E28 040

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE Nov. 1
NO. 1

Note on the Theory of Multiplicative Showers

by Hideki Yukawa
and
Daisuke Okayama

Carlson and Oppenheimer[1] 及び Bhabha and Heitler[2] に依ると、Cosmic Ray shower の多くは high speed electron の radiative ~~energy loss~~ process を元とする multiplication の mechanism によるものと考へられる。その後 Heitler[3] はこの理論によつて、Cosmic Ray の analysis を行ひ、~~概略~~ 全体として満足すべき結果に到達した。併し、absorbing layer の非常に薄い所及び非常に厚い所に於て問題が残つてゐる。

薄い layer に於ては

i) secondary, tertiary 等の process の結果として ~~出て来る~~ 出て来る electron の ~~probable~~ probable number が厚さと共にどう変るかの問題。

ii) fluctuation の問題

等がある。後の方は最近 Furry によつて比較的に詳しく論ぜられた[4]。i) の方は Carlson, Bhabha 等の近似の ~~理論~~ 計算は極めて薄い場合に適用が許されないから、我々は之を少し詳しくしらべて見た。

深い層に於ては、Rossi ~~maximum~~ curve の second maximum の問題があり[5]、shower の divergence の angle との ~~penetration~~ curve の形、~~shower~~ shower particle の hardness

1) Phys. Rev. 51, 220, 1937.
2) Proc. Roy. Soc. A. 159, 432, 1937.
3) Proc. Roy. Soc. 161, 261, 1937.
4) Phys. Rev. 52, 569, 1937.
5) 例へば最近の Schmeiser und Bothe, 25, 669, 1937.
K. Z. Morgan and W. M. Nielsen, Phys. Rev. 52, 564, 568, 1937.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 2

の間の関係等が問題になる.

~~水面下~~ 非常に深い所では hard component の absorption などが ~~これらの~~ の shower の起る機会が意味を持つか, 然るに最近 Ehmert[6] は hard comp の absorption が広い範囲に亘って $h^{-\varepsilon}$ (h は深さ) なる curve であらはされることを述べてゐる.

これから hard comp. が definite な range R(E) を有すとすると, その energy distribution function を F(E) とすると, h なる深さ ~~に達する~~ に達するものは

$$\int_{E_h}^{\infty} F(E)\,dE$$

但し E_h は $R(E_h) = h$ で与へられる. 故に $F(E) = E^{-\gamma}$ なる形とすれば 上式は $E_h^{-\gamma+1}$ に比例する.

故に, R ∝ E_h なら E_h ~~= const~~ $\propto h$, $\propto h^{-\gamma+1}$ となる.

従って, $\gamma \cong \varepsilon + 1 \cong$ 2.56 と 2.87. となる.

Heitler は soft component について, energy distribution function が 大体 $E^{-\gamma}$ ($\gamma \cong 1.7 \sim 2.4$) となり, 上の hard comp の distrib. function と非常によく似て居る.

なほ以上の結果は new particle を認め, shower theory が 10^{10} eV 以下では破れない breakdown する. 但し breakdown の位置は Pb 程度で 10^{10} eV 程度以上だと考へればよいのである.

6) Zs. f. Phys. 106, 751, 1937.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 3

も知れぬ。†

これは深い所での shower であるが、element は少くなるに従って、single particle との割合が稍々増すといって居る。

又最近 ~~Landau~~ Landau と Rumer 7) とは Heavy Particle が electron と同様に radiative process によって shower を生ずる prob. を計算し、或る厚さの layer を通ると、heavy particle の出した photon から shower particles が出て来る probab. は

$$W = 0.8\left(\frac{m}{M}\right)^2\left(\log\frac{E}{\varepsilon}\right)^2\log\frac{E}{(Mc^2)^{3/4}\varepsilon^{1/4}}$$

となる。 $\varepsilon \cong \frac{750}{2}$ million volt. で、M を electron mass の百十倍と取ると、実験 observe される程度の値を得る。(これら data を使っては見なかった。)*

