DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..................

NO..................

Carl Störmer, Über die Probleme des Polarlichtes
(Ergebnisse der Kosmischen Physik Bd I.)
Seite 1 — 82.

IV. Probleme in Verbindung mit der Corpuscular theorie der Polarlichter. Fall eines Elementarmagneten. S.37–

Kr. Birkeland, 1901 : 實験.
H. Poincaré, 1896, C.R. 123 ~~巻~~ : magnetisches Pol.
Störmer, 1902–1903 : mag. Dipol.

(i) Dipol の Achse は ~~Pol~~ mag. Pol と Nordpol の中点辺で Grönland の Smiths Sound の近くで地面に貫かれる.

(ii) Corpuskeln が Sonne から Erde へ到来する間にそれらの relative Lage は変化しないと仮定する.

(iii) Ströme 中の Corpuskeln 相互の abstoßung は vernachlässigbar と仮定する

(iv) Sonnenmagnetismus, Sonne, Erde oder Planeten の el. st. oder el. mg. Wirkung 及び Gravitation, Lichtdruck 等は凡て neglect する.

§10. Grundgleichungen im Falle eines Dipols.

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -e\left[\frac{dy}{dt}H_z - \frac{dz}{dt}H_y\right], \text{ etc}$$

$$H_x = -M\frac{3xz}{r^5}, \quad H_y = -M\frac{3yz}{r^5}, \quad H_z = -M\frac{3z^2-r^2}{r^5}$$

$ds = v\,dt$. s : Bogenlänge der Bahn

$$\frac{d^2x}{ds^2} = \frac{c^2}{r^5}\left[3yz\frac{dz}{ds} - (3z^2-r^2)\frac{dy}{ds}\right], \text{ etc}$$

$$c = \sqrt{\frac{Me}{mv}}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

Längeeinheit を c Zentimeter に取る.

$$\left.\begin{aligned}\frac{d^2x}{ds^2} &= \frac{3yz}{r^5}\frac{dz}{ds} - \frac{3z^2-r^2}{r^5}\frac{dy}{ds}.\\ \frac{d^2y}{ds^2} &= \frac{3z^2-r^2}{r^5}\frac{dx}{ds} - \frac{3xz}{r^5}\frac{dz}{ds}.\\ \frac{d^2z}{ds^2} &= \frac{3xz}{r^5}\frac{dy}{ds} - \frac{3yz}{r^5}\frac{dx}{ds}.\end{aligned}\right\}\quad (\mathrm{I})$$

$x = R\cos\varphi$, $y = R\sin\varphi$.

$$\frac{d}{ds}\left(R^2\frac{d\varphi}{ds}\right) = \frac{d}{ds}\left(\frac{R^2}{r^3}\right)$$

これより, ∫して. $$R^2\frac{d\varphi}{ds} = 2\gamma + \frac{R^2}{r^3}. \quad (\mathrm{II})$$

$$-\infty < \gamma < +\infty.$$

$$\left.\begin{aligned}&\frac{d^2R}{ds^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial Q}{\partial R}, \quad \frac{d^2z}{ds^2} = \frac{1}{2}\frac{\partial Q}{\partial z}\\ &\left(\frac{dR}{ds}\right)^2 + \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = Q,\\ &Q = 1 - \left[\frac{2\gamma}{R} + \frac{R}{r^3}\right]^2\\ &r^2 = R^2 + z^2.\end{aligned}\right\}\quad (\mathrm{III})$$

Bewegung は

1. Die Bewegung des Elektrons in der Ebene E (eine Meridianebene E).
2. Die Drehung der Ebene E um die Z-Achse.

に zerlegen される.

§11. Räume, aus denen die elektrischen Corpuskeln nicht heraustreten können.

(III) より.
$$\left(\frac{2r}{R} + \frac{R}{r^3}\right)^2 \leq 1,$$

oder $$-1 \leq \frac{2r}{R} + \frac{R}{r^3} \leq 1$$

Q_r, die Teile des Raumes, wo diese Bedingung erfüllt ist,

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ~~Jan~~ Feb. 18, 1935

Colloquium

NO. 1

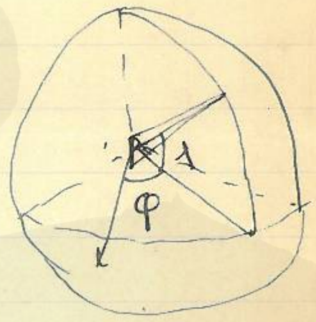
Latitude and Azimuthal Effect of Cosmic Radiation
(G. Lemaître and M. S. Vallarta, Phys. Rev. 43, 87, 1933
" 44, 1, 1933)

地球の magnetic field を dipole と考へる。
moment M. ~~地~~ 地球の中心を origin とし、任意点の coord. を r, φ, λ で表はす。但し λ は magnetic latitude.

