DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY

DATE
NO.

$$\lambda = \frac{h}{Mv} = \frac{h}{\sqrt{2ME}} = \frac{6.55\times10^{-27}}{\sqrt{2\times1.66\times10^{-24}\times E\times1.59\times10^{-12}}} = \frac{1}{\sqrt{E}}\frac{6.55\times10^{-9}}{\sqrt{2\times1.66\times1.59}} \doteqdot 2.85\times10^{-9}/\sqrt{E}$$

2.3　2.3　69　46　529　1.66　1908　1908　318　5.2788　2.3)6.55　46　195　184　11

E. Fermi, Sul moto dei neutroni nelle sostanze idrogenate, (Ric. Scient., VII ~ 2 (1936), 13)

第二章. 中性子と水素原子との衝突の機構.

9. 化学的結合を無視した場合.

10. 束縛された水素原子に対する中性子の衝突.

ρ: 作用半径. a: 衝突半径. λ: de Broglie 波長.

$$R \ll \lambda,\quad R \gg \rho,\quad R \gg a$$

なる R なる長さが存在すると仮定する.

スピンのことは一先づ無視すると wave equation は

$$(1)\quad -\frac{h}{2\pi i}\dot{\psi} = -\frac{h^2}{8\pi^2 M}\left(\Delta\psi + \left(\frac{\partial^2}{\partial X^2}+\cdots\right)\psi\right) + U\psi + g(r)\psi$$

x, y, z: neutron,　X, Y, Z: proton.

$U(XYZ)$: 水素原子に作用する化学的 potential.

ψは r の小さい所を除くと, λに比して小さい距離で変化の少い函数である.(互に近づけることにする)

そこで

$$(2)\quad \Psi(xyzXYZ) = \frac{1}{\frac{4\pi}{3}R^3}\iiint_{\text{球}R\,(xyz)} \psi(\xi,\eta,\zeta,X,Y,Z)\,d\xi\,d\eta\,d\zeta$$

なる平均的な函数を導入する. この Ψ は r の小さな値に対しても互に近づけるである. 之の満足すべき式は (1)を積分すると.

$$(3)\quad -\frac{h}{2\pi i}\dot{\Psi} = -\frac{h^2}{8\pi^2 M}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2}+\cdots+\frac{\partial^2\Psi}{\partial X^2}+\cdots\right) + U\Psi + \overline{g(r)\psi}$$

となる.

$$\sin(kr+\delta_0) \cong kr+\delta_0$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

$r<R$ なる範囲では ψ の変化は主として $g(r)$ が効いてる. ψ は

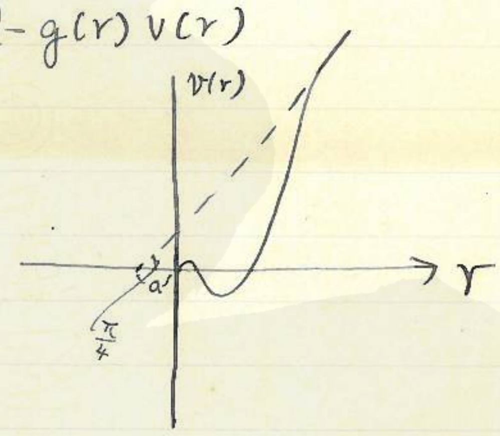
(4) $$\chi''(r)+\frac{2}{r}\chi'(r)=\frac{4\pi^2M}{h^2}g(r)\chi(r)$$

の解を求めて. $\psi=c\,\chi(r)$ となる. (S-wave 式を与える)
これで良い. いま. $\chi=\frac{v(r)}{r}$ とおくと

$$v''(r)=\frac{4\pi^2M}{h^2}g(r)v(r)$$

χ は遠方で 1 になるとする.
$r>\rho$: $v(r)=a+r$)
すると ~~ψ が~~ $r>R$ では $\psi=c$.
こゝではこれ $\psi(x,X)=\Psi(x,X)$
であるから $r\gtrsim R$ を通じて

$$\psi=\Psi(x,X)\chi(r)$$



とおけるであろう.
而して. $\overline{g(r)\psi}$ は $r<R$ なる時のみ 0 でない (但しこの範囲では Ψ はほとんど変化しない故.)