しかし、この他に heavy particle が nuclear field で electron pair を出す process があり、その cross section は大体

$$\frac{4\alpha^2 Z^2}{\pi}\left(\frac{e^2}{mc^2}\right)^2$$

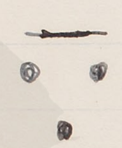
であるから、この方が寧ろ大きい。(しかしこの方は heavy particle の mass に関係しない) (Nishina, Tomonaga and Kobayashi, Sci. Pap. Inst. Phys. Chem. Res. Japan 27, 137, 1935年; Landau and Lifshitz, Phys. ZS. Sowj. 6, 244, 1934; Heitler and Nordheim, Jour. d. Phys. 5, 449, 1934; Williams, Nature 135, 66, 1935)

---

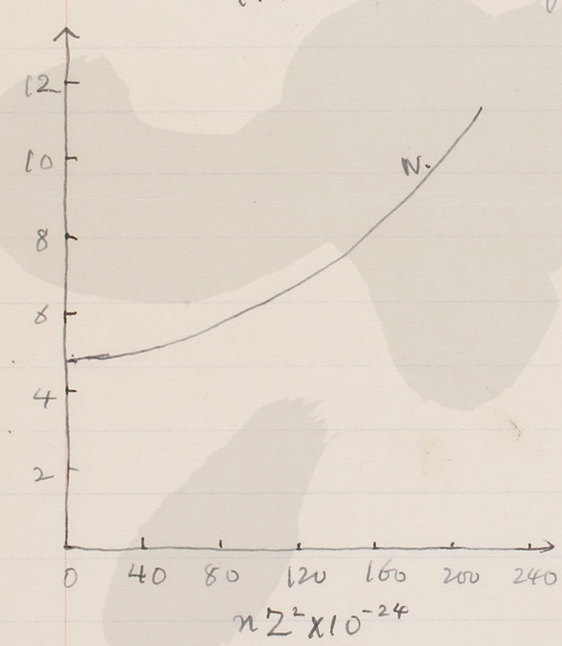
7) Landau and Rumer, Nature 140, 682, 1937.

† 例えば、~~さう考へると~~、high speed electron が $E^{-\gamma}$ なる continuous な distribution をして居るとすれば、soft と hard の2 comp. には分けられない。ないし E の値を限るとしても E と同程度以上の energy のものの ~~数~~ は、E に近いものから順に soft comp. になって行く ~~から考えると皆 relative soft になるのである~~。大で、second max. は出ないし、深い所で出来る shower の数は比較的少ない。

薄い鉛(Pb)層による shower 発生の実験結果については、渡瀬氏[8] Froman and Stearns[9] 等がある。渡瀬氏によると(1)の如き arrangement の結果、~~curve~~の Rossi curve の形は quadratic でしかも ~~鉄~~, lead, ~~tin~~ 等において Z^2 に比例している。~~之は~~ 之は理論の如く、multiplication theory とよく一致する。



(1)



又 inflection point は金属の厚さが 0.7 cm. 位である。(2)(3)の如き arrangement に於ては却って linear である。

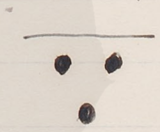
(2)

(3)

之は Kikuchi-Watase の結果と同じく、single act による shower が predominate していることを意味する。

又、

(4)



(5)

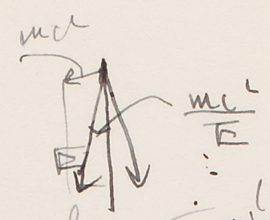
(4)(5)の如き arrangement に於ても linear 乃至 linear に近い。~~γ-ray の~~ 是は γ-ray の pairs と考へられ ~~[illegible]~~。之から ~~[illegible]~~ この

尚(2)(5)等の場合の ~~[illegible]~~ γ-ray がそのまゝ counter に入るか否か問題になる。~~[illegible]~~ 又 triple, quadruple, quintuple coincidence の relative number の理論との比較が必要である。

~~Y. Watase and S. Kikuchi, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan 18, 210, 1936~~

8) Y. Watase, Nature 139, 671, 1937; Proc. Phys.-Math. Soc., 19, 749, 1937.
9) Froman and Stearns, Phys. Rev. 52, 382, 1937.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.



DATE
NO.

n-ang ~~electron shower~~ の divergence は (mean deflection of electron は)
$\theta \sim \sqrt{2n}\,\frac{mc^2}{E}$.

