

参考文献

1. E. Amaldi and E. Fermi; Ric. Scient. VI-II, 334, 344, 443 ('35)
VII-I 56, 223, 310, 393 454, ('36)
2. E. Fermi 他 4 人; Proc. Roy. Soc. A 146, 483 ('36)
3. E. Amaldi 他 5 人; Proc. Roy. Soc. A 149, 522 ('35)
4. P. B. Moon and J. R. Tillman; Nature 135, 904; 136, 66, 136 ('35)
5. T. Bjerge and C. H. Westcott; Proc. Roy. Soc. A 150, 709 ('35)
6. L. Arsimovitch 他 3 人; C. R. 200, 2159 ('35)
7. B. Pontecorvo; Ric. Scient. VI-II, 145 ('35)
8. L. N. Ridenour and Don M. Yost; Phys. Rev. 48, 383 ('35)
9. L. Szilard; Nature 136, 950 ('35)
10. O. R. Frisch, G. Hevesy and McKay; Nature 137, 149 ('36)
11. E. Segrè; Ric. Scient. VII-I, 389 ('36)
12. J. R. Tillman; Nature 137, 107 ('36)
13. O. R. Frisch and G. Placzek; Nature 137, 357 ('36)
14. D. F. Weekes, M. S. Livingston and H. A. Bethe; Phys. Rev. 49, 471 ('36)
15. Preiswerk and v. Halban; C. R. 202, 840 ('36)
以上主として、吸収、散乱等について。
16. P. B. Moon and J. R. Tillman; Nature 135, 904 ('35)
17. P. B. Moon and J. R. Tillman; Proc. Roy. Soc. A 153, 476 ('36)
18. J. R. Dunning 他 4 人; Phys. Rev. 48, 265 ('35)
19. F. Rasetti 他 4 人; Phys. Rev. 49, 104 ('36)
20. F. Rasetti 他 4 人; Rend. Line. 23, 343 ('36)
21. P. Preiswerk and H. von Halban; Nature 136, 1027 ('35)
22. F. Rasetti and G. Fink; Phys. Rev. 49, 642 ('36)
23. H. H. Goldsmith and F. Rasetti; Phys. Rev. 50, 328 ('36)
24. E. Amaldi 他 4 人; Ric. Scient. VI-I, 581 ('35)
以上主として、温度効果その他について
(お断り：本篇及び前二篇は論文紹介として寄稿せられたものなれど、一月委員会にて編輯方針變更以前に既に文選を終り組版中なりし爲、根本的の改變を加へられなかつたが、多少の補充をして兎も角綜合報告としました(編輯者))

遅い中性子の理論 (II)

湯川 秀 樹

§ 5. 束縛された水素原子と中性子の衝突

第二節に於て中性子が水素を含む物質中を通過する際、個々の陽子と衝突して散乱又は捕獲される過程を論じたが、その場合陽子は全く自由で且つ最初静止して居ると假定した。實際に於ては水素原子は他の原子例へば炭素又は酸素原子に化學的に結合されて居り、平衡の位置のまはりで、ある振動数 ν で振動して居るであらう。故に中性子の勢力 E が $h\nu$ に比して大きい限りに於て上記の假定は成立するが然らざる場合にはかかる結合の影響を無視出来ない。

この問題は Fermi によつて詳しく論ぜられた。(17) ことにその概要を述べる。* 尙分子の廻轉乃至格子振動等の影響もある筈であるが、Fermi もこの點には深く立入つてゐない。

扱て中性子の波長 λ は勢力 E を eV を單位として表はすと

$$\lambda = \frac{2.85 \times 10^{-9}}{\sqrt{E}} \text{ cm}$$

* 原論文が手近になかつたが 玉木英彦氏の御好意により翻譯の原稿を借覽することが出来た。ことに厚く感謝の意を表す。該翻譯はその後理研彙報(三月號)に掲載されたから、詳細はそれを参照されたい。



であるから、相當に遅い中性子に対しては λ は中性子陽子間の力の作用半径 a に比して非常に大きい。又前二節で求めた様に衝突断面積は 10^{-20}cm^2 程度であるから衝突半径 ρ は 10^{-12}cm 程度で、 λ よりずっと小さい。(ρ の正確な定義は後に述べる。) 従つて

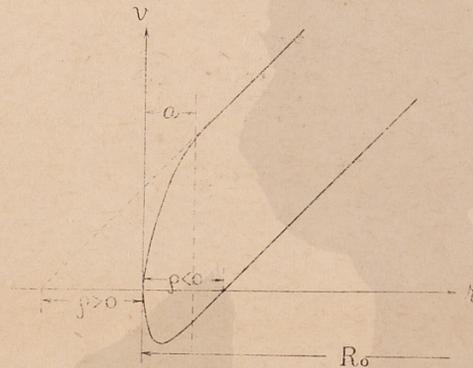
$$\lambda \gg R_0 \gg \rho, a \quad (51)$$

なる関係を満足する R_0 なる長さが存在する。

扱て §3 と同様な假定の下に、更に水素原子を他の原子に束縛する力のポテンシャル $U(r_2)$ を附加した場合の波動方程式を求めスピンの關する部分を消去すると、

$$i\hbar \frac{\partial \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2)}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M} (\Delta_1 + \Delta_2) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - V(r) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) - U(r_2) \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 0 \quad (52)$$

