DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE March 14, 1936
NO. 1

第六回 数物(三月)常会 講演原稿.

原子核衝突問題のReductionに就て
(On the Reduction of Nuclear Collision Problems)

原子核と素粒子との衝突の問題は 原子核の構造との問題と引離して考へることは本来正しくないかもしれぬ。両者共通の一般的基礎の上に立つべきものであるかも知れぬ。即ち heavy particle の為に対する正しい wave equation が知られ、又その間の interaction の法則がはっきりとわかったならば、上の二問題は共々とも統一的に解決されるであらうと考へられる。

之に対して少し異なる見方をすることも出来る。我々は原子が electron と nucleus から構成されてゐると考へるのと同じ意味で nucleus は neutron と proton とから出来てゐると考へることがどこまで正しいであらうか。自分はこれを否定すべき理由もないが、されば(と)いって之を絶対視すべき理由もない。さう考へないで原子核はまた一つの単一な粒子であるとし、それが固有の質量、電荷、スピン(固有の角運動量)、磁気能率等を~~有~~持ち、他の核(素粒子)との衝突により他種の原子核に変化しうると考へることも不可能ではない。而して同一の原子核の種々の励起状態は 固有質量、スピン等の異なる状態と考へ~~ることも出来るであらう~~ねばならない。

斯様な考へ方~~をすれば~~から、どうして ~~原子核~~核の多種類の存在 ~~複雑な多種類の存在~~ が~~説明されるかといふこと~~説明されるかといふこと、又 mass defect の問題が ~~出てくる~~説明されるかといふと、先ず第一に、あらゆる粒子の質量、電荷、スピンを Eigenwertproblem ~~から出して~~として求め、あらゆる可能な原子核がその中にふくまれる様にしなければならない。

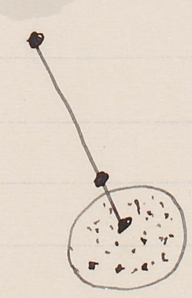
(例へば、H^2 二つに分ければ粒子と、He^4 一つの粒子)

次に異なる粒子の間の transition の probability があることから Energy の Perturbation が出て来、これが mass defect をあたへると考へられる。併しこの transition probability を決定するには一般的な理論が必要である。のみならず この様な一般的な scheme を一挙に完成することは到底不可能で、その意味においても第一の如き通常の考へ方を捨てない。

~~しかしいづれの考方をとるとしても~~ 第二の見方に従へば研究問題は極めて単純な、~~より~~ 甚だ簡単な問題として one body problem に reduce されるが、之に反して第一の見方に従へば問題は極めて複雑で、一般の many body problem を解くことになるが、それがどの程度迄満足に扱ひ得るかは問題になるのである。

i) Separation of Coordinates of Centre of Mass, Relative Coordinates and Internal Coordinates.

今 ~~at~~ mass number N なる nucleus と一つの heavy particle (neutron or proton) とが衝突する時には N+1 の particle よりなる system の ~~重心の coord. moment. は Hamiltonian から separate~~ 出来る。次に nucleus の重心と heavy particle の ~~重心~~ relative coord. ~~及び momentum~~ kinetic energy は



DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

i) ~~全体~~ 全体としての重心の kinetic energy. (mass = $m(N+1)$)

ii) 核の重心と heavy particle の relative motion の kinetic energy (mass = $\frac{mN}{N+1}$)

iii) 核の internal motion の kinetic energy.

に separate 出来る.