~~注~~ Froman 等は triple, quadruple 等の場合に更に linear 或は quadratic な結果を得て居るが、quintuple のは是也つて居ない。

~~四~~ 次に single act に於けるとしての shower の理論は Heisenberg[10] によって提出された。即ち非常に high speed ~~neut~~ proton が ~~electron~~ nucleon field で neutron と positron になり、それ等が更に proton, electron, anti-neutrino になるといふ様な process が一度に起る prob. は initial energy の大と共に増加する。しかし Tomonaga Tamaki によると、全体この process に於いて其の値は 10^{12} eV 程度位迄の energy では小さく、~~普通の場~~ から如何 cosmic ray 中にも少しもない。

C-O, B-H の
三 Multiplicative shower の理論は n次元の場合、即ち high energy primary によって divergence の小さい shower が出る場合にしか適用されない。~~divergence が大きい場合には~~ Bhabha, Heitler によると mean angular spread は 2n-th order process で出る electron に対し

$$\theta \sim \sqrt{2n}\,\frac{mc^2}{E}$$

例へば: $E_0 \sim 2\times10^{11}$ ~~e-volt~~ eV, $E \sim 10^{7}$ eV $(y=10)$ に対して $\theta \sim 9^\circ$ $(n \doteq 5)$ である。これは Ehrenberg[11] の実験と qualitative に一致する。

四. high energy の particle 程 ~~F~~ angle が小さく、その周囲に slow particle が distribute して居る事、之も cloud chamber photographs とよく一致する。

10) Heisenberg, Z.S. f. Phys.
11) Ehrenberg, Proc. Roy. Soc. A, 155, 532, 1936.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

第二の点は thick layer における shower production の原因としては、Nordheim, Nordheim, Oppenheimer and Serber,[12] によつて proton が nuclear field で neutron に変はり その際出す positron がつくる shower を附加的と考へられる。~~しかし、その計算~~ その prob. は実験と大体にあふといつてゐるが、Fermi の理論の arbitrary な modification を含んでゐるから、大した意味を持たぬ。
要するに、multiplication 以外の原因による shower は起るとしていかゝも考へる必要があるが、その説明は今の所困難である。
neutral quantum の仮説が必要かも知れぬ。

12) Phys. Rev. 51, 1037, 1937.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

& Theoretical Curve for ~~Triple and~~ the appearance of the three and five particles due to the incidence of the electron.

$$f_n(l,y) = \frac{(2\alpha\log 2)^n}{2} e^{-\alpha l}\int_0^l dl' \int_0^y dy' e^{\alpha l'}$$

$$\times \frac{l'^n (l-l')^{n-1}(y-y')^{n-1}}{n!(n-1)!(n-1)!} W(l'+n, y')$$

$y = \log\frac{E_0}{E}$. $l = b\lambda$. $l = 1$: 0.4^{cm} Pb; 1.4^{cm} Fe; 7.8 cm. Al; 34 cm H_2O; 275 m. air*

$$W(l,y) = \int_0^y w(l,y)dy = \int_0^y \frac{e^{-y}y^{l-1}}{\Gamma(l)}dy = \frac{\Gamma(l,y)}{\Gamma(l)}.$$

$\alpha \doteqdot 0.6$.

~~[illegible]~~

$$f_n(l,y) = \frac{(2\alpha\log 2)^n}{2} e^{-\alpha l}\int_0^l dl' \int_0^y dy' e^{\alpha l'}$$

$$\times \frac{\cancel{l^{-n}}(l-l')^{n-1}(y-y')^{n-1}}{n!(n-1)!(n-1)!}\int_0^{y'} \frac{e^{-t}t^{l'+n-1}}{\Gamma(l'+n)}dt$$

$$\int_0^y \frac{(y-y')^{n-1}dy'}{(n-1)!}\int_0^{y'} \frac{e^{-t}t^{l'+n-1}}{\Gamma(l'+n)}dt = -\frac{(y-y')^n}{n!}\int_0^{y'}\frac{e^{-t}t^{l'+n-1}}{\Gamma(l'+n)}dt\Bigg|_{y'=0}^{y'=y}$$

$$+\int_0^y \frac{(y-y')^n e^{-y'} t^{l'+n-1}}{n!\,\Gamma(l'+n)}dy'$$

$$\left(\because \int_0^y \frac{(y-y')^{n-1}dy'}{(n-1)!} f(y') = -\frac{(y-y')^n}{n!} f(y')\Big|_{y'=0}^{y'=y} + \int_0^y \frac{(y-y')^n}{n!}\frac{e^{-y'}t^{l'+n-1}}{\Gamma(l'+n)}dy'\right)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