となる。但し $V(r)$ は中性子と陽子の相互作用のポテンシャルで、兩者のスピンの平行か反平行かに従つて



第四圖

$$-V(r) = J_M(r) \pm J_B(r) \quad (53)$$

となる。

所で $U(r_2)$ は 10^{-8}cm 程度の廣い範圍に擴がつた緩く變る函数で、 $V(r)$ は $r < a$ で急に大

きくなる函数であるから、 $r > R_0$ の領域では前者が、 $r > R_0$ では後者が、夫々主に利いて來るであらう。相對運動の角運動量が 0 でない P, D 等の状態の波動函数は遠心力の爲めに $r \ll \lambda$ では小さい故、 $r < R_0 (\ll \lambda)$ の領域では S 状態を考慮すればよい。故に先づ

$$\frac{d^2 \varphi(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\varphi(r)}{dr} - \frac{MV(r)}{\hbar^2} \varphi(r) = 0 \quad (54)$$

なる式の解を求める*。 $\varphi(r) = \frac{v(r)}{r}$ とおくと、

$$\frac{d^2 v}{dr^2} = \frac{MV}{\hbar^2} v \quad (55)$$

なる故、 $r > a$ では $v(r) = \rho + r$ なる形にとると、遠方では $\varphi(r) = 1$ となる。 $r = 0$ で φ が有限といふ條件から ρ を求めると、§3 と同様にして、中性子と陽子のスピンの平行の時には

$$\rho \approx -\frac{1}{\alpha} = \frac{-\hbar}{\sqrt{MV}} \quad (56)$$

反平行の時には、安定な S 状態が存在するかどうかに従つて

$$\rho \approx \mp \frac{\hbar}{\sqrt{M|V|}} \quad (57)$$

で與へられる。初めに述べた衝突半径を此等の ρ の絶対値で定義するならば、數ヴォルト以下の中性子に対しては $\lambda \gg |\rho|$ なる関係は満足されてゐる。

そこで \vec{r}_1, \vec{r}_2 の凡ての値に對して成立つ解を

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \varphi(r) \quad (58)$$

なる形にとると、 f は到る所で緩く變化する函数である。従つて \vec{r}_1 なる點を中心とし半径 R_0 なる球に就いての ψ の平均値を $\bar{\psi}$ とすると、この球の中では f は殆んど變化せず、又 φ の

* $\varphi(r)$ は運動勢力 0 なる S 状態の波動函数にならぬ。

平均値は大體 1 であるから、(第五圖参照)

$$\bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \frac{3}{4\pi R_0^3} \iiint_{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \leq R_0} \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) d\vec{r}_1' \quad (59)$$

$$\equiv f(\vec{r}_1, \vec{r}_2),$$

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \equiv \psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \varphi(r) \quad (60)$$

即ち $\bar{\psi}$ は

$$i\hbar \frac{\partial \bar{\psi}}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2M} (\Delta_1 + \Delta_2) \bar{\psi} - \bar{V} \bar{\psi} - U \bar{\psi} = 0 \quad (61)$$

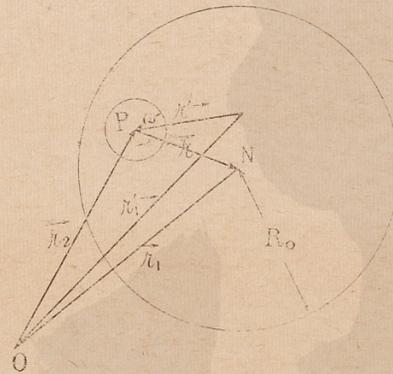
なる方程式の解でなければならぬことが容易にわかる。この式に於て $\bar{V} \bar{\psi}$ を計算するには $\vec{r}' = \vec{r}_1' - \vec{r}_2$ とおき、(60)を考慮すると、

$$\bar{V} \bar{\psi} \equiv \frac{3}{4\pi R_0^3} \iiint_{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| \leq R_0} V(r') \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \varphi(r') d\vec{r}_1'$$

となる。(第五圖参照) 右邊の積分が 0 でないのは $r < R_0$ なる場合に限り、その場合には (55) により

$$\bar{V} \bar{\psi} \equiv \frac{3}{4\pi R_0^3} \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \frac{4\pi \hbar^2}{M} \int_0^\infty \frac{d^2 v}{dr^2} r dr$$

$$= \frac{3}{4\pi R_0^3} \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \frac{4\pi \hbar^2}{M} \left. \frac{dv}{dr} r - v \right|_0^\infty$$



第五圖

O: 座標の原点
 N: 中性子の位置
 P: 陽子の位置

で、 $v(0) = 0$ なる故

$$\bar{V} \bar{\psi} \equiv \frac{3}{4\pi R_0^3} \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \cdot \frac{4\pi \hbar^2}{M} \cdot (-\rho) \quad (62)$$

となる。従つて $r \geq R_0$ に従つて

$$\bar{V} \bar{\psi} = \frac{-4\pi \hbar^2 \rho}{M} \bar{\psi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \times \begin{cases} 0 \\ \frac{3}{4\pi R_0^3} \end{cases} \quad (63)$$

となる。

そこで例へば R_0 を 5×10^{-10} cm 程度に取れば、 $\frac{4\pi^2 |\rho|}{M} \times \frac{3}{4\pi R_0^3} \approx 10^{-2} eV$ 程度になり、化学結合の勢力 U に比して極めて小さいことになる。故に (61) に於て $\bar{V} \bar{\psi}$ の項を小さな摂動項と見做し、摂動論によつて $\bar{\psi}$ の近似解を求めることが出来る*。これを (60) に入れると波動関数 ψ の近似解が得られ、その形からして種々の衝突過程に対する断面積が直ちに決定される。その結果例へば最初の運動量 \vec{p} なる中性子が立體角 $d\omega$ 内のいづれかの方向に散乱されると同時に、水素原子が m なる状態から n なる状態へ轉移を行ふ断面積は

$$\sigma_{nm}(\vec{p}') d\omega = \frac{4\rho^2 p' d\omega}{p} \left(\frac{3}{4\pi R_0^3} \right)^2$$

$$\times \left| \int_{r \geq R_0} \dots \int \bar{u}_n u_m e^{i(\vec{p} - \vec{p}') \cdot \vec{r}_1} d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \right|^2 \quad (64)$$

