c}^{\theta_c} 2\left(\frac{\pi}{2}-\theta_c\right) + \frac{h^2}{4\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)} \log \frac{\ldots}{\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta_c\right)} \right.$$

$$+ \frac{h^2}{4\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)} \left(\log \frac{\lambda(v_0)}{h} - \log \frac{1}{\sin\gamma} \right)$$

$\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma \times$

$= \sin\gamma\cos\gamma\,d\gamma \dfrac{h^2}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)}\left\{1+\dfrac{1}{2}\log\left(\dfrac{\lambda(v_0)}{h}\right)(\sin\gamma)\right\}$

for $\gamma > \frac{\pi}{2} - \theta_c = \dfrac{h}{\lambda(v_0)}$

$= \sin\gamma\cos\gamma\,d\gamma \dfrac{h^2}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)}\left\{\dfrac{1}{2} + \dfrac{\lambda(v_0)\gamma}{2h} + \dfrac{1}{4}\log\dfrac{\lambda(v_0)}{h}\right\}$

for $\gamma < \dfrac{h}{\lambda(v_0)}$

$= \dfrac{v\,dv}{v_0^2}\dfrac{h^2}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)}\left\{1+\dfrac{1}{2}\log\left(\dfrac{\lambda(v_0)}{h}\,\dfrac{1}{(1-(\frac{v^2}{v_0^2}))^{\frac{1}{4}}}\right)\right\}$

for $\sqrt{1-(\frac{v}{v_0})^2} > \dfrac{h}{\lambda(v_0)}$

$\dfrac{v}{v_0} < \sqrt{1-\left(\dfrac{h}{\lambda(v_0)}\right)^2}$

$\cancel{= \dfrac{v\,dv}{v_0^2}\dfrac{h^2}{2\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)}\left\{1+\frac{1}{2}\ \ 1+\lambda\right.}$

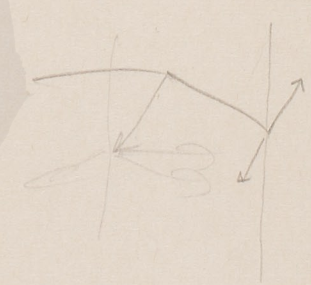
$\gamma \simeq \frac{\pi}{2}$

$\cos\theta' = \sin\theta\cos\phi_1$

$\cos\phi > 0.$

$-\frac{\pi}{2} \le \phi \le \frac{\pi}{2},$

$\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta$

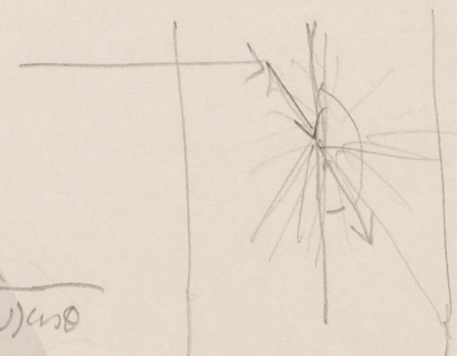


一回目に proton によって scatter される率は

$$e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}}\frac{dz}{\lambda_1(v_0)}\cdot 2\sin\theta\cos\theta\, d\theta \qquad \frac{v}{v_0}=\cos\theta$$

その中、z に heavier nucleus で scatter されて出て行く率は

$$e^{-\frac{(z'-z)}{\lambda(v)\cos\theta}}\frac{dz'}{\lambda_2(v)\cos\theta}\cdot\frac{\cancel{2}\sin\gamma\, d\gamma\, d\phi}{\cancel{4}\pi}\, e^{-\frac{(h-z')}{\lambda(v)\cos\theta'}}$$



z, z' について積分すると、

$$\frac{2\sin\theta\cos\theta\, d\theta}{\lambda_1(v_0)}\cdot\frac{\cancel{2}\sin\gamma\, d\gamma\, d\phi}{\lambda_2(v)\cos\theta\cdot 4\pi}$$

$$\times\frac{1}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}}\left[\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}-\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}\right]$$

$e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}$

θ が小さいから　$h \ll \lambda(v)\cos\theta$,　z に 二回の reflectϕ

θ' の大きい所は ~~後~~ の damping を neglect ~~すると~~ ~~する~~ ~~丈が~~

~~transmit すると考えると~~、　$\sin\gamma\ 2\pi$　π

~~2 sin θ cos θ d~~

$$\boxed{\frac{1}{2}\frac{\cancel{2}\, v\, dv}{v_0^2}\cdot\frac{h^2}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v)}}\int\!\!\int \cancel{\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\phi}$$

