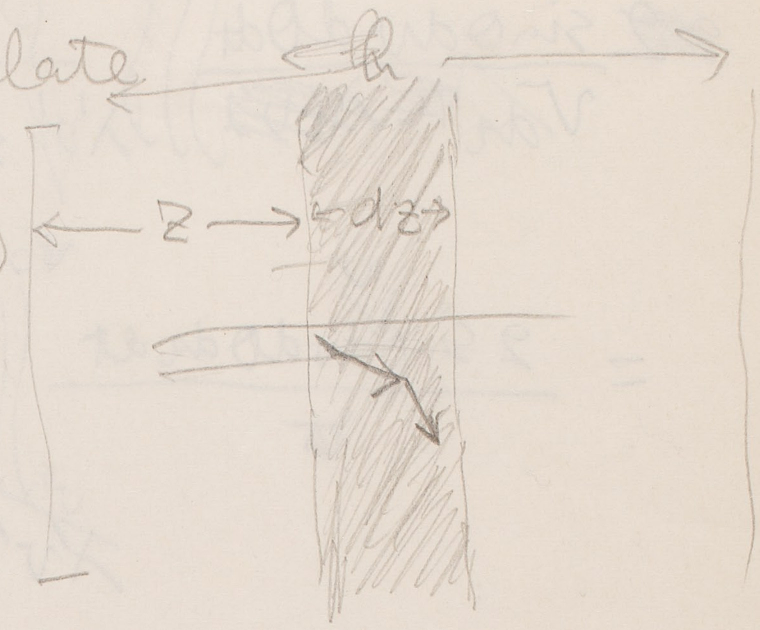
㊉ Equilibrium Distribution for Thick Plate

十分厚い板
zなる深さの dz なる層で (unit area につき) $(v, v+dv)$ $(\theta, \theta+d\theta)$
$(\phi, \phi+d\phi)$ の neutron の数を



$\rho(z, v, \theta, \phi)\, dz\, dv\, \sin\theta\, d\theta\, d\phi$

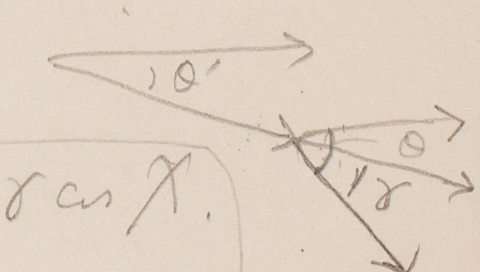
とする。dt (但し $v\,dt \ll dz$) なる時間の間には 之等は scattering によって

(−) $\dfrac{v\,dt}{\lambda} \times$ . . . .

失へり、又 scattering によって $\xrightarrow{(+)} N_0 e^{-\frac{z}{\cos\theta}\frac{\cdots}{\lambda_0}} \dfrac{\sin\theta\cos\theta\, d\theta\, d\phi}{\pi}$

(+) $\displaystyle\iiint_{v'\theta'\phi'=0}^{2\pi} \frac{\rho(z, v', \theta', \phi')\, dz\, dv'\, \sin\theta'\, d\theta'\, d\phi'}{\lambda(v')\ \cdots} \frac{v'\,dt}{\lambda(v')}$

加ふるを χ $\dfrac{\sin\gamma\cos\gamma\, d\gamma\, d\chi}{\pi}$



但し、
$$\boxed{\begin{aligned}\cos\theta &= \cos\theta'\cos\gamma + \sin\theta'\sin\gamma\cos\chi,\\ v &= v'\cos\gamma.\end{aligned}}$$

を満足するなる ~~θ, θ'~~, γ, χ をとる。~~これ等の中 二つ を~~
~~について積分~~

$\dfrac{d\theta'\, d\phi'\, d\theta\, dv}{\sin\theta} = \left(\dfrac{\partial\theta}{\partial\gamma}\ \dfrac{\partial\theta}{\partial\chi}\ \dfrac{\partial v}{\partial\gamma}\right) \left(\begin{matrix}\frac{\partial\phi}{\partial\theta'} & \frac{\partial\theta}{\partial\theta'} & \frac{\partial\theta}{\partial\theta} & \frac{\partial\theta}{\partial\chi}\\ \frac{\partial v}{\partial\theta'} & 1 & 0 & 0\\ & & \frac{\partial\theta}{\partial\gamma} & \frac{\partial\phi}{\partial\chi}\end{matrix}\right)$

この他に boundary の出入による増減は

(−) $\dfrac{\partial\rho}{\partial z}\, v \cos\theta\, dt\, dz\, dv\, \sin\theta\, d\theta\, d\phi$.

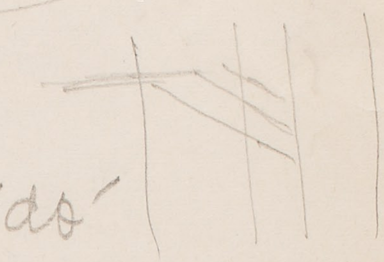
$$\cancel{2}\,2\,\frac{\sin\theta\, dv\, d\theta\, dt}{V\, d\!z \cancel{\ \ }} \iint \frac{\rho' \cancel{v} dv' \sin\theta' d\theta' \sqrt{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2}}{\lambda v' \sqrt{\sin^2\theta'\left(1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2\right)-\left(\cos\theta-\frac{v}{v'}\cos\theta'\right)^2}}$$

$$= \frac{2\sin\overset{v}{\theta}\, dv\, d\theta\, dz\, dt}{\cancel{\ \ }} \int_{\cancel{\lambda v'}\ v^*}^{\cancel{v}\,0} \int \frac{\rho' \cancel{v} dv'\, dx\, \left(1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2\right)}{\sqrt{(1-x^2)\left(1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2\right)-\left(x_0-\frac{v}{v'}x\right)^2}}$$

$$\| $$

$$\boxed{1-\left(\frac{v}{v'}\right)^2 \cancel{\ \ } - x^2 - x_0^2 - \frac{v}{v'}x_0 x}$$

$\rho_1 = N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \left(1 - e^{-\frac{z}{\lambda_0}}\right) \frac{v_0}{v}$



$\frac{v}{\lambda}\rho + \frac{\partial \rho}{\partial z} v \cos\theta$

$= N_0 e^{-\frac{z}{\lambda_0}} \frac{v_0 \cos\theta}{\lambda_0} \delta(\cdot\cdot) + 2v \iint f(v, \theta; v', \theta')\, dv' d\theta'$

この ρ を 1st, ~~2nd~~, 一回, 二回, … の scattering の結果として生まれたものの sum と考へると,

$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \cdots\cdots$

~~$\rho_1 = \delta($~~　　$\cos\theta_0 = \frac{v}{v_0}$

$\rho_1 = \frac{N_0 v_0}{v} \cdot \frac{2v\, dv}{\lambda_0 v_0^2} \delta(\cos\theta - \frac{v}{v_0})\, d(\cos\theta)$

$\sin\theta\, d\theta\, dv$

$\times e$

$= \frac{2 N_0 dv}{\lambda_0 v_0} \delta(\cos\theta - \frac{v}{v_0})\, d(\cos\theta)$

$\times \frac{e^{-\frac{z}{\lambda_0}} - e^{-\frac{z v_0}{\lambda v}}}{\frac{v_0}{\lambda v} - \frac{1}{\lambda_0}}$

$\frac{\partial \rho_1}{\partial z} =$