となる。但し \vec{p}' は衝突後の中性子の運動量、 $u_m(\vec{r}_1), u_n(\vec{r}_2)$ は水素原子の m, n なる状態に対する固有函数で単位立方體について標準化してあるものとする。この場合 m, n なる状態の陽子の勢力を W_m, W_n とすると、勢力保存則

$$\frac{p^2}{2M} + W_m = \frac{p'^2}{2M} + W_n \quad (65)$$

が満足されてる時断面積は 0 でない。

二三の簡単な場合に就いて計算して見る。

* 故にこの計算は陽子が全く自由な場合(次頁)参照)には適用し得ない筈である。

i) 水素原子が自由な場合.

衝突前後の陽子の運動量を \vec{p}_m, \vec{p}_n とする

と,

$$u_m = e^{-\frac{i\vec{p}_m \cdot \vec{r}_2}{\hbar}}, \quad u_n = e^{-\frac{i\vec{p}_n \cdot \vec{r}_2}{\hbar}}$$

で, 運動量の保存則

$$\vec{p} + \vec{p}_m = \vec{p}' + \vec{p}_n \quad (66)$$

が成立する時丈 (64) が 0 でなく, 中性子が $(\theta, \theta + d\theta)$ なる角をなして散乱される部分断面積を求めると

$$d\sigma_s = \frac{8\pi\rho^2 p'}{p} \sin\theta d\theta \quad (67)$$

となる. 特に最初陽子が静止してるとすると

$$p' = p \cos\theta \text{ なる故, } \theta \leq \frac{\pi}{2} \text{ に対して}$$

$$d\sigma_s = 8\pi\rho^2 \sin\theta \cos\theta d\theta \quad (68)$$

で, 従つて全断面積は

$$\sigma_s = 4\pi\rho^2 \quad (69)$$

となる. そこで (56), (57) の ρ の値を入れ, スピンが平行な場合と反平行な場合を 3:1 の割合で平均すると

$$\sigma_s = \frac{4\pi\hbar^2}{M} \left(\frac{3}{4|W|} + \frac{1}{4|W'|} \right) \quad (70)$$

で, §3(24) に於て $E=0$ とおいたのと同じになる.*

ii) 水素原子が強く束縛されてる場合,

即ち u_m が 0 でない範囲が中性子の波長に比して小さい場合を考へると, (64) の積分に於て指数関数を 1 と見なし得, 従つて $m=n$ なる時丈積分は 0 でない. 即ち衝突によつて水素原子の状態は變化せず, 従つて $p=p'$ で中性子が $(\theta, \theta + d\theta)$ なる角をなして散乱される部分断面積は $\theta \leq \pi$ に対して

$$d\sigma_s = 8\pi\rho^2 \sin\theta d\theta \quad (71)$$

である. 即ち散乱は等方的で, 全断面積は

* 併し, この場合の一致は陽子と中性子質量が同じ爲めに起つた偶然の結果である.

$$\sigma_s = 16\pi\rho^2 \quad (72)$$

となり, (69) の 4 倍である.

この様に水素原子を他の原子に束縛する勢力が中性子の運動勢力に比して大なる極限に於る断面積は, 小なる極限に於る夫れの 4 倍になる. 即ち極めて遅い中性子の平均自由行路は, 1 eV 乃至それ以上の勢力の中性子の平均自由行路の約 4 分の 1 である. 常温に於て熱平衡にある中性子の勢力は平均 $\frac{1}{40}$ eV 程度で, ii) の場合に近い. i) ii) の中間の場合を次に考察しよう.

iii) 水素原子が弾性的に結合されてゐる場合

簡単な爲めに水素原子が等方的な力の作用の下に, 平衡の位置のまはりに弾性振動をなし得るとする. その振動数を ν とすると原子の状態は x, y, z 方向の振動に対する量子数 n_1, n_2, n_3 ($=0, 1, 2, \dots$) によつて決定され, その勢力は

$$W_{n_1 n_2 n_3} = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\nu, \quad (73)$$

固有函数は

$$u_{n_1 n_2 n_3}(r_2) = \left(\frac{2M\nu}{\hbar} \right)^{\frac{3}{4}} \times \frac{H_{n_1}(\xi) H_{n_2}(\eta) H_{n_3}(\zeta)}{\sqrt{2^{n_1} n_1! n_2! n_3!}} e^{-\frac{1}{4}(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)} \quad (74)$$

で與へられる. 但し, $n = n_1 + n_2 + n_3$,

$$\xi = \sqrt{\frac{2\pi M\nu}{\hbar}} x_2, \quad \eta = \sqrt{\frac{2\pi M\nu}{\hbar}} y_2,$$

$$\zeta = \sqrt{\frac{2\pi M\nu}{\hbar}} z_2$$

で, H は Hermite の多項式を表はす.

