

五號簿
1/10日

各號簿
1/10日

九號簿
1/10日

大號簿
1/10日

35(+2)
E29 050 A02 数

日本數學物理學會誌原稿用紙

一字を一劃に—式は大きく明瞭に—分數, f , Σ , Π 等は二行にまたがって

4
綜合報告 (I)

2
遷移中性子の理論 (I)

湯川秀樹

會誌

湯川

湯川

湯川秀樹

日本数学物理学会誌 原稿用紙

一字を一割に 式は大きく明瞭に 分数, f , Σ , Π 等は二行にまた

綜合報告

~~遅い~~ 中性子の理論 (I)

§ 1. 小引

原子核の構造を實驗的に研究する方法は色々あるが、最近二年餘の間に著しい成功を収めたのは、中性子特に極めて速度の小さい中性子を原子核に衝突せしめる方法であつた。この方面の實驗に関する論文の数は夥しいもので、今後とも尚新しい事實の發見が期待される。この豊富な材料によつて、原子核の微細な構造が鮮明になつて来た。併し最近に至つてこの問題に在來の單體衝突の理論を無制限に適用し得ないことがわかり、Bohrの提唱せる新しい見地に從つて計算する必要を生じた。數學的に困難のため、この方法から未だ正確な結果を得られてゐるものが定性的な考察だけでも、多岐に亘る實驗結果を整理し、問題の所在を明かにする上り能て相當効果があると思ふ。それで、これに同歩する理論的研究を一通り紹介することにした。その前に、中性子の連続の構造を明かにする為め、又それ自身として極めて重要な陽子と中性子の相互作用の問題を述べ、實驗的事實の記述は必要の最小限度に止めた。

§2. 中性子の遅緩

先最初に遅い中性子とは如何なるもので如何にして生成されるかといふ問題を論ぜねばならぬ。周知の如く、数百万ヴォルトの中性子を放射する源、例へば $Rn + Be$ に色んな物質を近づけると β 線放射能が誘起される。この際源をパラフィン又は水~~を~~で圍むと放射能の強さが著しく増す場合がある。その原因は中性子がパラフィン又は水を通過する際にその中の陽子と何回も弾性衝突して速度が非常に小さくなり、かゝる遅い中性子がある種原子核に衝突して之に放射能を與へる確率が著しく大きい事にあると考へられる。これらの二點の中、先陽子との弾性衝突の問題を論じよう。検討して見る。(H)

v なる速さの中性子が静止してゐる陽子に弾性衝突し、 θ なる角を曲げられたとすると兩者の質量は殆んど同一であるから、衝突後の運動方向は互にお互に直角となり、中性子の速さは

$$v' = v \cos \theta \quad v' = v \cos \theta$$

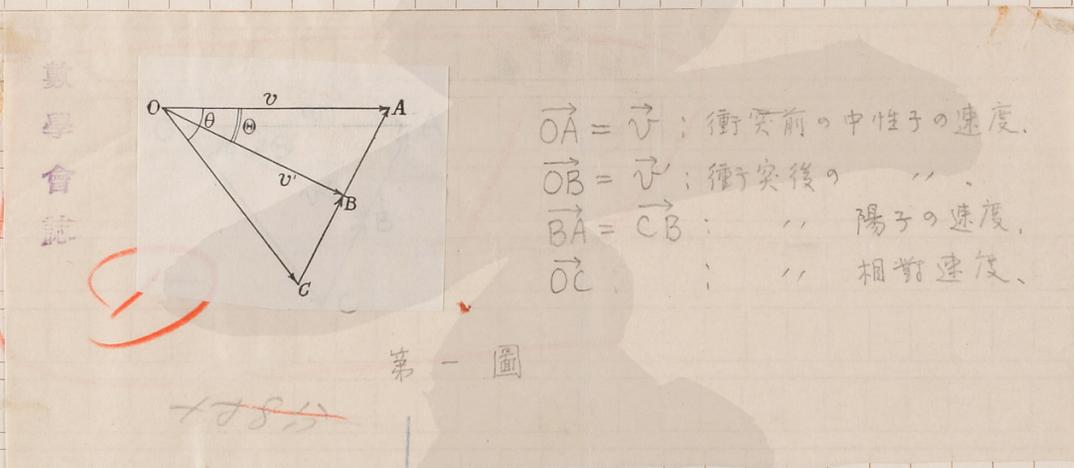
に減する。(第一圖参照) 而して後に述べる如く、普通に使はれてゐる源から出る中性子に對しては、一般に衝突後の相對速度は各方向に一律の確率で分布されて居ると考へてよい。即ち相對座標系で $(\theta, \theta + d\theta)$ を曲げられる確率は

$$\sin \theta d\theta$$

に比例して、しかるに第一圖より明かな様に $\theta = 2(H)$ であるから、中性子が $(H, H+dH)$ なる角を曲げられる確率は、 $(0, \frac{\pi}{2})$ の間の H に対して

$$P(H) dH = 2 \sin H \cos H dH \quad (1)$$

となる。



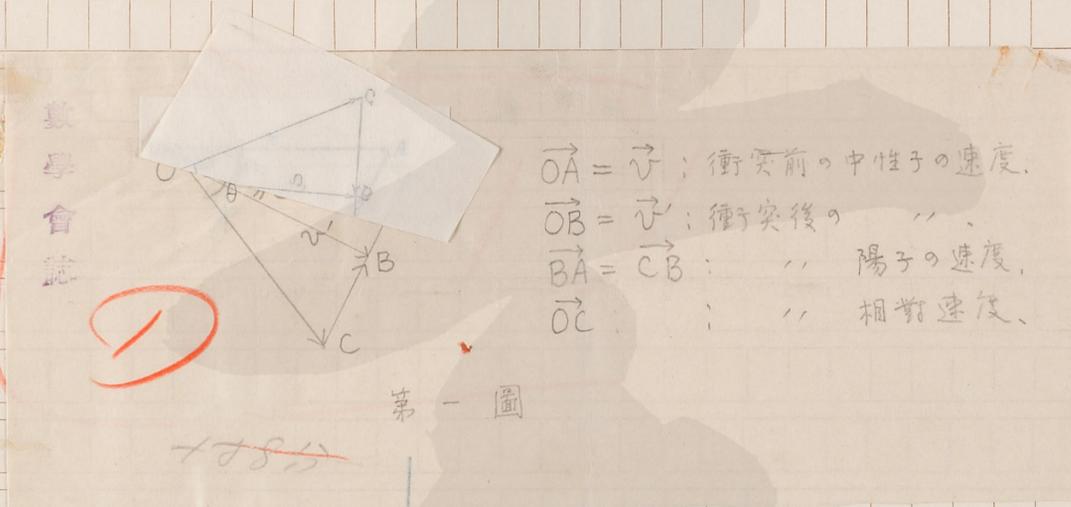
すると最初 $E = \frac{1}{2} M v^2$ なる運動エネルギーを持つて居た中性子が陽子との衝突によつて (E_1, E_1+dE_1) のエネルギーを持つ確率は、 $E_1 = E \cos^2(H)$ なる関係によつて、 $(0, E)$ の間の E_1 に対して

