(1) Quantenelektrodynamik の困難
(i) Matter の Wechselwirkungsenergie が二重に数へられていること。
(ii) $\frac{e}{c}\psi^{\dagger}(\alpha A_i)\psi$ なる形の Wechselwirkungs term まで ない。A_i と ψ, $\psi^{\dagger}$ とを non-comm. とすれば selbstenergie はなくなる。

DATE 原子核の理論

核構造に関する二三の疑問

原子核に関する実験的知識が最近急激に豊富になつたのに反し、之を説明すべき量子力学的理論の方は却つて一時停頓の状態にある。それは第一に相対性量子力学が確立されておらぬこと、第二に従来の如く核の構成要素、即ち陽子、電子、α粒子、中性子及び陽電子等の中いづれを窮極的な粒子と考へるべきかが未定であることによる。

第一の問題に関係して考へられるのは、Gamow等の理論の様に非相対性量子力学を核の自然崩壊、人工破壊の問題に応用して実験と割合によく合ふ結果の得られることで、これから陽子等の重い粒子に関する限り相対性による補正は重要でないかと考へる。しかし相対性的の理論を要する phenomenologisch な理論で根本的な解決を与へ得ないことは明かである。その上原子核の質量欠陥(mass defect)なるものは非相対性的には全く理解出来ない。即ち電場及び磁場による ion の径路の湾曲

Dirac; Heisenberg
q.a.m,
困難
量子力学と量子論的

DATE されたもの、分母のMは非相対性論的に

ら定めた~~質量Mc²を定める場合~~、 にいへば、重心の質量即ち核を構成する素粒子(勿論核の中の粒子をも考へて)の質量の和であって、素粒子の相互作用の~~エネルギーが potential energy である~~ には関係ない筈。所が実際には~~単なる~~素粒子の質量の和ではなく、~~相互作用のエネルギーの質量への~~ ~~るから~~、核内の粒子の相互作用のエネルギーが外部に対しては核の質量としてあらはれてゐる。即ち相対性理論に従ってエネルギーと質量の同等性を仮定せねばならぬ。

であるからしてたとひ核内に電子陽電子の如き軽い粒子が存在しないとしても、核を相対論的に取扱はねばならぬ。

第二の問題に関しては、先ず粒子は第二次のものとして取除き(未だ確実な根拠はない)更に陽電子はDiracの反電子(anti-electron)と同じものとするなら、結局陽子、電子、中性子の何れを素粒子とすべきかといふことになる。~~然るに~~ ~~我々は~~未知のものが考へられた場合には之を~~我~~には之を既知のものによって説明しようとす

DATE　　　　　　　　　　(　　)

で中性子が発見された時には、人々はそれを電子と陽子の結合体の様に考へた。

る性質の傾向をもつてゐる。しかし自然現象に於てはこの逆の場合が甚だ多い。例へば[illegible]に陽電気を帯びたもののあらはれることは稀で~~発見されにくか~~あるが、物体は却つて帯電性からなつてゐる~~ことなく~~如きものである。発見され難いといふことは、あるものが不安定で他のものに変り易いことを意味してゐるが、それが他のものに変はる~~といふことは、ある場合には他~~にしても結局ある場合には自然に他のものにもあれば、他のものとの結合による場合もある。核の破壊のごとき、~~分子~~いづ破壊的現象に於てそれは其の独立性を保つて飛び出すものは、非常に安定な結合物か、しからずんば基本的な粒子でなければならぬ。此の意味でCurie Joliot[†]に従つて~~neutr~~中性子は1,012の質量数を有し、陽子は~~電子は~~中性子と陽電子が$5 \cdot 10^6$ eVの~~energy~~エネルギーで結合したものとすると陽子が核外に核破壊に際して安定であつたわけで、~~…~~中性子を陽子と電子との等価なこととなり、Chadwick等の中性子を陽子~~と電~~と電子の結合体とする考へよりも具合がよい。

p.48.