~~$2\pi(\cos\theta\cos\gamma+\sin\theta\sin\gamma\cos\phi)$~~

$\phi_2 - \frac{\pi}{2}$

$\theta \cancel{>} \theta_c$ or $v < v_c$ の時には、　$h > \lambda(v)\cos\theta$

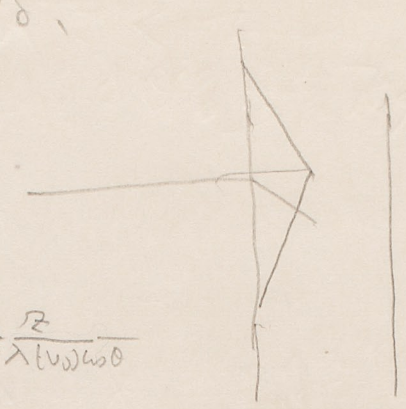
なお θ' の大きさ ~~所を~~ の damping を neglect すると、

$$\frac{2v\,dv}{\lambda_1(v_0)v_0^2}\cdot\frac{h\cdot\lambda(v)}{\lambda_2(v)}\int\!\!\int\frac{\sin\gamma\, d\gamma\, d\phi}{4\pi}=\boxed{\frac{v\,dv}{v_0^2}\cdot\frac{h\cdot\lambda(v)}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v)}}$$

7.7
7.8 – 7.12 – 7.19

130
20　19
30　28.5
47.5
52.5

次に reflection の方を考へる。
v_0 といふ小さい velocity で
reflect back されるものは



1回のものは、

$$\int_0^h \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \, \frac{\sin\theta \, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{+\frac{z}{\lambda(v_0)\cos\theta}}$$

$z = h - z'$, $dz = -dz'$ $\qquad$ $\theta = \pi - \theta'$, $d\theta = -d\theta'$, $\qquad$ $\sin\theta = \sin\theta'$, $\cos\theta = -\cos\theta'$

$$= \int_0^h \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \, \frac{\sin\theta \, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{-\frac{(h-z)}{\lambda(v_0)\cos\theta}}$$

$\frac{h}{\lambda_0}\left(\frac{1}{\cos\theta} - 1\right) = x$

$\frac{h}{\lambda_0} \frac{\sin\theta \, d\theta}{\cos^2\theta} = dx$,

之は transmit されるのと同じ。

~~次に二回 scatter されて~~

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta \, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} \frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}\left(1 - e^{-\left(\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta} - \frac{h}{\lambda(v_0)}\right)}\right)}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(v_0)}}$$

$\frac{\lambda(v_0)\cos\theta}{h} = x$

θ の $\frac{\pi}{2}$ に近い処までで、θ_c $\quad$ $\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}$ は小さくなって、$\cos\theta_c \simeq \frac{h}{\lambda(v_0)}$

$$= \int_0^{\theta_c} \frac{\sin\theta \, d\theta \, h}{2\lambda_2(v_0)} \simeq \frac{h}{2\lambda_2(v_0)}$$

$\cos\theta' =$

2回のものは、

$$\int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int^{\frac{\pi}{2}}\int_{\phi}\int_{z=0}\int_{z'=z}^{h}\left\{ e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \cdot \frac{\sin\theta \, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{-\frac{z'-z}{\lambda(v_0)\cos\theta}} \cdot \frac{dz'}{\lambda_2(v_0)\cos\theta} \cdot \frac{\sin\gamma \, d\gamma \, d\phi}{4\pi} e^{+\frac{z'}{\lambda(v_0)\cos\gamma}} \right.$$

$$+ \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int_{\phi}\int_{z=0}^{h}\int_{z'=0}^{z}\left\{ e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}} dz \, \frac{\sin\theta \, d\theta}{2\lambda_2(v_0)} e^{-\frac{(z'-z)}{\lambda(v_0)\cos\theta}} \frac{(-dz')}{\lambda_2(v_0)\cos\theta} \frac{\sin\gamma \, d\gamma \, d\phi}{4\pi} e^{+\frac{z'}{\lambda(v_0)\cos\gamma}} \right.$$