$$P(E_1) dE_1 = dE_1 / E_1 \quad (2)$$

に比例してゐる。しかるに第一圖より明かな様に $\theta = 2(H)$ であるから、中性子が $(H, H+dH)$ なる角を曲げられる確率は、 $(0, \frac{\pi}{2})$ の間の H に対して

$$P(H) dH = 2 \sin(H) \cos(H) dH \quad (1)$$

となる。



すると最初 $E = \frac{1}{2} M v^2$ なる運動エネルギーを持つて居た中性子が陽子との衝突によつて (E_1, E_1+dE_1) のエネルギーを持つ確率は、 $E_1 = E \cos^2(H)$ なる関係によつて、 $(0, E)$ の間の E_1 に対して

$$P(E_1) dE_1 = dE_1 / E_1 \quad (2)$$

に比例して、しかるに第一圖より明かな様に $\theta = 2(H)$ であるから、中性子が $(H, H+d(H))$ なる角を曲げられる確率は、 $(0, \frac{\pi}{2})$ の間の (H) に関する

$$D(H) dH = \dots \quad (1)$$

とある。

すると最初 $E = \frac{1}{2} M v^2$ なる運動エネルギーを持つて居る中性子が陽子との衝突によつて (E_1, E_1+dE_1) のエネルギーを持つ確率は、 $E_1 = E \cos^2(H)$ なる関係によつて、 $(0, E)$ の間の E_1 に対して

$$P(E_1) dE_1 = \frac{dE_1}{E_1} \quad (2)$$

4

で與へられる、従つて E_1 の平均値は $\bar{E}_1 = E/2$, 即ち一回の衝突で勢力は平均として元の半分に減る。

更に一般に n 回の衝突後の勢力 E_n の確率分布は

$$P(E_n) dE_n = \frac{\left\{ \log(E/E_n) \right\}^{n-1}}{(n-1)!} \cdot \frac{dE_n}{E} \quad (3)$$

と成ることが容易にわかり、従つて $\bar{E}_n = \frac{E}{2^n}$, 即ち勢力の平均値は初めの 2^{-n} に減少する。⁶ * 例へば 10 回衝突すれば平均勢力は初めの 10^{-3} に減少し約一刻は初めの 10^{-6}

以下の勢力を有する~~こととなる~~。20 回衝突すれば^{3分と正確に} 10^{-6} 以下の勢力となる。従

つて最初数百万^{電子}の勢力を持つて居た中性子は、陽子と僅々 20 回^{衝突}によつて数

百以下^の勢力になり、その中の相當部分は氣體分子運動の勢力(室温に於て^{平均} $\frac{1}{40}$ ^{電子})

程度になつて居るであらう。^(第一圖参照) 併し極めて遅い中性子^に對しては、陽子の運動勢力^及他の原

子との化學結合の勢力を無視し得ないこととなり問題の複雑なる^{氣體}が之以後に論ずること

となる。

尚陽子以外の中性子^に比して重い原子核との弾性衝突による勢力の減少^が以^て著しくないので

* 番号は末尾の文献を示す。



日本數學物理學會誌原稿用紙

一字を一劃に—式は大きく明瞭に—分數、 \int , \sum , Π 等は二行にまたがつて

あうこと容易に推量される. Condon の Breit¹⁾ によると、中性子及び原子核の質量
を夫に M, M' とすれば、 n 回の衝突後の中性子の取り得る勢力の最小値は

$$E_n^{(0)} = (1 - \alpha)^n E, \quad (4)$$

であり、平均値は

$$\bar{E}_n = (1 - \frac{\alpha}{2})^n E \quad (5)$$

となる。但し $\alpha = \frac{4MM'}{(M+M')^2}$ であり、前と同様に衝突後の相對速度の方向分布は一樣である
と假定する。

例へば炭素核 C^{12} を取ると ~~$\alpha = 0.84$~~ $\alpha = 0.284$ であり、20 回の衝突後

$$E_{20}^{(0)} \cong 10^{-3} E, \quad \bar{E}_{20} \cong 0.05 E$$

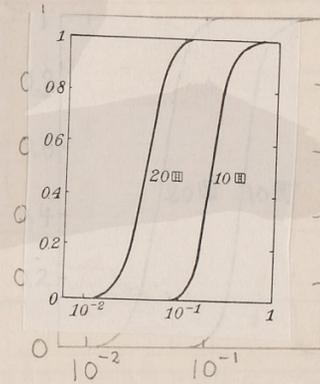
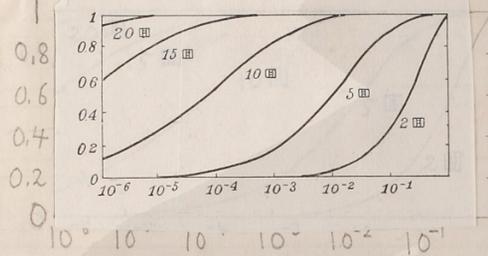
となり、数百万ラットの中性子が精々数千ラットにしかたらず、しかもその確率は第二圖に
示す如く極めて小さく、大部分は数十萬ラット附近の勢力を保持して居る。

陽子及び C^{12} について、一定回数^(値)の衝突後に於て中性子がある勢力以下の勢力を
有する確率を示すと第二圖の如くなり、中性子の遅延に對する兩面の性能の相違が容易に
わかる。而して炭素よりも重い原子核は更に小さな影響しか持ち得ない筈である。しかるに

色に於て實驗結果から見ると極めて重い鉛の如きものが中性子遅延の作用を持つて居るらし
き(多少)。



ii. これに別の機構を考へる必要があるであらうか後の譲り.



$\rightarrow \epsilon = \frac{\text{衝突後、勢力}}{\text{最初、勢力}}$

i) 陽子 = ヨル遅緩

$\rightarrow \epsilon$

ii) C^{12} = ヨル遅緩

第二圖

数学會誌

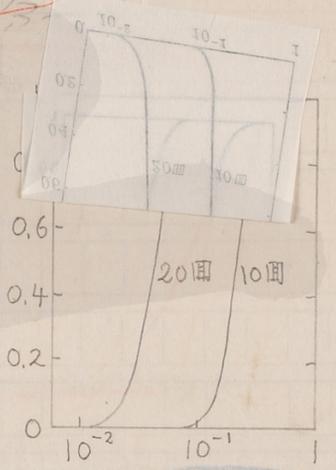
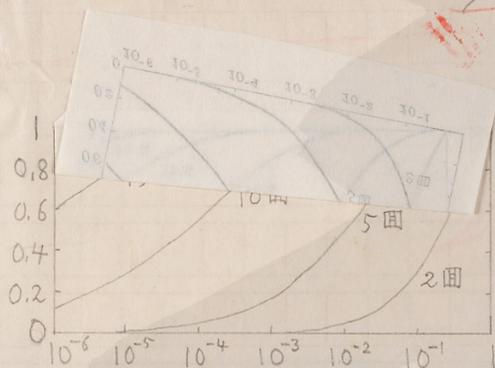
實際問題として散亂される
 の前者の影響は

酸素核に對し
 遅緩に對し
 同程度に對し

めに陽子との衝突回数に變化が起る丈である。この問題は一定の形狀のパラフィン又は水の中を通過する中性子が陽子と平均何回位衝突するかを知ることであるが、その前に散亂の理論を述べることがある。



い. これに別の機構を考へる必要があるであらうか後の譲る.