そこで最初標準状態 ($n_1 = n_2 = n_3 = 0$) にあつた水素原子が (n_1, n_2, n_3) なる状態に轉移すると同時に, 中性子が $d\omega$ なる立體角内に散乱される断面積を計算するには (64) 式中の u_m, u_n に

$u_{000}, u_{1n_2n_3}$ を代入して積分を行へばよい。その結果

$$\sigma_{n_1 n_2 n_3}(\vec{p}') d\omega = \frac{4\rho^2 P'}{P} d\omega \frac{(P_1' - P_2')^{n_1}}{n_1!} \times \frac{(P_1' - P_2')^{n_2}}{n_2!} \frac{(P_2' - P_3')^{n_3}}{n_3!} e^{-(P_1' - P_2')^2} \quad (75)$$

となる。但し

$$\vec{P} = \frac{\vec{p}}{\sqrt{4\pi M \hbar v}}, \quad \vec{P}' = \frac{\vec{p}'}{\sqrt{4\pi M \hbar v}}$$

(75) を n の一定値に対する n_1, n_2, n_3 の凡ての可能な値に就いて總和すれば、中性子が $d\omega$ なる方向に散亂され、水素原子が nhv なる勢力丈上のいづれかの準位に勵起される部分断面積

$$\sigma_n(\vec{p}') d\omega = \frac{4\rho^2 P'}{P} d\omega \frac{(\vec{P}' - \vec{P})^n}{n!} e^{-(\vec{P}' - \vec{P})^2} \quad (76)$$

が得られる。これを更に $d\omega$ について積分すれば、水素原子が n 番目の準位に勵起される断面積

$$\sigma_n = \frac{4\pi\rho^2}{n! P^2} \int_{2P-n-2PV}^{2P^2-n+2PV} \xi^n e^{-\xi^2} d\xi \quad (77)$$

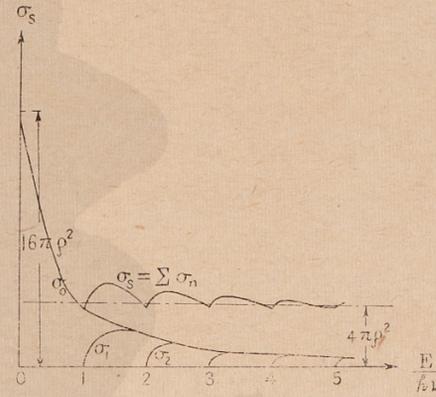
が得られる。但し、 $\frac{P^2}{2M} < nhv$, (従つて $P^2 < n$) 即ち中性子が最初 n 番目の状態を勵起するに必要な勢力を有せぬ時には $\sigma_n = 0$ である。 $\sigma_0, \sigma_1, \sigma_2, \dots$ を $P^2 = \frac{E}{hv}$ の函数として表はすと第六圖の如くなり、

$$\sigma_n = \frac{4\pi\rho^2}{P^2}$$

なる等邊雙曲線が此等に共通な漸近曲線になつてゐる。

最後に n の凡ての可能な値について σ_n の總和を作れば、中性子の水素原子による散亂の全断面積

$$\sigma_s = \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_n \quad (78)$$



第六圖

が得られる。但し、 n_0 は $\frac{E}{hv} - 1$ と $\frac{E}{hv}$ の間の整数である。第六圖に示す如く、中性子の勢力が 0 から hv 迄増す間に、断面積は

$$\sigma_s = \sigma_0 = \frac{4\pi\rho^2(1 - e^{-\frac{4E}{hv}})}{E/hv} \quad (79)$$

なる式に従つて、 $16\pi\rho^2$ から $4\pi\rho^2$ より少し小さい値に到まで減少する。 hv から先は $4\pi\rho^2$ より大きくなつたり、小さくなつたりしてこの値に収斂する。

散亂された中性子の方向分布は、 $E \ll hv$ なる限り ii) と同様に殆んど等方的であるが、 E が hv の程度になると非等方性が著しくなり、 $E \gg hv$ に於ては勿論 i) と同様になる。

通常の水素化合物に對しては hv は $0.1 \sim 0.5$ eV の程度で、常溫の熱中性子の勢力より遙かに大きい故、この場合の断面積は數ヴェルト以上の中性子に對する断面積の 4 倍に近いであらう、例へばパラフィンに對しては約 3 倍強と推定される。

この様に考へると、§3 で求めた自由な陽子に對する中性子の衝突断面積 (24) 乃至本節の (70) を適用し得るのは、中性子の運動勢力が

1eV 程度以上の場合に限られ、熱中性子は除外せねばならぬことになる。Fermi 及び Amaldi の実験によると、^{(6) (7)} 1eV 以上の中性子の二つの群^(*)に對し、パラフィン中の平均自由行路は共に約 1 cm であると推定される。之からして断面積は $\sigma_s = 12.8 \times 10^{-24} \text{cm}^2$ となり、(70) によつて $|W'|$ を計算すると、§3 で求めた値 $4 \times 10^6 \text{eV}$ のかほりに

$$|W'| = 1.16 \times 10^6 \text{eV} \quad (80)$$

が得られる。一方に於て熱中性子に對する断面積は、Fermi 等によれば⁽⁶⁾ $\sigma_s = 43 \times 10^{-24} \text{cm}^2$ なることは既に述べた。即ち理論の豫期する通り、1eV 以上の中性子に對する値の 3 倍強になつて居る。

尙 $E < h\nu$ なる場合には、衝突によつて水素原子の状態は變化せず、従つて中性子の運動勢力も變化しない筈である。従つて中性子がパラフィン中で段々遅められて、勢力が $h\nu$ 以下になれば最早減速されず、熱運動程度の勢力にはなり得ない譯である。しかるに實際パラフィン中には熱中性子が出来て居り、特に Dunning 等⁽²²⁾ がその速度を直接機械的な方法で測定した結果によると、その温度に於る Maxwell の分布と大體一致して居る。これは水素原子の振動は一般に等方的でなく、 ν の値は幾つもあり得ること、水素原子を束縛して居る原子自身が熱振動を行ひ得ること等により、全體として振動数は 0 から始まる連続譜を形成し、中性子をいくつでも減速し得る爲めと考へられる。併し、中性子の速度が遅くなるに従つて、減速に貢獻し得る振動数の範圍が狭くなり、單なる擴散に近くなつて行くであらう。