†

(20×20)　　　　　　　　　　(大阪帝國大學理學部物理學教室)

この二つの考へより
、然し、核が出来ることになる。

~~かく考へれば~~ 中性子を陽電子とは大なる affinity を持つてをり、中性子と陽電子とは（それぞれとして）相互間に強い引力を及ぼす ~~作用は著しくない~~、ことが実験的に知られてゐる。陰陽電子の中性子に対する作用の相違は、かゝる陽電子を Dirac の負電子、即ち負エネルギーの状態の電子の空洞と考へれば理解し得る。即ち中性子は他の粒子が同一点に集まることを妨げる性質を持つてをり、~~従つて電子よりも~~ 周囲の空隙を作る。~~それが~~ そこに電子の空隙 ~~が出来る~~、中性子と陽電子の結合体としての陽子が出来ると考へられる。つまり電子同志の間に Pauli の ~~exclusion principle~~ 排他律が成立する様に、中性子と電子の間に一種の排他律が成立すると考へられる。かゝる考へを基礎付けることは現在の理論の範囲外の問題であるが、~~恐らくは~~ 恐らくは ~~quantized field function~~ 量子化された wave 函数に対する V.R. 交換関係として表はされるであらう。

~~中性子陽電子に関する問題として~~

~~さて従つて相対性電子方程式は~~ 一個の電子に関する問題では ~~相対性的に取扱ひ得る~~ Dirac の波動方程式によつて

$\overline{H} = \int \psi^\dagger H \psi \, dv$ $\psi \to \psi^\dagger$, $\psi^\dagger \to \psi$.

$\cancel{= \int \psi H \psi^\dagger dv}$ $\psi_1 = -\overline{\psi}_4$, $\psi_2 = +\overline{\psi}_3$, $\psi_3 = \overline{\psi}_2$, $\psi_4 = -\overline{\psi}_1$

陽電子の問題は実際電荷が+eで、質量が電子と同じ粒子の運動の問題と同等であるから†、電子及び陽電子に関係した問題に対しては、相対論的~~取~~扱ひが可能である。しかし(現在の所では)その範囲には制限がある。原子核の内部の電子、陽電子の~~関係する~~問題になつてくると、最早Diracの理論丈では不十分で更に新たな相対論的~~量子力~~学の問題になつてくるが、

~~しかし~~ 差しあたりDiracの理論が大体の予想をしてゐることは否めない。

電子がCoulombの引力~~の場~~の作用する場合には其のエネルギー固有値は $|E| > mc^2$ の範囲の連続スペクトルと $0 < E < mc^2$ の間の離散スペクトルからなる。~~逆に斥力が働く時には~~ Coulombの離散スペクトルは却って $-mc^2 < E < 0$ の間に(存在す)~~出来~~る。~~ことになる~~。

~~然し~~ 原子核に非常に近い所ではCoulombの引力とは異なるであらうが、potentialが有限になつてゐるなら、$-mc^2 < E < mc^2$ の間に離散スペクトルが存在する。その時ψしと ~~$|E| < mc^2$~~

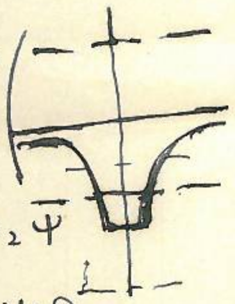
$\psi = \begin{pmatrix} & & & 1 \\ & & -1 & \\ & -1 & & \\ 1 & & & \end{pmatrix} \overline{\psi}$

$\rho_3 = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & 1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$

$\sigma_2 = \begin{pmatrix} & 1 & & \\ 1 & & & \\ & & & 1 \\ & & 1 & \end{pmatrix}$

$\rho_1 = \begin{pmatrix} & & 1 & \\ & & & 1 \\ 1 & & & \\ & 1 & & \end{pmatrix}$