$\rightarrow \epsilon = \frac{\text{衝突後、勢力}}{\text{最初、勢力}}$

i) 陽子 = ヨル遅緩

$\rightarrow \epsilon$

ii) C^{12} = ヨル遅緩

第二圖

数学會誌

實際問題として
 散乱される
 前者の影響は

酸素核に
 遅緩の対
 可な後への為

めに陽子との衝突回数に変化が起る文である。この問題は一定の形状のパラフィン又は水の中を通過する中性子が陽子と平均何回衝突するかを知ることであるが、その前に散乱の理論を述べる必要がある。

い. これに

第 = (8)

10 実際問題として、速い中性子が炭素核又は酸素核によ
 つて散乱される回数比陽子に散乱される回数に比べてより蓋
 20 少い故、中性子の遅延に對して前者の影響は無視し、
 として前者の直接の影響は小さく、唯中性子の運動方向を
 30 変へる為めに陽子との衝突回数に變化が起る丈である。
 40 7次の問題は一定の形状のパラフィン又は
 50 水の中を通過する中性子が陽子と平均何回衝突する
 60 ことを知ることであるが、その前に散乱
 70 の理論を述べる必要がある。

以下は通常の \hbar と異なった字を用いること。

日本数学物理学會誌原稿用紙

—字を一劃に—式は大きく明瞭に—分數, \int , \sum , \prod 等は二行にまたがつて

§3. 陽子による中性子散亂の一般論

中性子及び陽子の座標を夫々 \vec{r}_1, \vec{r}_2 とし, 各方向のスピンを夫々 s_1, s_2 とすると, 波動方程式は一般に

$$\left\{ \frac{\hbar^2}{2M} (\Delta_1 + \Delta_2) + E \right\} \psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2) \quad (6)$$

$$= J_W(r) \psi(\vec{r}_1, s_1, \vec{r}_2, s_2) + J_M(r) \psi(\vec{r}_2, s_1, \vec{r}_1, s_2) + J_H(r) \psi(\vec{r}_2, s_2, \vec{r}_1, s_1)$$

なる形に書き得る。但し J_W, J_M, J_H は夫々 Wigner 型の通常の力, Majorana 型及び Heisenberg 型の交換力のポテンシャルであり, 之等は中性子と陽子の距離 r のみの函数と假定する。

重心座標 $\vec{R} = \frac{1}{2} (\vec{r}_1 + \vec{r}_2)$ 及び相対座標 $\vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ を使へば, (6)

の式は

$$\psi = u(\vec{R}) \varphi(\vec{r}) \chi(s_1, s_2)$$

なる形の解を有する。但し u, φ は夫々

$$\left. \begin{aligned} \frac{\hbar^2}{4M} \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2} + \frac{\partial^2}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2}{\partial Z^2} \right) u(\vec{R}) + (E - E') u(\vec{R}) &= 0 \\ \left(\frac{\hbar^2}{M} \Delta + E' \right) \varphi(\vec{r}) &= J_W(r) \varphi(\vec{r}) + J_M(r) \varphi(-\vec{r}) \\ &+ \varepsilon J_H(r) \varphi(-\vec{r}) \end{aligned} \right\} (7)$$

る式を満足せねばならぬ。但し ε は $\chi(\delta_1, \delta_2)$ の形に關係し、之が δ_1, δ_2 に関して對稱な時は $+1$ 、及對稱な時は -1 である。

原子核の質量缺陷の理論によると Wigner 型の力は存在せず、Heisenberg 型の力は Majorana 型のより小さい^カ推定される。故に先づ $J_W = J_H = 0$ とおき、 $J_M(r)$ は r と共に急激に減少し、 $r > a \cong 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$ になると強くと無視し得ると假定する。此等の問題の詳細的論述は Bethe 及び Bacher²⁾ の綜合報告に譲る。

衝突前の陽子に対する^{初めの速度}相對運動の方向を z 軸とし、これに入射波と散乱波の重畳^{を意味す}と (z) 波動函数は r の大きさに依り漸近的に

$$\varphi(\vec{r}) \cong e^{ikz} + \frac{e^{ikr} f(\theta)}{r} \quad (8)$$

の形に与えられぬが、但し $k = \sqrt{ME}$ であり、 φ は z 軸のまわりの対称な関数と考へる。Legendre の多項式 P_l を使って φ を展開すると、

$$\varphi(\vec{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} c_l \frac{u_l(r)}{r} P_l(\cos\theta) \quad (9)$$

となり、 $u_l(r)$ は

$$\frac{\hbar^2}{M} \left(\frac{d^2 u_l}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} u_l \right) + (E - (-1)^l J_M(r)) u_l = 0 \quad (10)$$

を満足し、且漸近的に $\sin(kr - \frac{l\pi}{2} + \delta_l)$ の形に与えられぬとわかる。この条件から δ_l が定まり、(8) の条件より

$$e^{ikr} = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) i^{*l} \left(\frac{\pi}{2kr} \right)^{\frac{1}{2}} J_{l+\frac{1}{2}}(kr) P_l(\cos\theta) \quad (11)$$

なることを考慮すると、散乱波の方向分布は C_l が決定され、

$$f(\theta) = \frac{1}{2ki} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos\theta) \quad (12)$$

~~* 中心が原点の極座標系に $r = 2r_1$ のとき $\psi = \varphi = \frac{e^{ikr_1}}{2r_1} + \frac{e^{2ikr_1}}{2r_1} f(\theta)$~~

とある。従つて単位時間単位面積を透つて1個の中性子が入つてくる場合に相対運動の方
 向を $(\theta, \theta + d\theta)$ の角 陽子との衝突によつて相対運動の方向を $(\theta, \theta + d\theta)$ の
 角に變化して出て行く中性子の数は単位時間について

$$d\sigma_s = 2\pi |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\pi}{2k^2} \left| \sum_l (2l+1) P_l(\cos\theta) (e^{2i\delta_l} - 1) \right|^2 \sin\theta d\theta \quad (13)$$

で與へられる。この式は面積の次元を有し、上記の如き散亂の起る部分断面積と稱する。
 而して散亂の全断面積は

$$\sigma_s = 2\pi \int_0^\pi |f(\theta)|^2 \sin\theta d\theta$$

$$= \frac{4\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \sin^2 \delta_l \quad (14)$$

に他ならず、
 単位體積中の陽子の数を N とし (他種の原子核による散亂を無視すれば、この物質中の中性
 原子物質の)



$$C \sin(kr - \frac{l\pi}{2})$$

なる形故, $l \neq 0$ なる限り $\delta_l \cong 0$ となる.

この場合には (13), (14) は夫々

$$d\sigma_s = 2\pi k^{-2} \sin^2 \delta_0 \sin \theta d\theta \quad (17)$$

$$\sigma_s = 4\pi k^{-2} \sin^2 \delta_0 \quad (18)$$

となり, 前節に述べた様に相対座標に關して, 中性子は各方向に一律に散亂されることになる.