$\theta = \pi - \theta'$ $\qquad$ $z =$
$d\theta = -d\theta'$
$\cos\theta = -\cos\theta'$,

$$= \int_{\theta'=\frac{\pi}{2}}^{\pi}\int_{\theta=\frac{\pi}{2}}\int\int_{z=0}^{h}\int_{z'=0}^{h}$$

$$\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{h} e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)z} dz \cdot e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}\right)z'} dz'$$

$$= \int_0^h e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)z} dz \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}\right)h} - e^{(\;''\;)z}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left\{ e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}\right)h} \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}-1}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right.$$

$$\left. - \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}-1}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right\} \qquad \begin{array}{l}\cos\theta>0\\ \cos\theta'<0,\end{array}$$

$$= \frac{1}{-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}+\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left\{ \frac{1-e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \qquad e^{\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left(e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\right) \right.$$

$$\left. + \frac{1-e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}}{-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}+\frac{1}{\lambda(v_0)}} - \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}-e^{\left(\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda}\right)}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right\}$$

$$= \frac{e^{\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta'}}}{-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}+\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left\{ \frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta'}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}}{-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}+\frac{1}{\lambda(v_0)}} - \frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}} \right\}$$

for $\frac{\pi}{2} \geq \theta \geq 0$

$$\int_0^h e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right)z} dz \int_0^z e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}\right)z'} dz'$$

$$= \int_0^h e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right)z} dz \; \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}\right)z} - 1}{\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}} \left\{ \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right)h} - 1}{\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}} - \frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right)h} - 1}{\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}} \right\}$$

for $\cos\theta \lessgtr 0$ $\quad \pi \geq \theta \geq \frac{\pi}{2}$

$\cos\theta' < 0$

$\frac{\pi}{2} > \theta \geq 0$; $\quad \iint dz\,dz' \cong \Big\{ \cancel{\frac{}{\lambda(\nu_0)\cos}} \;1 + \left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}\right)$

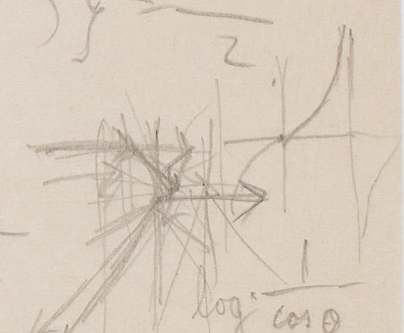
$$h + \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right) + h^2\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}\right)$$

$$- h - \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)}\right)\Big\} \frac{1}{\frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta'} - \frac{1}{\lambda(\nu_0)\cos\theta}}$$

$$= \frac{h^2}{2}$$

$\pi \geq \theta \geq \frac{\pi}{2}$ $\quad \frac{h^2}{2}\frac{1}{(\quad)}\left\{(\quad) - (\quad)\right\} = \frac{h^2}{2}$

$$\int_{\theta'=\frac{\pi}{2}}^{\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi} \frac{h^2}{2} \cdot \frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_2(\nu_0)} \; \frac{\sin\gamma\, d\gamma\, d\phi}{\lambda_2(\nu_0)\cos\theta \;\; 4\pi}$$



$\log\frac{1}{\cos\theta}$

$-\log(\cos\theta)$ 0

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

こと transmit されるものとは同じ大いさ[illegible]されたものは

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\theta=0}^{\pi}\int_{\phi=0}^{2\pi} \frac{h^2}{2} \cdots = \frac{h^2}{2}\frac{1}{2\lambda_2(\nu_0)\lambda_2(\nu_0)}\left(\int_0^{\frac{\pi}{2}} \tan\theta\, d\theta + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \tan\theta\, d\theta\right)$$

この積分はdivergeする。之は Θ が$\frac{\pi}{2}$に近い所のdampingをneglectしたからである。之をestimateして。

$$\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\Theta_c} = 1 \qquad \cos\theta_c = \frac{h}{\lambda(v_0)}$$

で与へられる $(0, \theta_c)$ の間で積分すると。
$(\pi-\theta_c, \pi)$

$$\frac{h^2}{2}\frac{1}{2(\lambda_2(v_0))^2}\cdot 2\cdot\log\frac{\lambda(v_0)}{h}$$