$$\therefore f_n(l,y) = \frac{(2\alpha\log 2)^n}{2} e^{-\alpha l}\int_0^l e^{\alpha l'} dl' \int_0^y \frac{l'^n (l-l')^{n-1}}{(n!)^2 (n-1)!}$$

$$\times \frac{(y-y')^n e^{-y'} y'^{\,l'+n+1}}{\Gamma(l'+n)} dy'.$$

lの小さい所では ($l'<l$) nの小さいものが効いて来、従つて y, y' ($y'<y$) の大きな値は大した contribution をもたらさない。$\int_0^y$ の積分は近似的に $\int_0^\infty$ に等しい。

$$\int_0^\infty (y-y')^n e^{-y'} y^{\,l'+n+1} dy'$$

$$\cancel{f_n(l,\infty) = \frac{(2\alpha\log 2)^n}{2} e^{-\alpha l}}$$

所で、$\int_0^\infty (y-y')^n e^{-y'} y'^{\,l'+n+1} dy' \cong y^n \int_0^\infty e^{-y'} y'^{\,l'+n+1} dy'$

$$\cong y^n \cdot \Gamma(l'+n). \quad \text{for large } y.$$

$$\therefore f_n(l,y) \cong \frac{(2\alpha\log 2)^n}{2} e^{-\alpha l} y^n \int_0^l e^{\alpha l'} dl' \frac{l'^n (l-l')^{n-1}}{(n!)^2 (n-1)!}.$$

for large y and small l.

prob.は
これは数であるから secondary, tertiary electron の分岐 ~~数の probab. は大体~~
即ち $\cancel{\frac{f_n(l,y)}{2^n}}$ = その数は 2^n の位。 l が小さく ~~所では~~ primary energy が相当大きく
n も小さい から particle は殆んど全部
出てゐるのであるから、出てくる ~~数~~ prob. は大体 $\frac{f_n(l,y)}{2^n}$ の位 (l, y: large, n: small)
/分岐が

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

$n=1$: $f_1(l,y) \cong \frac{(2\alpha\log 2)}{2} e^{-\alpha l} y \int_0^l e^{\alpha l'} l' dl'$

$= \cancel{\frac{\alpha \log 2}{2} y e^{-\alpha l} \cdot l^2 = \frac{\alpha\log 2}{2} \cdot y \cdot l^2} (1-\alpha l)$

$\int_0^l e^{\alpha l'} l' dl' = \frac{e^{\alpha l'}}{\alpha} l' \Big|_0^l - \int_0^l \frac{e^{\alpha l'}}{\alpha} \cdot dl' = \frac{e^{\alpha l} \cdot l}{\alpha} - \frac{e^{\alpha l'}}{\alpha^2}\Big|_0^l$

$= e^{\alpha l}\left(\frac{l}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right) + \frac{1}{\alpha^2}$.

$\cancel{f_1(l,y) \cong \frac{2\alpha \log 2}{2}} \cdot y$

$e^{-\alpha l}\left\{e^{\alpha l}\left(\frac{l}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right) + \frac{1}{\alpha^2}\right\} = \frac{l}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2} + \frac{1}{\alpha^2}\left(1 - \alpha l + \frac{\alpha^2 l^2}{2} - \frac{\alpha^3 l^3}{6}\right) = \frac{l^2}{2}\left(1 - \frac{\alpha l}{3}\right)$.

$f_1(l,y) \cong \frac{\alpha \log 2}{2} y l^2 \left(1 - \frac{\alpha l}{3}\right)$. or $\alpha(\log 2) y \left\{\frac{l}{\alpha} - \frac{1}{\alpha^2}\right) + \frac{e^{-\alpha l}}{\alpha^2}\}$

inflection point $l = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{0.6}$ $\lambda = \frac{0.4}{0.6} = 0.7$ cm.

ずっと厚くなると高さlに比例して減少しますが実際は薄い所ではyは小さいので

~~n=2~~ は大きくとれない。

$\frac{f_1(l,y)}{2} \cong \frac{\alpha \log 2}{4} y l^2 \left(1 - \frac{\alpha l}{3}\right)$ for small l.