$\rho_2 =$



$\psi = \rho_2 \overline{\psi}$

$\overline{\psi} = \psi \rho_2$

$\int \overline{\psi} H \overline{\psi}$

$= -\int \psi H \overline{\psi}$

$= \int \overline{\psi} H \psi$

† Weyl: Gruppentheorie und Quantenmechanik II Aufl. Kap IV. §12. 参照

DATE　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　

$|E|/mc^2$ が 1 より著しく小さい（例へば $1/5$ とかいふ程度ならよい）~~粒の速さ~~ 核の周期運動 ならば、これは核に強く結びつけられた状態をあらはしてゐる。

Coulomb の斥力が働く場合には $|E|>mc^2$ の範囲は引力の場合と同様に連續スペクトルであるが、離散スペクトルは却って $-mc^2<E<0$ の間にあらはれる。であるから例へば陽子の波動方程式は電子のそれと同様な型であるとすると、核と陽子との間には（Coulomb の）斥力が働くとしても非常に強く結合しうることになる。いま陽子の質量を M とすると（大きな energy をもって）、その軌道半径は大体 $\frac{\hbar}{Mc}$ ~~の程度となるが~~、即ち許容する電子の軌道の $1/1800$ ~~の~~ 程度となる。これによって陽子が核と強く結合しうることがわかる。勿論

$\frac{\hbar}{MC\cdot\alpha^2}$

注意、~~核~~ 中性子を陽子と電子の結合としてDirac の式から說明せんと

DATE　　　　　　　　　　　　　　(7)

以上の如くに~~陽子~~を中性子、陽子と電子の結合体とする考へと、陽子を中性子と陽電子の結合体とする考へとが相対立して居るが、両者に共通な難点は統計の問題である。即ち陽子、中性子、電子、陽電子が凡て Fermi の統計に従ってゐる。もしも陽子と中性子の~~いづれかが~~一方が複合~~体ならば、それは~~何れもの一成分が結合体なら、一方が Fermi の統計に従ふなら他方は Bose の統計に従ふ筈である。であるから第三の可能性として、陽子も~~両~~中性子も共に素粒子なる粒子と考へて見る。すると核は中性子と陽子とから成ってゐることになる。（全く核では其の他に電子陽電子を考へねばならぬか否か疑問である）

新しき 中性子と陽子の相互作用としては例へば Heisenberg は中性子と陽子の間に電荷の交換による相互作用を仮定した。~~之の考へを徹底する~~なら
即ち電気的相互作用は
~~即ちこれはつまり~~、電子の交換によって起こると考へられる~~から~~ことから類推すれば、電子の交換によって起る相互作用は、~~つまり、是~~電子の場に source, sink の存在することに

$\psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4$

$\begin{pmatrix} & & & -i \\ & & -i & \\ & i & & \\ i & & & \end{pmatrix} (\psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4)$

$= (-i\psi_4, -i\psi_3, i\psi_2, i\psi_1)$

$(\psi_1 \psi_2 \psi_3 \psi_4) \begin{pmatrix} & & & -i \\ & & -i & \\ & +i & & \\ +i & & & \end{pmatrix}$

$= (i\psi_4, i\psi_3, -i\psi_2, -i\psi_1)$

$i\hbar \frac{\partial}{\partial t}(\psi^\dagger \psi + \psi \psi^\dagger) = \cancel{H}\psi^\dagger H \cdot \psi + \psi \psi^\dagger H + \psi^\dagger H \psi - \cancel{H\psi} \cdot \psi^\dagger$

$+ \psi^\dagger \chi^\dagger_\rho \gamma \chi \cdot \psi + \psi \chi^\dagger_\rho \gamma \chi + \psi^\dagger \cdot \chi^\dagger_\rho \gamma \chi + \chi^\dagger_\rho \gamma \chi \cdot \psi^\dagger$

よつて表あらはされる。

例へば

$$\{(\frac{W}{c} + \frac{e}{c} A_0) + \alpha_x (p_x + \frac{e}{c} A_x) + \alpha_y (p_y + \frac{e}{c} A_y)$$

$$+ \alpha_z (p_z + \frac{e}{c} A_z) + \alpha_m mc\} \psi = \chi^\dagger \gamma \chi \quad (1)$$