$$\overline{g(r)\psi}=\frac{1}{\frac{4}{3}\pi R^3}\int g(r)\Psi(x,X)\chi(r)dv$$

$$=\frac{4\pi\,\Psi(x,X)}{\frac{4}{3}\pi R^3}\int_0^\infty g(r)v(r)r\,dr$$

(5) $$=\text{分〃}\left(\frac{h^2}{4\pi^2M}\right)\int_0^\infty v''(r)r\,dr$$

$$=\text{〃 〃}\left(\frac{h^2}{4\pi^2M}\right)\cdot\left|v'r-v\right|_0^\infty=-\text{〃}\frac{h^2a}{4\pi^2M}$$

$$=-\frac{h^2a}{\pi M}\Psi(x,X)\delta_R(r)$$

$\tilde{\Psi}\tilde{X}\cdot \qquad \cdot\Psi X$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........

NO..........

但し $\delta_R(r) = 0 \quad \text{for } r > R$　　$\iiint \delta_R(r)\,d\tau = 1.$

$\quad = \frac{3}{4\pi R^3} \quad \text{for } r \leq R$

従って $\bar{\Psi}$ の満足すべき式は

$$(6)\quad \frac{h}{2\pi i}\dot{\bar{\Psi}} = -\frac{h^2}{8\pi^2 M}\left(\frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial x^2} + \cdots + \frac{\partial^2 \bar{\Psi}}{\partial X^2} + \cdots\right) + U(XYZ)\bar{\Psi} - \frac{h^2 a}{\pi M}\delta_R(r)\bar{\Psi}$$

(a<<R なる限り)

である。この $\bar{\Psi}$ ~~を求めるには~~ 求めるに — 散乱の確率は小さいから Born 法の ~~摂動論~~ 第一近似が適用される。即ち、水素原子が m なる状態から n なる状態へ移る際に ~~Born~~ の中性子が立体角成分 dω 内の方向に散乱される部分断面積は

$$(7)\quad \sigma_{mn}\,d\omega = 4a^2 \frac{p}{p_0}\,d\omega \left| \int u_m^* u_n\, e^{\frac{2\pi i}{h}(\vec{p}-\vec{p}_0, \vec{X})}\,d\tau \right|^2$$

ここに $\vec{p}_0\,\vec{p}$ は衝突前後の中性子の運動量。u_m, u_n は陽子の状態。

また $\quad \frac{p^2}{2M} = \frac{p_0^2}{2M} + W_m - W_n$

a) 水素原子が強く束縛されている場合。

即ち u_m が 0 でない範囲が ~~中~~性子の波長より much 小さい時 (7) の積分の exp の factor を const. と見なして m=n の時丈 0 でなく 従って $p_0 = p$ で $\sigma_{mn}\,d\omega = 4a^2 \delta_{mn}\,d\omega$　　(8)

となる。

即ち scatt 散乱は等方的である。

全断面積は

$$\sigma_s = 16\pi a^2.$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO.

2, 自由な場合. 衝突前後の陽子の運動量をそれ $\vec{p}_n, \vec{p}_0$ とすると

$$\vec{p}_n + \vec{p} = \vec{p}_m + \vec{p}_0 .$$

但し大 $\sigma_{mn}\, d\omega$ も0.
始め陽子が静止してたなら

$$\vec{p}_n + \vec{p} = \vec{p}_0 \; ; \quad p_n^2 + p^2 = p_0^2 .$$

$\therefore p = p_0 \cos\vartheta \qquad \vartheta = \vec{p} \wedge \vec{p}_0$

この時には中性子は前方にのみ散乱される. $\sigma\, d\omega = 4a^2 \cos\vartheta\, d\omega$.
全断面積は
$\therefore \quad \sigma = 4\pi a^2 .$

即ち束縛された場合の $\frac{1}{4}$ である.

註) 中性子の運動エネルギーが 1eV以上のは (結んで...) から極めて小さい値に減少する間に断面積は 4倍になり, 平均自由行程は $\frac{1}{4}$ になる. 熱中性子の時には この値に達しないかもしれない. 然し $\frac{1}{4}$ よりいくらか大きいだろう.