次に potential energy は ~~H heavy part~~

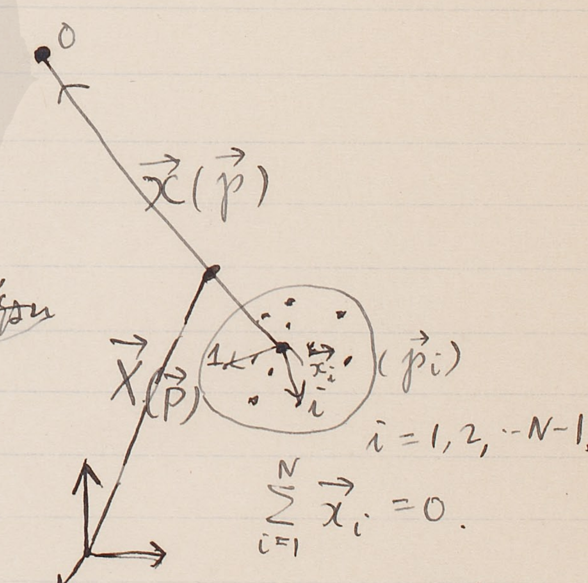
i) heavy particle と核内の particle の relative coord. に depend する部分 (ξ

ii) 核内の particle 相互の rel. coord に depend する部分

にわけられる.

従って Hamiltonian は

$$H = \frac{\vec{P}^2}{2m(N+1)} + \frac{N+1}{2mN}\vec{p}^2 + T(\vec{p}_i)$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} V(\vec{x}-\vec{x}_i) + \sum_{i<j} V(\vec{x}_i - \vec{x}_j)$$



~~さて問題は, を $\vec{P}, \vec{X}$ を separate~~

残りの部分から $\vec{p}, \vec{x}$ をとり出す ことにある.

この場合, 予想は多少 molecule の場合の 核運動と電子運動 の 関係に似て居る. 従って 核内の heavy particle の ~~motion~~ 平均の ~~が~~ velocity が ~~be~~ external particle の ~~m~~ velocity に比して

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

1st approx. として

大きいならば、外の particle を静止してると考へて、即ち、$\vec{x}$ を const. $\vec{p}=0$ として、

$$\left\{T(\vec{p}_i)+\sum_{i=1}^{N}V(\vec{x}-\vec{x}_i)+\sum_{i<j}V(\vec{x}_i-\vec{x}_j)\right\}\chi_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x}) = W_\alpha\chi(\vec{x}_i,\vec{x})$$

を満足する W_α, $\chi_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x})$ ~~の function として~~ を求めると之等は $\vec{x}$ を parameter として含んでゐる。そこで 2nd approx.

$$u_\alpha(\vec{x})\ \chi_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x})$$

なる形を assume し、之が、

$$\left\{H-\frac{\vec{P}^2}{2m(N+1)}\right\}u_\alpha(\vec{x})\chi_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x}) = W u_\alpha(\vec{x})\chi_\alpha(\,''\,)$$

を満足する條件から、~~場所~~ $\vec{x}$ と共に緩くかはると考へる。u_α を求めれば…　両辺に $\tilde{\chi}_\alpha$ をかけて $\vec{x}_1,\vec{x}_2,\ldots\vec{x}_{N-1}$ について積分すると、

$$\left\{\frac{N+1}{2mN}\vec{p}^{\,2}+W_\alpha(\vec{x})\right\}u_\alpha(\vec{x}) = W u_\alpha(\vec{x})$$

となる。但し、

~~$W_{\alpha\alpha} = W_\alpha\int\cdots\int\tilde{\chi}_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x})\chi_\alpha(\vec{x}_i,\vec{x})\,d\vec{x}_1\cdots d\vec{x}_{N-1}$~~

この場合、V は relative coord. のみの函数としたがもし spin, ρ-spin をふくんでゐる場合には W_α がそれらを parameter としてふくむだけのことである。

以上の考察は external particle の velocity が小さければ

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 5

全体から見て

あまり大きくない時には ~~大きい~~ 近似的に成立つてあらうが、その際でも、 $\vec{x}$ が核の内部にある時には $\vec{p}$ は無視出来ないが、$\vec{x}$ が核の内部にある prob は小さい故、之を neglect したものと考へればよい。（molecule の時でも 核同志が非常に接近した時には relative velocity は非常に大きい筈である）

$w_\alpha(\vec{x})$ なる ~~函数は~~ $|\vec{x}_i|$ が nuclear radius より小さい時に限つて χ_α が 0 でないと考へられ、又 $V(\vec{x}-\vec{x}_i)$ は $|\vec{x}-\vec{x}_i|$ の比較的小さい所を除いて 0 と考へられるから、$w_\alpha(\vec{x})$ も又 $|\vec{x}|$ が nuclear radius の order 以上の所では 0 であると見てよい。かく考へれば問題は普通の scattering の理論と同じになつてくる。

ii) ~~Rearrangement Collision~~ Excitation and disintegration without Rearrangement.