が薄い所で triple coincidence の起る ~~prob~~ relat. prob. を表わす。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

$n = 2$;

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

§

n以上の粒子は secondary, tertiary etc の各階段において，出てくる electron の probable number を与え（及び min. energy）のきめてあらはしたのであるが．実際は実験と比較すれば．~~[illegible]~~ ある一定以上の ~~energy~~ electrons がある確率を求める方が望ましい。*

今 Furry に従って，† dt なる厚さの間に，一つの electron が二つになる prob. は大体 dt であるとする．（t=1 は 0.5 cm Pb に相当する）t なる厚さを通った結果，一つの electron から n particles が出て来る prob. は

$$P(n;t) = e^{-t}(1-e^{-t})^{n-1}.$$

$$\therefore\ P(1;t) = e^{-t}$$

$$P(2;t) = e^{-t}(1-e^{-t}) \quad \left(\cong (1-t)\left(t-\frac{t^2}{2}\right) \cong t\left(1-\frac{3}{2}t\right)\right)$$

$$P(3;t) = e^{-t}(1-e^{-t})^2. \quad \left(\cong (1-t)\left(t-\frac{t^2}{2}\right)^2 \cong (1-t)t^2(1-t)\right)$$

etc

（しかしこの場合は photon の部分を無視して居るが．~~tの[illegible]~~ power は と限っている）~~[illegible]~~

故に $$\sum_{n=n}^{\infty} P(n;t) = e^{-t}\sum_{n=n}^{\infty}(1-e^{-t})^{n-1} = e^{-t}\frac{(1-e^{-t})^{n-1}}{1-(1-e^{-t})} = (1-e^{-t})^{n-1}.$$

$$\cong t^{n-1}(1-\cdots)$$

であるから n個以上の particles が出て来る prob. は n−1 に比例する．

次に一つの electron が dt の間に pair を作る prob を $(1-e^{-\sigma t'})dt$ とすると．（t' は その electron が出来てから通過した厚さ）~~[illegible]~~ n個の particles t 以内に [illegible]

†) Furry 4) 参照.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE .... NO. ....

$$Q(1;t) \cong e^{-t+\frac{1}{\sigma}\left[\sigma t - \frac{\sigma^2 t^2}{2} + \frac{\sigma^3 t^3}{6} - \frac{\sigma^4 t^4}{24}\right]} \qquad \frac{4}{9\cdot 6} = \frac{2}{27}$$

$$\cong e^{-\frac{\sigma t^2}{2} + \frac{\sigma^2 t^3}{6} - \frac{\sigma^3 t^4}{24}} \cong \left(1 - \frac{\sigma t^2}{2} + \frac{\sigma^2 t^3}{6}\right) \cong 1 - \frac{t^2}{3} + \frac{2t^3}{27}$$

かようにして μ(n,t)を Q(n,t) とおく． $\sigma = \frac{2}{3}$ に対して．

$$Q(3;t) = \frac{1}{18} Q(1;t)\left[(2+3e^{-2t/3})e^{2t}\{Q(1;t)\}^2 + 12e^{-2t/3} - 17\right]. \qquad \cong \frac{1}{18}$$

$$Q(1;t) = e^{-t+[1-\exp(-\sigma t)]/\sigma}. \qquad \frac{3\cdot 2^2}{2\cdot 3\cdot 3} \qquad \frac{3\cdot 2^3}{2\cdot 3\cdot 3^3}$$

$$\cong \frac{1}{18} Q(1;t)\left[\left(2+3-2t+\frac{2}{3}t^2 - \frac{4}{27}t^3\right)\right. \qquad \left(\frac{2}{3}t^2 - \frac{4}{27}t^3\right)$$

$$(1+2t+2t^2 + \frac{4t^3}{3})\left(1 - \frac{\sigma t^2}{3} + \frac{2t^3}{27}\right)^2$$

$$\left. +12\left(1 - \frac{2t}{3} + \frac{2t^2}{9} - \frac{4}{81}t^3\right) - 17\right] \qquad -\frac{4}{3} + \frac{4}{27} = \frac{32}{27}$$

$$\cong \frac{1}{18}\left(1 - \frac{t^2}{3} + \frac{2t^3}{27}\right)\left[\left(5 - 2t + \frac{2t^2}{3} - \frac{4}{27}t^3\right)(1+2t+2t^2+\frac{4t^3}{3})\right.$$

