DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

[illegible]

三月十六日, 1937

- Feenberg and Wigner, On the Structure of Nuclei between Helium and Oxygen (Phys. Rev. Jan. 15, 1937)
- Wigner, On the Consequence of the Symmetry of the Nuclear Hamiltonian on the Spectroscopy of Nuclei (ibid)
- Rose and Bethe, Nuclear Spin and Magnetic Moments in the Hartree Model (ibid, Feb. 1, 1937)
- Inglis, Spin-Orbit Coupling in Nuclei, (ibid, Oct. 15, 1936)
- Dancoff and Inglis, On the Thomas Precession of Accelerated Axes, (ibid)
- Furry, On the Introduction of Nonelectric Forces into Dirac's Equations (ibid)

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

コロキウム　三月六日, 1937.　NO. 1

E. Wigner, On the Consequence of the Symmetry of the Nuclear Hamiltonian on the Spectroscopy of Nuclei, (Phys. Rev. 51, 106, 1937)

§1. 先頃の proton-proton scattering の実験から ~~によると~~ neutron, proton 間の force は like particles, unlike particles に對して同一であると考へてよいといふ結論が出て来た。この結論が嚴密には正しくないにしても少くとも 1st approximation として相当の真理を含んでゐるであらう。これを数学的にいひあらはすと、Heisenberg に從つて

$$\tau = \tau_\zeta = \begin{pmatrix} 1 & \\ & -1 \end{pmatrix}$$

$$\tau_\xi = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \tau_\eta = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

なる spin の如き variable を introduce し $\tau = \tau_\zeta = 1$: neutron state, $\tau = \tau_\zeta = -1$: proton state とすると, nucleus に對する wave function は例へば

$$\Psi(\vec{r}_1 s_1 \tau_1, \ \vec{r}_2 s_2 \tau_2, \ \dots \ \vec{r}_n s_n \tau_n)$$

の如き argument を有するもので, Hamiltonian は dynamical variables

$$\vec{r}_1 \vec{p}_1, \ \vec{r}_2 \vec{p}_2 \ \dots \ \vec{r}_n \vec{p}_n \ ; \ \vec{s}_1 \vec{s}_2 \dots \vec{s}_n$$
$$\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2, \ \dots \ \vec{\tau}_n$$

の函数としてあらはされる。

然るに force が particles の all pair について equal であるといふ假定は H が $\vec{\tau}_1, \dots \vec{\tau}_n$ を含まないといふことと equivalent である。~~これは~~もつと正確にいへば ふくまない様にしうるといふことである。といふのは Ψ は particle の argument $\vec{r}, s, \tau$ の ~~permutation~~ に對し antisymmetric といふ條件がある故 (Heisenberg 流), 例へば

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 2

$\vec{r}$, s を交換~~する~~した結果は τ を交換した結果とは符号が逆であるといふ関係がある。之れを Dirac 流にかくと

$$\frac{1}{2}(1+\tau_{\xi_1}\tau_{\xi_2}+\tau_{\eta_1}\tau_{\eta_2}+\tau_{\zeta_1}\tau_{\zeta_2}) = -P_{12}Q_{12}$$

である。但し、P_{12} は coord. の交換、Q_{12} は spin の交換を意味する operator である。　$Q_{12}=\frac{1}{2}(1+\vec{\sigma}_1\vec{\sigma}_2)$.

であるから上式の左辺の如き expression が Hamiltonian 中に現はれても、之れを右辺の如く書き直せば τ を含まない といつてよいわけである。

~~各の二の他に~~。

次に更に問題を簡単にするために最初

(1) force は space coordinate のみに depend すると仮定する。之は Hamiltonian が σ, τ 両方とも含まぬ形にあらはし得ることを意味する。(all orbital forces equal model)

之から近似を進めるには

(2) spin coord に~~も~~ depend する如き force をも考慮する。

かくては

(3) spin には indep だが ~~も~~ τ に depend する様な force をも考慮する。即ち proton-proton p-n, n-n 等の force の差異を考慮する。

最後に

(4) 一般の force を用いて考慮する。

この中 (2) は light element には比較的に近似がよいが、heavy element では (~~neutron と~~ proton の数の差が大きいためか?) あまり n-p, p-p, n-n の相違が[illegible]て来て

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO. 3

近似がよくないであらう？　逆に(3)は light element よりは heavy element に於いて近似がよいであらうといってゐる。？ ~~之は spin force~~