11. 弾性的に結合されている水素原子.
1又は二つの場合の中間として, 水素原子が等方的な弾性的な力によって平衡の位置に結びつけられている場合を考へる. その振動数を ν とすると
n番目の状態の勢力は $W_n = nh\nu$ (0-point energy は除外する)
or x, y, z 方向の振動に分解して $n = n_1 + n_2 + n_3$.

$$u_{n_1 n_2 n_3} = \left(\frac{4\pi M\nu}{h}\right)^{3/4} \frac{H_{n_1}(\xi) H_{n_2}(\eta) H_{n_3}(\zeta)}{\sqrt{2^n n_1! n_2! n_3!}} e^{-\frac{1}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$X\Psi = Y$

DATE
NO.

$$\xi = X\sqrt{\frac{4\pi^2 M\nu}{h}}\ ;\ \eta = Y\sqrt{\frac{4\pi^2 M\nu}{h}}\ ;\ \zeta = Z\sqrt{\frac{4\pi^2 M\nu}{h}}$$

とおいたものであって、HはHermiteの多項式。

$$u_{000} = \left(\frac{4\pi^2 M\nu}{h}\right)^{3/4} e^{-\frac{1}{2}(\xi^2+\eta^2+\zeta^2)}$$

を最初の状態とすると $\sigma_{m..}\,dw$ に出てくる積分は

$$\int_{-\infty}^{+\infty} H_s(x)\, e^{-x^2} e^{iQx}\, dx = i^s \sqrt{\pi}\, Q^s\, e^{-Q^2/4}$$

全ての積分がなる形になる。

従って

$$\text{①}\quad \sigma_{n_1 n_2 n_3}\, dw = 4a^2 \frac{P}{P_0}\, dw\, \frac{(P_x - P_{0x})^{2n_1}}{n_1!} \frac{(P_y - P_{0y})^{2n_2}}{n_2!}$$

$$\times \frac{(P_z - P_{0z})^{2n_3}}{n_3!}\, e^{-(\vec{P}-\vec{P}_0)^2}$$

但し、 $\vec{P}_0 = \frac{\vec{p}_0}{\sqrt{2Mh\nu}}$ 　 $\vec{P} = \frac{\vec{p}}{\sqrt{2Mh\nu}}$

而して P_0^2, P^2 は衝突前後の中性子のエネルギーを $h\nu$ で割ったもので；

$$P^2 = P_0^2 - n$$

そこで①を n の一定の値に対する n_1, n_2, n_3 の凡ての可能な値に対して総和すると中性子が dw なる方向に散乱され、水素原子が n 番目の励起状態に移される微分断面積が得られる。

その結果は

$$\sigma_n\, dw = 4a^2 \frac{P}{P_0}\, dw \cdot \frac{(\vec{P}-\vec{P}_0)^{2n}}{n!}\, e^{-(\vec{P}-\vec{P}_0)^2}$$

$$\Psi = \bar{\Psi} \cdot \chi$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$\lim_{p_0 \to \infty} \int \ldots = \int_0^\infty$

$p_0^2 - n + \frac{n}{p_0} + \frac{\cdot\cdot}{p_0} + \cdots$

DATE

NO.

$$\sigma = 4a^2 \frac{\sqrt{p_0^2-n}}{p_0} \frac{(2p_0^2 - n - 2p_0\sqrt{p_0^2-n}\cos\vartheta)^n}{n!}$$

$$\times e^{-(2p_0^2-n-2p_0\sqrt{p_0^2-n}\cos\vartheta)} dw. \qquad \vartheta = \widehat{\vec{p}_0\, dw}.$$

a) これを全 dw について積分して，水素原子が振動の n 量子の状態に励起される全断面積は

$$\sigma_n = \frac{4\pi a^2}{n!\,p_0^2} \int_{2p_0^2-n-2p_0\sqrt{p_0^2-n}}^{2p_0^2-n+2p_0\sqrt{p_0^2-n}} \xi^n e^{-\xi} d\xi$$

勿論 $p_0^2 < n$ の場合即ち入射中性子が n 番目状態を励起するに要する丈の energy を持たない時には $\sigma_n = 0$.