特に最初陽子は静止してると見做し, ~~得る場合には~~ 中性子の速度を v とすると,

$$\left. \begin{aligned}
 E &= \frac{1}{2} Mv^2, & E' &= \frac{1}{4} Mv^2, & k &= \frac{Mv}{2\hbar} & (19) \\
 k &= \frac{Mv}{2\hbar}, & \lambda &= \frac{4\pi\hbar}{Mv}
 \end{aligned} \right\}$$

となる. 中性子の勢力 E を百萬電子ボルトを単位として表はせば

$$\frac{\lambda}{2\pi} \cong \frac{2.5 \times 10^{-12}}{\sqrt{E}} \text{ cm} \quad (20)$$

2.5

$$\cot \delta_0 \cong -\frac{\sqrt{MW}}{k\hbar}$$

$$\begin{aligned} \sin^2 \delta_0 &= \frac{1}{1 + \cot^2 \delta_0} = \frac{1}{1 + \frac{MW}{k^2 \hbar^2}} = \frac{k^2 \hbar^2}{k^2 \hbar^2 + MW} \\ &\cong \frac{k^2}{k^2 + a^2} \end{aligned}$$

となり, E を千萬 eV として

$$\frac{\lambda}{2\pi} \approx 8 \times 10^{-13} \text{ cm} > a \approx 2 \times 10^{-13} \text{ cm}$$

なる故, (16) の條件は現在使用されてゐる源から出る中性子に対しては常に近似的に成ては
まると考へてよい. 従つて散亂された中性子の方向分布は常に前節 (1) 式で與へられるこ
とになる.

δ_0 は $J_m(r)$ の形によつて異なるが, Bethe & Peierls³⁾ に依れば, 中性子と陽子と
り成る重水素核の結合勢力 $W = 2.1 \times 10^6 \text{ eV}$ との間

$$\cot \delta_0 \approx -\frac{\sqrt{MW}}{k\hbar} \quad (21)$$

なる近似的な關係が成立し, 従つて散亂の全断面積は

$$\sigma_s \approx \frac{4\pi\hbar^2}{M(W + \frac{E}{2})} = 2.4 \times 10^{-24} \frac{1}{1 + \frac{E}{2W}} \text{ cm}^2 \quad (22)$$

となる. この式は E が $2 \times 10^7 \text{ eV}$ 以下にして $\frac{E}{W}$ 近似的に成立する筈である. これ

に於て、中性子の勢力が数百万エルトの邊では断面積は勢力が小さくなれば増大するが、
 W に比して小さくなるや致んと一定なり、 $2.4 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ に近い値を取る筈である。
 之を實驗と比較して見ると第一表の如くなる。但し實驗から直接決定される吸収係数
 μ 乃至平均自由行程 λ との間には周知の如く、

$$\mu = n\sigma_s, \quad \lambda = \frac{1}{n\sigma_s} \quad (23)$$

との関係がある。こゝに n は散亂物體の単位體積中の陽子の數である。

中性子源	平均勢力	σ_s (實驗) $\times 10^{24} \text{ cm}^2$	σ_s (理論) $\times 10^{24} \text{ cm}^2$
Be + Po	$\sim 4 \times 10^6 \text{ eV}$	0.5~0.8 (Chadwick); 0.73 (Bonner)	~ 1.2
B + Po	$\sim 2 \times 10^6 \text{ eV}$	1.1~1.5 ("); 1.41 (")	~ 1.6
Rn + Be + パラフィン	$\ll 2 \times 10^6 \text{ eV}$	35 (Dunning 等); 48 (Fermi 等)	~ 2.4

之を見ると連々中性子に対する Chadwick, Bonner⁴⁾ 乃至 Dunning 等⁵⁾ の断面積の實驗値は理論と大體一致してゐるが、Dunning 等⁵⁾ の Fermi 等⁶⁾ が中性子源をパラフィンで包むことによつて生じた連々中性子の水素による散亂の断面積を求めた結果は理論より約 15 倍~~乃至 20~~ 大きい。但し、Fermi 等の實驗値は特に氣體分子運動程度の影響

力の中性子に対する断面積を求めたのであるから、後節に述べる様に化学結合等の影響の爲めに Dunning の場合と異なる結果が得られたと考へられる。かゝる極端に勢力の小さい場合を除けば、上の計算は中性子の勢力が小さい程近似がよい筈であるから、Dunning 等の実験結果との大きな齟齬は重大である。

この困難を除く爲めに Wigner は Majorana 型の力のみならず、小さな Heisenberg 型の力も共存すると考へた。~~従つて~~すると $J_H(\eta) \neq 0$ で、中性子と陽子の合成スピンの 1 であるか 0 であるか、いゝかへれば波動函数が両者のスピン s_1, s_2 に関して對稱であるか反對稱であるか ~~にまつて~~ にまつて、 $\phi(\eta)$ の満足すべき波動方程式 (7) の形が異なり、従つて散亂の大きさも異なることである。即ち合成スピン 1 の場合には前通り $W = 2.1 \times 10^6 \text{ eV}$ と取つてよいが、合成スピン 0 の場合には重水素核の標準状態と關係してもしも安定な勵起状態があれば W のかわりにその結合勢力 W' ($W > W' > 0$) を取らねばならぬ。又 ~~安定な勵起状態~~ 安定な勵起状態がなければ W' ~~は負の値を意味する~~ ~~意味が異なつて来る~~。しかるにスピン s_1, s_2 に関して對稱な函数は 3 個あり、反對稱のものも 1 個しかない故、中性子と陽子のスピンの方向が不明の場合には之等の割合を平均すればよい。かくして結局散亂の断面積は

* Bethe and Bacher, ²⁾ 117 頁参照。尚仁科氏等の同様の計算が逆次發表された。¹⁾



$$\sigma_s = \frac{4\pi h^2}{M} \left(\frac{3}{4} \frac{1}{W + \frac{E}{2}} + \frac{1}{4} \frac{1}{|W'| + \frac{E}{2}} \right) \quad (24)$$

となる。所て W' は未知であるから、 $E=0$ の $\sigma_s = 35 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ に応る様に決める。

$$|W'| = 4 \times 10^4 \text{ eV}$$

となる。 W' の符号は之で定められぬが、かりに $W' > 0$ 即ちスピンの安定な状態が存在するとしてもその結合勢力は標準状態のそれと比して極めて小さいこととなる。

尚 W と $|W'|$ の値から $J_M(r)$ と $J_H(r)$ の大いさの割合がわかる。例へば $r > a$ の時 $J_M = J_H = 0$, $r < a$ の一定の値を取る。これらと W との間に

$$\begin{aligned} J_H &\cong \frac{2}{\pi} \sqrt{J_M W} \\ -J_H &\cong \frac{2}{\pi} \sqrt{-J_M W} \end{aligned} \quad (25)$$