(*) 中性子の種々の群に就ては後に述べる。

以上述べた所によつて、中性子の散亂に對する水素原子の化學結合の影響は大體明かになつた。之に反して、中性子捕獲の過程には直接の影響はないであらう。何となれば、この際出来る重水素は 10⁶eV 以上の反動勢力を有するからである。併し $|W'|$ に對する値が變つた爲めに、捕獲の断面積も間接的に變つて来る。即ち §4, (41) 中の $|W'|$ に (80) の値を入れて σ_c を求めると前よりも小さくなり、従つて平均壽命

$$\tau = \frac{1}{n\sigma v}$$

は前よりも大きくなる。(41) から明かな様に遅い中性子 ($E \gg |W'|$) に對しては σ_c は E^{-1} 即ち v^{-1} に比例する故、 τ は勢力に無關係になる。パラフィンの場合には $n = 7.8 \times 10^{23}$ であるから、 IS 状態が安定か不安定かに従つて、

$$\tau = \frac{7}{2.8} \times 10^{-4} \text{sec.} \quad (81)$$

となり、§4 の結果より少し大きくなる、Fermi 等の實驗結果 $\tau = 1.7 \times 10^{-4} \text{sec.}$ と比較すると、安定な IS 状態は存在しないと假定した方がよい様である。いづれにしても熱中性子は捕獲される迄に陽子と平均百回位衝突するわけで、Fermi 等は實驗からこの回数を $N=140$ と推定した。

§6. i) 水素化合物中に於る中性子の遅緩

少し冗漫に失したかも知れぬが、以上數節に互つて述べた所によつて、中性子が陽子に衝突する際の基本的な過程は大體明かになつた。そこで元へ戻つて、一定の形状の水素化合物中を中性子が通過する際にこれらの基本的な過程の集積としてどんな結果が起るかといふ具體的

な問題を考察する。

一般の場合の計算は極めて困難であるが、例へば中性子の通過するパラフィン層の厚さが平均自由行路に比して小さい時には、精々一回乃至二回の衝突しか行はないであらうから、比較的容易に近似的な解が求められる。(18) その反対の極限として、例へば源が非常に大きなパラフィンの塊の中に置かれて居て、 v_0 なる速度の中性を毎秒 Q 箇宛出す場合を考へて見る。(17), (19) 平衡状態に於て、パラフィン中に存在する中性子の中で速さが $(v, v+dv)$ の間にあるものの数を $N(v)dv$ とすると、毎秒衝突によつて速度を變更する爲めに失はれる数は $\frac{vN(v)dv}{\lambda(v)}$ であらう。但し、 $\lambda(v)$ は v なる速さのものの平均自由行路を表はす。一方源から出て来る中性子の中で衝突によつて速さが $(v, v+dv)$ の間になるものの数は §2, (2) に依り毎秒 $\frac{2vdv}{v_0^2} Q$ であり、† 又 $(u, u+du)$ の間の速さの中性子の中で衝突によつて $(v, v+dv)$ の間の速さになるものの数は毎秒 $\frac{2vdv}{u^2} \frac{uN(u)du}{\lambda(u)}$ であるから、平衡の條件は

$$\frac{v}{\lambda(v)} N(v)dv = \frac{2vdv}{v_0^2} Q + 2vdv \int_v^{v_0} \frac{N(u)du}{u\lambda(u)} \quad (82)$$

となり、兩邊を $v dv$ で割り微分すると

$$\frac{d}{dv} \frac{N(v)}{\lambda(v)} = \frac{-2}{v} \frac{N(v)}{\lambda(v)} \quad (83)$$

となる。この解は

$$N(v) = \frac{\lambda(v)}{v^2} \times \text{const.}$$

で、(82) に代入して const. を定めると、

$$N(v) = \frac{2Q\lambda(v)}{v^2} \quad (84)$$

† (2) に誤植があり、正しくは $P(E_1)dE_1 = dE_1/E$ である。今の場合 $E = \frac{1}{2} Mv_0^2, E_1 = \frac{1}{2} Mv^2$ である。

となる。但し衝突に際して陽子は自由で且最初静止してると假定せる故、前節の結果を考慮するとこの分布法則は勢力 1eV 程度以上の中性子にしか適用出来ない。

所でこの様にして衝突によつて段々遅められた中性子は早晚勢力が kT 程度の所謂熱中性子になるであらうが、それは又陽子に捕獲されて無くなつて了ふわけである。その平均壽命を τ とすると、平衡の條件からして熱中性子の總数は

$$Q\tau \quad (85)$$

であることがわかる。

以上は大きなパラフィン全體としての速度分布のみを考察したのであるが、更に場所による中性子の密度及び速度分布の變化が問題となる。一般に源から出て来る中性子は衝突して減速されつゝ速さかつて行くのであるから、遠い所程遅い中性子の割合が多い。いひかへれば、ある速度の中性子の源からの平均距離は、速度が小さくなる程大きくなる。Fermi は距離の二乗の平均を求めたが、その表式は極めて複雑である。Horvay⁽²⁰⁾ は水の場合について、水素原子との衝突の斷面積が §3, (24) で與へられるとし、(式中の $|W'|$ の値は (80) を使ひ、酸素原子に對する斷面積は中性子の勢力に無關係として、上記の平均距離の數値を計算してゐる。