$$\left.\times\left(1 - \frac{2t^2}{3} + \frac{4t^3}{27}\right) + 12\left(1 - \frac{2t}{3} + \frac{2t^2}{9} - \frac{4}{81}t^3\right) - 17\right]$$

$$= \frac{1}{18}\left(1 - \frac{t^2}{3} + \frac{2t^3}{27}\right)\left[\left(5 - 2t + \frac{2t^2}{3} - \frac{4}{27}t^3\right)\left(1 + 2t + \frac{4t^2}{3} - \frac{32t^3}{27}\right)\right.$$

$$\left. - 5 - 8t + \frac{8t^2}{3} - \frac{16t^3}{27}\right]$$

$$= \frac{1}{18}\left(1 - \frac{t^2}{3} + \frac{2t^3}{27}\right)\left[6t^2 - 8t^3\right]$$

$$\cong \frac{t^2}{3}\left(1 - \frac{4}{3}t\right).$$

$$\frac{2}{3} + \frac{20}{3} - \frac{12}{3} = \frac{10}{3} \qquad \frac{4}{3} - \frac{8}{3} - \frac{4}{27} - \frac{160}{27} = \frac{16}{27} \cong \frac{-8}{27}$$

-36, 1676, $27)216\ (248$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....
NO. ....

$2t \; \frac{2\cdot 8}{5}t = 0 \quad \underline{t = \frac{1}{4}}$

inflection point は $t = \frac{1}{4}$ or $\frac{0.5}{4}$ cm $= 0.125$ cm.

(之に対して
$P(3;t) \cong t^2(1-2t)$ で inflection point は更に小さい。
即ち $t = \frac{1}{6}$ or $\frac{0.5}{6}$ cm $\cong 1$ mm.)

$\cancel{P(4;t) \cong e^{-t}(1-e^{-t})}$
$P(n;t) = e^{-t}(1-e^{-t})^{n-1} \cong e^{-t}\left(t - \frac{t^2}{2}\right)^{n-1}$
$= \cancel{e^{-t}(1-(n-1)e^{-t}}$
$\cong (1-t)t^{n-1}\left(1 - \frac{n-1}{2}t\right)$
$\cong t^{n-1}\left(1 - \frac{n+1}{2}t\right)$

0.145
$11)1.6$
$\frac{11}{50}$

inflection point は $(n-1)(n-2) = \frac{n+1}{2}n(n-1)t$
$t = \frac{2(n-2)}{(n+1)n}$

$n=3, \; t = \frac{2}{4\cdot 3} = \frac{1}{6} = 0.166$
$n=5, \; t = \frac{2\cdot 3}{6\cdot 5} = \frac{1}{5} = 0.2$
$n=10, \; t = \frac{2\cdot 8}{11\cdot 10} = 0.145$

$\sum_{n=n}^{\infty} p(n;t) = (1-e^{-t})^{n-1} \cong t^{n-1}\left(1 - \frac{n-1}{2}t\right).$

inflection point は $t = \frac{2(n-2)}{n(n-1)}$

$n=3, \quad t = \frac{2}{3\cdot 2} = \frac{1}{3}$
$n=5, \quad t = \frac{2\cdot 3}{5\cdot 4} = \frac{3}{10}$
$n=7, \quad t = \frac{2\cdot 5}{7\cdot 6} = \frac{5}{21}$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....

NO. ....

この場合に於いて inflection point は n が大きくなるとむしろ小さくなる.
但し, これは計算が不正確なので.

$$\frac{d}{dt}(1-e^{-t})^{n-1} = (1-e^{-t})^{n-2}(n-1)e^{-t}$$

$$\frac{d^2}{dt^2}(1-e^{-t})^{n-1} = (1-e^{-t})^{n-3}(n-1)\{(n-2)e^{-2t}$$

$$-(1-e^{-t})^{n-2}(n-1)e^{-t}$$

$$= (1-e^{-t})^{n-3}(n-1)e^{-t}\{(n-2)e^{-t}-(1-e^{-t})\}$$

$$= (1-e^{-t})^{n-3}(n-1)e^{-t}\{(n-1)e^{-t}-1\}$$

∴ inflection point は $e^{-t} = \frac{1}{n-1}$ $t = \log(n-1)$

この点の位置は n と共に大きくなる.

例へば $n=3$ $t=\log 2$.
$n=5$ $t=\log 5$.

$$P(n;t) = e^{-t}(1-e^{-t})^{n-1}$$