すると magnetic potential は $\dfrac{M \sin\lambda}{r^2}$

$$H = -\operatorname{grad} \frac{M \sin\lambda}{r^2}$$

$$\left.\begin{aligned} H_r &= \frac{2M}{r^3} \sin\lambda \\ H_\lambda &= -\frac{M}{r^3} \cos\lambda \end{aligned}\right\}$$



eq. of motion は

$$\left(\frac{m}{eM}\right)\left(r\ddot{\lambda} + 2\dot{r}\dot{\lambda} + r\dot{\varphi}^2 \sin\lambda\cos\lambda\right) = -\left(2/r^2\right)\dot{\varphi}\sin\lambda\cos\lambda$$

$$\left(\frac{m}{eM}\right)\left(\ddot{r} - r\dot{\lambda}^2 - r\dot{\varphi}^2\cos^2\lambda\right) = -\left(\cos^2\lambda / r^2\right)\dot{\varphi}$$

$$\frac{m}{eM}\,\frac{1}{r\cos\lambda}\,\frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\varphi}\cos^2\lambda\right) = \frac{2\dot{\lambda}}{r^2}\sin\lambda + \frac{\dot{r}}{r^3}\cos\lambda$$

e: particle の charge.　　m: mass $= \dfrac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$

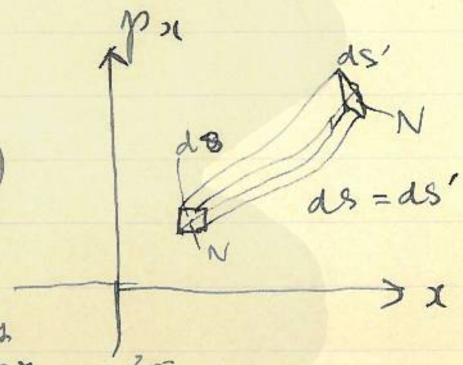
この場合 velocity の大いさ v 即

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\lambda}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\cos^2\lambda$$

は一定である。
故に mass m = const と考へて time diff. の外に出してある。

之等の運動方程式は Hamiltonian から derive 出来る。

であるから Liouville の theorem が apply 出来る。
即ち $(x\,y\,z\;p_x\,p_y\,p_z)$-space における particle の密度は time と共に変らぬ。



そこで cosmic ray の intensity distribution が $r \to \infty$ に於て homogeneous isotropic とする。
please space の r の非常に大きな所では ~~…~~ density は uniform（但し $(v, v+dv)$ の間の ~~…~~ 単へつてない粒子の内で、いひかへれば p, $p+dp$ の間 …
… ($\because$ $r \to \infty$ では ~~field~~ potential は 0 なるが故、v と p は比例する)
従って infinity からやって来る particle の地上の位置を点に於て取れ、please space の volume に比例する。
故に空間的の一定の volume に於ては p-space の volume に比例する。 ~~…~~ dp
所で energy は一定だから dv は infinity で変らぬ。故に dp も ~~…~~ 地上と至って並んで一定。又 v と p とは地上に於て並んで比例してゐる。結局、色んな可能な p の方向の全て solid angle の分布は v の solid angle、いひかへれば、infinity から来る particle の方向の作る cone の solid angle を求めれば、cosmic ray の intensity はこれに比例することになる。
この cone が完全に開いたならば intensity は max.

変更に関して+には intensity は 0 である。
で関係は cone の solid angle の性質にある。

先 φ に関する式を積分すると

$$-\left(\frac{m}{eM}\right) r^2 \dot{\varphi} \cos^2\lambda = 2\gamma + \frac{1}{r}\cos^2\lambda$$

$$\gamma : \text{const.} \quad \cancel{r\to\infty}. \quad \gamma = \lim_{r\to\infty} \frac{m(r\cos\lambda)\cdot r\dot{\varphi}\cos\lambda}{-2eM} = \frac{\text{ang } \cancel{\text{mag}} \text{ momentum (at } \infty \text{ in z-direction)}}{-2eM}$$

$-\infty < \gamma < \infty$

次に equation of motion から λ と r のみに関する diff. eq. を出すことができる。 (10)
次に ~~motion~~ は先. λ と r の関係, 即ち meridian plane 上の motion を求め, 次に φ の変化 即ち meridian plane の magnetic axis のまわりの rotation を求めればよいことになる。

particle の path と meridian plane の間の角度 θ とすると,

$$v \sin\theta = r\cos\lambda \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

西から来れば $\theta > 0$.
所で 単位をかへて. electron volt で書くと

$$x = \left(\frac{mv}{\cancel{2}|e|M}\right)^{1/2} r. \qquad = (12) \qquad 3_6 \,?$$

$$\gamma_1 = -\left(\frac{|e|M}{mv}\right)^{1/2} \gamma.$$

とおくと、上式は

$$\mp \sin\theta = \frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2} \qquad (14)$$

となる．

地球の半径を R と~~おく~~し、 $x_0 = \left(\frac{mv}{eIM}\right)^{1/2} R$ とおくと．

v が定まれば x_0 が定まる．

又 infinity に於ける運動方向が定まれば γ_1 が定まる．

x_0 と γ_1 の色々な値について (14) 式を吟味する．

$x_0 < 1$, $\gamma_1 > 1$ とすると、(14) の ~~軌道~~ が~~は soluble な範囲は $x > 1$ なる故~~ $x = 1$ の近では solution をもたぬ．故に ~~motion は closed orbit~~ orbit で前から来たもの ~~は~~ 出ない．又遠方から来たものの二つに判然と分けられる．出来ない．

~~$\gamma_1 = 1$ とすると，~~ $= -\frac{2}{x\cos\lambda_1} + \frac{\cos\lambda_1}{x^2}$