遅い中性子の色々は群の勢力は通常數 ν_0 ルト乃至數十 ν_0 ルトで、† この邊では (24) によると平均自由行路 λ は殆んど一定であるから、二つの群の平均勢力夫々 E', E'' とすると、

$$\log \frac{E''}{E'} = \frac{r'^2 - r''^2}{6\lambda^2} \quad (86)$$

† C 群は勿論例外である。



なる簡単な近似式が成立する。但し r^2 及び r'^2 は夫々二群の中性子の源からの距離の二乗の平均を表はす。故にこれを実験から定めれば、色々な群の勢力の比がわかるわけである。

併し、平均距離でなしに、更に進んで中性子の分布を場所及び速度の函数として表はすことが望ましいが、その出発点は連続の式である。今 \vec{r} 点附近の $dx dy dz$ な体積中に於て、速度が v 附近の $dv_x dv_y dv_z$ なる範囲にある中性子の数を $n(\vec{r}, v) dx dy dz dv_x dv_y dv_z$ とすると、その時間的変化は

$$\frac{\partial n(\vec{r}, v)}{\partial t} = -v \text{grad} n(\vec{r}, v) + q(\vec{r}, v) - \frac{vn(\vec{r}, v)}{\lambda(v)} + a(\vec{r}, v) - \frac{n(\vec{r}, v)}{\tau(v)} \quad (87)$$

で與へられる。右邊の第一項は中性子の移動による減少、第二項は源からの供給による増加、第三項は衝突による減少、第四項は v 以上の速度の中性子が衝突によつて丁度 v なる速度になることになる増加、第五項は捕獲による減少を夫々表はしてゐる。但し、中性子の源は連続的に擴がつて居り、 \vec{r} 点附近の $dx dy dz$ なる体積から、速度が v 附近の $dv_x dv_y dv_z$ なる範囲のものが毎秒 $q(\vec{r}, v) dx dy dz dv_x dv_y dv_z$ 箇づゝ出て來るものとする。この式は衝突に對する特殊の法則を假定しないで出したのであるから、あらゆる速度に對して成立する。衝突の法則が與へると、 $\lambda(v) \tau(v)$ の函数形が定まり、 $a(\vec{r}, v)$ は v より大なる速度 u に對し $n(\vec{r}, u)$ に特殊の函数を乗じて積分した形になる。そこで問題は適當な境界條件の下に (87) を 0 にする様な平衡分布を求めることにあるが、かかる積分微分方程式を解き得るのは極めて特殊な場合に限られて

ゐる。

例へば中性子の分布が一様等方で、源は外部にあり、一定の速さの中性子を出すとし、更に數ヴォルト以上の勢力のものに限れば、結局前の (82) 式に歸着する。もつと一般的な場合の解を求めることは今後の問題である。

iii) 水素化合物中に於る熱中性子の擴散

屢々述べた様に 1eV 以下の中性子に對する衝突の法則は 1eV 以上の夫れと異なり、勢力 0 の極限に於ては水素原子によつて等方的に散亂され 速度の絶対値は變化しない。故に熱中性子が水素化合物を通過する際には衝突による減速の度は少く、單なる擴散に近いものであると考へられる。但し平均百數十回の衝突の後に陽子に捕獲されて消滅することをも考慮せねばならぬ。勿論熱中性子中でも比較的速いものは減速される機会が多く、比較的遅いものは加速される機会が多いであらうが平均としては Maxwell の速度分布を維持しつゝ擴散するであらうから、速度の絶対値の變動を無視して計算しても大した誤はないであらう。

特別の場合として、熱中性子の密度及び速度の分布が $y z$ 方向に對しては一様であるとすると、連続の式 (87) は簡単に

$$\frac{\partial n(x, v, v_x)}{\partial t} = -v_x \frac{\partial n(x, v, v_x)}{\partial x} + q(x, v, v_x) - \left(\frac{v}{\lambda(v)} + \frac{1}{\tau} \right) n(x, v, v_x) + \frac{1}{2\lambda(v)} \int_{v_x=-v}^{+v} n(x, v, v_x) dv_x' \quad (88)$$

の如き形になる。但し散亂は等方的で、速さ v は變化しないと假定してある。そこで

$$N = \frac{\tau v}{\lambda} \gg 1, \lambda' = \frac{N\lambda}{N+1} \approx \frac{(N-1)\lambda}{N}$$

$$\left. \begin{aligned} \xi = \frac{vx}{v}, \quad n(x, v, vx) = f(x, \xi), \\ \frac{\lambda q(x, v, vx)}{v} = q'(x, \xi) \end{aligned} \right\} (89)$$

とおくと、平衡分布を表はす式は

$$\lambda \xi \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{N-1}{2N} \int_{-1}^{+1} f(x, \xi') d\xi' - f + q' \quad (90)$$