上の考察は excitation, disintegration (neutron ⇄ proton) の起る時にも extend 出来る。然その時には nuclear eigenfunction は

$$\chi_1 \quad \chi_2 \quad \cdots$$

なる無限の数をとりうる。従つて 第一-approximation として

$$\sum u_\alpha \chi_\alpha$$

なる形を assume ~~する~~ する事の根拠で、結果は上式のかはりに

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 6

$u_1, u_2, \ldots$ に対する simultaneous diff. equation が ~~結ばれる~~ 出てくる 丈である。
その special case の solution は前に述べたし、又他の人の消去にもある筈。

iii) Rearrangement Collision.

この種の collision がおこっても external particle は終始 external particle として止まっている ~~ならば~~ とは限らぬ。外のは中へ、中のは外へと入れかはる可能性があり、又外の particle と中の particle と区別出来ないこと。~~これは律上及び~~ eigenfunction の symmetry の性質から当然の結果として出て来る rearrangement を無視することは出来ぬ。

しかしかかる rearrangement を考慮すると問題は非常に複雑になる。これに対する極めて rough な reduction の方法を示す。

coord-space の対称では
この場合には前記の様に、全ての coord external particle と ~~internal~~ nucleus の全てとの relative coord. internal coord に分けることが出来なくなる。
(これを完全にやれば Quantized wave の方法による必要がある。しかしそれは他の機会に譲ることとし、approximate method の一つをかかげる。)

今やってくる 0-particle が核に捕へられ、1-particle が飛出す場合とすると、N+1-particles よりなる system の

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 7

或ひは χ_α の中にふくまれて $\bar{x}$ なる parameter は
取除くことにする

~~Hamiltonianは~~ Wave function としては之に $\dagger$,

$$\sum_\alpha u_\alpha(1)\,\chi_\alpha(0,2,\dots n)$$

なる形の項が附加されるであらう。
但し、我々は複雑な手続を省略するため、核は（非常に重いとし）全体として静止してゐるとし、~~従って~~ N個の中から n個の particle を取出したものと考へる。（核の中核を形成し、互みに強く bind されてる部分は結合によって影響されないとする）
かゝる形の ~~本~~ wave function を assume し、前のごとく wave eq. に入れ、両辺に

$$\tilde{\chi}_\alpha(1,2,\dots n)$$

をかけて積分すると、

$$\iint \tilde{\chi}_\alpha(1,2,\dots n)\{H(1)+\underset{w_\rho}{H(0,2,\dots N)}\}\underset{u_\rho(1)}{\chi_\beta(0,2,\dots N)}\,dq_1\dots dq_N$$

のごとき積分が問題になる。
之は核の ~~外では~~ 外部 $(|\vec{x}_0|>a)$ では $\chi_\rho(0,2,\dots N)$ なる函数の為に 0 となるが核内では u_ρ なる函数の一種の平均値になってくる。で之は

$$= V'(0)\,\bar{u}_\rho \qquad (\text{核内})$$

なる形におくならば $V'(0)$ は核 x_0 と共にゆるくかはり、此は app. として const と見なしうるであらう。
所で u_ρ は核の中で ~~相当~~ periodic に早くかはる故、平均値は ~~相~~ 相当小さなものになる。故にこの項の影響は

