DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE April 18
NO. 1935

Resonance Scattering

問題. Neutronの nucleusによる scatteringに際して resonance levelがどう効いてくるか.

(i) Potential Holeのあるときの discrete 及び continuous level. 其の conti. level 中の resonance level.
(Beck, 360)

(ii) Resonance Scattering (Elastic)
(Beck, 365)

(iii) Absorption (Radiative Capture)
Fermi proton effect.

(Beck, Nature, . .

実験.
四月廿三日. cross sectionの deduction
四月廿 日. Potential Holeによる scattering.
(Mott, p 28.)

$\boxed{ka \ll 1}$

$$\eta_0 = \tan^{-1}\left(\frac{k}{k'}\tan k'a\right) - ka$$

$k \to 0$, $\lim\limits_{k\to 0} k'a \neq \frac{\pi}{2}$ なら $\lim\limits_{k\to 0} \frac{\tan k'a}{k'}$: finite $= a'$

$$\lim_{k\to 0} \frac{\sin(\tan^{-1} ka' - ka)}{k} = a' - a.$$

故 $Q = 4\pi(a'-a)^2$.

大きくなりうる. $k'^2 = \frac{8\pi^2 m(E+D)}{h^2}$

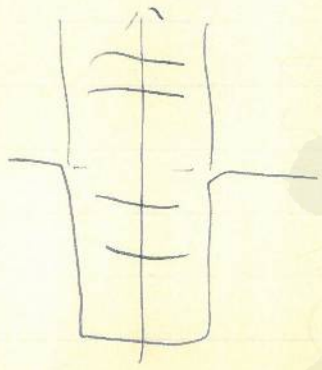
QをD, aの~~函数として~~それぞれ函数としてあらわして, aをきめてDをかえる.

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

図A. B. Potential Hole の energy level.



DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....
NO. ....

Resonance Scattering に就て.

§1. Central Field に於る Scattering

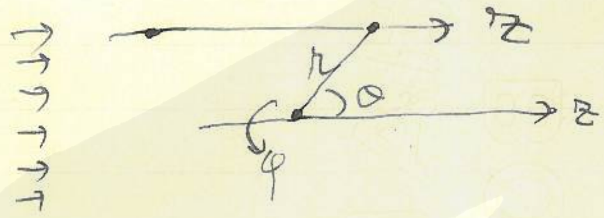
Potential $V(r)$

$$\psi(r,\theta,\varphi)=\sum_l R_l(r)\,P_l(\cos\theta)$$

$P_l(x)$: Legendre's Polynomial.

$$\frac{d^2R_l}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR_l}{dr}+\left(\frac{8\pi^2m}{h^2}(E-V)-\frac{l(l+1)}{r^2}\right)R_l=0.$$

但しやってくる particle は z-axis の方向の ~~まわり~~ 以外の angular momentum の comp は 0 と考へる.



(0 でないものを考へる必要はない故)

Potential は centre から充分遠い所では 0 と考へられるから、

$$V(r)=0 \quad \text{for } r \geqq R$$

とすると、

(i) $r>R$ では、R_l は

$$\frac{d^2R_l}{dr^2}+\frac{2}{r}\frac{dR_l}{dr}+\left(\frac{8\pi^2m}{h^2}E-\frac{l(l+1)}{r^2}\right)R_l=0$$

を満足し、(ψ は 0 で finite でなければならぬ。)

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

E>0 なる場合には、一般に

$$R_l(r) = \sqrt{\frac{k}{r}}\left\{C_l^{(1)} H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr) + C_l^{(2)} H^{(2)}_{l+\frac{1}{2}}(kr)\right\}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2mE}.$$

なる。 H は Hankel Function で asymptotic に

$$\sqrt{\frac{k}{r}}\, H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{e^{i\left(kr-\frac{l+1}{2}\pi\right)}}{r}$$

$$\sqrt{\frac{k}{r}}\, H^{(2)}_{l+\frac{1}{2}}(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{e^{-i\left(kr-\frac{l+1}{2}\pi\right)}}{r}$$

$$\frac{1}{2}\left\{H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr) + H^{(2)}_{l+\frac{1}{2}}(kr)\right\} = J_{l+\frac{1}{2}}(kr)$$

(ii) $r<R$ では $V(r)$ なる Potential がある時の solution で $r=0$ でも ∞ にならぬ様な solution を求めなければならぬ。その条件からして、arb. const は一つ減る。最後に、$r=R$ なる boundary において、内外の function ~~solut~~、及び derivative が等しいという二つの条件からして、solution は ~~normalisation~~ 一つの const を除いて unique に決定される。

~~この一つの const~~ 各 l についてまえのこの一つづつの const は ~~[illegible]~~ 問題の特別な条件から決定される。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

今 $z=-\infty$ から z-方向に進む波が centre of force に
よつて scatter される場合を考へると、その energy を
E とする。然らば、同じの solution として $r>R$ で z-方向に進む
plane wave $e^{ikz} = e^{ikr\cos\theta}$

及び origin から外方へ拡がる scattered (spherical)
wave の superposition ~~を~~ になる様なものを求めれば
よい。

所で、

$$e^{ikr\cos\theta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1)\sqrt{\frac{k}{r}}\,J_{l+\frac{1}{2}}(kr) \times P_l(\cos\theta)$$

なる expansion が出来る
故に $r>R$ で

$$\psi = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty}$$

∴ $r>R$ での ~~general~~ solution としては

$$\psi = e^{ikr\cos\theta} + \sqrt{\frac{k}{r}}\sum_{l=0}^{\infty} C_l^{(1)} H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr)\,P_l(\cos\theta)$$