なる形にかけるとする。

但し ~~A_0~~ $W = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}$, $p_x = -i\hbar \frac{\partial}{\partial x}$ etc

A_0, ~~A~~ は scalar potential, A_x, A_y, A_z は vector potential の component. ψ は電子の波動函数. χ, ~~χ†~~ は陽子及中性子の波動函数を一つにかいたもの. ~~χ† はその共軛複素~~ 函数. γ は χ, ~~χ†~~ の ~~八つ~~ component の数丈の行列を有する ~~operate する~~ matrix. 四つを一つにかいたもの. † をつけたのは凡ての共軛複素量.

$\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_m$ は四行四列の spin matrix

$$\psi^\dagger \{(\frac{W}{c} + \frac{e}{c} A_0) + \alpha_x (p_x + \frac{e}{c} A_x) + \alpha_y (p_y + \frac{e}{c} A_y)$$

$$+ \alpha_z (p_z + \frac{e}{c} A_z) + \alpha_m mc\} = \chi^\dagger \gamma^\dagger \chi. \quad (2)$$

而して. $\psi, \psi^\dagger$ の満たすは ~~$\psi_i^\dagger \psi_j + \psi_j \psi_i^\dagger$~~ $\psi_i(xyzt)\psi_j^\dagger(x'y'z't) + \psi_j^\dagger(x'y'z't) \times \psi_i(xyzt) = \delta_{ij}\delta(xyz, x'y'z')$ etc (3)

陽子.中性子に對する波動方程式は

$$\{(\frac{W}{c} \cancel{+} \frac{e}{c} \frac{(1+\tau_3)}{2} A_0) + \alpha_x' (p_x \cancel{+} - \frac{e}{c} \frac{1+\tau_3}{2} A_x) + \alpha_y' (p_y - \frac{e}{c} \frac{1+\tau_3}{2} A_y)$$

$$+ \alpha_z' (p_z - \frac{e}{c} \frac{1+\tau_3}{2} A_z) + \alpha_m' (\frac{1+\tau_3}{2} M + \frac{1-\tau_3}{2} M') c \; \cancel{\ldots} = \psi^\dagger \gamma \psi \chi = 0 \quad (4)$$

$$\chi^\dagger \{ \qquad \cancel{-\gamma \psi} - \gamma^\dagger \psi = 0. \quad (5)$$

$- \psi^\dagger \gamma$

$$H/c = \int \left[\psi^\dagger \left\{ -\frac{e}{c} A_0 - \alpha\left(p + \frac{e}{c} A\right) - \alpha_m mc \right\} \psi + \chi^\dagger \gamma \psi^\dagger \gamma \chi + \chi^\dagger \gamma^\dagger \psi \chi + \chi^\dagger \{ \quad \} \chi \right] dv$$

$\psi^\dagger, \psi$

$\psi \cdot \chi^\dagger \psi^\dagger \gamma \chi \cdot$

$-\chi^\dagger \psi^\dagger \gamma \chi \cdot \psi$

$=$

DATE ……………… 9

(χ の component は operator なり)

但し $\alpha_x', \alpha_y', \alpha_z', \alpha_m'$ は $\alpha_x, \alpha_y, \alpha_z, \alpha_m$ と同様な spin matrix, τ_3 は固有値 ±1 なる matrix で $\alpha_x' \alpha_y' \alpha_z' \alpha_m'$ と vertauschbar であって、+1 は陽子に −1 は中性子に対應せしめてある。M, M′ は夫々陽子、中性子の質量。然ると $\chi, \chi^\dagger$ は 8 個の component を有し、その間には

$$\chi_\mu^*(xyzt)\chi_\nu^\dagger(x'y'z't) + \chi_\nu^\dagger(x'y'z't)\chi_\mu(xyzt) = \delta_{\mu\nu}\,\delta(xyz, x'y'z') \tag{6}$$

etc.