故に reflect されるのは その和で即ち

$$\frac{h^2}{4(\lambda_2(v_0))^2}\log\frac{\lambda(v_0)}{h}$$

になる。

1回目は proton に 2回目は heavier nucleus に scatter されるのは

$$\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{h} e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}}\frac{dz}{\lambda_1(v_0)}\,2\sin\theta\cos\theta\,d\theta\cdot e^{-\frac{z'-z}{\lambda(v)\cos\theta}}\frac{dz'}{\lambda_2(v)\cos\theta}$$

$$\times\frac{\sin\gamma\,d\gamma\,d\phi}{4\pi}\,e^{+\frac{\cancel{h-z}\,z'}{\lambda(v)\cos\theta'}}$$

$$= \frac{2\sin\theta\cos\theta\,d\theta}{\lambda_1(v_0)}\cdot\frac{\sin\gamma\,d\gamma\,d\phi}{\lambda_2(v)\cos\theta\cdot 4\pi}\,\frac{1}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}}$$

$$\int_0^h e^{\frac{z}{\lambda(v)\cos\theta}-\frac{z}{\lambda(v_0)}}dz\left(e^{\left(-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}+\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)z}-e^{\left(-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}+\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)h}\right)$$

$$= \frac{1-e^{\left(-\frac{1}{\lambda(v_0)}+\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)h}}{\frac{1}{\lambda(v_0)}-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}} - e^{\left(-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}+\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)h}\left\{\frac{e^{\left(\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}\right)h}-1}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}\right\}$$

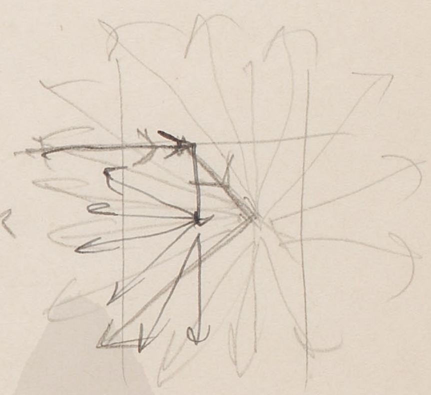
θが小さければ、

$$\iint \simeq h - \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda(v_0)} - \frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)^2 - h - \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(v_0)}\right)$$

$$- h^2\left(-\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta} + \frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)$$

$$= \frac{h^2}{2}\left(\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta} - \frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}\right)$$

$$\iiint_{\gamma\,\phi} \frac{2\sin\theta\, d\theta}{\lambda_1(v_0)} \cdot \frac{\sin\gamma\, d\gamma\, d\phi}{\lambda_2(v)\cos 4\pi} \cdot \frac{h^2}{2}$$



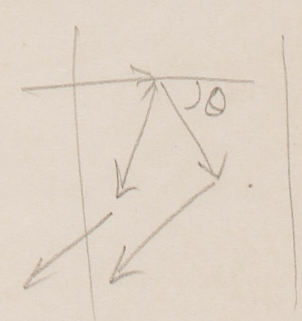
二回のscatteringで半分はscatter backされるとすると、

$$p_2''(v)dv = \frac{h^2\, dv}{2\,\lambda_1(v_0)\,\lambda_2(v)\,v_0}\Big\{ \qquad \theta$$

θがθcより大きければ、θ ≥ 近くで全は2nd scatteringをやり、その中半分はreflect backされるとすると、

$$p_2(v)dv = \frac{1}{2}\,\frac{1}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v)\cos\theta}\,\lambda(v)\cos\theta\cdot h = \frac{1}{2}\left(\frac{h\,\lambda(v)}{\lambda_1(v_0)\,\lambda_2(v)}\,\frac{v\,dv}{v_0^2}\right)$$

1回目はheavier nucleusに2回目はprotonにscatterされる場合には



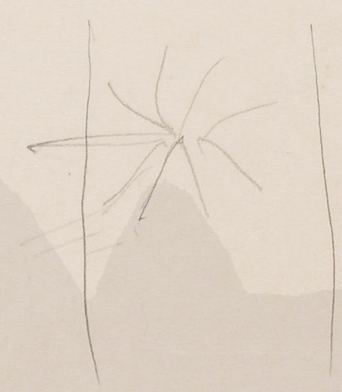
$$\Big\{\int_{\theta=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\phi}\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{h} + \int_{\theta=\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}+\gamma}\int_{\phi}\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{0} \iint e^{-\frac{z}{\lambda(v_0)}}dz\,\frac{\sin\theta\, d\theta}{2\lambda_1(v_0)}$$