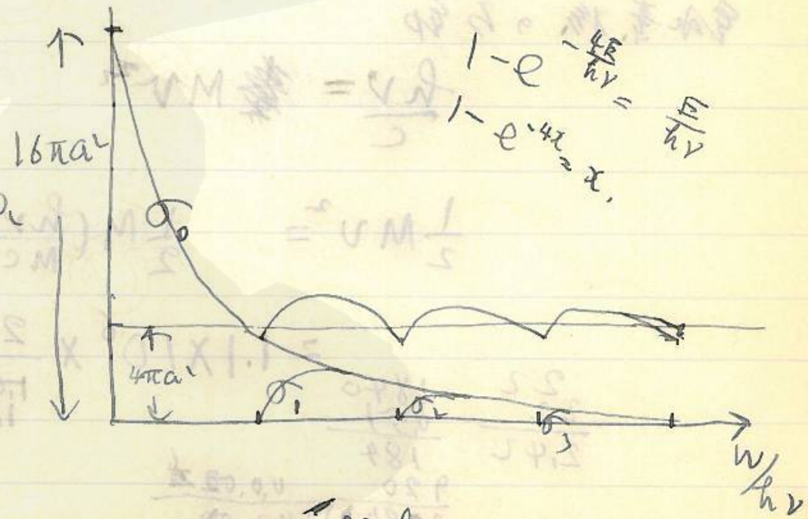
$p_0^2 = \frac{w}{h\nu}$ の函数として σ_n の変り具合を見ると下図の如し.

$y = \frac{4\pi a^2}{w/h\nu}$.

なる直角双曲線が $\sigma_0, \sigma_1, \ldots$ の和の漸近曲線になってゐる.

特に

$$\sigma_0 = 4\pi a^2 \frac{1 - e^{-\frac{4w}{h\nu}}}{w/h\nu}$$



$1 - e^{-\frac{4E}{h\nu}} = \frac{E}{h\nu}$

$1 - e^{-4x} = x$.

又 $\sigma_0 dw = 4a^2 e^{-\frac{2w}{h\nu}(1-\cos\vartheta)} dw$

$n_0 h\nu < E < (n_0+1)h\nu$

$\frac{E}{h\nu} - 1 < n_0 < \frac{E}{h\nu}$

重水素核の反動

$$\frac{h\nu}{c} = Mv$$

$$\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{2}M\left(\frac{h\nu}{Mc}\right)^2 = \frac{1}{2}h\nu \cdot \frac{h\nu}{Mc^2}$$

$$= 1.1 \times 10^6 \times \frac{2.2 \times 10^6}{\cancel{1.008\times}\ 1840 \times 0.51 \times 10^6}$$

22
22
2.42

1840
0.51
184
920
938.4

$$938.4 \overline{)\,242.00}$$ 0.0026

18768
54320

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

故に $w \ll h\nu$ に対しては散乱は等方的に近づく。
しかし w が $h\nu$ より少し小さい時には非等方性は著しい。熱中性子（$w \sim$ 0.037eV）に対しては $\frac{w}{h\nu} \sim \frac{1}{10}$ であるが非等方性は全然出来ないし，又全散乱断面積も $w \gg h\nu$ の場合の4倍ともなる値に近い。
若し水素原子が上述の如く分子の位置に弾性的に結びつけられてゐるなら何個かの衝突後中性子の energy が $h\nu$ 以下になれば原子それ以上小さくはなり得ず熱擾乱のエネルギー迄はさがらぬ筈。実際は尚よく減速されるが，固体，液体中の水素原子は固定した分子の位置に結びつけられてゐるのではなく，それ自身動くことの出来る周囲の atom の群に結びつけられてゐるのであるといふ事情に因る。その結果振動数は 0 にまで及ぶ連續スペクトルを形作ってゐる。そのためにエネルギーが熱擾乱の値まで減少しうる。しかしこの辺では減速の過程は大きなエネルギーの場合に比してずっと遅い。即ちエネルギーを $\frac{1}{e}$ にまで減少させるのに要する衝突の平均回数は 1 より大きい。
故に $h\nu$ から熱擾乱のエネルギー迄減少させるのに（10:1）の約10個の衝突が必要。1eV位の energy の場合なら 2〜3個で充分。

12. 中性子の捕獲の過程.

$$\frac{64\pi^4\nu^3}{3hc^3}|\mu_{ij}|^2.$$

$$\sigma_c = \frac{1}{v}\frac{256\pi^6\nu^3}{hc^3}\left(\frac{e\hbar}{2Mc}\right)^2(g_p-g_n)^2\left|\int_0^\infty u v\,dr\right|^2$$

$$= \frac{1}{v}\frac{128\pi^5\nu^3}{\hbar c^3}\left(\frac{e\hbar}{2Mc}\right)^2(g_p-g_n)^2\left|\int_0^\infty u v\,dr\right|^2.$$

$$\frac{1}{\tau} : \frac{1}{l^3}\left(\frac{1}{t}\right)^2 \cdot \left|\frac{t}{ml^2}\right| \frac{t^3}{l^3} \cdot l^3$$

$$\times\left(\frac{ml^3}{t^2}\right)^2 l^2 = \frac{ml^6}{t^2} \times \frac{1}{t}$$