なる V.R. が成立する。

(1)(2)

電子の場に source, sink がなければ 電荷の連續

の式 (1), (2) に夫々 $\frac{ec}{i\hbar}\psi^\dagger$, $\frac{ec}{i\hbar}\psi$ を乗じて 相減すると

$$i\hbar \frac{\partial \psi^\dagger\psi}{\partial t} - i\hbar \frac{\partial \psi^\dagger \alpha_x \psi}{\partial x} - \partial$$

$$-e\frac{\partial \psi^\dagger\psi}{\partial t} + ec\frac{\partial(\psi^\dagger\alpha_x\psi)}{\partial x} + ec\frac{\partial(\psi^\dagger\alpha_y\psi)}{\partial y} + ec\frac{\partial(\psi^\dagger\alpha_z\psi)}{\partial z}$$

$$= -\frac{ec}{i\hbar}\{\chi^\dagger(\psi^\dagger\gamma - \gamma^\dagger\psi)\chi\} \tag{5}$$

電子の場に source, sink がなければ 右辺は 0 で(電子の)電荷の連續の式となる。

(4) $\frac{ec}{i\hbar}\psi^\dagger$, $\frac{ec}{i\hbar}\psi$

(4) に $\frac{ec}{i\hbar}\chi^\dagger\frac{1+\tau_3}{2}$ (5) に $\frac{ec}{i\hbar}\frac{1+\tau_3}{2}\chi$ を乗じて 這

(20×20)　　(大阪帝國大學理學部物理學教室)

と相減ずると

$$e\frac{\partial\, \chi^{\dagger}\frac{1+\tau_3}{2}\chi}{\partial t} - ec\,\mathrm{div}\left(\psi^{\dagger}\frac{1+\tau_3}{2}\alpha'\psi\right)$$

$$= \frac{ec}{i\hbar}\,\chi^{\dagger}\left[\left(\frac{1+\tau_3}{2}\gamma^{\dagger} - \gamma^{\dagger}\frac{1+\tau_3}{2}\right)\psi^{\dagger} + \psi\left(\frac{1+\tau_3}{2}\gamma - \gamma\frac{1+\tau_3}{2}\right)\right]\chi \qquad (8)$$

~~十と~~この右辺~~が0ならば~~を0とおけば，左は陽子の電荷に対する連続の式と考へられる．

然し(7),(8)式は電子及び陽子の電荷は別々には保存されないことをあらはす．しかし電子及び陽子の電荷の全體の和は保存されると考へられるから，(7)と(8)を互に相加へれば右辺は0にならねばならぬ．従って右辺も0でなければならぬ．そのためには

$$\frac{1+\tau_3}{2}\gamma^{\dagger} - \gamma^{\dagger}\frac{1+\tau_3}{2} = -\gamma^{\dagger}$$

$$\frac{1+\tau_3}{2}\gamma - \gamma\frac{1+\tau_3}{2} = \gamma$$

$$\text{or}\quad \tau_3\gamma^{\dagger} - \gamma^{\dagger}\tau_3 = -\gamma^{\dagger} \qquad \tau_3\gamma - \gamma\tau_3 = \gamma \qquad (9)$$

~~ならなら~~でなければならぬ．

但 $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \tau_1 \quad \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} = \tau_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \tau_3$ (10) (略)

とかけば，

$$\gamma = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2)\lambda \qquad (11) \quad (10)$$

$$\gamma^{\dagger} = \frac{1}{2}(\tau_1 - i\tau_2)\lambda^{\dagger}$$

なる形となる但し $\lambda, \lambda^\dagger$ は τ_1, τ_2, τ_3 と ~~con~~vertauschbar な matrix である。~~か~~ 之のればない。~~時~~

之れは~~波動~~運動方程式(1)(2)~~(4)~~(5)と交換関係(3)(6)とが矛盾せぬためには