$$\times e^{-\frac{(z'-z)}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\frac{dz'}{\lambda_1(v_0)\cos\theta} \times \frac{2\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\phi}{2\pi}\, e^{-\frac{z'}{\lambda(v)\cos\theta'}}\Big\}$$

$$\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{h} = \frac{e^{\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left[\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}-\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}\right]$$

$$\int_{z=0}^{h}\int_{z'=z}^{0} = \frac{e^{\cancel{h}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\left[e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta'}+\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)\cos\theta}}}{\frac{1}{\lambda(v_0)\cos\theta}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}\right.$$

$$\left.-\frac{e^{-\frac{h}{\lambda(v_0)}}-e^{-\frac{h}{\lambda(v)\cos\theta'}}}{\frac{1}{\lambda(v)\cos\theta'}-\frac{1}{\lambda(v_0)}}\right]$$



$0<\theta<\theta_c$　　$\theta_c<\theta<\pi-\theta_c$

$\pi-\theta_c<\theta<\pi$　　の範囲にわけ、

最初と最後の範囲に対しては

$$\iint \simeq \frac{h^2}{2}$$

とすると結局は transmission と全く同じく

$$p_1'(v)dv = \frac{v\,dv}{v_0^2}\frac{h^2}{\lambda_1(v_0)\lambda_2(v_0)}\left\{1+\frac{1}{2}\log\frac{\lambda(v_0)}{h}\left(1-\left(\frac{v}{v_0}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\right\}$$

for $\frac{v}{v_0}<\sqrt{1-\left(\frac{h}{\lambda(v_0)}\right)^2}$

○

1) 二回 ~~scatter されたneutron中まで~~ 以上 scatter される neutron の個数.

$$\int_0^h e^{-\frac{z}{\lambda_0}}\left(1-e^{-\frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}}\right)\frac{dz}{\lambda_0}\,2\sin\theta\cos\theta\, d\theta$$

$$= \frac{2\sin\theta\cos\theta\, d\theta}{\lambda_0}\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}-e^{-\frac{h}{\lambda\cos\theta}}}{\frac{\lambda_0}{\lambda\cos\theta}-1}\right)$$

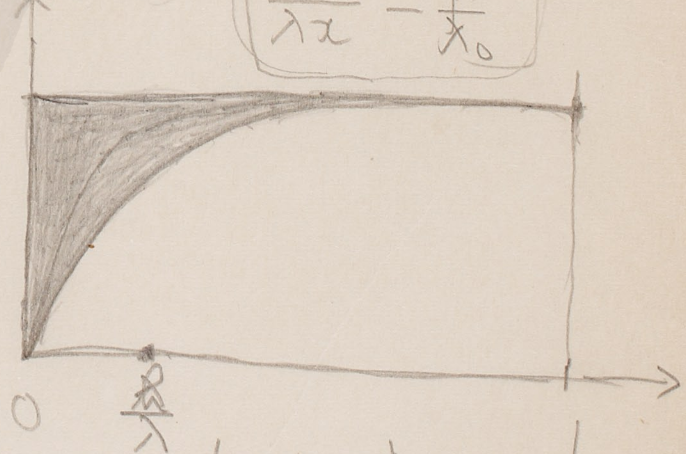
$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin\theta\cos\theta\, d\theta\, (\qquad)$$

$$= \int_0^1 2x\,dx\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - \frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}-e^{-\frac{h}{\lambda x}}}{\frac{\lambda_0}{\lambda x}-1}\right)$$

$$\frac{h}{\lambda_0}\cdot\frac{e^{-\frac{h}{\lambda_0}}-e^{-\frac{h}{\lambda x}}}{\frac{h}{\lambda x}-\frac{h}{\lambda_0}}$$

$$= 1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - \frac{\qquad}{\qquad}$$

