$$\psi = \sum_{n=1} c_n \psi_n \quad : \text{normalized}$$

System 1: $\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_l$: orthogonal normalized functions

System 2: $u_1, u_2, \cdots u_\lambda$:

$$u = \sum_{\nu=1}^{\lambda} b_\nu u_\nu$$

System 1+2;

$$\Psi = \sum_{n,\nu} a_{n\nu} \psi_n u_\nu \quad : \text{normalized}$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \psi_\nu u_\nu \qquad \psi_\nu = \sum_{n=1}^{l} a_{n\nu} \psi_n$$

$$\int \tilde{\Psi} \Psi dV = \sum_{\mu\nu} \int \psi_\mu \psi_\nu dv \cdot \delta_{\mu\nu} = 1.$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \int \tilde{\psi}_\nu \psi_\nu dv = 1.$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \int \{ \sum_{n=1}^{l} \tilde{a}_{n\nu} \tilde{\psi}_n \cdot \sum_{m=1}^{l} a_{m\nu} \psi_m \} dv$$

$$= \sum_{\nu=1}^{\lambda} \sum_{n=1}^{l} |a_{n\nu}|^2 = 1.$$

System 1+2; $H = H_1 + H_2 + V$.

System 1+2 は 全体として ある stationary state にあると する。~~それは~~、Ψ は

$$H \Psi = E \Psi \qquad (*)$$

のある solution として与へられる。
(しかし どの stationary state にあるかは [illegible]の state を考へぬ限りわからぬ。)

さて、 $\Psi = \sum_{\nu=1}^{\lambda} \psi_\nu u_\nu$

を上の(*)式に入れると、但し $u_1, u_2 \cdots u_\lambda$ は夫々 H_2 の eigenvalue $W_1, W_2, \cdots W_\lambda$ に属する eigenfunction としておく（W's の内に等しいものがあってもよい）

$$(H_1+H_2+V)\sum_{\nu=1}^{\lambda}\psi_\nu u_\nu = E\sum_{\nu=1}^{\lambda}\psi_\nu u_\nu$$

$$\sum_\nu (H_1 + W_\nu + V) u_\nu \psi_\nu = \sum_\nu E \psi_\nu u_\nu$$

両辺に $\tilde{u}_\mu$ をかけて積分すると

$$H_1 \psi_\mu + V_{\mu\nu}\psi_\nu = (E - W_\mu)\psi_\mu$$

但し、 $V_{\mu\nu} = \int \tilde{u}_\mu V u_\nu \, d\tau$

$\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_l$ を夫々 H_1 の eigenvalue $\varepsilon_1, \varepsilon_2 \cdots \varepsilon_l$ に属する eigenfn とし、

$$\psi_\mu = \sum_{n=1}^{l} a_{n\mu}\psi_n$$

とすると、 $\sum_n a_{n\mu}\varepsilon_n\psi_n + \sum_{\mu,\nu} V_{\mu\nu} a_{n\nu}\psi_n = \sum_n (E - W_\mu) a_{n\mu}\psi_n$

$\tilde{\psi}_m$ をかけて積分すると、

$$a_{m\mu}\varepsilon_m + \sum_{n\nu} V_{\mu\nu}^{mn} a_{n\nu} = (E - W_\mu) a_{m\mu}$$

or $(E - W_\mu - \varepsilon_m) a_{m\mu} - \sum_{n,\nu} V_{\mu\nu}^{mn} a_{n\nu} = 0.$

~~この式から E を決定~~ $\left| \quad \right| = 0$

から Ξ の $l\cdot\lambda$ 個の値 其々の値に対する

$a_{m\mu}$ を決定することが出来る。

さて、system 1+2 が Ψ なる state にあり ある瞬間に於いて system 2 が 例へば u_μ なる state にあることを知ると、system 1 が ψ_m なる state にある prob. は

$$\left|\int \psi_m^* u_\mu^* \Psi \, dv\, d\tau\right|^2 = |a_{m\mu}|^2$$

である。

Ψ なる state はわからぬが $l\cdot\lambda$ 個の state ~~many~~ state $\Psi^{(1)}\ \Psi^{(2)} \cdots \Psi^{(l\lambda)}$ のどれかである。夫々に対して $|a^{(1)}_{m\mu}|^2\ \ |a^{(2)}_{m\mu}|^2 \cdots |a^{(l\lambda)}_{m\mu}|^2$ prob.が夫々 で与へられることを考へると、~~ensemble~~ 任意の ensemble (system 1+2 の ensemble) に対し、system 2 が u_μ なる state にある時に 1 が ψ_m なる state にある prob. は

$$\frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} \left|a^{(i_p)}_{m\mu}\right|^2 \qquad (+)$$

で与へられる。但し、$i_1, i_2, \cdots i_N$ は $1, 2, \cdots l\lambda$ の中のどれかの値をとる。

(Ψ が $\Psi^{(1)}, \Psi^{(2)}, \cdots \Psi^{(l\lambda)}$ のどれである prob. も equal ならば、之は (+) は $m\mu$ の如何にかかはらず $\frac{1}{N}$ になる。

即ち system 2 の state がわかっても 1 の state がどれであるかは全くわからぬ。(即ちどれも equally probable である) ?

