§ 其ノ他ノ應用例.

前節ニ述ベタKepler問題ノ他ノ應用例ヲ次ニ簡單ニノベテオカウ。

1. Planck ノ Oscillator.

先一次元ノOscillatorヲ考ヘテ見ル。coordinate qヲ以テ elongationト質量ノ平方根トノ積ヲアラハストスルト 運動ノenergyハ $\dot{q}$ 及ビ p デアラハストキ夫々

$$\overline{T} = \frac{1}{2}\dot{q}^2 \qquad \text{及ビ} \qquad T = \frac{1}{2}p^2$$

トナリ. potential energyハ

$$V(q) = 2\pi^2\nu_0^2 q^2$$

ν_0ハoscillatorノ固有振動數ヲアラハス。
スルト今ノ場合ノ波動方程式ハ

$$\frac{d^2\psi}{dq^2} + \frac{8\pi^2}{h^2}\left(E - 2\pi^2\nu_0^2 q^2\right)\psi = 0 \qquad (26)$$

簡單ノタメ

$$a = \frac{8\pi^2 E}{h^2}, \qquad b = \frac{16\pi^4\nu_0^2}{h^2} \qquad (27)$$

トオキ, 又

$$x = q\sqrt[4]{b}$$

トスルト.

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(\frac{a}{\sqrt{b}} - x^2\right)\psi = 0 \qquad (26)'$$

トナル。 コノ方程式ノ eigenwert 及ビ eigenfunction ハ
夫々

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = 1, 3, 5 \cdots (2n+1) \cdots \qquad (28)$$

及ビ Hermite ノ orthogonal functions

$$e^{-\frac{x^2}{2}} H_n(x)$$

ニヨッテ與ヘラル。
但シ $H_n(x)$ ハ n 次ノ Hermite ノ多項式デ

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^2 e^{-x^2}}{dx^n}$$

詳シクカケバ

$$H_n(x) = (2x)^n - \frac{n(n-1)}{1!}(2x)^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2!}(2x)^{n-4} - \cdots\cdots + \cdots$$

例ヘバ　$H_0(x) = 1$　　$H_1(x) = 2x$

$H_2(x) = 4x^2 - 2$　　$H_3(x) = 8x^3 - 12x$

デアル。

先ヅ eigenwert ヲ考ヘテ見ルト. (27)(28) カラ

$$E_n = \frac{2n+1}{2} h\nu_0 \quad ; \quad n = 0, 1, 2, 3, \cdots$$

即チ energy level トシテハ. oscillator ノ固有ノ energy quantum $h\nu_0$ ノ $\frac{1}{2}$ 奇数倍ガアラハレル。コレヨリ radiation ノ frequency ニ関係スルノハ levels ノ間ノ差デアツテ之ハ今迄ノ理論ト同ジク $h\nu_0$ ノ整数倍デアル。