なる関係が成立する。質量欠陥の理論によると

$$-J_M \cong 30 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

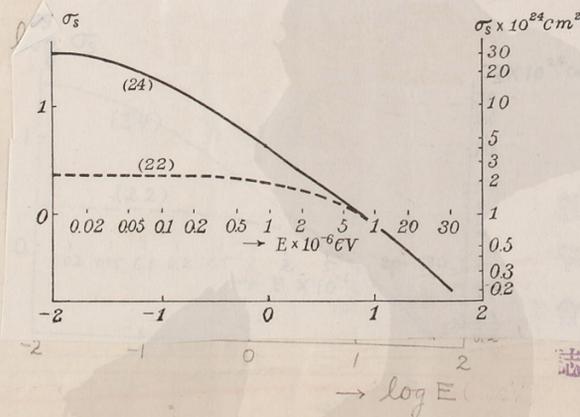
なる値が確からしく、従つて

$$-T_H \cong 5 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

と仮定。即ち Heisenberg 型の力は Majorana 型の力の約 $\frac{1}{5}$ に相当すると仮定。

故に (24) による断面積 σ_s は中性子の勢力が W に対して大きい所では前の (22) と

殆んど変化がないが, $E=W$ の邊から段々 (22) より大きくなって, $E=10^5 \text{ eV}$ の邊で $E=0$ の時の半分に近くなる。第三圖は (22) の v (24) を \log の度で示したものである。



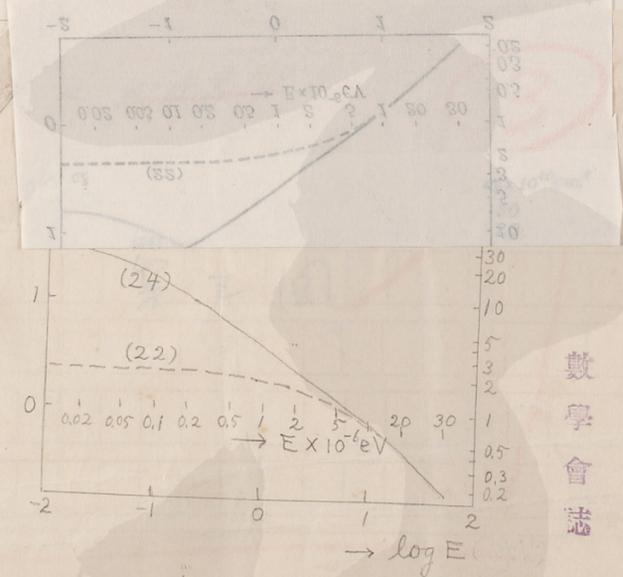
第三圖

$$-T_H \cong 5 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

とある。即ち Heisenberg 型の力の Majorana 型の力の約 $\frac{1}{5}$ に等しいとある。

故に (24) によると断面積 σ は中核子の勢力が W に比して大きい所では前の (22) と

ほとんど変化がないが、 $E=W$ の邊から段々 (22) より大きくなって、 $E=10^5 \text{ eV}$ の邊で $E=0$ の時の半分の値になる。第三圖は (22) の v (24) を \log の邊で示したものである。



第三圖

数学會誌

74

$$-T_H \cong 5 \cdot 10^6 \text{ eV}$$

とある。即ち Heisenberg 型の力は Majorana 型の力の約 $\frac{1}{5}$ に相当するとある。

故に (24) によると断面積の σ は中核子の勢力が W に比べて大きい所では前の (22) と

ほとんど変化がないが、 $E=W$ の邊から段々 (22) より大きくなって、 $E=10^5 \text{ eV}$ の邊で

$E=0$ の時の半分に近くなる。第三圖は (22) の (24) を \log の関数として示したものである。

と。

436

4



437-444

Goldhaber⁸⁾はこの理論の當否を定めるために、トリウムから出る γ 線によつて重水素核を破壊する際に生ずる約 2×10^5 eV の中性子のパワフン中の散乱の平均自由行程を定める実験を行ひ、 $\lambda = 4.5 \pm 1.5$ cm の値を得た。一方上の(24)からは $\lambda = 1.3$ cm の値が出てその値は実験誤差以上である。これに對して Jure と Hafstad⁹⁾とは 9×10^5 eV の重水素核を炭素に當てた時に生ずる $6 \sim 12 \times 10^5$ eV の中性子のパワフンによる散乱から $\sigma_s = 3.7 \times 10^{-24}$ cm² の実験値を得た。一方(24)による $E = 6, 9, 12 \times 10^5$ eV に對して夫々 $\sigma_s = 5.4, 4.1, 3.4 \times 10^{-24}$ cm² となり兩者よく一致してゐる。この問題の今後の詳しい比較が今後の事である。

その他に散乱された中性子の方向分布が(1)式に從ふか否かは、陽子との相互作用の距離 α に關係するものとして重要であるが、今迄の実験結果の多くは(1)と大體一致して居るが、少数の反對結果も發表されて居り、多少疑問が残されてゐる。

以上の推論に於ては、Majorana 乃至 Heisenberg 型の力を假定したが、最近 Wheeler¹⁵⁾ はこれらを特殊の場合として含むものと一般の力の存在の可能性を論じてゐる。

74



E29 050 A02 19

39

數
學
會
誌

日本數學物理學會誌原稿用紙

一字を一劃に——式は大きく明瞭に——分數、 \sum 、 \prod 等は二行にまたがって

§ 4. 1) 中性子の陽子による捕獲

中性子陽子の衝突断面積は殆んど全部前節に述べた散亂に起因するものと考えてよいが、この他に尚中性子が陽子に捕獲されて重水素核となり、それに伴つて γ 線を射出する様な現象も可能であつて、後述の如く極めて稀い中性子の蓄しては相當重要な意味を持つて居る。

最初陽子は静止してるとし、出来た重水素核の速度を V 、 γ 線の振動数を ν 、その出て行く方向の大きさ ν なるベクトル $\vec{\nu}$ とすると、運動量及び勢力の保存則は夫に

$$M\vec{v} = 2M\vec{V} + \frac{h\nu}{c} \quad (26)$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 + W = MV^2 + h\nu$$

となり、 $v, V, \sqrt{\frac{W}{M}}$ は共に c に比して小さい故、 $\vec{\nu} \approx \frac{v}{2}$ なる關係が近似的に成

立し、従つて

$$h\nu \approx \frac{1}{4}Mv^2 + W = \frac{E}{2} + W$$

となる。即ち δ 線の勢力は常に $W = 2.1 \times 10^6 \text{ eV}$ 以上の筈である。

輻射の一般論によると、かゝる過程が単位時間につき起る確率は

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2\pi}{hc} \rho_2 |V_{12}|^2$$