PPS ~~t なる~~ system 1 に於ける density matrix は $\frac{1}{N}\cdot 1$

であらはされる))

~~いいかへれば、全系が~~

次に、ある時間後には system 2 は他の state へ transition をするであらう。その prob は t′ なる時刻に system が $\psi_1, \psi_2 \cdots \psi_\lambda$ にある prob をそれぞれ ~~$w_{\mu\nu}$ としておくと~~ $w_{\mu 1}, w_{\mu 2}, \cdots w_{\mu\lambda}$ としておくと

$$\sum_{\nu=1}^{\lambda} w_{\mu\nu}=1.$$

故に t′ に於て system 1 が ψ_m なる state にある prob は

$$\sum_{\nu}\frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N}|a_{m\nu}^{(i_p)}|^2\cdot w_{\mu\nu}$$

である。

system 1 に於ける density matrix は、time t に於ては、

$$\rho_{mm}(t)=\frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N}|a_{m\mu}^{(i_p)}|^2$$

○ non diagonal element は ~~わからなくてもよい。~~ $\rho_{mn}(t)=0$.

time t′ に於ては、

$$\rho_{mm}(t')=\sum_\nu\frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N}|a_{m\nu}^{(i_p)}|^2 \cancel{w_{\mu\nu}}$$

訂正する。

~~non diagonal element は 0 ではない~~

此所で注意すべきことは V が Hermite 型の operator であることから、一般に

$$w_{\mu\nu}=w_{\nu\mu}$$

○ 従って $\sum_\nu w_{\nu\mu}=1$ なることである。

然るに t'に於ける U と [illegible] U (~~即ち~~ $=U'$)
とをくらべて見ると §1 の場合と同様に

$$U \geq U'$$

なることを~~証明~~ 証しうる。

又 t' から後の或時 t'' に於ける U ($=U''$) は U' より
更に小さいか又は等しい。

○ non-diagonal element が 0 なることの意味.

$\rho(t)$:
$$\rho_{nm}(t) = \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} \tilde{a}^{(i_p)}_{m\mu}\, a^{(i_p)}_{n\mu}$$

time t に於ては ~~之が~~ $\rho_{nm}=0$ for $n \neq m$ なる様に
$\psi_1, \psi_2, \cdots \psi_k$ を選んでおいたと考へればよい,

time t' に於ては, non-diagonal element はどうなってる
かわからぬ.
$$\sum_{\nu} \frac{1}{N} \sum_{p=1}^{N} \tilde{a}^{(i_p)}_{m\nu}\, a^{(i_p)}_{n\nu} \cdot w_{\mu\nu}.$$

而して
今 time t' に於て system が ~~状態~~ u_ν なる state に ~~あること~~ なったこと
~~を知ったとする、~~ すると

$$\rho_{nm}(t') = \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} \tilde{a}^{(i_p)}_{m\nu}(t')\, a^{(i_p)}_{n\nu}(t')$$

である. $\mu=\nu$ なら ~~之~~ $\rho_{nm}(t') = \rho_{nm}(t)$. $U = U'$

$\mu \neq \nu$ なら ~~之は~~ $\rho(t')$ は diagonal でない ~~[illegible]~~
~~$\tilde{a}^{(i_p)}_{m\nu}$~~ 之を diagonal にするには 他の eigenfunction の
system $\psi'_1, \psi'_2, \cdots \psi'_k$ をとらねばならぬ.

すると、

$$\cancel{\rho_{nm}(t')}$$

$$\cancel{a_{n\nu} = b^{(\nu)}_{nk}\,a_{k}}$$

$$\cancel{\tilde{a}_{m\mu} = \tilde{b}^{(\mu)}_{mk}\,\tilde{a}_{k}}$$

すれば、 $a'_{n\nu} = a_{k\nu}\, S^{k}_{\ n}$

$$\rho'_{nn} = \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} \tilde{a}'^{(ip)}_{n\nu}\, a'^{(ip)}_{n\nu}$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{p=1,k,j}^{N} \tilde{a}^{(ip)}_{k\nu}\, a^{(ip)}_{j\nu}\, \tilde{S}^{k}_{n} S^{j}_{n}.$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{p=1}^{N} \underbrace{\boxed{\tilde{a}^{(ip)}_{k\nu}\, a^{(ip)}_{j\nu}}}_{\parallel} \cdot \boxed{}$$

$$= \rho_{kj}\, \tilde{S}^{k}_{n} S^{j}_{n}$$

$$= \sum_{k=1}^{l} \rho_{kk}\, |S^{k}_{n}|^{2}$$

結局、system 2 の stationary state に変化が起こると、いつでも、system 1 の U-function は減少するか少くとも増加しない。

この場合、interaction は小さく従って 時に ~~system~~ 2 の system の stationary state の transition がある時 その途中の段階で進んで居る場合はないとしておく。

今後 transition の起る時は indeterminate であるが system 2 の方の transition の時は判別がつくとしておく。

つまり system 2 は [illegible] interaction によつて transition を起すが、その他には classically な behavior を示すと考へる。

之は一般の大きな system に対して 周期的な自由度 (degree of freedom) (乃至非周期的な自由度) ~~或る~~ [illegible] を system 2 と考へればよい。