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 8

大したものではない（χ は $\vec{x}_1$ と共に相当急に変るかもしれぬ ~~あろうが~~

$$\tilde{\chi}_\alpha(1,\cdots)u_\beta(1)$$

は矢張り $\vec{x}_1$ と共に相当はげしくかはり、従って平均すると小さくなってあらう、

之に対して、

$$\int\!\!\int \tilde{\chi}_\alpha(1,2,\cdots n)V(\vec{x}_0-\vec{x}_1)\underbrace{\chi_\beta(1,2,\cdots N)}_{u_\beta(1)}dq_1\cdots dq_N$$

の如き項があるが、之は $V\cong\delta(\vec{x}_0-\vec{x}_1)\times$ const の如き形と近似はされ得るならば、之は

$$\text{const}\int\!\!\int\tilde{\chi}_\alpha(0,2,\cdots n)\chi_\beta(0,2,\cdots N)dq_2\cdots dq_N\cdot u_\beta(0)$$

なるのだから 之は $u_\beta(0)$ に、x_0 と共に相当はげしくかはりうる函数がかかったものとも見られる。

しかし u_α, u_β が ~~$e^{ik\cdot r}$ の形でなければなら~~、核の内部で、

実は $e^{ik_\alpha r}$, $e^{ik_\beta r}$; $e^{ik'_\alpha r}$, $e^{ik'_\alpha r}$ の形でなければならぬ。

$$k'^2_\alpha - k^2_\alpha = k_0^2 \ :\ 大$$
$$k'^2_\beta - k^2_\beta = k_0^2 \ :\ 大$$
$$\therefore\ \cancel{k'^2_\alpha - k}\ k'^2_\beta \cong k_0^2.$$

$$\chi_\beta(0,\cdots)\cong e^{ik'_\beta r}\qquad \chi_\alpha(0,\cdots)\cong e^{ik'_\alpha r}.$$

$$k'^2_\beta - k'^2_\alpha = k'^2_\alpha - k'^2_\beta = k^2_\alpha - k^2_\beta \ll k_0^2.$$

$$|k'_\beta - k'_\alpha| \ll k_0$$

故に $u_\beta(0)$ にかかる factor は矢張り x_0 と共に速くかはること

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$\tilde{\chi}_\alpha \chi_\beta$ は十分遠方では $\sin \kappa_\alpha r \cdot \sin \kappa_\beta r$ なる factor をふくむ為, rapidly にかはる項と考へれば良い。~~之は~~ $\chi_\alpha \chi_\beta$ の如き項にもふくまれて居る~~のであつて~~ 故に通常の scattering の理論に於ける一つの近似はあるわけである，

見なして差支ないであらう†

iv) Symmetry Properties of the Eigenfunctions

以上の simple case に於ける考察をもつと一般的な場合に extend する。特に symmetry の性質を前節から考慮することにする。

それは一般に

$$\psi(0,1,2,\cdots N)=\sum_\alpha\sum_{i=0}^{N}(-1)^i u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,2,\cdots i-1,i+1,\cdots N)$$

なる形になるであらう。但し、~~χ_0~~, χ_α, ~~Φ_α~~ は既に N個の particles について anti-symmetric になつてゐるとする。しかして この函数は N+1 個の particles について anti-symmetric である。

$$\therefore\quad P_{jk}\psi=\sum_\alpha\sum_{i\neq j,k}(-1)^i u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,\cdots \overset{j}{\cancel{k}}\cdots i-1,i+1,\cdots \overset{k}{j}\cdots N)$$
$$+\sum_\alpha(-1)^j u_\alpha(k)\,\chi_\alpha(0,1,\cdots j-1,j+1,\cdots \overset{k}{j}\cdots N)$$
$$+\sum_\alpha(-1)^k u_\alpha(j)\,\chi_\alpha(0,1,\cancel{k}\cdots k-1,k+1,\cdots N)$$
$$=\cancel{(-1)}\sum_\alpha\sum_{i\neq j,k}(-1)^i u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,j\cdots i-1,i+1,\cdots k\cdots N)$$
$$-\sum(-1)^{j+\cancel{(j-k+1)}(k-j)}u_\alpha(k)\,\chi_\alpha(0,1,\cdots j-1,j,j+1,\cdots k-1,k+1,\cdots N)$$
$$-\sum_\alpha(-1)^{k-(k-j)}u_\alpha(j)\,\chi_\alpha(0,1\cdots \overset{j-1,j+1}{}\cdots k-1,k,k+1,\cdots N)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$\iint \tilde{\chi}_\alpha(\overset{x_0\sigma_1}{1},2\cdots) A_{01} \delta(\vec{x}_0-\vec{x}_1) \chi_\beta(\overset{x_0,\sigma_1}{1},2\cdots)\, dq_1 dq_2\cdots$ $u_\beta(x_0,\sigma_0)$