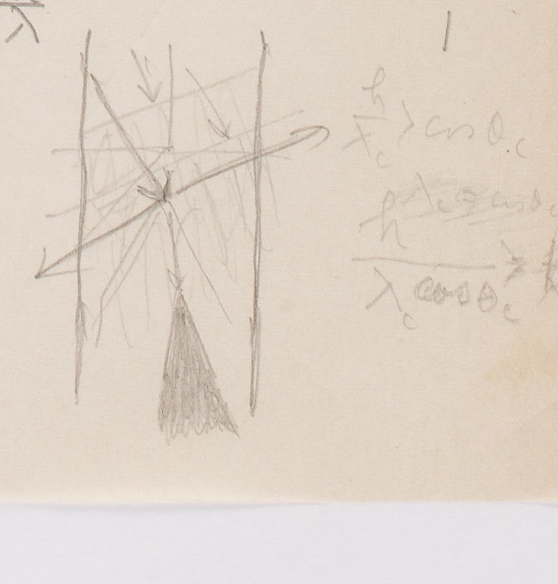
$$< \boxed{\frac{h}{\lambda_0}}.$$



2) 三度以上 scatter されるもの:

$$\frac{2\sin\theta\, d\theta}{\lambda_0}\,\frac{2\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\phi}{2\pi\lambda}\, e^{-\frac{z}{\lambda_0}}dz$$

$$\times e^{-\frac{(h-z)}{\lambda\cos\theta}}dz' \times (1-e$$



一方　$\cos\theta_c \lessgtr \frac{h}{\lambda_c}$

or　$\frac{\pi}{2} - \theta_c < \frac{h}{\lambda_c}$

this scattering & its prob. is

$$\int_{\frac{\pi}{2}-\theta_c}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^h e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{dz}{\lambda_0}\, 2\sin\theta\cos\theta\, d\theta$$

$$= \left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\right) \int_0^{\frac{h}{\lambda_c}} 2x\, dx = \left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\right)\left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2$$

$$\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\right)\left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2 \times \left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2 \times$$

$$\int_0^{v_c} \frac{2v'dv'}{v_0^2} \frac{h}{\lambda_0} \log\left(\frac{v_c}{v'}\right) = \qquad \frac{h}{\lambda_c} = \frac{v_c}{v_0}$$

$$\int v'dv' \log\left(\frac{v_c}{v'}\right) = \frac{v'^2}{2}\log\left(\frac{v_c}{v'}\right) + \int \frac{v'^2}{2}\cdot\frac{dv'}{v'}$$

$$= \frac{v'^2}{2}\log\left(\frac{v_c}{v'}\right) + \frac{v'^2}{4}$$

$$\frac{1}{v_0^2}\frac{v_c^2}{2} = \qquad \cancel{\frac{h v_c}{\lambda_0}} \quad \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2 \times \frac{h}{\lambda_0}$$

① $\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\cdot\left(\frac{h}{\lambda_c}\right)^2 \quad \frac{v^2}{v_0}$

② $\int_0^{v_c} \frac{2v'dv'}{v_0^2}\frac{h}{\lambda_0}\log\left(\frac{v_c}{v'}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{h}{\lambda_c}\right)\frac{h}{\lambda_0}$

③ $\frac{2v''dv''}{v_0^2}\int^{v_c}\frac{4v'dv'}{v_c^2 v_0^2}\cdot\cancel{2v''dv''}\frac{h}{\lambda_0}\log\left(\frac{v_c}{v'}\right)$

$= \frac{4v''dv''}{v_0^2}\cdot\int_{v''}^{v_c''(1+\cdots)}\frac{h}{\lambda_0}\frac{dv'}{v'}\log\left(\frac{v_c}{v'}\right)$

$= \frac{2v''dv''}{v_0^2}\frac{h}{\lambda_0}\left(\log\left(\frac{v_c}{v''}\right)\right)^2$

4

④ $\frac{2v''dv''}{v_0^2}\cdot\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\cdot\frac{1}{2\cdot 3}\left(\log\left(\frac{v_c}{v''}\right)\right)^3$

(n). $\frac{1}{2}\cdot\frac{2^{n-1}v\,dv}{v_0^2}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\frac{\left(\log\left(\frac{v_c}{v}\right)\right)^{n-1}}{(n-1)!}$

$\frac{1}{2}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\frac{v\,dv}{4v_0^2}\left(\left(\frac{v_c}{v}\right)^2-1\right) = \frac{1}{8}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)\frac{dE}{E_0}\left(\frac{E_c}{E}-1\right)$

$\int_0^{E_c}\frac{dE}{E_0}\left(\frac{E_c}{E}-1\right) = \frac{E_c}{E_0}\log -$