§2. 次に ~~まづ~~ nuclear particles の間の interaction の general form を求める。　i) coord. 及び momenta の difference に depend し 但し momenta の 1st power 迄しか含まぬ。　iii) $t \to -t$ に於いて不変、 iv) particles に関して sym. spherical sym. 等を仮定する。

先づ ~~…~~ spin に関して

$$1\ ,\quad \frac{1}{2}+\frac{1}{2}(\vec{S}_1,\vec{S}_2) = Q_{12}$$

は invariant.

$$\vec{S}_1+\vec{S}_2\ ,\quad \vec{S}_1-\vec{S}_2\ ,\quad \vec{S}_1\times\vec{S}_2$$

等の vector.

$$\begin{pmatrix} S_{x1}S_{y2} & S_{x1}S_{y2} & S_{x1}S_{z2} \\ \cdot & S_{y1}S_{y2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & S_{z1}S_{z2} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{x1}S_{x2} & S_{y1}S_{x2} & S_{z1}S_{x2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2S_{x1}S_{x2} & S_{x1}S_{y2}+S_{y1}S_{x2} & \cdot \\ \cdot & 2S_{y1}S_{y2} & \cdot \\ \cdot & \cdot & 2S_{z1}S_{z2} \end{pmatrix}$$

	S_{x1}	S_{y1}	S_{z1}
$S_{y1}S_{z2}-S_{z1}S_{y2}$			

之等と coord. とを組合せて 作れば

$$(\vec{S}_1\vec{r}_{12})(\vec{S}_2\vec{r}_{12}) - 3(\vec{S}_1\vec{S}_2)r_{12}^2 \qquad (*)$$

の如き invariant なもの が出来る.

又
$$\begin{vmatrix} S_{x_1}+S_{x_2} & S_{y_1}+S_{y_2} & S_{z_1}+S_{z_2} \\ x_1-x_2 & - & - \\ p_{x_1}-p_{x_2} & - & - \end{vmatrix} \qquad (**)$$
の invariant 等が出来る.

次に τ を含むものとしては

$1 \qquad -\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\{\vec{\tau}_1\vec{\tau}_2\} = P_{12}Q_{12}$

は all pair に対して same force を与へる.

$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\tau_{\zeta 1}\tau_{\zeta 2}$: like particle の間の ordinary force

$\frac{1}{2}(\tau_{\zeta 1}+\tau_{\zeta 2})$: ~~like part~~ p-p の neg. int.
p-n の zero 〃
n-n の pos. int.

を与へる.

又 $\tau_{\zeta 1}-\tau_{\zeta 2}$ $\qquad \frac{1}{2}(\tau_{\xi 1}\tau_{\eta 2}-\tau_{\eta 1}\tau_{\xi 2})$

(1) なる approximation では

$1 \quad , \quad Q_{12}\times P_{12}Q_{12} = P_{12}$

丈しか出ない、即ち ordinary 及び Majorana force のみである.

(2) では spin-spin force: (*)
spin-orbit force: (**) $\cancel{\times P_{12}Q_{12}}$
spin-orbit Heisenberg force: $(**)\times P_{12}Q_{12}$
Heisenberg force: $P_{12}Q_{12}$
spin-spin Heisenberg force: $(*)\times P_{12}Q_{12}$

$R_n \psi(\eta_1, \cdots \eta_n) =$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

spin-exchange force : Q_{12} (Bartlett) が之れに当る

(3) では $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\tau_{\zeta 1}\tau_{\zeta 2}$　$\frac{1}{2}(\tau_{\zeta 1}+\tau_{\zeta 2})$

(4) 一般に全部で 20 の types の force が可能.

§3. (1) なる approx. に於て atom の場合の multiplet に相当するものを define する. 今の場合各 particle が s, τ なる二種の spin を持つことに注意せねばならぬ. その代りに ~~二つの~~ 1, 2, 3, 4 の値を持つ一つの variable η を使ふ. (−1, −1 ; −1, 1 ; 1, −1 ; 1, 1)

atom の場合には一つの multiplet は spin の大いさを定めることによつて知られた. ~~それは two-dime~~ ±1 をとる所の spin は two-dimensional unitary group (or three dimension rotation group) に対応してゐたが, η なる variable は four-dimensional unitary group に対応してゐる.

さて Hamiltonian が spin coord を含まぬならば. spin のみの transformation によつては eigen-function は e. f. に transform される.