$(-1)\iint \tilde{\chi}_\alpha(1,2,\cdots) A_{01}\, \delta(\vec{x}_0-\vec{x}_1)\, u_\beta(1)\, \chi_\beta(0,2,\cdots)\, dq_1 dq_2$

$\iint \tilde{\chi}_\alpha(1,2,\cdots) A_{01}\, \delta(\vec{x}_0-\vec{x}_1)\, u_\beta(x_0,\sigma_1)\, \chi_\beta(x_0^{\sigma_0},2,\cdots)$

$=(-1)\iint \tilde{\chi}_\alpha(x_0\sigma_1, 2,\cdots)$

次に Hamiltonian をとれば

$$H(0,1,2,\cdots N) = H(0) + H'(1,2,\cdots N) + V(0;1,2,\cdots N)$$
$$= H(1) + H'(0,2,\cdots N) + V(1;0,2,\cdots N)$$
$$= \cdots$$

$$H'(1,2,\cdots N)\,\chi_\alpha(1,2,\cdots N) = W_\alpha\, \chi_\alpha(1,2,\cdots N)$$

それで

$$H(0,1,2,\cdots N)\,\psi(0,1,2,\cdots N) = W\psi(0,1,2,\cdots N)$$

に上の式を入れると

$$\sum_\alpha \sum_i \{H(i) + W_\alpha + V(i;0,1,\cdots i-1,i+1,\cdots N) - W\}(-1)^i$$
$$\times\, u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,2\cdots i-1,i+1\cdots N) = 0$$

両辺に $\tilde{\chi}_\beta(1,2,\cdots N)$ をかけて積分すると

$$\{H(0) + W_\alpha + V_{\beta\beta}(0) - W\}\, u_\beta(0)$$
$$+ \sum_{\alpha\neq\beta} V_{\beta\alpha}(0)\, u_\alpha(0) + \sum_\alpha \sum_{i\neq 0} (-1)^i \int \chi_\beta(1,2\cdots N)\{H(i)+W_\alpha - W + V(i;\cdots)\}$$
$$\times\, u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,\cdots i-1,i+1,\cdots N)\, dq_1\cdots dq_N = 0$$

但し、 $V_{\beta\alpha}(0) = \iint V(0;1,2,\cdots)\,\tilde{\chi}_\beta(1,2,\cdots N)\,\chi_\alpha(1,2,\cdots N)\, dq_1$
$\times\, dq_2 \cdots dq_N.$

今迄は系統の話であるが、その中 V に関するものは近似的に

$$V(i;0,1,2,\cdots i-1,i+1,\cdots N) = \sum_{j\neq i} A_{ij}\,\delta(\vec{x}_i,\vec{x}_j)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

なる式にかけばとすると、(但し、A_{ij} は $\vec{\sigma}_i\vec{\rho}_i;\vec{\sigma}_j\vec{\rho}_j$ の函数)

$$\int \tilde{\chi}_\rho(1\,2\cdots N)\,V(i;0,1,2,\cdots i-1,i+1,\cdots N)\,u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,\cdots)$$
$$\times dq_1\cdots dq_N$$
$$=\sum_{j\neq i}\sum_{\sigma_j\rho_j}\iiint \chi_\rho(1\,2\cdots N)\,A_{ij}\,\delta(\vec{x}_i\vec{x}_j\cdot)\,u_\alpha(i)\,\chi_\alpha(0,1,\cdots i-1,i+1,\cdots N)$$
$$\times d\vec{x}_1\cdots d\vec{x}_N$$