~~$x =$~~ ~~$\sin\theta$~~ ~~x_0 を小さくして~~ $\sqrt{2}-1$ より小で

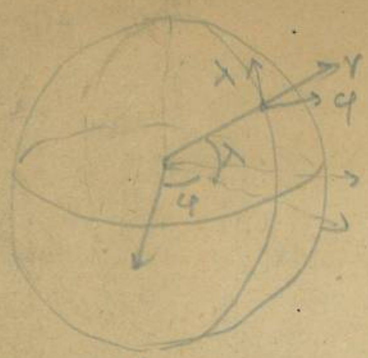
γ_1 を小さくすれば かくの solution のない所はない．

~~$(\mp\sin\theta)\, x_0^2 + 2\gamma_1 x$~~

$$\left(\because \quad x = \frac{\gamma_1/\cos\lambda \pm \sqrt{\gamma_1^2/\cos^2\lambda + \cos\lambda(\mp\sin\theta)}}{(\mp\sin\theta)}\right.$$

$$\left. x_{min} = \sqrt{2}-1 \right)$$

γ_1



$$H = -\operatorname{grad} \frac{M \sin\lambda}{r^2}$$

$$H_r = \frac{2M}{r^3}\sin\lambda, \quad H_\lambda = -\frac{M}{r^3}\cos\lambda$$

$$F = e\left[\frac{dr}{dt} H\right]$$

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\dot{r}}{dt}{}_r &= \dot{r} \\ \frac{d\dot{r}}{dt}{}_\varphi &= r\dot{\varphi}\cos\lambda \\ \frac{d\dot{r}}{dt}{}_\lambda &= r\dot{\lambda} \end{aligned}\right\}$$

$$F_r = e r\dot{\varphi}\cos\lambda \cdot \frac{-M}{r^3}\cos\lambda$$

$$F_\varphi = e\left\{ r\dot{\lambda}\frac{2M}{r^3}\sin\lambda + \dot{r}\frac{M}{r^3}\cos\lambda \right\}$$

$$\omega_r = \dot{\varphi}\sin\lambda, \quad \omega_\varphi = -\dot{\lambda}$$

$$\omega_\lambda = \dot{\varphi}\cos\lambda$$

$$F_\lambda = -e\, r\dot{\varphi}\cos\lambda\, \frac{2M}{r^3}\sin\lambda$$

$$\left.\frac{d^2 r}{dt^2}\right|_r = \ddot{r} + (-\dot{\lambda})r\dot{\lambda} - \dot{\varphi}\cos\lambda(r\dot{\varphi}\cos\lambda)$$

$$\left.\frac{d^2 r}{dt^2}\right|_\varphi = \overline{r\dot{\varphi}\cos\lambda}^{\,\cdot} + \dot{\varphi}\cos\lambda \cdot \dot{r}\varphi - \dot{\varphi}\sin\lambda\, r\dot{\lambda}$$

$$\dot{r}\dot{\varphi}\cos\lambda + r\ddot{\varphi}\cos\lambda - r\dot{\varphi}\sin\lambda\cdot\dot{\lambda}$$

$$= \frac{1}{r\cos\lambda}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\cos^2\lambda)$$

$$\left.\frac{d^2 r}{dt^2}\right|_\lambda = r\ddot{\lambda} + 2\dot{r}\dot{\lambda} + \dot{\varphi}\sin\lambda \cdot r\dot{\varphi}\cos\lambda$$

$$+ \cancel{\dot{\lambda}\dot{r}}$$

$$\left(\frac{m}{eM}\right)(\ddot{r} - r\dot{\lambda}^2 - r\dot{\varphi}^2\cos^2\lambda) = -\left(\frac{\cos^2\lambda}{r^2}\right)\dot{\varphi}$$

$$\left(\frac{m}{eM}\right)\frac{1}{r\cos\lambda}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\cos^2\lambda) = \frac{2\dot{\lambda}\sin\lambda}{r^2} + \frac{\dot{r}\cos\lambda}{r^3}$$

$$\left(\frac{m}{eM}\right)(r\ddot{\lambda} + 2\dot{r}\dot{\lambda} + r\dot{\varphi}^2\sin\lambda\cos\lambda) = -\frac{2\dot{\varphi}\sin\lambda\cos\lambda}{r^2}$$

m: relat. mass $\quad v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\lambda}^2 + r^2\dot{\varphi}^2\cos^2\lambda = \text{const}$

(2)

$$\left(\frac{m}{eM}\right)\frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}\cos^2\lambda) = \text{[illegible]}\frac{d}{dt}\left(\frac{\cos^2\lambda}{r}\right)$$

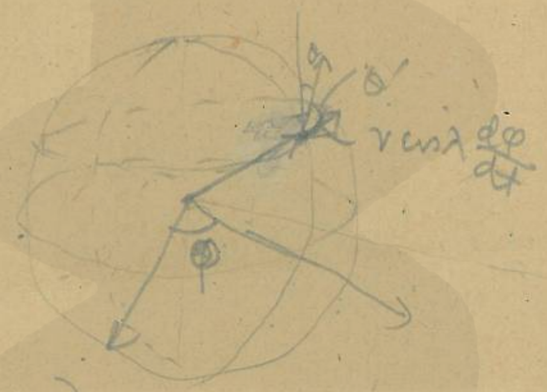
or $$-\left(\frac{m}{eM}\right) r^2\dot{\varphi}\cos^2\lambda = 2\gamma + \frac{1}{r}\cos^2\lambda$$