今 $\eta_1\eta_2\cdots\eta_n$ の ~~permutation~~ u を ~~行ふ~~ 考へる. 以下は

~~$R_u\psi(\eta_1\cdots\eta_n)=$~~ simultaneous unitary transformation を考へる.

$$R_u\psi(\eta_1\cdots\eta_n)=\sum_{\vartheta}u_{\eta_1\vartheta_1}u_{\eta_2\vartheta_2}\cdots u_{\eta_n\vartheta_n}\psi(\vartheta_1\cdots\vartheta_n)$$

今 u の ~~diagonal~~ [illegible]

$$u(\varphi_1,\varphi_2,\varphi_3,\varphi_4)=\begin{pmatrix} e^{i\varphi_1} & & & \\ & e^{i\varphi_2} & & \\ & & e^{i\varphi_3} & \\ & & & e^{i\varphi_4}\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\Psi(S_1 S_2) =$$

$$\cancel{\Psi}\ \alpha(s_i) = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$$

$$\beta(\ ) = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{matrix}\mu_1 = 0\\ \mu_2 = 1\end{matrix}\right\} \qquad \begin{pmatrix}0\\1\\0\\0\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}0\\-1\\0\\0\end{pmatrix}$$

$$\alpha(\ )\{\alpha(\ ) + \beta(\ )\}$$

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1&0\\0&-1\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix}1\\1\\0\\0\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}1\\-1\\0\\0\end{pmatrix}$$

とかなければならない。
に ~~なるであらう~~。これは atom の時の spin の z-comp に ~~相当する~~ operator である。
~~とかなる~~、これは simultaneous transf を行ひて
対角の ~~行列となる~~。~~同時にかくなる各々の~~ ~~行列~~ 皆 commute し、従つて

$$R^{n(\varphi_1\varphi_2\varphi_3\varphi_4)} F^{\nu}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}(\eta_1\cdots\eta_n) = e^{i(\mu_1\varphi_1+\mu_2\varphi_2+\mu_3\varphi_3+\mu_4\varphi_4)} F^{\nu}_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}$$

(但し、$F_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}(\eta_1\cdots\eta_n)$ は η's の中夫々 $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \mu_4$ 個が 1, 2, 3, 4 の値をとる時以外 0 でないとする。)

を満足する様な函数 F を見出し得る。この μ's を diagonal quantum number と名づける。ν は他の diagonal quantum number を表はし、異なる state を区別する。

但し、勿論 $\mu_1+\mu_2+\mu_3+\mu_4=n$ である。

ordinary spin の性質からして、z-axis のまはりに φ だけ廻す回転を行へば

$$\psi(1) \rightarrow e^{+\frac{1}{2}\varphi}\psi(1), \quad \psi(-1) \rightarrow e^{\mp\frac{1}{2}\varphi}\psi(-1)$$

と transform される。故に total spin の z-comp. なる

$$S_z = \frac{1}{2}\sum_k s_{zk} = \frac{1}{2}(\mu_4+\mu_3-\mu_2-\mu_1)$$

なる diagonal operator が存在する。$(\because\ \varphi_1=\varphi_2=-\varphi_3=-\varphi_4=-\frac{1}{2}\varphi.)$

同様に

$$T_\zeta = \frac{1}{2}\sum_k \tau_{\zeta k} = \frac{1}{2}(\mu_4-\mu_3+\mu_2-\mu_1)$$

$$Y_\zeta = \frac{1}{2}\sum s_{zk}\tau_{\zeta k} = \frac{1}{2}(\mu_4-\mu_3-\mu_2+\mu_1)$$

も diagonal である。S_z T_ζ Y_ζ を ~~diag~~ magnetic quantum number といふことにする。之等から μ's は unique にきまる。

S_3, T_ζ, Y_ζ

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 7

さて、m_{g}, q, n の夫々幾つかの state が multiplet "を作る。この multiplet を作し atom の特性の外に ~~[illegible]~~ 一つの数字 S ではあらはせない。それぞれ μ's 中の highest set $(\Lambda_4, \Lambda_3, \Lambda_2, \Lambda_1)$ を使ってあらはす。但し、$\Lambda_4 > \mu_4$ (or $\Lambda_3 > \mu_3$ $\Lambda_4 = \mu_4$, 又 (or $\Lambda_2 > \mu_2$ $\Lambda_4 = \mu_4$, $\Lambda_3 = \mu_3$) なる時 (Λ) 共の方が (μ) より high といふ。又 (7) の type 以外の transformation によって互ひに transform する様な states が multiplet を作るといふ。

Λ's の代りに

$$\left.\begin{aligned} S &= \tfrac{1}{2}(\Lambda_4 + \Lambda_3 - \Lambda_2 - \Lambda_1) \\ T &= \\ Y &= \end{aligned}\right\}$$