となる。Wick⁽¹⁾ はこの式から出発して種々の問題を論じた。

例へば $W, x=0$ なる平非の左側をパラフィンとし、左方にある源からこの平面の単位面積を通過して毎秒 1 箇づゝの中性子が入つて来るとする。その方向分布は餘弦法則に従つて、 $(\xi, \xi+d\xi)$ の間のものが毎秒 $2\xi d\xi$ 箇丈入つて来るとすれば、 $x=0$ に於て、 $\xi > 0$ に對し

$$f(0, \xi) = \frac{2}{v},$$

$x=\infty$ に於て $-1 \leq \xi \leq +1$ に對し、

$$f(\infty, \xi) = 0$$

なる境界条件を満足せねばならぬ。尚パラフィン中には源はないと考へる故 $0 \leq x < \infty$ に對し

$$q'(x, \xi) = 0$$

である。

かかる条件を満足解を求めるに當つて、先づ一次元の問題を考へ、 x 方向及び $-x$ 方向に走るもの丈に限ると、 ξ は ± 1 の値しか取らないから、 $f(x, +1) = f_1(x)$, $f(x, -1) = f_2(x)$ と書くと、(90) は $0 \leq x < \infty$ に對し

$$\left. \begin{aligned} \lambda \frac{df_1}{dx} &= \frac{N-1}{2N} (f_1 + f_2) - f_1 \\ -\lambda \frac{df_2}{dx} &= \frac{N-1}{2N} (f_1 + f_2) - f_2 \end{aligned} \right\} (91)$$

なる聯立微分方程式に歸着し、境界条件は

$$f_1(0) = \frac{2}{v}, \quad f_1(\infty) = f_2(\infty) = 0$$

となる。この問題の解は

$$f_1 = \frac{2}{v} e^{-\frac{x}{\sqrt{N}\lambda}} \quad f_2 = \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N+1}} \frac{2}{v} e^{-\frac{x}{\sqrt{N}\lambda}} \quad (92)$$

たることは容易にわかる。従つて毎秒 1 箇の中性子が入つて来る時に、反射されて出て行く中性子の數、所謂 albedo は

$$\beta = \frac{\sqrt{N-1}}{\sqrt{N+1}} \cong 1 - \frac{2}{\sqrt{N}} \quad (93)$$

で與へられる。 $N \gg 1$ であるから albedo 即ち反射係數は 1 に近いことになる。

そこで三次元の場合の解を

$$f(x, \xi) = g(\xi) e^{-\mu x} \quad (94)$$

なる形と假定すると、 $g(\xi)$ は

$$\frac{2N}{N-1} g(\xi) = \frac{1}{1-\lambda\mu\xi} \int_{-1}^{+1} g(\xi') d\xi' \quad (95)$$

を満足せねばならぬ。更に兩邊を積分すると

$$\frac{2N}{N-1} = \frac{1}{\lambda\mu} \log \frac{1+\lambda\mu}{1-\lambda\mu} \quad (96)$$

となり、 $\lambda\mu \cong 1$ と假定すると、

$$\mu \cong \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{3}{N}}$$

となり、(95) の近似解は

$$g(\xi) \cong \frac{2}{v} \left(1 + \sqrt{\frac{3}{N}} \xi \right) \quad (97)$$

となる。之は更に $\xi > 0$ に對して $g(\xi) = \frac{2}{v}$ であるといふ境界条件をも近似的に満足してゐる。この場合の albedo は

$$\beta \cong \frac{\int_{-1}^0 g(\xi) \xi d\xi}{\int_0^1 g(\xi) \xi d\xi} \cong 1 - \frac{4}{\sqrt{3N}} \quad (98)$$

となる。

もつと正確な解を求めるには $-1 \leq \xi \leq +1$ なる領域を適當に區分し、各部分では $f(x, \xi)$ は x 丈の函数とし、(91) に似た聯立微分方程式を解けばよい。區分の數を増せば、近似數はいくらでもよくなる、Wick は區分の數が 6 の場合



について数値計算を行つて居る、その結果を見ると、パラフィンの内部に源が一樣に分布して居る場合、 $x=0$ なる表面から出て行く中性子の速度分布は餘弦法則即ち

$$- \xi d\xi$$

よりは法線の方向に偏り、むしろ Fermi が別の方法から推定した分布則

$$\{(-\xi) + \sqrt{3} \xi^2\} d\xi \quad (99)$$

に近い⁽¹⁷⁾。

Fermi は擴散の方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\lambda v}{3} \Delta n - \frac{1}{\tau} n + q \quad (100)$$

から出發した、之は上の方法に對し、 λ が非常に小さく、 $N = \frac{v\tau}{\lambda}$ が非常に大きく、 $N\lambda^2$ が有限である様な極限の場合に當る。すると例へば $x=0$ の平面の右側をパラフィンとした時、 x なる深さから熱中性子が捕獲されずに出て来る確率を求めると、

$$p(x) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N^2}} x} \quad (101)$$

となる。但し、この値は λ の程度の深さの所には適用出来ない。その邊では密度は急激に變化し、大體

$$n \propto \frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x$$

なることが一次元の場合から類推される。これからして出て行く中性子に對する、分布則 (99) が容易に誘導出来る。

Fermi は尙種々の問題を詳しく論じて居るが、Wick と共通の問題に對する解は大體一致

して居る。此等の結果は色々な實驗を意味づけるのに相當役立つのであるが、後に中性子の群に就いて述べる際に再び觸れる機会があらうと思ふ。

引用文献

- (17) Fermi, Ric. Scient. VII~2, 13, 1936.
- (18) Yukawa, Proc. Phys-Math. Soc. Japan 18, 507, 1936.
- (19) Fermi, Zeeman Festschrift, S. 128, 1935.
- (20) Horvay, Phys. Rev. 50, 897, 1936.
- (21) Wick, Rendiconti, lincei XXIII, 774, 1936.
- (22) Dunning, Pegram, Fink, Mitchell and Segre, Ohys. Rev. 43, 704 1935; 49, 103, 1936.