φ-comp of angular momentum (at infinity $r \to \infty$)

$$m r\cos\lambda \cdot r\dot{\varphi}\cos\lambda$$

$r \to \infty$ $$= -2eM\gamma. \qquad -\infty < \gamma < \infty$$

$$v\sin\theta = r\cos\lambda\frac{d\varphi}{dt}$$



$r\dot{r}\dot{r}$

$$\frac{d}{dt}(r\dot{r}) - v^2$$

$$= \left(\frac{e^2M^2}{m^2}\right)\left(\frac{1}{r^4}\right)(2\gamma r + \cos^2\lambda)$$

$$r^2\dot{r}^2 - v^2r^2 = \left(\frac{e^2M^2}{m^2}\right)\left[\int\frac{4\gamma\,dr}{r^2} + 2\int\frac{\cos^2\lambda\,dr}{r^3} - C\right]$$

$$= \frac{e^2M^2}{m^2}\left[-\frac{4\gamma}{r} + 2\int\frac{\cos^2\lambda\,dr}{r^3} - C\right]$$

$$r^2\dot{\lambda}^2 = v^2 - \dot{r}^2 - r^2\dot{\varphi}^2\cos^2\lambda$$

$$m_0^2c^4(kV + m_0c^2)^{-2} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \qquad 1 - \frac{v^2}{c^2} = \left(\frac{m_0}{kV}\right)^2$$

$$\frac{v^2}{c^2} = (1 - m_0^2c^4(kV + m_0c^2)^{-2})$$

$$kV \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \qquad v = c\sqrt{1 - \left(\frac{m_0}{kV}\right)^2}$$

$$kV = mc^2 - m_0c^2$$

$$x = \left(\frac{mv}{\pm eM}\right)^{1/2} r$$

$$\frac{m_0c^2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \varepsilon V + m_0c^2$$

$$1-\beta^2 = \frac{1}{1 \mp \frac{\varepsilon V}{m_0c^2}}, \quad \beta^2 = \frac{\frac{\varepsilon V}{m_0c^2}}{1+\frac{\varepsilon V}{m_0c^2}}$$

$$mv = \frac{\left(\frac{2\varepsilon V}{m_0}\right)^{1/2}}{\left(1+\frac{\varepsilon V}{m_0c^2}\right)^{1/2}}$$

$$\frac{c}{2\varepsilon V}$$

$$\frac{\left(m_0 + \frac{\varepsilon V}{c^2}\right)\left(\frac{2\varepsilon V}{m_0}\right)^{1/2}}{\left(1+\frac{\varepsilon V}{m_0c^2}\right)^{1/2} 2\varepsilon M} \qquad \frac{2\varepsilon V}{c \cdot 2\varepsilon M}$$

$$\frac{c}{\left(\frac{m_0c^2}{2\varepsilon V}\right)^{1/2}}$$

$$= \left(1+\frac{m_0c^2}{2\varepsilon V}\right)^{1/2}\left(\frac{V}{McZ}\right)$$

$r_0 = 6370\,\mathrm{km}$ $\qquad x_0 =$

$$\gamma_1 = -(\pm eM/mv)^{1/2}\gamma.$$

$$\mp \sin\theta = -2\gamma_1/x\cos\lambda + \cos\lambda/x^2.$$

---

grad p_r $\qquad dp_x = m\,dv_x + v_x\,dm + \frac{e}{c}\left(\frac{\partial A_x}{\partial x}dx + \cdots\right)$

$$\sin\theta = \frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2}.$$

$= -1$ 東来
$= 1$ 西来

i) $\gamma_1 > 1$ 　　　 $x=1$; $\sin\theta < -1$

故に, $x_0 < 1$ なる限り cosmic ray は地上に到達し得ない.

$\sin\theta$ が -1 になるのは,

$$-1 = \frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2}$$

をとくと,

$$x^2 - \frac{2\gamma_1}{\cos\lambda}x + \cos\lambda = 0.$$

$$x = \frac{\gamma_1}{\cos\lambda} \pm \sqrt{\frac{\gamma_1^2}{\cos^2\lambda} - \cos\lambda}$$

$$= \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1 \pm \sqrt{1 - \frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

$x_1 = \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1+\sqrt{1-\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\} > \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}$, 　 $x_2 = \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1-\sqrt{\quad}\right\} < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2} = \cos^2\lambda/\gamma_1$

$\sin\theta$ が $+1$ になるのは

$$x = \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1 \pm \sqrt{1 + \frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

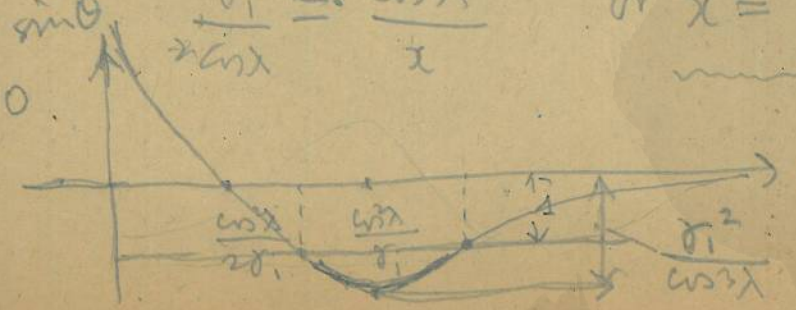
$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2}\right) = \frac{2\gamma_1}{x^2\cos\lambda} - \frac{2\cos\lambda}{x^3} = 0,$$

$$\frac{\gamma_1}{\cos\lambda} = \frac{\cos\lambda}{x} \quad \text{or} \quad x = \frac{\cos^2\lambda}{\gamma_1}$$