$n = 7.8 \times 10^{22}$ $\nu = 5.38 \times 10^{29}$

$$\frac{1}{\tau} = 7.8 \times 10^{22} \times \frac{128 \times \pi^5 \times (5.38 \times 10^{29})^2}{6.65 \times 10^{27} \times (3 \times 10^{10})^3} \times \left(\frac{e\hbar}{2Mc}\right)^2$$

$\times$ . . . . . .

$$\frac{1}{\tau} = 61 \text{ or } 154 \, (g_p - g_n)^2$$

'S : true level　virtual level

$g_p = 2.88$　$g_n = -2.13$　(Stern 等と Rabi 等の値)

$$\tau = \frac{1}{61 \times 25} = \frac{4}{0.61} 10^{-4} = 6.5 \times 10^{-4}$$

$$= \frac{1}{154 \times 25} = \frac{4}{1.54} \times 10^{-4} = 2.6 \times 10^{-4}$$

そのかわりに $g_p - g_n = 4.85$ とおくと

$$\tau = \frac{0.0425}{61} = 6 \times 10^{-4}$$

$$\text{or } = 7 \times 10^{-4} \text{ or } 2.8 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

4.85×4.85:
2425
3880
1940
23.5225

$23.5) 1000 = 0.0425$; 940; 600; 470; 1300

$61) 400 = 65$; 366; 340

$61) 425 = 6$; 366; 590

$154) 425 = 28$; 308; 1250

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi b}}\int_0 e^{-\frac{r}{b}}(a+r)\,dr = \cancel{2}ab + \cancel{2}\cdot b^2 = \frac{(a+b)b^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{2\pi}}$$

DATE ....

NO. ....

$h\nu = W$

$$u(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi b}}e^{-\frac{r}{b}} \qquad b = \sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2 M W}} = 0.43\times10^{-12}$$

$$= \sqrt{\frac{\alpha}{2\pi}}\,e^{-\alpha r} \qquad \alpha = \frac{\sqrt{MW}}{\hbar} \qquad (= \frac{1}{\alpha}$$

$$v(r) = a + r \quad \text{for } r > \rho$$

$$a = \pm\sqrt{\frac{h^2}{4\pi^2 M|W'|}} = 1.88\times10^{-12}$$

但し、 $W = 2.2\times10^6\,\mathrm{eV}$

$|W'| = 1.16\times10^5\,\mathrm{eV}$

とする。

Amaldi, Fermi の実験から 1eV 以上の二つの群に対して mean free path は同じで、$\lambda_g = 1\,\mathrm{cm}$ 程度である。

之から $\sigma = 12.8\times10^{-24}\,\mathrm{cm}^2$

之を $\left(= \frac{4\pi\hbar^2}{M}\left(\frac{3}{4}\frac{1}{W} + \frac{1}{4|W'|}\right)\right)$

に入れて $|W'|$ をきめた。 $v = \sqrt{\frac{2E}{M}}$

さて捕獲を行つてゐる量は

$$\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)^2 a^2 b^3$$

$$\frac{1}{\tau} = v n \sigma_c = n\frac{128\pi^5\nu^3}{hc^3}(\mu_p-\mu_n)^2(a+b)^2 b$$

$$\sigma_c = \frac{64\pi^4}{\hbar c^3}\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2\sqrt{\frac{M}{2E}}\cdot\left(\frac{e\hbar}{2Mc}\right)^2\cdot(g_p-g_n)^2\,(W^{\frac{1}{2}}\pm|W'|^{\frac{1}{2}})^2$$

? h

$$\times\frac{M}{\hbar^2}\frac{\hbar^2}{M|W'|}\times\frac{\hbar^3}{M\sqrt{M}\cdot W^{\frac{3}{2}}}\times\frac{W^3}{8\pi^3\hbar^3}$$

$$= \frac{e^2}{\hbar c}\frac{1}{Mc^2}\cdot \pi\sqrt{\frac{2W}{E}}\cdot\frac{(W^{\frac{1}{2}}\pm|W'|^{\frac{1}{2}})^2}{|W'|}W\left(\frac{\hbar}{Mc}\right)^2$$

第一章. 中性子の擴散と減速.