で multiplet を characterise することも出来る。

$(\Lambda_4, \Lambda_3, \Lambda_2, \Lambda_1)$ なる multiplet を考へると、その中には $\mu_4 \mu_3 \mu_2 \mu_1$ の一定の comb. を持った state がいくつかあるであらう。それを

$$\begin{pmatrix} \Lambda_4 & \Lambda_3 & \Lambda_2 & \Lambda_1 \\ \mu_4 & \mu_3 & \mu_2 & \mu_1 \end{pmatrix} \quad (*)$$

と書く。之は $(\Lambda_4\ \Lambda_3\ \Lambda_2\ \Lambda_1)$ に属する n-subgroup の many dim. representation の中にいく回 $e^{i(\mu_1\varphi_1 + \cdots)}$ なる one dim repre. があらはれるかをあらはす。この symbol は $\Sigma\Lambda = n$, $\Lambda_4 \geq \Lambda_3 \geq \Lambda_2 \geq \Lambda_1 \geq 0$ なる意味がある。(∵ μ's の数の多様をもったものが同じ multiplet 中に[illegible]る為である。)

さて、(*) は $\Lambda_4 \geq \mu_4$, $\Lambda_4 + \Lambda_3 \geq \mu_4 + \mu_3$, $\Lambda_4 + \Lambda_3 + \Lambda_2 \geq \mu_4 + \mu_3 + \mu_2$ でなければ 0 の筈。

$\boxed{(3\ 1\ 1\ 0)}$
$\boxed{(2\ 2\ 1\ 0)}$
$\boxed{(2\ 1\ 1\ 1)}$

$(1\ 1\ 1\ 2\ 3)$
$(1\ 1\ 2\ 2\ 3)$
$(\qquad\qquad)$

$(12)(34)$
$\times(13)(24)$

1234
2143
4321

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

$(\Lambda_4 \ldots)$ $\Lambda_4 \geq \mu_4$

(1,1) (1,−1) (1,−1) (−1,1)

四次の ~~three dimensional~~ unitary group $(\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_3 \Lambda_4)$ の quartet (multiplet) 中には $\Lambda_4 \geq \Lambda_3' \geq \Lambda_3 \geq \Lambda_2' \geq \Lambda_1' \geq \Lambda_1$ を ~~満たす~~ $\Lambda_4' = \sum_{i=1}^{4}\Lambda_i - \sum_{i=1}^{3}\Lambda_i'$ を満たす Λ's が一回ずつふくまれている。それ以外にはない。

$\Lambda_4 \quad \Lambda_3 \quad \Lambda_2 \quad \Lambda_1$

$A \geq A$

(3110) → (3110), ~~(2111) (2210) (2~~
(2210),
(1310),

(11234)
(22143)
(

~~$(\mu_1\ \mu_2\ \mu_3\ \mu_4)$ $(\mu_1 \ldots \mu_4)$~~

(2, 2, 1, 0)　(2, 1, 1, 1)　(2 1 1 1)

(1 3)
(2 4)

Λ_4をきめておいて Λ_1, Λ

(1 0 0 0)　3　2　2　2
(0 1 0 0)　1　1　2
(0 0 1 0)　1　1　1
(0 0 0 1)　30　1　0

$e^{i(\mu_1\varphi_1+\mu_2\varphi_2+\mu_3 \ldots)}$

(3110)　(3011)　(1112)
(2111)　(1211)　(1112)

(1 1 2 3 4)
(1 2 1 3 4)

(3110)　(3011)
(2210)　(2120)　(. . .)
(2111)
(

$\frac{4!}{3!} = 4$　(12)　$\frac{5!}{2!} = 60$

(3)

$\frac{4!}{2!} = 12$　(1 1 1 2 3)　$\frac{5!}{3!} = 20$
(2 2 2 1 4)
(2210)　(1 1 2 2 3)　$\frac{5!}{2!2!} = 30.$

(1 1 1 2 3)
2 2

$\frac{4!}{2!} = 12.$

(1 2 3)　(4 3 2)
(2 1 4)
(3 4 1)　{ }

$(\Lambda_1, \Lambda_2\ \Lambda_3\ \Lambda_4)$

$\Lambda_4 \geq \mu_4$ . . .

$(+1,-1)$ $(-1,1)$ $(+1,-1)$ $(1,1)$.

μ_1 μ_2 μ_3 μ_4.

$\uparrow\downarrow p$ $\downarrow n$ $\uparrow p$ $\uparrow n$