に與へられる。但し $\rho_2 d(h\nu)$ は電磁場の固有振動中、固有勢力が $h\nu$ と $h\nu + d(h\nu)$ の間にあるものの数であり、 V_{12} は陽子と電磁場の相互作用の勢力の行列要素中、上記の轉移に相當するものを表す。 $\frac{3}{4}$ の係数は捕獲によつて重水素核の標準状態を形成し得るのは衝突前の中性子と陽子の結合スピンの 1 の場合に限り得られることによる。計算のために、この體系は単位立方體中に存在し、中性子は Z 方向に進んで来るとすると、捕獲の断面積は

$$\sigma_c = \frac{3\pi}{2hc} \frac{\rho_2}{\nu} |V_{12}|^2 \quad (27)$$

なる形となる。但し

$$\rho_2 = \frac{4\nu^2}{hc^3}, \quad V_{12} = \frac{-e}{Mc} \int \int \tilde{\psi}_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \vec{A}(\vec{r}_2) \vec{p}_2 \psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\nu_1 d\nu_2$$

$$\frac{4\nu^2}{hc^3} d(2\pi h\nu) = \frac{8\pi \nu^2 d\nu}{c^3}$$

$$(28)$$

21

数学會誌

である。こゝに ψ_1, ψ_2 は夫々衝突前後の體系の状態を表はす標準化された波動函数で、中心座標 R の相対座標 r を使ひ、又

$$\left. \begin{aligned} k' &= \frac{2MV}{\hbar} \approx k, & \alpha &= \frac{\sqrt{MW}}{\hbar} \\ \alpha^2 + k^2 &= \frac{2\pi VM}{\hbar} \end{aligned} \right\} (29)$$

の記号を導入するに、 $r > a$ の範囲で近似的に

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &\approx e^{2ikz} \left(e^{ikz} + \frac{e^{i(kz+\delta_0)}}{kr} \sin\delta_0 \right) \\ \psi_2 &\approx \frac{\alpha}{2\pi} e^{2ik'z} \frac{e^{-\alpha r}}{r} \end{aligned} \right\} (30)$$

とする。但しこゝでは Bethe の Peierls に従つて、²⁾ 重水素核の半径に相當する $\frac{1}{\alpha}$ の量は a に比して小さいとし、 $a\alpha$ に對して高次の項を無視することにする。實際は $a\alpha \approx \frac{1}{2}$ で近似は餘りよくないから、 ψ_2 の正確な計算をする必要があるが、結論としては本質的の相當は無い、詳細は Breit と London¹⁰⁾ の論文を参照されたい。



22 42

数学会誌

\vec{A} は射入される電磁波を表わすベクトルポテンシャルであるので、丁度一個の光子が存在する様に標準化すると

$$\vec{A}(\vec{r}_2) = 2c \sqrt{\frac{\hbar}{\nu}} \vec{n} e^{\frac{2\pi i \vec{p}_2 \cdot \vec{r}_2}{c}} \quad (31)$$

となる。但し、 \vec{n} は \vec{v} の垂直な単位ベクトルである。又 $\vec{p}_2 = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \vec{r}_2}$ である。所以光子の波長 $\frac{c}{\nu}$ は通常中性子の波長 $\frac{2\pi \hbar}{k}$ 及び電子素核の大きさ $\frac{1}{\alpha}$ に比して大きい故、輻射は近似的に電氣的な双極子によるものと考えられ、従って

$$\begin{aligned} |V_{12}|^2 &\cong \left(\frac{2\pi\nu e}{c}\right)^2 \left| \int \int \tilde{\Psi}_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \vec{A}(0) \vec{n} \Psi_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 \right|^2 \\ &\cong \frac{4\pi^2 e^2 \hbar \nu}{\pi} \left| \iiint \frac{e^{-a r}}{r} (\vec{n} \cdot \vec{r}) e^{i k z} d\vec{v} \right|^2 \quad (32) \end{aligned}$$

しかるに

$$\begin{aligned} \iiint \frac{e^{-a r}}{r} x e^{i k z} d\vec{v} &= \iiint \frac{e^{-a r}}{r} y e^{i k z} d\vec{v} = 0, \\ \iiint \frac{e^{-a r}}{r} z e^{i k z} d\vec{v} &= \frac{4\pi k}{(a^2 + k^2)^2} \end{aligned} \quad (33)$$

21

23 22

43

数学會誌

の故, \vec{n} の色に方向について平均すると

$$|V_{12}|^2 = \frac{16\pi e^2 \hbar \nu}{3} \frac{\alpha^2 \hbar^2}{(\alpha^2 + k^2)^4} \quad (34)$$

とある. 之を(27)に代入し, (29)を用いて書きかへると,

$$\sigma_c = 4\pi \frac{e^2}{\hbar c} \left(\frac{\hbar}{mc}\right)^2 \frac{\sqrt{\frac{E}{2}W}}{\frac{E}{2} + W} \quad (35)$$

$$\cong 2 \times 10^{-29} \frac{2\sqrt{\frac{E}{2}W}}{\frac{E}{2} + W} \text{ cm}^2$$

とある. この式は $E = 2W = 4 \times 10^6 \text{ eV}$ の最大値 $2 \times 10^{-29} \text{ cm}^2$ となる. 中性子の勢力 E が之より大きくなると小さくなるが, 之は E の値に依らずに, 常に $2 \times 10^{-29} \text{ cm}^2$ 以下である. 特に E が $2 \times 10^6 \text{ eV}$ 以下では σ_c は E^2 に比例して小さくなる.

更に前節と同様に考へ方によつて, 中性子と陽子との合成スピン 0 の W' の勢力を総合すれば状態が存続し得るとする,

中

h (上の解法は新しい) (新しい)

44 数學會誌

日本数學會誌原稿用紙

—字を一劃に—式は大きく明瞭に—分數、 \int , Σ , Π 等は二行にまたがつて

24

$$\sigma_c = \frac{16\pi}{3} \frac{e^2}{hc} \left(\frac{h}{mc}\right)^2 \left\{ \frac{3}{4} \frac{\sqrt{\frac{E}{2}W}}{\frac{E}{2} + W} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{\frac{E}{2}W'}}{\frac{E}{2} + W'} \right\} \quad (36)$$

~~$$= 2 \times 10^{-29} \left\{ \frac{2\sqrt{\frac{E}{2}W}}{\frac{E}{2} + W} + \frac{1}{3} \right\}$$~~

とあるが、遷移中中性子に対する断面積は矢張り小さい。安定な
 1 つの h として、角運動量 h の P 状態から h の角運動量 0 の S 状態へ転移
 を行う際に出る電子的双極子輻射を考慮して、¹¹⁾ ~~遷移~~ 中性子と陽子の相対速度が小さい程、
 遠心力の爲めに接面が困難になり、捕獲も起り難くなる道理である。

1 か ¹²⁾ 多くの人の実験によると、遷移中中性子は水バリアン等によつて吸収され、その際硬
 X 線が出て来ることが知られてゐる。¹³⁾ 蘭他氏等によると ¹⁴⁾ その勢力は

$$h\nu = 2.2 \pm 0.1 \times 10^6 \text{ eV}$$

とあるから、¹⁵⁾ 中性子と陽子が結合して重水素核が出来た際に生ずるものと考へられる。この
 過程の断面積は 10^{-25} cm^2 の程度である。Fermi ¹⁶⁾ 等も別の方法によつて ~~中性子~~ ^ヤ

(気體分子運動程度の勢力の中性子に対して)

運動状態の勢力の中核の~~核~~核から $\sigma_c = 0.32 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$ 以上の値を得て居る。