然るに ~~$j=0$ の所丈が 0 でなく~~ (∵ $j\neq 0$ の時には、x_j について積分すると。 ~~$\chi_\rho(1,2,\cdots i\cdots j\cdots N)$~~

これは ~~$j\neq i$~~ $j\neq 0$ とすると、

$$\sum_{\sigma_j\rho_j}\iiint \chi_\rho(1\,2^{x_i\cdots x_j}\cdots N)\,A_{ij}\,u_\alpha(x_j\cdots)\,\chi_\alpha(0,\cdots i-1,i+1,\cdots \overset{j}{x_j}\cdots N)$$
$$d\vec{x}_1\cdots d\vec{x}_{j-1}\,d\vec{x}_{j+1}\cdots d\vec{x}_N$$

これは u_α の ~~…~~ ある種の平均値である。然るに自由の粒子では0である。

次に $j=0$ とすると

$$\sum_{\sigma_0\rho_0}\iiint \tilde{\chi}_\rho(0\,2\cdots N)\,A_{i0}\,u_\alpha(x_0\cdots)\,\chi_\alpha(0,1\cdots i-1,i+1,\cdots N)\,dx_1\cdots dx_{i-1}$$
$$\times dx_{i+1}\cdots dx_N$$

$$=\Upsilon_{\beta\alpha}^{(\vec{\sigma}_0,\vec{\rho}_0)}\,u_\alpha(0)\sum(\pm 1)\int\tilde{\chi}_\rho(0\,2\cdots N)\,\chi_\alpha(0\,2\cdots N)+\tilde{\chi}_\rho(1\,0\cdots N)\,\chi_\alpha(1\,0\cdots N)\,dx_1\cdots$$
$$(-1)\int \tilde{\chi}_\rho(0\,2\cdots N)\,\chi_\alpha(0,2,\cdots N)\,dx_2\cdots dx_N$$
$$(+1)\int \tilde{\chi}_\rho(1\,0\cdots N)\,\chi_\alpha(0,1,3\cdots N)\,dx_1dx_3\cdots dx_N$$

なる形になる。 かくの如き項が $i=1,2,\cdots N$ と N 個出てくる。 これらは皆相等しい。

$$=-\int \tilde{\chi}_\beta(0\,2\cdots N)\,\chi_\alpha(0,2,3,\cdots N)\,dx_1dx_3\cdots dx_N$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 12

は spin の項を含む

これ等は，$NV_{\beta\alpha}(0)u_\alpha(0)$ なる項と ~~cancel する~~ 互に

然るに

$$\int \chi_\beta(1 2 \cdots N)\{H(i)+W_\alpha-W\}u_\alpha(i)\chi_\alpha(0,1,\cdots i-1,i+1,\cdots N) \times dq_1\cdots dq_N$$

~~在~~所で．$\int\cdots\int \chi_\beta(1 2\cdots N)\chi_\alpha(0,1,\cdots i-1,i+1,\cdots N)dq_1\cdots dq_{i-1},dq_{i+1},dq_N$

$$=f(0,i)$$

は nucleus $(|\vec{x}_0|<a)$ では段々に変化し，核外では 0 になる．又，核内では $u_\alpha(i)=\sum_\mu u_\alpha^{(\mu)}(i) = \sum b_{\alpha\beta}v_\beta$

$$H(i)u_\alpha^{(\mu)}(i) \cong \cancel{const}\; c_\mu \cdot u_\alpha^{(\mu)}(i) \quad v_\beta(i)$$?

