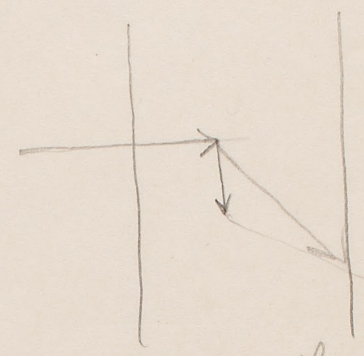
(d)

2nd scatteringの作用をもう少し立入ってする.

1st scatteringを(z, z+dz)の間で受けて, (v, v+dv)

になる数が,

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} \cdot \frac{dz}{\lambda_0}$$



この中でhまで行くのは $= e^{-\frac{(h-z)v_0}{\lambda v}}$.

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} \cdot \frac{dz}{\lambda_0} \cdot e^{-\frac{(h-z)}{\lambda \cos\theta}}$$

は出て行く. 残り

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} \frac{dz}{\lambda_0} \left(1-e^{-\frac{(h-z)v_0}{\lambda v}}\right) \quad (*)$$

は2nd scatterされる. これの著しいのは θが $\frac{\pi}{2}$ に近い所である.

はじめに前向にscatterされたものとしても大した違いはおこらぬ. (vel. は v' 2nd scatteringを受ける数は(*)で与えられるとする. するとこの中で2nd scatterされて, v', $v'+dv'$ になるものは (の中の速度 v' になったもの)

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv'}{v_0^2} \cdot \frac{dz}{\lambda_0} \cdot \left(1-e^{-\frac{(h-z)v_0}{\lambda v'}}\right) \cdot \frac{2v\,dv}{v'^2}$$

この中最後まで transmitされるとすると. (実際は3rd scatteringをやるものもある)

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} \frac{dz}{\lambda_0} \int_v^{v_0} \left(1-e^{-\frac{(h-z)v_0}{\lambda v'}}\right) \frac{dv'}{v'}$$

$\frac{(h-z)v_0}{\lambda v'} = x$, $-\frac{(h-z)v_0\,dv'}{\lambda v'^2} = dx$, $\frac{dv'}{v'} = -\frac{\lambda v'}{(h-z)v_0}dx = -\frac{dx}{x}$

$$= N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{2v\,dv}{v_0^2} \frac{dz}{\lambda_0} \int_{\frac{h-z}{\lambda_0}}^{\frac{(h-z)v_0}{\lambda v}} \left(1-e^{-x}\right) \frac{dx}{x}$$

$$\int \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^{n-1}}{n!}\,dx = \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{x^n}{n!\cdot n}$$

ν が相当大きいなら．積分すれば

$$\int_0^{\frac{h}{\lambda_0}} e^{-x}x\,dx$$

$$= -e^{-x}x + \int_0^{\frac{h}{\lambda_0}} e^{-x}dx$$

~~$\frac{(h-z)\nu_0}{\lambda\nu}$~~

$$N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}}\frac{2\nu d\nu}{\nu_0^2}(h-z)\left(\frac{\nu_0}{\lambda\nu}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\frac{dz}{\lambda_0}$$

ない それについて積分して

$$\int_0^h e^{-\frac{z}{\lambda_0}}\frac{(h-z)}{\lambda_0}\frac{dz}{\lambda_0} = \int_0^{\frac{h}{\lambda_0}} e^{-x}\left(\frac{h}{\lambda_0}-x\right)dx$$

$$= \frac{h}{\lambda_0}\left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\right) + \frac{h}{\lambda_0}e^{-\frac{h}{\lambda_0}} - \left(1-e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\right)$$

$$= \left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2 + \frac{h}{\lambda_0} - \frac{h}{\lambda_0}$$

$$N_0\frac{2\nu d\nu}{\nu_0^2}\left(\frac{\nu_0}{\lambda\nu}-\frac{1}{\lambda_0}\right)\frac{h^2}{\lambda_0^2}$$

$$= \frac{N_0 2\nu d\nu}{\nu_0^2}\left(\frac{h}{\lambda_0}\right)^2\left(\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}-1\right)$$

ν が非常に小さいなら（第二項は無視）

$$N_0 e^{-\frac{h}{\lambda_0}}\frac{2\nu d\nu}{\nu_0^2}\frac{h}{\lambda_0}\log\frac{\nu_c}{\nu}$$

（而して

$$\frac{h}{\lambda_0}\left(\frac{\lambda_0\nu_0}{\lambda\nu}-1\right) \gg \log\frac{\nu_c}{\nu}\text{）}$$

~~の大小に従って 非常に小さい…~~