中性子は陽子と一回衝突してエネルギーの損失が平均 1/2 になる.
20回の衝突で凡そ百万 Volt のものが熱擾乱程になる.
その際二つの段階を区別せねばならぬ.

1) 減速の段階.

2) 熱擴散の段階. この段階に於ては, 既に熱擾乱程度に減速された中性子が, 水素原子と衝突しても平均的にはエネルギーを失はず, 最後に水素化合物から出て行つてしまふか, 又は水素及び他の原子に捕獲されてしまふまで擴散運動を續ける.

1. 減速の段階.

ν を化学的結合による水素原子の振動数とし, $W \gg h\nu$ とすれば水素原子は自由で静止してると見なし得る. ν は普通の水素化合物で $1000 \sim 4000\ \mathrm{cm}^{-1}$ 程度である

$$\left(ch\left(\frac{\nu}{c}\right)\right) \times \frac{1}{1.59\times10^{-12}}\,eV = \frac{6.54\times3\times10^{-17}}{1.59\times10^{-12}} \times \left(\frac{\nu}{c}\right) = \frac{1.234}{10000}\left(\frac{\nu}{c}\right)$$

$$= 0.123 \sim 0.5\ eV$$

6.54
3
1.59) 19.62 (1234
159
372
318
540
~~5??~~5
477
630

1234
4
4936

この段階に於ては平衡分布を求める. 最も簡単な場合として初速 v_0 なる中性子が毎秒 Q 箇づつ生産され, 速い中性子源が殆んど無限大と見做し得るパラフィン塊中に置かれてる場合をとると

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE

NO. 2

$(v, v+dv)$の間の中性子の数 $N(v)dv$ は

$$\frac{v}{\lambda(v)}N(v)dv = \frac{2vdv}{v_0^2}Q + 2vdv\int_v^{v_0}\frac{1}{u^2}\cdot\frac{u}{\lambda(u)}N(u)du$$

両辺を vdvで割って微分すると

$$\frac{d}{dv}\frac{N(v)}{\lambda(v)} = -\frac{2}{v}\frac{N(v)}{\lambda(v)}.$$

$$\therefore v^2\frac{N(v)}{\lambda(v)} = \text{const}. \qquad \text{const.} = 2Q.$$

$$N(v) = \frac{2Q\lambda(v)}{v^2}$$

この式は 1eV 以上の energy の場合にのみ成立する.

2. 減速の際の中性子の拡散距離.

~~源に~~ 以上の所では空間分布, 方向分布は全くわからぬ, 源から出てきた ~~を一様とみなした~~.

中性子は衝突するに従って次第に勢力を失ふ. 従って源から遠い所まで来た中性子程平均として小さい勢力を有するであらう. ~~換~~言すれば一定の勢力の中性子の源からの平均距離は勢力が小さい程大きいであらう.

水素との衝突丈を考へる(水又はパラフィンでは遅い中性子に対しても90%に達する) $\vec{\lambda}_0, \vec{\lambda}_1, \dots \vec{\lambda}_n$ を最初 $n+1$ 個の自由行路とすれば変位とすると, 全変位は

$$\vec{r} = \vec{\lambda}_0 + \vec{\lambda}_1 + \dots + \vec{\lambda}_n$$

である. この場合の相応する勢力を

$$W_0 > W_1 > W_2 > \dots > W_{n-1} > W_n$$

~~とする~~. ~~とし~~とし, 其の代りに

$$x_i = \log\frac{W_0}{W_i} \qquad i = 0, 1, 2, \dots n$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

をとる。然らば、

$$x_0 = 0 < x_1 < x_2 < \cdots < x_{n-1} < x_n = \log\frac{w_0}{w_a}.$$

なる $n+1$ 個の点を x-axis 上にとる。

しかるに w なる勢力の中性子が衝突して w' になる確率は

$$dp = \frac{dw'}{w} \qquad dp_i = \frac{dw_i}{w_{i-1}}$$

である。~~従って $x = x_{i-1}$ なる中性子が衝突して $x = x_i$ になる~~ 確率は

$$dx_i = \frac{-dw_i}{w_i} \qquad dp_i = \frac{e^{+x_{i-1}}}{e^{+x_i}}\,dx_i = e^{-(x_i - x_{i-1})}\,dx_i$$