$\frac{2\gamma_1}{\cos\lambda} = \frac{\cos\lambda}{x}$

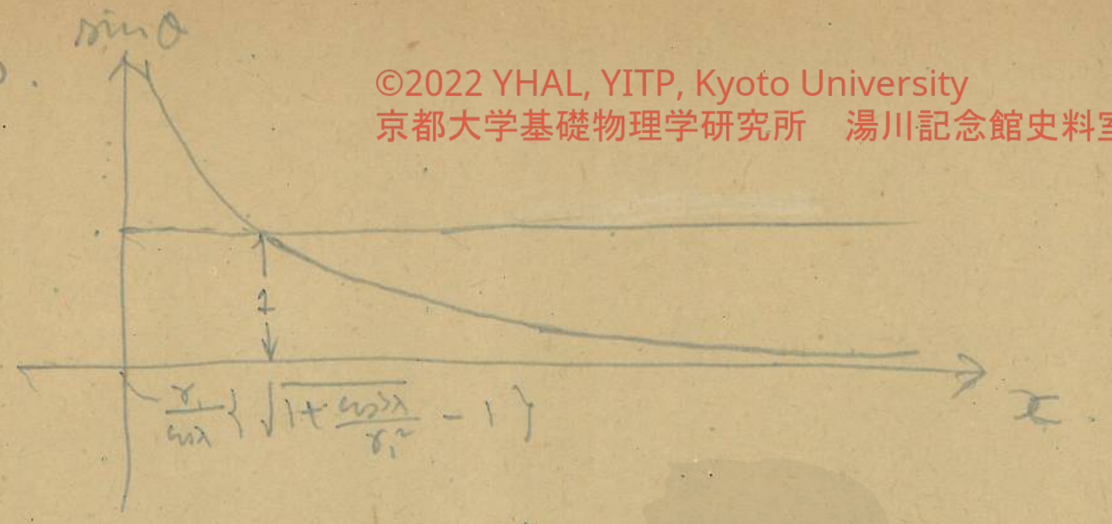
$x = \frac{\cos^2\lambda}{2\gamma_1}$

$\gamma_1 > 0$.



$$\frac{-2\gamma_1^2}{\cos^3\lambda} + \frac{\gamma_1^2}{\cos^3\lambda} = \frac{-\gamma_1}{\quad}$$

(ii) $\gamma_1 < 0$.



$$\frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2} = 1$$

$$x = \frac{-\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1 \pm \sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

$$= \frac{-\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1 + \sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

~~$x_0 <$~~

$$\frac{\partial x}{\partial(\cos\lambda)} = 0,$$

$$\frac{\gamma_1}{\cos^2\lambda}\left\{1 + \sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

$$- \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{\frac{\frac{3}{2}\frac{\cos^2\lambda}{\gamma_1^2}}{\sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}}\right\}$$

$\cos^3\lambda = 8(-\gamma_1)^{2/3}$

$$= \frac{\gamma_1}{\cos^2\lambda}\left\{1 + \frac{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2} - \frac{3}{2}\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}{\sqrt{}}\right\}$$

$$1 + \frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2} = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}\right)^2 \qquad \lambda = \frac{\pi}{2} \to x \to \infty$$

$$\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}\left\{2 \pm \frac{1}{4}\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}\right\} = 0 \qquad \text{or } \frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2} = 8 \to x = -\frac{4\gamma_1}{\cos^2\lambda} = 2(-\gamma_1)^{\frac{1}{3}}$$

(A)

$$\sin\theta = \frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2}$$

$$\gamma_1 > \cos^{\frac{3}{2}}\lambda$$

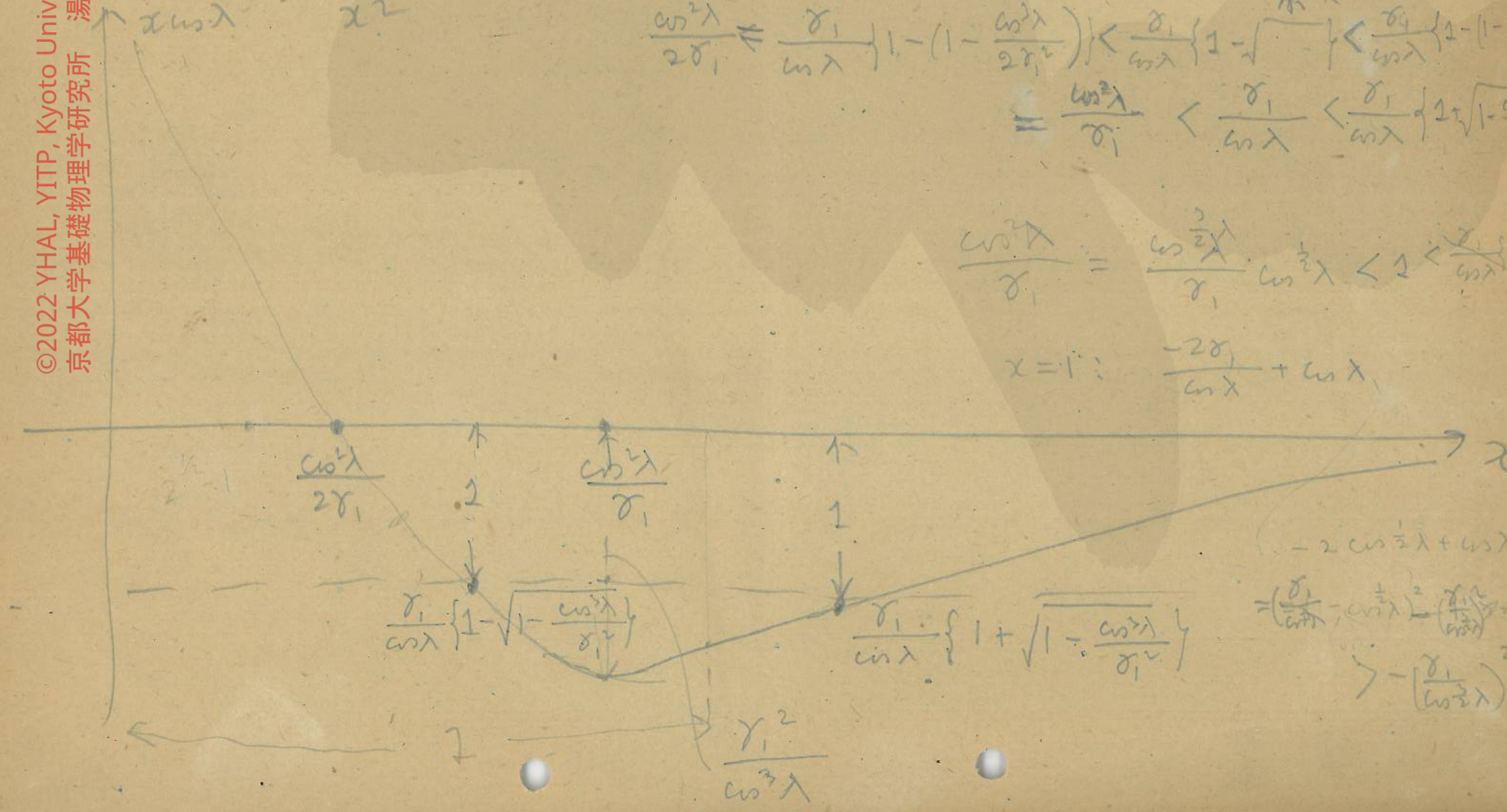
$$\frac{\cos^2\lambda}{2\gamma_1} \leq \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1-\left(1-\frac{\cos^3\lambda}{2\gamma_1^2}\right)\right\} < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1-\sqrt{}\right\} < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1-\left(1-\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}\right)\right\}$$