ならば．上の積分は

$$\cancel{const}\int f(0,i)\, c_\mu\, u_\alpha^{(\mu)}(i)\, v_\beta(i)\, dq_i$$

なる形になる．即ち $u_\alpha^{(\mu)}$ なる函数のある平均値に比例する．之を $\sum_\mu \bar{\Gamma}_{\beta\alpha}^{(\mu)}\bar{u}_\alpha^{(\mu)}$ とすると； $\Gamma_{\beta\alpha}(0)$ は x_0 に関して ゆるくかはる函数であらう．

かゝる項が又 N 個ある．

このようにして

$$\{H(0)+W_\alpha+\cancel{NV_{\beta\beta}(0)}+\cdots-W\}u_\beta(0)$$

$$+\sum_{\alpha\neq\beta}N\cancel{V_{\beta\alpha}(0)}u_\alpha(0) + \sum_\alpha N(\cancel{\Gamma_{\beta\alpha}(0)u_\alpha(0)}+\Gamma_{\beta\alpha}(0)\bar{u}_\alpha + \cdots)=0$$

なる形になる．

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 13

上式を separate すれば

$$v_\alpha = a_{\alpha\rho} u_\rho$$

とおき、$a_{\alpha\rho}$ を適当にとれば。

$$\mathcal{H}_\alpha v_\alpha = \sum_\rho F_{\alpha\rho} \overline{v_\rho}$$

の如き形になるであろう。 SS-process を考へれば

$$v_\alpha = C'_\alpha \frac{\sin k'r}{r} + D'_\alpha \qquad \text{(核内)}$$

$$\frac{C_\alpha e^{ik_\alpha r}}{r} + \frac{D_\alpha e^{-ik_\alpha r}}{r} \qquad \text{(核外)}$$

と assume し、上の simultaneous equation に入れると、

$$({k'_\alpha}^2 + V_\alpha) C'_\alpha \frac{\sin k'_\alpha r}{r} + V_\alpha D'_\alpha = \sum F_{\alpha\rho}(D'_\rho + C'_\rho(\cdot\cdot))$$

$${k'_\alpha}^2 = -V_\alpha(r<a) \quad r<a$$

$$k_\alpha^2 = -V_\alpha(r>a) \quad r>a$$

$$V_\alpha D'_\alpha = \sum_\rho F_{\alpha\rho}(D'_\rho + C'_\rho(\cdot\cdot)) \qquad \alpha, \rho = 1, \cdots n.$$

boundary condition は $r=a$ で $2n$ 個、infinity で n 個。然るに $C_\alpha, D_\alpha, C'_\alpha, D'_\alpha$ を決定するには $4n$ 個の ~~equation~~ condition があればよい。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$\int_0^a r \sin k' r \, dr =$

DATE
NO. 14

V) Example

また内部をもつとして、neutron の simple scattering またおこりうるとし、又 核中の一つの ~~particle~~ ~~neutron~~ state の particle 丈が exchange される場合とすると

$$H = \frac{\vec{p}_1^{\,2}}{2m} + \frac{\vec{p}_2^{\,2}}{2m} + V(r_{12}, \cdot) + V'(\vec{r}_1, \cdot) + V'(\vec{r}_2)$$

$$\psi(1,2) = u_0(1)\chi_0(2) - u_0(2)\chi_0(1),$$

$$\left\{\frac{\vec{p}_1^{\,2}}{2m} + V'(\vec{r}_1) - (W - W_0)\right\} u_0(1)$$

$$+ F \, \bar{u}_0 = 0$$

s-scattering

$$u_0 = C' \frac{\sin k' r}{r} + D' \qquad \text{for } r < a$$

$$= \frac{\sin kr}{r} + C e^{ikr} \qquad \text{for } r > a$$

$$\bar{u}_0 = C' \frac{\cos k' r}{k'} \cdots + D' \cdots$$

$$|C|^2 \cong \frac{\{(k' \cos k'a + F \cdots) \sin ka - (\sin k'a + F \cdots) k \cos ka\}^2}{\{(k' \cos k'a + F \cdots)^2 + k^2 (\sin k'a + F \cdots)^2\}}$$

resonance の condition は

$$k' \cos k'a + F \cdot f(k') = 0$$

とする. 故に resonance は $\cos k'a = 0$ の root としてあらわれたものより頻繁にあらわれうる. (~~或~~ はより少くあらわれる場合もあろう)