然らば $\xi_i = x_i - x_{i-1}$ が $(\xi_i, \xi_i + d\xi_i)$ の間の値をとる確率は

$$dp_i = e^{-\xi_i}\,d\xi_i$$

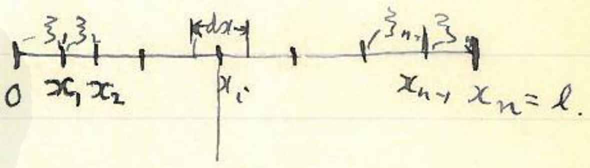
である。

すると $(\xi_1, \xi_1 + d\xi_1)(\xi_2, \xi_2 + d\xi_2) \cdots (\xi_n, \xi_n + d\xi_n)$

なる一つの configuration の実現される

確率は

$$e^{-\xi_1}d\xi_1\, e^{-\xi_2}d\xi_2 \cdots e^{-\xi_{n-1}}d\xi_{n-1} \times e^{-\xi_n}d\xi_n.$$



$$\frac{dx}{l}$$

(この時 x_n は $dx_n = d\xi_1 + d\xi_2 + \cdots + d\xi_n$ の間にある)

dx_1 ~~$x_1 + x_2 + \cdots + x_n = l.$~~

$$\xi_1 + \xi_2 + \cdots\cdots + \xi_n = l.$$

である。従って $(x_1, x_1 + dx_1)(\cdots)$ なる conf. の実現される確率は

$$e^{-l}\,dx_1 dx_2 \cdots dx_n. =$$

である、

而して

$$\cos\theta_i = \frac{\vec{\lambda}_{i-1}\vec{\lambda}_i}{\lambda_{i-1}\lambda_i} = \left(\frac{w_i}{w_{i-1}}\right)^{\frac{1}{2}} = e^{-\frac{1}{2}\xi_i}$$

$$dp_i = \frac{dw_i}{w_{i-1}}$$

$$\overline{\log w_i} = \frac{1}{w_{i-1}} \int_0^{w_{i-1}} \log w_i \, dw_i = \frac{1}{w_{i-1}} \left(x \log x - x \right)_0^{w_{i-1}} = \log w_{i-1} - 1.$$

$$\overline{\log \frac{w_{i-1}}{w_i}} = 1.$$

$$\overline{\lambda_i} = \lambda(x_i)$$

$$\overline{\lambda_i^2} = \lambda(x_i)$$

$$\overline{\cos \lambda_1 \lambda_3} = \overline{\cos \lambda_1 \lambda_2 \cos \lambda_2 \lambda_3} - \overline{\sin \lambda_1 \lambda_2 \sin \lambda_2 \lambda_3}$$

$$= e^{-\frac{1}{2}(x_3 - x_1)}$$

$$\overline{r^2} = 2 \sum_0^n \lambda^2(x_i) + 2 \sum_{i<j} \lambda(x_i) \lambda(x_j) e^{-\frac{1}{2}(x_j - x_i)}$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE............

NO.............

~~1回~~一回の衝突で ~~log Wa log Wa~~ log W は 1 へる. 故に n 回の衝突後は平均故に

$$\log \frac{W_0}{W_a} = n$$

となる. 故に $\log \frac{W_0}{W_a} = a$ をもって勢力 W_0 から W_a へうつる迄の衝突の平均回数と定義しうる.

さて.

$$\overline{r^2} = \sum_0^n \lambda_i^2 + 2\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} \lambda_i\lambda_j \cos(\lambda_i\lambda_j) \cancel{\cos(\lambda_i\lambda_j)\cos\theta}$$

$$=$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE
NO.