$$= \frac{\cos^2\lambda}{\gamma_1} < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda} < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1+\sqrt{1-\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$$

$$\frac{\cos^2\lambda}{\gamma_1} = \frac{\cos^{\frac{3}{2}}\lambda}{\gamma_1}\cos^{\frac{1}{2}}\lambda < 1 < \frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\{1+\cdots\}$$

$$x=1: \quad \frac{-2\gamma_1}{\cos\lambda} + \cos\lambda$$

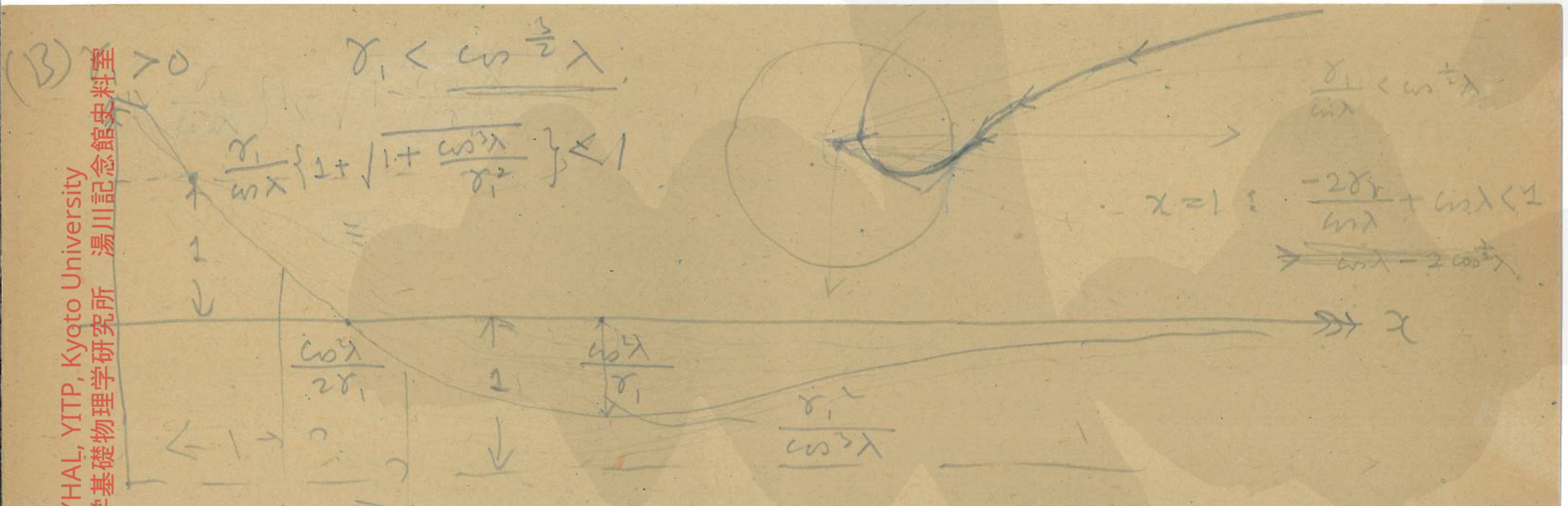
$$\frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2} > 0$$