遅い中性子の理論 (I) 誤植訂正

430 頁 (2) 式を $P(E_1) dE_1 = dE_1 / E_1$,

435 頁 12 行「と比較實驗」を「實驗と比較」,

336 頁 5 行 $W = 2.1 \times 10^6 \text{eV}$ を

$$W = 2.2 \times 10^6 \text{eV},$$

439 頁 (31) 式の右邊の 2 を除き

$$A(\vec{r}_1) = c \sqrt{\frac{h}{v}} \frac{e^{i\pi \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 / c}}{n e^{i\pi \vec{r}_1 \cdot \vec{r}_2 / c}},$$

440 頁 11 行「考へて居り」を「考へると」,

441 頁 (40) 式の右邊の 4 を除き

$$|r_{21}|^2 \cong (g_1 - g_n)^2 \frac{\pi^2 e^2 h^3 v}{M^2 c^2} \times \left| \int \dots \int \vec{\psi}_2(\vec{r}, \vec{r}_2) \vec{\psi}_1(\vec{r}, \vec{r}_1) d\vec{v}_1 d\vec{v}_2 \right|^2,$$

442 頁 欄外「化合結合」を「化學結合」と夫々訂正する。

† 例へば albedo は (98) のかほりに

$$\beta \cong 1 - \frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} N} \text{ となる.}$$

量子論解釋の變遷と其の文獻 (II)

天 野 清

§6. 不確定原理の本質 §8. 観測と統計
§7. 量子力学に於ける状態 §9. 観測装置とその Complementarity

§6. 不確定原理の本質⁵⁵⁾ 原子的領域へ粗大な日常の運動學的概念をそのまま extrapolate し得ない⁵⁶⁾事は既に述べた處であるが、他方一切の日常的概念の轉用を禁じて嚴密に經驗的に基礎づけられた關係のみを以て物理的理論を構成せんとする要求も徹頭徹尾遂行不可能なる事實⁵⁷⁾を認めざるを得ない。原子的存在と雖も實驗操作の對象としては(少くとも 'qualitativ' には)直觀的に把握されなければならない⁵⁸⁾。此の量子力学⁵⁹⁾固有の數學的手段の抽象性と實驗操作の粗視的性格との矛盾は極めて注目すべき問題を提出するものと言へやう。

此の矛盾を克服するのに二つの途が考へられる。その一は實驗的に知られた。原子的領域獨特の量子的現象から出發し、實驗操作が前提する直觀性の權利とその限界を明かにする

55) (§7, 8, 9 と併せて見られたい)。不確定原理若くは不決定關係は種々の名稱で呼ばれる。例へば Unbestimmtheit (indeterminacy), Ungenauigkeit, Unsicherheit (uncertainty) 等。Schrödinger [Berl. Ber. S. 296 (1930)] が用ひた Unschärfeprinzip なる表現にも棄て難い長所がある。

此の報告では到底不確定原理を全面的に取扱はれないので周知の思考實驗の例などは全く省略し、單に此の原理の意義本質を闡明するに止めた。近く公刊されるべき富山小太郎氏の著述(岩波-科學文獻抄)に期待する。monograph として Actualités scientifiques et industrielles 中に紹介的著述が二三あるが Heisenberg の P. Q. T. に見るに如かない。

56) H. A. Kramers, Grundlagen der Quantentheorie, S. 4 其他, 前報告 §3 をも参照

empirisch-kritisch な途であり、他は抽象的數學的諸關係から出發し之を經驗に依つて確めつゝ、物理的解釋を施す axiomatisch-dogmatisch な途であらう⁶⁰⁾。

量子論解釋上劃期的な寄與とも言ふべき Heisenberg の論說「量子論的運動學及び力学の直觀的内容に就て」⁶¹⁾は主として第一の途を採

57) W. Heisenberg, P. Q. T. S. I, 其他彼の比較的近年の論文では屢々此の問題が探り上げられて居る。特に講演 Prinzipielle Fragen der modernen Physik (Wandlung-en u. s. w. S. 49-50) では、「すべての科學以前にあらゆる不明確な概念を淨化しよう」としても、どの概念が疑ひないものか否かの Kriterium がないので「經驗の強制」を待つ外はない。前以て概念を明晰化して了はうとするのは、科學の未來の發展を言葉の論理的分析で豫定しようとするに等しいと述べて居る。又、古古典物理学の法則は量子論的法則の $h=0$ なる極限の場合となるが、之等の法則に對應する古典的概念は自然科学の不可欠の要素である(同書 S. 52) N. Bohr は「物理的観測の本質には、總ての經驗は結局作用量子を度外視して古典的概念を借りて表現されなければならないといふ事實が横はつて居る」ことを注意して Heisenberg の先驅をなした Naturwissensch. 17 S. 483 (1929); Atomtheorie und Naturbeschreibung, S. 10 (1931) Berlin; Phys. Rev. 48, p. 699-701 (1935) 参照

58) W. Heisenberg, ZS. f. Phys. 43, S. 172, P. Jordan, A. Q. T. S. 114-115 では之がモデルの復活とは異なる事が注意されて居る。(108) 参照

59) 以下波動力学をも量子力学の中に合めて考へを。何故なら後述の如く兩者は本質的に差別がないからである。

60) 歴史的には先づ後者が發達して前者は反省的に附加されたのであるが、此の報告はその認識論的性質上前者から述べる。Heisenberg, P. Q. T. S. 8 参照。又、前者が個體的な思考實驗を利用し、後者が統計的解釋と結びつきのも當然と言へやう。

61) ZS. f. Phys. 43, S. 172 (1927)。Heisenberg は Bohr の影響下に之を著したが、他方 Pauli の研究 (II) の延長をなすものとも言つた。個々の内容に就ては近時の彼の見解は此の當時に比し相當變化して居ることに注意すべきである。