いづれにしても理論と比較にたすぬ程大きい。

この困難を除くためには、 σ と別の機構によつて合成スピン 0 の 1S 状態からも極重水素核の標準状態 3S への轉移が可能であると考へる必要がある。所以一般に認められてゐる様に陽子のみならず中性子も又磁気能率を有するとする、輻射場との相互作用の勢力には

$$V = -\mu_n (\vec{\mu}_n + \vec{\mu}_p) \vec{H} \quad (37)$$

なる項が附加されることになる。但し、 \vec{H} は磁場の強度、 $\vec{\mu}_n, \vec{\mu}_p$ は中性子の陽子の磁気能率であり、~~その~~それ等のスピンを $\vec{\sigma}_n, \vec{\sigma}_p$ とすると

$$\vec{\mu}_n = g_n \frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma}_n, \quad \vec{\mu}_p = g_p \frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma}_p \quad (38)$$

なる形にかける。 g_n, g_p は磁気能率とスピンの平行か反平行かに従つて正又負になる。最近 Rabi 等⁽²⁾ が水素及び重水素原子線の磁場による屈曲から定めた結果は

$$g_n = -2.0 \quad g_p = 2.85 \quad (39)$$

中



$$\mu_p - \mu_n = \frac{e\hbar}{2Mc} (g_p - g_n)$$

$$|V_{21}|^2 \approx (g_p - g_n)^2 \frac{4\pi^2 e^2 \hbar^3 \nu}{M^2 c^2} \cdot (4\pi^2) \cdot |\int u v dr|^2$$

$$\sigma_c \approx \frac{2\pi \nu^2}{2\hbar^2 c^2} \frac{1}{\nu} \frac{4\pi^2 \cdot 16\pi^2 e^2 \hbar^3 \nu}{(g_p - g_n)^2 M^2 c^2} |\int u v dr|^2$$

$$= \mu_0^2 (g_p - g_n)^2 \frac{2 \times (4\pi)^2}{\hbar^2 c^2} \pi^5 \cdot \frac{1}{\nu} |\int u v dr|^2$$

$$= 4 \times \dots$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \left(\frac{d}{2\pi}\right) \frac{k^2}{(k^2+d^2)} \frac{(4\pi)^2}{(d^2+k^2)} \\
 & = \left(\frac{e}{mc}\right)^2 \left(\frac{d}{2\pi}\right) \frac{\sqrt{M}W}{k} \times 8\pi \times \frac{ME}{2k} \left(\frac{k}{2\pi W M}\right)^2 \\
 & = \frac{e^2 M W^{\frac{1}{2}} E}{M^{\frac{5}{2}} \pi \cdot d^3} \quad v = \sqrt{\frac{2E}{M}} \\
 & \quad k_{uv} = W + \frac{E}{2} \quad v = \frac{W + \frac{E}{2}}{2\pi k} \\
 & \frac{3\pi}{2k} \frac{4v}{k} \frac{M^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{2E}} \cdot \frac{e^2 W^{\frac{1}{2}} E}{M^{\frac{5}{2}} \pi v} = \frac{e^2}{k^2 c^3} \cdot \sqrt{\frac{EW}{2}} \times 6 \cdot \frac{1}{d} \\
 & = \frac{12\pi e^2}{M^2} \cdot \frac{\sqrt{EW}}{W + \frac{E}{2}}
 \end{aligned}$$

$$\frac{4\pi\hbar^2}{M} = \frac{(1.042 \times 10^{-27})^2 \times 4 \times 3.1416}{1.665 \times 10^{-24} \times 2.2 \times 1.59 \times 10^{-6}}$$

$$\frac{1.042^2}{4} = 0.3574$$

$$\frac{3.1416}{1.13495} = 0.60206$$

$$\frac{1.13495}{0.1787} = 6.35$$

$$\frac{1.665}{2.2} = 0.22141$$

$$\frac{1.59}{0.20140} = 7.89$$

$$\frac{0.22141}{0.36992} = 0.598$$

2343×10^{-24}

$$\frac{4\pi\hbar^2}{M} \cdot \frac{1}{4|W|} = 1.29 \times \frac{1}{|W|} \times 10^{-24}$$

$$\frac{0.03574}{0.49715} = 0.22141$$

$$\frac{0.53289}{0.42281} = 1.261$$

$$\frac{0.11008}{0.42281} = 0.260$$

$$\frac{2.33}{4} = 0.5825$$

$$\frac{2.02}{4} = 0.505$$

$$|W| = \frac{1.29}{35} = 0.03686$$

$$\frac{33^+ 129}{39} = 104.87$$

$$\frac{104.87}{30} = 3.4957$$

へたものであるから、一般に (41) に比して極めて小さく、遅い中性子に對しては

$$\left(\frac{|W'|}{W}\right)^{\frac{5}{2}} = \frac{1}{15000}$$

の割合にしかたない。

ゆへ (41) 式は勢力を 10^6 eV 単位で表せば、S 状態の不安定に從つて

$$\sigma_c \cong \frac{10^{-30} (4.4 + E)}{E^{\frac{1}{2}} (0.08 + E)} \times \begin{cases} 1.3^{0.8} \text{ cm}^2 \\ 0.7^{1.5} \text{ --- } 2.4 \end{cases} \quad (42)$$

であるから、遅い中性子に對しては前の (35) 又は (36) の通りと蓋し小さい。之に反して、極めて遅い中性子に對しては $E^{-\frac{1}{2}}$ 比して大きくなり

$$\sigma_c \cong \frac{0.55 \times 10^{-28}}{E^{\frac{1}{2}}} \times \begin{cases} 1.3^{0.8} \text{ cm}^2 \\ 0.7^{1.5} \text{ --- } 2.4 \end{cases} \quad (43)$$

と有り、 1 eV の中性子に對して $\sigma_c \cong 0.65$ 又は $0.75 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$ 、常温

($T=290$) の分子運動の勢力 $kT = 0.025 \text{ eV}$ 程度の中性子に對しては

$$\sigma_c \cong 0.49 \text{ 又は } 0.52 \times 10^{-24} \text{ cm}^2$$

と有り、實驗と大體一致してゐる。之を 1937 年中の ~~壽命~~ 平均壽命に直せば

35
24
140
70

482

數學會誌

日本數學物理學會誌原稿用紙

—字を一劃に—式は大きく明瞭に—分數、 \int , \sum , Π 等は二行にまたがつて

$$\tau = \frac{1}{n\sigma_0 v} = \frac{1.3}{2.4 \times 0.6} \times 10^{-4} \text{ sec.}$$

となる。但し、 n はパルス中の単位體積中の陽子の数である。(Fermi 等の実験結果は $1.6 \times 10^{-4} \text{ sec.}$ である。)

尚散亂の断面積(24)との比は中性子の勢力の大きさを示し、 $\sigma_s/\sigma_c \cong 10^5$ 程度となるが、極めて遅い中性子、例へば $E = 0.025 \text{ eV}$ に対しては大体、

$$\frac{\sigma_s}{\sigma_c} \cong \begin{cases} 120 \\ 70 \end{cases}$$

となる。即ち、この中中性子が捕獲されずに進むのは約 120 回又は 70 回陽子と衝突するわけである。(Fermi 等の実験によると約 150 回である。)