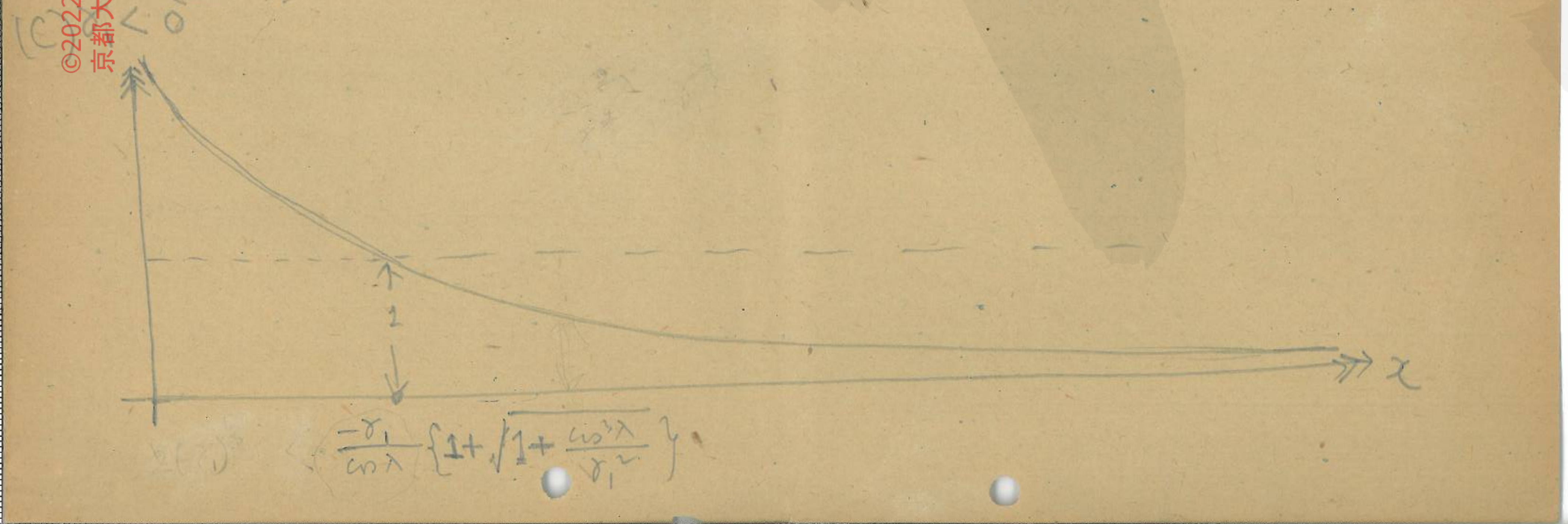


$$-2\cos^{\frac{1}{2}}\lambda + \cos\lambda$$

$$= \left(\frac{\gamma_1}{\cos^{\frac{3}{2}}\lambda} - \cos^{\frac{1}{2}}\lambda\right)^2 - [illegible]$$

$$> -\left(\frac{\gamma_1}{\cos^{\frac{3}{2}}\lambda}\right)^2$$


(B) $\lambda > 0$
$\gamma_1 < \cos^{\frac{3}{2}}\lambda$
$\frac{\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1+\sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\} < 1$
1
$\frac{\cos^2\lambda}{2\gamma_1}$
1
$\frac{\cos^2\lambda}{\gamma_1}$
$\frac{\gamma_1^2}{\cos^3\lambda}$
x
$\frac{\gamma_1}{\cos\lambda} < \cos^{\frac{1}{2}}\lambda$
$x=1$: $\frac{-2\gamma_1}{\cos\lambda} + \cos\lambda < 1$
$\cos\lambda - 2\cos^{\frac{3}{2}}\lambda$


(C) $\lambda < 0$
1
x
$\frac{-\gamma_1}{\cos\lambda}\left\{1+\sqrt{1+\frac{\cos^3\lambda}{\gamma_1^2}}\right\}$

$\left.\begin{array}{l}\sin\theta=1\\ r_1=1\\ \lambda=0\end{array}\right\}$ とおると $1 = \dfrac{-2}{x} + \dfrac{1}{x^2}$

この解 $x = -1 \pm \sqrt{1+1} = \sqrt{2}-1$

さうすると この値を入れると

$\sin\theta \rightarrow \dfrac{-2r_1}{(\sqrt{2}-1)\cos\lambda} + \dfrac{\cos\lambda}{(\sqrt{2}-1)^2}$