3. 熱中性子

宇宙線の中に含まれた速い中性子がQ箇の熱中性子に終るならば、大きなパラフィンに入れた このQは 位数 Qτ 箇の熱中性子が存在するであろう。但し、τは熱中性子の平均寿命である。

熱中性子の振舞を論ずる際に 衝突後の方向分布を等方的と仮定すると

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\lambda v}{3}\Delta n - \frac{1}{\tau}n + q$$

となる。 n: 熱中性子の密度、 q: 宇宙線によって生ずる熱中性子。

$\tau = \frac{\lambda N}{v}$ とおくと。 N: 捕獲されるまでの衝突回数。

定常状態では

$$n = \frac{\lambda^2 N}{3}\Delta n + \frac{q\lambda N}{v}$$

この応用として、a なる深さの所から出た熱中性子が捕獲されずに外へ出る確率を求める。

上式の両辺を y, z について積分し

$$\rho(x) = \iint n\, dy\, dz$$

$$f(x) = \iint q\, dy\, dz$$

とおき、 $\iint \frac{\partial^2 n}{\partial y^2} dy dz = \iint \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} dy dz = 0$

を考慮すると、

$$\rho(x) - \frac{\lambda^2 N}{3}\frac{d^2\rho}{dx^2} = \frac{\lambda N}{v} f(x)$$

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE ....
NO. ....

この場合 $f(x)$ としては $x \neq a$ では 0 で

$$\int f(x)\,dx = Q$$

なる如き函数をとる。 なる様、総ての如く、原点から入る外で0なる:

又、~~x=0~~ $\rho(0) = \rho(\infty) = 0$

なる條件を満足せねばならぬ。

すると、一般解は

$$\rho(x) = A\left\{e^{\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}x} - e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}x}\right\} \qquad 0<x<a$$

$$\rho(x) = B e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}x} \qquad x>a$$

a点では、 $\delta\rho(a) = 0$ 　 $\delta\left(\frac{d\rho}{dx}\right)_{x=a} = -\frac{3}{v\lambda}Q$

でなければならぬから

$$A = \frac{\sqrt{3N}}{2v} Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}a} \qquad B = A\left(e^{2\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}a} - 1\right)$$

~~x=~~ 原点に向って行く個数は

$$\frac{\lambda v}{3}\cdot\frac{\cancel{x}}{2} A\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}} = Q e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}a}$$

∴ 求める確率は

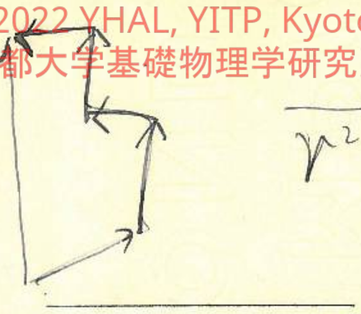
$$p(a) = e^{-\sqrt{\frac{3}{\lambda^2 N}}a}.$$

この公式は A. T. の言葉に訳して廣く $\lambda^2 N$ の場合に用ひられた。この結果は N が極めて大、λ が極めて小で $\lambda^2 N$ が有限なる場合にのみ正確にあてはまる。

DEPARTMENT OF PHYSICS
OSAKA IMPERIAL UNIVERSITY.

DATE..........

NO..........



$$\overline{r^2} = 2\lambda^2 m$$

$$\bar{\lambda} = \int_0^\infty x e^{-\frac{x}{\bar{\lambda}}} dx$$ 略

$$\overline{\lambda^2} = \int_0^\infty x^2 e^{-\frac{x}{\bar\lambda}} dx = 2\left(x e^{-\frac{x}{\bar\lambda}}\right)_0^\infty + 2\bar\lambda \int_0^\infty x e^{-\frac{x}{\bar\lambda}} dx = 2\bar\lambda^2$$

パラフィンの表面近く λのorderの所では中性子の密度は異常を示す。

その他では近似的に

$$n(x) = \mathrm{const}\cdot\left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x\right)$$

一次元的拡散式と三次元のそれを比較し斯る factor をつけた。

なる形であることが示される。

すると定常的に単位時間 dx なる面積中で起る熱中性子の単位時間の数は

$$\mu\left(\frac{\lambda}{\sqrt{3}} + x\right)dx \qquad n = \mathrm{const}$$

θ方向きで

なる筈であるから、これが、それ以上 scatter されずに出て行く確率は

$$e^{-\frac{x}{\lambda\cos\theta}} \frac{\sin\theta d\theta}{2}$$

故に S なる表面から (θ, θ+dθ) なる角で出てくる中性子の数は

$$\frac{\lambda^2 S\mu}{2\sqrt{3}}(\cos\theta + \sqrt{3}\cos^2\theta)\sin\theta d\theta$$

である。即ち通常の cosine law より幾分ずれている。