なる形を assume すればよい。
所で、

$$e^{ikr\cos\theta} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\,\frac{1}{k}\sum_{l=0}^{\infty} i^l (2l+1)\sqrt{\frac{k}{r}}\,J_{l+\frac{1}{2}}(kr) \times P_l(\cos\theta)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

asymptotic に

$$\psi \sim e^{ikr\cos\theta} + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum C_l^{(1)} \frac{e^{i(kr-\frac{l+1}{2}\pi)}}{r} P_l(\cos\theta).$$

$$= e^{ikr\cos\theta} + \frac{e^{ikr}}{r} f(\theta),$$

$$f(\theta) = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\sum_l C_l^{(1)} e^{-i\frac{l+1}{2}\pi} P_l(\cos\theta)$$

故に incident wave の density が 1 なる時, ~~の scattered wave~~ θ なる angle で dΩ なる solid angle 内に scatter される ~~spherical~~ wave の density は

$$|f(\theta)|^2$$

で与へられる, ~~scattered wave 全体~~ あらゆる方向に scatter される wave の intensity は

$$Q = 2\pi\int_0^\pi |f(\theta)|^2 \sin\theta\, d\theta$$

で与へられる. 従って total cross section ~~即ち scattered wave の~~ unit time に unit cross section を通って一個の particle が入ってくる時に, unit time に scatter されて出て行く particle の数を求めるには, ψ の normalisation を変へて $\frac{\psi}{\sqrt{v}}$ とせねばならぬ. 従って, $|f(\theta)|^2$ は $\frac{1}{v}$ 大きくなる, 所で Q は wave int. なるから, unit time に出て行く particle

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

の流れ ~~出せ~~ すれば、v をかければよい。故になる。

Q が cross section になる

所で $\int_0^\pi P_l^2(\cos\theta)\sin\theta\, d\theta = \frac{2}{2l+1}$

となる,

$$Q = \sum_l |C_l^{(1)}|^2/(2l+1)$$

$C_l^{(1)}$ のかはり,

$$\psi = e^{ikr\cos\theta} + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k}\sum i^l(2l+1)C_l\sqrt{\frac{k}{r}}H^{(1)}_{l+\frac{1}{2}}(kr) \times P_l(\cos\theta)$$

~~所で~~ C_l を const とすると,

$$C_l^{(1)} = \sqrt{\frac{\pi}{2}}\frac{1}{k}\, i^l(2l+1).C_l$$

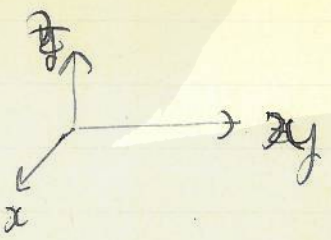
$$\therefore \quad Q = \frac{4\pi}{k^2}\sum(2l+1)|C_l|^2$$

§2. Radiative Process

~~photon~~ energy $h\nu$ の photon が unit cross section を通って一個入ってくる時に. unit time に absorb される数、(atomic system が unit time に transition をする prob) を求める.

$$\mathbf{A} = (A_0 \sin(\tfrac{\nu}{c}z - \nu t) + \delta),\ 0,\ 0)$$

$$\text{mean}\ \frac{[\mathbf{E}\mathbf{H}]}{h\nu} = 1.$$



$$\mathbf{E} = (-\tfrac{\nu}{c} A_0 \cos(\cdot\cdot),\ 0,\ 0)$$

$$\mathbf{H} = (\ \ 0,\ -\tfrac{\nu}{c} A_0 \cos(\cdot\cdot),\ 0)$$

$$\text{mean}\left(\frac{h^2\nu}{c^2} A_0^2 \cos^2(\cdot\cdot)\right) = 1.$$

$$A_0^2 = \frac{2c^2}{h^2\nu} \qquad A_0 = \frac{c}{h}\sqrt{\frac{2}{\nu}}$$

$$V = \frac{e}{mc}\mathbf{A}\mathfrak{p} = \frac{e}{mc}\frac{c}{h}\sqrt{\frac{2}{\nu}} \cdot \sin(\cdot\cdot)\cdot p_x$$

$$\frac{p_x}{m} = \dot{x}$$

$$= \frac{e}{h}\sqrt{\frac{2}{\nu}} \sin(\cdot\cdot)\ \dot{x}$$

$$\cong \cdots + \cdots \frac{e}{h}\cdot\sqrt{\frac{\nu}{2}}\cdot \quad (\cdot|x|\cdot\cdot)$$

$$|(\ |V|\ )|^2 = |(\ |x|\ )|^2 \cdot \frac{e^2}{h^2}\frac{\nu}{2}$$

$$\times \frac{2\pi}{h} \qquad = \frac{2\pi^2 e^2 \nu}{h^3}(\ |x|\ )^2$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........
NO..........

もしも final state が positive energy state なら．unit time に出てくる particle の数を求めるとすると． ~~final state の normalisation を unit volume に一個の particle が~~

$\frac{dN}{dE}$ なる factor が必要． dN: dE（幅）なる energy range 中の final state の数． これ更に final state level．v をかければよい数．

$$4\pi V \frac{p^2}{h^3}\frac{dp}{dE} = 4\pi \cdot V \frac{Mp}{h^3}$$

$$\underset{d\Omega}{4\pi} \qquad \underset{d\Omega}{4\pi}$$