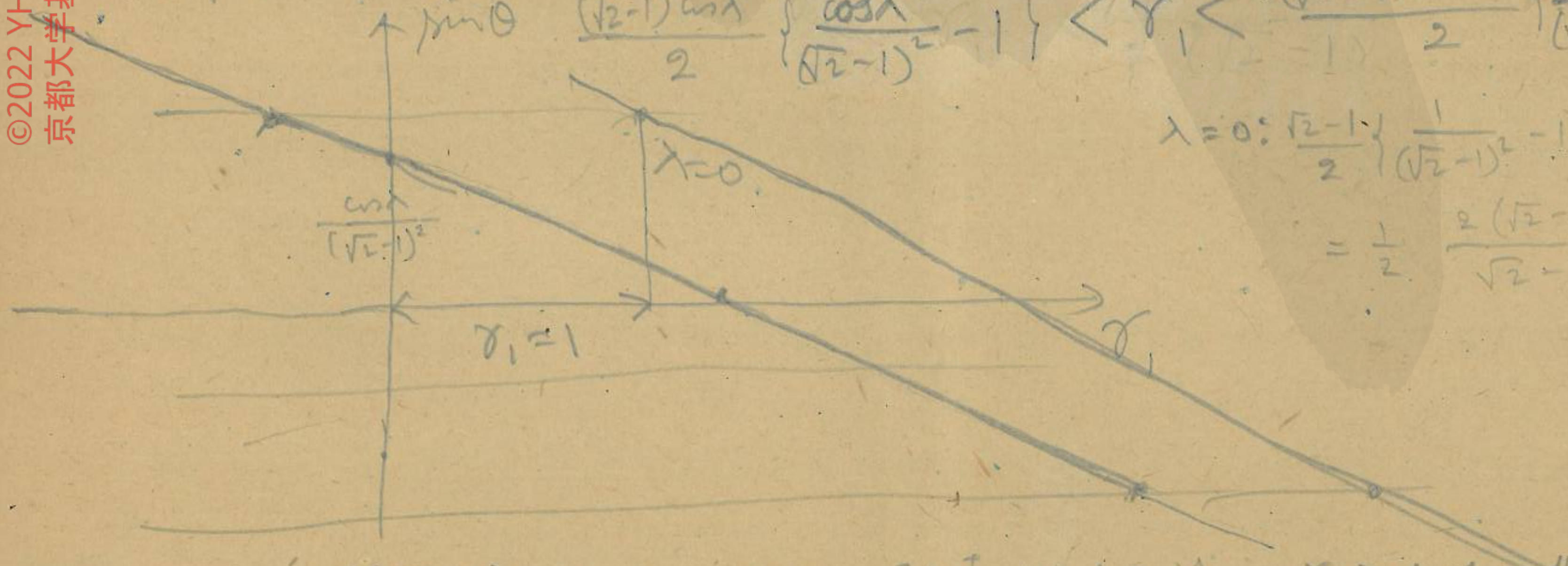
r_1 をかへ ~~……~~

$\dfrac{(\sqrt{2}-1)\cos\lambda}{2}\left\{\dfrac{\cos\lambda}{(\sqrt{2}-1)^2}-1\right\} < r_1 < \dfrac{(\sqrt{2}-1)\cos\lambda}{2}\left\{\dfrac{\cos\lambda}{(\sqrt{2}-1)^2}+1\right\}$

$2-1+2\sqrt{2}$

$\lambda=0$: $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\left\{\dfrac{1}{(\sqrt{2}-1)^2}-1\right\} = \dfrac{1}{2}\left\{\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}-(\sqrt{2}-1)\right\}$

$= \dfrac{1}{2}\dfrac{2(\sqrt{2}-1)}{\sqrt{2}-1} = 1$



故に $x_0<(\sqrt{2}-1)$ ならば 地上に到達しうるのは $r_1>1$ なる場合ばかりで之は (A) により不可能

$x < \sqrt{2}-1$ に對しては $\frac{-2}{x^2} + \frac{1}{x^2} > 1$.

故に赤道では $\gamma_1 = 1$ なるものはない、$\gamma_1 < 1$ のものは[illegible]ない。

$\gamma_1 > 1$ のものは 考へられない。(A) による。

$x > \sqrt{2}-1$ ならば $-\frac{2}{x} + \frac{1}{x^2} < 1$

故に γ_1 1 より少しく小なるもの丈来る。

(A), (B) により、最初 $\left(\frac{dx}{dr}\right)_{x=0}$ $r\frac{dx}{dr}$ = [illegible] とすると いつまでも 0 である。

故に入射角は 0、∴ γ_1 が 1 より少しでも小さいなら (B) により

($\gamma_1 < \cos^2 i_0$ ならば) 地球に到達しうる。

Electron 10^{10} volt ;

$m = 0.9 \times 10^{-27}$

$c^2 = 9 \times 10^{20}$

$e = 4.77 \times 10^{-10}$

$V = 10^{10}$

$Mc = 8.6 \cdot 10^{25}$ [illegible]

$300 \frac{mc^2}{eV} = \frac{3 \times 9 \times 0.9 \times 10^{-5}}{4.77}$

$= \frac{24.3}{4.77} \times 10^{-5}$

$\left(\frac{V}{300Mc}\right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{10^{10}}{25 \times 10^{24}}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{40}$

$R = 637 \times 10^{8}$

$x_0 = 40 \times 10^{-2} = 0.4$

10-80

さて 地上で $\sin\theta = 1$ (east horizon) なる方向に来るもの がない。即ち、 $\frac{\quad}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2} = 1$ となる

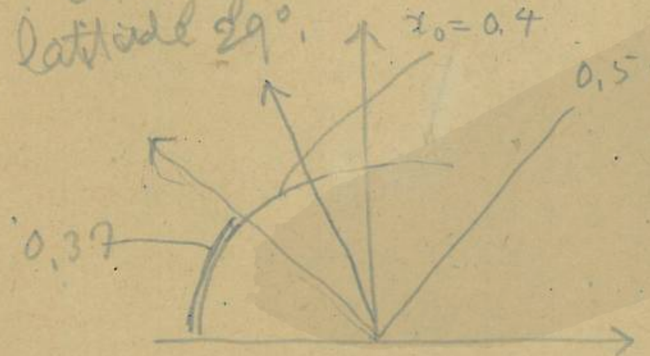
~~与へられた x に対し~~

な γ_1 ~~を考へると $\frac{\cos\lambda}{2}$~~ の値に対しては を考へると、 $\sin\theta < 1$ なる時の γ_1 は之より大きくなければならぬ。 なぜならば、 $\sin\theta = 1$ なる時の γ_1 で、 Aての λ に対し (A) の如き場合になるなら(故に $\gamma_1 > 1$)

$\sin\theta < 1$ なる時の γ_1 に対しては同様 さうなる 故に 他の方向から来るなら 必ず east horizon の方向からも来る。

そこで east horizon から geomagnetic meridian の方向に 方向に 沿った cone の angle を estimate する。 之を色んな latitude energy について やる。 Vallarta Table I, II.

latitude 29°.



$x_0 > 1$ ~~$\sin\theta = \frac{-2\gamma_1}{x\cos\lambda} + \frac{\cos\lambda}{x^2}$~~

~~$x = 1$: $\sin\theta = \frac{-2\gamma_1}{\cos\lambda} + \cos\lambda$~~

$\gamma_1 > 0$ なら $\sin\theta < 0$ になり 去って行く一方、

$\gamma_1 < 0$ なら $\sin\theta > 0$ 〃 〃 〃