この様にして中性子捕獲の問題も Heisenberg 型の力及び磁気能率を考慮すると、実験と大体一致する結果を得る。

中性子と陽子の非弾性衝突として以上の他に連続 γ 線の射出が考へられる。即ち中性子の勢力の一部が陽子に與へられ、残りの部分は $h\nu (< E)$ の勢力の γ 線に変化する場合同様に得る。その断面積を計算して見ると、電氣的な双極子輻射の場合 σ は全断面積 σ_{tot}

~~449~~
28 453-464

0.5
3.9
58分
195

35
24
07
245

45) 2.5
24
45) 5
484
42

1.1
45
50

85) 0.59
425
2750
680
900



~~無限大に与るが~~は、 $h\nu$ の極めて小さい所を除けば捕獲の断面積と同程度になり、中性子の勢力が小さくなれば^蓋なれば~~なれば~~小さくなる。磁気的雙極子輻射の場合の計算はないが勢力が小さくなれば~~なれば~~^{断面積は}つては大きくなるであろう。
 中性子の

ii) γ 線による重水素核の破壊

上記の捕獲の逆の過程として、 $h\nu$ が $W = 2.1 \times 10^6 \text{ eV}$ 以上の γ 線によつて重水素核を破壊することが可能である。重水素核が最初静止して居れば、中性子と陽子とが γ 線と反対の方向に大体同じ速さ

$$v' \approx \sqrt{2m(h\nu - W)}$$

$$v' \approx \sqrt{\frac{2(h\nu - W)}{M}} = \frac{v}{2} \quad (44)$$

で出て行くことになり、この場合の断面積は

$$\sigma_d = \frac{2\pi}{h} \frac{p_1}{c} |V'_{12}|^2 \quad (45)$$

で與えられる。但し、 $p_1 dE'$ は勢力が $E' = \frac{1}{2} M v'^2$ と $E' + dE'$ の間にある中性子

子状態の数を単位立方體と取れり

$$\rho_1 = \frac{2m^2 v'}{(2\pi)^2 h^3} = \frac{m^2 v}{(2\pi)^2 h^3} \quad (46)$$

\vec{r} あり, V'_{12} は破壊前後の體系の状態を記す波動函数を $\psi'_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \psi'_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ とすると

$$V'_{12} = \frac{-e}{mc} \int \int \psi'_2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \vec{A}(\vec{r}_2) \vec{p}_2 \psi'_1(\vec{r}_1, \vec{r}_2) dv_1 dv_2 \quad (47)$$

\vec{r} 變へられり故, 前の (28) 式と比較すると容易に

$$|V'_{12}|^2 = |V_{21}|^2$$

なることがわかる. 従つて電子的双極子輻射による破壊の断面積は (27) と比較して

$$\sigma_d = \frac{8\pi}{3} \frac{e^2}{hc} \frac{h^2}{M} \frac{W^{\frac{1}{2}}}{(h\nu)^3} (h\nu - W)^{\frac{3}{2}} \quad (48)$$

よりことが直ちにわかる. $\gamma = h\nu/W$ とかき

$$\sigma_d = 14.5 \times 10^{-28} \frac{(\gamma - 1)^{\frac{3}{2}}}{\gamma^3} \text{ cm}^2 \quad (49)$$

示

~~この式は~~

$$\sigma_d = 1.16 \times 10^{-28} \frac{(\gamma-1)^{\frac{3}{2}}}{\gamma^3} \text{ cm}^2 \quad (49)$$

と取り、この式は $\gamma=2$ 即ち $h\nu = 2W = 4.2 \times 10^6 \text{ eV}$ の時の最大値

$$\sigma_{\text{max}} = 14.5 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$$

を取り、

一方 Chadwick & Goldhaber は ThC' の硬 γ 線 ($h\nu = 2.62 \times 10^6 \text{ eV}$) を重水素に当てた上の過程に相当する勢力の陽子を散乱し、その断面積を大体、

$$\sigma_d = 5 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$$

と推定した。(49)によれば

$$\sigma_d = 6.7 \times 10^{-28} \text{ cm}^2$$

となり、実験誤差及び計算の近似の範囲内において両者はよく一致して居る、

併し、この他に荷電粒子の双極子輻射による部分も考慮する必要がある、之を附加へると

$$\sigma_d = \frac{8\pi}{3} \frac{e^2}{hc} \frac{\hbar^2}{M} \left(\frac{W^{\frac{1}{2}}(h\nu-W)^{\frac{3}{2}}}{(h\nu)^3} + \frac{(g_p - g_n)^2}{4} \frac{W^{\frac{1}{2}}(h\nu-W)^{\frac{1}{2}} (W^{\frac{1}{2}} + |W'|)^2}{h\nu (h\nu - W + |W'|) Mc^2} \right) \quad (50)$$



となる。 $h\nu = 2.62 \times 10^6 \text{ eV}$ に対して、後の項の初めの項の 0.31 又は 0.56 後にあり、
従って理論の方が実験値より少し大きくなる。 $h\nu - W$ が小さくなると後の項の
方が比較的大きくなる。 ~~又~~ 電荷の双極子¹⁾ 及び磁気的²⁾ 双極子から出て来る中
核子の陽子の方向分布が異なる。 詳細は Bethe¹⁾ and Backe²⁾, 122頁~126頁を参
照されたい。 ^尚 此と精密な計算は Breit と London¹⁰⁾ にして行われた。

云



引用文献

- 1) Wick, Phys. Rev. **49**, 192, 1936; Condon and Breit, *ibid.* **49**, 229, 1936; Goudsmit, *ibid.* **49**, 496, 1936.
- 2) Bethe and Bacher, Rev. Mod. Phys. **8**, 82, 1936.
- 3) Bethe and Peierls, Proc. Roy. Soc. A. **149**, 176, 1935.
- 4) Chadwick, Proc. Roy. Soc. A. **142**, 1, 1933; Bonner, Phys. Rev. **45**, 601, 1934.
- 5) Dunning, Phys. Rev. **45**, 586, 1934; Dunning, Pegram, Fink and Mitchell, *ibid.* **48**, 265, 1935.
- 6) Amaldi and Fermi, Ric. Scient. **7**, ^{VI~I,} 223, 1936; *ibid.* **VII~I**, 393, 1936.
- 7) Nishina, Tomonaga and Tamaki, Sci. Pap. Ins. Phys. Chem. Res. **30**, 61, 1936.
- 8) Goldhaber, Nature **137**, 824, 1936.
- 9) Guve and Hafstad, Phys. Rev. **50**, 490, 1936.
- 10) Breit and Condon, Phys. Rev. **49**, 904, 1936.

不

11) Kikuchi, Huseimi and Aoki, Proc. Phys.-Math. Soc. Japan **18**,
35, 1936.

12) Kellogg, Rabi and

13) Fermi, Phys. Rev. **48**, 570, 1935. (1934)

14) Chadwick and Goldhaber, Nature, **134**, 237; Proc. Roy. Soc. A **151**,
479, 1935.

15) Wheeler, Phys. Rev. **50**, 643, 1936.

16) Bethe and Peierls, Proc. Roy. Soc. A **148**, 146, 1935.